

## 2단으로 분할된 3단계 스킵-로트 샘플링 검사계획

최병철, 이은주<sup>1)</sup>

### 요약

다단계 스킵-로트 샘플링 검사계획(Choi; 1993)을 수정하여, 1단에 정규검사 2단에 단지(段地, terrace)검사를 둔 2단으로 분할된 스킵-로트 샘플링 검사계획을 설계하였다. 설계된 스킵-로트 샘플링 검사계획은 제품의 품질이 우수할 경우에는 더 높은 단계의 검사를 수행하고, 그렇지 않을 경우에는 곧 바로 정규검사 또는 단지검사로 되돌아가도록 되어 있다. 마코프 연쇄를 이용하여 분할된 3단계의 샘플링 검사계획의 검사특성곡선을 도출하여 그 성질을 규명하고, Choi의 샘플링 검사계획과도 비교하였다.

### 1. 서론

일반적으로 샘플링 검사는 추출단위를 개개의 제품으로 하여 양호, 불량, 또는 로트의 합격, 불합격 판정을 내리는 것이다. 그런데, 최근에는 공장 자동화등으로 인한 제품의 생산이 대량화됨에 따라 이와 같은 샘플링 검사를 적용시키기에는 그 검사량이 방대해져 비용과 시간이 너무 많이 소요된다. 따라서, 제품의 품질이 우수하고 공정이 안정되어 있는 상태에서는 추출단위를 개개의 제품으로 하는 대신 로트 자체를 추출단위로 하는 스킵-로트 샘플링검사 계획(Skip-Lot Sampling Inspection Plan)이 효율적일 수밖에 없다. 이 검사계획은 제품뿐 아니라 일련의 제품 생산라인 자체를 한 로트로 생각하여 어떠한 시간간격을 두고 검사(Skip-Period Inspection)할 것인가의 경우(Hess and Kittleman; 1989)에도 적용할 수 있다.

Choi(1993)는 Dodge(1955)의 스킵-로트 샘플링 검사계획을 1, 2단계로 일반화한 Perry(1973a, 1973b)의 샘플링 검사계획 *Plan 2LI*을  $n$ 단계로 확장, 일반화하여 각 단계마다 구분의 크기  $(1/f, 0 < f < 1)$  뿐만 아니라 연속적으로 합격되어야 할 로트의 수( $i$ )까지도 자유롭게 선택할 수 있는 다단계 스킵-로트 샘플링 검사계획(*MLS<sub>k</sub>SP1*)을 제안하였다. 이 검사방식은 검사의 단계를 비롯하여  $f$  및  $i$  까지 검사자가 임의로 선택할 수 있는 장점이 있지만, 높은 단계의 검사 과정에서 제품의 품질이 갑자기 나빠졌을 때 정규검사로 돌아가는 시간이 너무 많이 걸릴 수 있는 단점이 있다.

이 논문에서는 샘플링 검사계획 *MLS<sub>k</sub>SP1*이 갖고 있는 장점을 유지하면서 그 단점을 보완하고자, 2단으로 분할된 스킵-로트 샘플링 검사계획(*Split2-SkSP*)을 설계하였다. 즉, 1단(*stage*)에 정규검사, 2단에 단지검사를 두어서 1단의 각 단계(*level*) 검사에서 로트가 불합격될 때는 곧바로 정규검사로, 2단의 각 단계 검사에서 로트가 불합격될 때에는 단지검사로, 또 단지검사에서도 로트가 불합격될 때에는 정규검사로 전환하는 검사계획을 설계하였다.

제 2 절에서 분할된 3단계 샘플링 검사계획(*Split2-SkSP3*)을 설계하고, 제 3 절에서 그 검사

1) (560-756) 전북 전주시 덕진구 덕진동 1가 664-14, 전북대학교 통계학과.

특성곡선(OC곡선)을 마코프 연쇄를 이용하여 도출하였다. 제 4 절에서는  $f$  와  $i$  값에 따른 OC곡선의 성질을 규명하고, MLSkSP1의 OC곡선과도 비교하였다.

## 2. 샘플링 검사계획의 설계

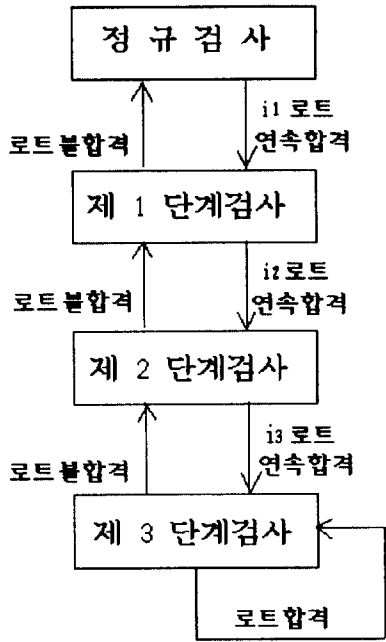
1단에 정규검사와 1단계 검사, 2단에 단지검사와 3단계 검사를 둔 분할된 3단계 스킵-로트 샘플링 검사계획 Split2-SkSP3의 검사과정은 다음과 같다.

- (1) 주어진 Reference 샘플링 검사계획(계수형 1회, 2회 샘플링 검사계획등)을 이용하여 모든 로트를 검사하는 정규검사에서 시작한다.
- (2) 정규검사에서 연속적으로  $i_1$ 개의 로트가 합격될 때에는 구분의 크기가  $1/f_1$ 인 1단계 검사로 전환한다.
- (3) 1단계 검사에서 연속적으로  $i_2$ 개의 로트가 합격될 때에는 구분의 크기가  $1/f_2$ 인 단지검사로 전환한다.
- (4) 단지검사에서 연속적으로  $i_3$ 개의 로트가 합격될 때에는 구분의 크기가  $1/f_3$ 인 3단계 검사로 전환한다.
- (5) 1단계 검사와 단지검사에서 로트가 불합격될 때에는 정규검사로 전환한다.
- (6) 3단계 검사에서 로트가 불합격될 때에는 단지검사로 전환한다.

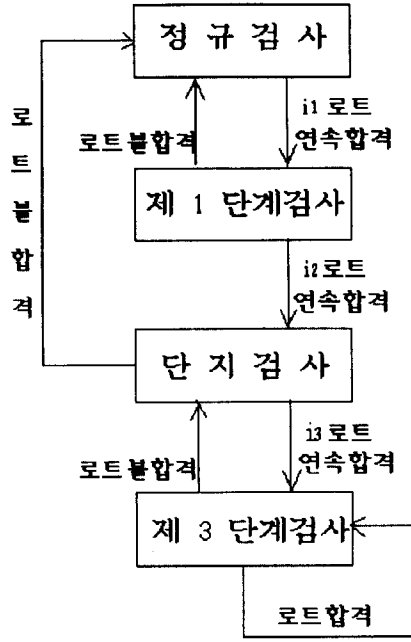
분할된 3단계 샘플링 검사계획 Split2-SkSP3은 1단에 정규검사와 몇 개의 단계검사, 2단에 단지검사와 몇 개의 단계검사를 둔 2단으로 분할된 일반적인 샘플링 검사계획으로 확장할 수 있다. 참고로, 1단에 정규검사와 1단계 검사, 2단에 단지검사, 3단계 검사와 4단계 검사를 둔 분할된 4단계 샘플링 검사계획 Split2-SkSP4를 고려할 수 있으며, 그 과정은 위 검사 과정중 (6)부터 다음과 같이 수정 추가하면 된다.

- (6) 3단계 검사에서 연속적으로  $i_4$ 개의 로트가 합격될 때에는 구분의 크기가  $1/f_4$ 인 4단계 검사로 전환한다.
- (7) 4단계 검사에서 로트가 불합격될 때에는 단지검사로 전환한다.

본 논문에서는 분할된 3단계 샘플링 검사계획 Split2-SkSP3만 고려하여 그 검사특성곡선을 구하고, Choi(1993)의 3단계 MLSKSP1 검사계획과 비교하였다. 참고로, MLSKSP1 검사계획에서는 어느 단계의 검사에서나 정해진 갯 수만큼 연속적으로 로트가 합격될 때에는 한 단계 더 높은 검사단계로, 불합격될 때에는 한 단계 더 낮은 검사단계로 전환된다. 위와 같은 3단계 샘플링 검사계획 Split2-SkSP3과 MLSKSP1의 흐름도는 <그림 1> 과 같다.



(1) 3단계 MLSKSP1 샘플링 검사



(2) Split2-SKSP3 샘플링 검사

<그림 1> 3단계 Skip-Lot 샘플링 검사의 흐름도

### 3. 검사특성곡선

샘플링 검사계획 Split2-SkSP3의 OC곡선을 구하기 위해서 마코프 연쇄 방법을 이용하기로 한다. 이 검사계획에 대한 마코프 연쇄의 상태공간은

$$\{ N_R, N_1, N_2, \dots, N_{i_1}, S_{1A1}, S_{1A2}, \dots, S_{1Ai_1}, S_{1R}, S_{1N0}, S_{1M}, \dots, S_{1M(i_2-1)}, S_{2A1}, S_{2A2}, \dots, S_{2Ai_2}, S_{2R}, S_{2N0}, S_{2M}, \dots, S_{2M(i_3-1)}, S_{3A}, S_{3R}, S_{3N} \}$$

이고, 위 상태공간의 모든 원소는 Choi(1993)의 용어와 같이 정의한다. 즉,

$N_R$  = 정규검사에서 불합격된 로트.

$N_j$  = 정규검사에서 연속적으로 합격된 로트수가  $j$ ,  $j = 1, 2, \dots, i_1$ .

$S_{kAj} = 1/f_k$ 개의 로트중 1개를 추출하여 검사하는  $k$ 단계 검사에서 연속적으로 조사되고 합격된 로트수가  $j$  단,  $j = 1, 2, \dots, i_{k+1}$ ,  $k = 1, 2$  이고  $k = 2$ 인 경우는 단지검사에 대한 것이다.

$S_{kR} = 1/f_k$ 개의 로트중 1개를 추출하여 검사하는  $k$ 단계 검사에서 불합격된 로트. 단,  $k = 1, 2, 3$ 이고  $k = 2$ 인 경우는 단지검사에 대한 것이다.

$S_{kNj} = 1/f_k$ 개의 로트중 1개를 추출하여 검사하는  $k$ 단계 검사에서 스킵된 로트와  $k$ 단계 검사에서 기 조사되고 합격된 로트수가  $j$  단,  $j = 0, 1, \dots, i_{k+1}-1$ ,  $k = 1, 2$ 이고  $k = 2$ 인 경우는 단지검사에 대한 것이다.

$S_{3A} = 1/f_3$ 개의 로트중 1개를 추출하여 검사하는 3단계 검사에서 조사되고 합격된 로트.

$S_{3N} = 1/f_3$ 개의 로트중 1개를 추출하여 검사하는 3단계 검사에서 스킵된 로트.

앞으로 본 논문에서  $P$ 는 불량률이  $p$ 인 크기  $N$ 의 로트로부터 크기  $n$ 의 표본을 추출하여 불량품의 갯수가  $c$ 개 이하이면 로트를 합격시키고  $c+1$ 개 이상이면 불합격시키는 샘플링 검사에서 로트가 합격될 확률이라 하고,  $Q = 1-P$  라 한다. 그리고, 이 확률  $P$ 는 초기하분포를 이항분포로 근사시킨 다음 식에 의해서 계산되어진다.

$$P = \sum_{x=0}^c p(x, n, p, N) = \sum_{x=0}^c \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}.$$

샘플링 검사계획 Split2-SkSP3에 대한 1단계 추이확률행렬  $T$  는 다음과 같다.

$$T = \begin{pmatrix} P_{00} & & & & \\ & P_{11} & & & \\ P_1 & & P_{22} & & \\ & & P_{32} & P_{33} & \\ & & & & \end{pmatrix}.$$

단, 원소가 없는 곳은 전부 0행렬이고, 위 행렬  $T$ 에서 첫 부행렬인  $P_{00}$ 은

$$P_{00} = \begin{matrix} N_R N_1 N_2 \cdots N_{i_1} \\ N_R \\ N_1 \\ \vdots \\ N_{(i_1-1)} \end{matrix} \begin{pmatrix} Q & P & & & \\ Q & & P & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ Q & & & & P \end{pmatrix}$$

이며,  $P_1$  은

$$P_1 = \begin{matrix} N_R N_1 N_2 \cdots N_i \\ \vdots \\ S_{1R} \\ \vdots \\ S_{2R} \\ \vdots \\ S_{3N} \end{matrix} \begin{pmatrix} Q & P \\ Q & P \end{pmatrix}$$

이고,  $P_{kk}$ ,  $k = 1, 2$ , 는

$$P_{kk} = \begin{matrix} S_{kA1} & S_{kA2} & \cdots & S_{kA_{i+1}} & S_{kR} & S_{kN0} & S_{kN1} & \cdots & S_{kN(i_{k+1}-1)} \\ S^{(k-1)A_{i_k}} \\ S_{kA1} \\ \vdots \\ S_{kA(i_{k+1}-1)} \\ S_{kR} \\ S_{kN0} \\ S_{kN1} \\ \vdots \\ S_{kN(i_{k+1}-1)} \end{matrix} \begin{pmatrix} f_k P & & & & f_k Q & 1-f_k & & & \\ & f_k P & & & f_k Q & & 1-f_k & & \\ & & \ddots & & \vdots & & & \ddots & \\ & & & f_k P & f_k Q & & & & 1-f_k \\ f_k P & & & & f_k Q & 1-f_k & & & \\ & f_k P & & & f_k Q & & 1-f_k & & \\ & & \ddots & & \vdots & & & \ddots & \\ & & & f_k P & f_k Q & & & & 1-f_k \end{pmatrix}$$

인데,  $k = 1$ 인 경우는  $S_{(k-1)A_{i_k}} = N_{i_1}$ 이다. 또,  $P_{32}$  는

$$P_{32} = \begin{matrix} S_{2A1} & \cdots & S_{2A_{i_3}} & S_{2R} & S_{2N0} & \cdots & S_{2N(i_3-1)} \\ S_{2A_{i_3}} \\ S_{3A} \\ S_{3R} \\ S_{3N} \end{matrix} \begin{pmatrix} f_2 P & & & & f_2 Q & 1-f_2 \end{pmatrix}$$

이며,  $P_{33}$  은

$$P_{33} = \begin{matrix} S_{3A} & S_{3R} & S_{3N} \\ S_{2A_{i_3}} \\ S_{3A} \\ S_{3R} \\ S_{3N} \end{matrix} \begin{pmatrix} f_3 P & f_3 Q & 1-f_3 \\ f_3 P & f_3 Q & 1-f_3 \\ f_3 P & f_3 Q & 1-f_3 \end{pmatrix}$$

이다. 위 1단계 추이확률행렬  $T$ 의 모든 부행렬의 정의에서 원소가 없는 곳은 전부 0을 나타낸다.

추이확률행렬  $T$ 는 유한(finite)하고, 재귀적(recurrent)이며, 불가분적(irreducible) 이고 비주기적(aperiodic)인 마코프 체인의 성질을 갖고 있으므로 정상 확률(long-run or stationary probability)  $\pi_i$ 를 다음과 같은 방정식 (Parzen; 1962)에 의해서 유일하게 얻을 수 있다.

$$\pi_i = \sum_j \pi_j P_{ji}, \text{ 모든 상태 } i \text{ 에 대하여,}$$

$$\sum_i \pi_i = 1,$$

단,  $P_{ji}$  는 상태  $j$  에서 상태  $i$  로 가는 1단계 추이확률이다.

윗 식을 이용하여 만들어진 연립방정식을 풀면 다음과 같은 OC곡선을 얻는다.

$$P_a(f_1, f_2, f_3; i_1, i_2, i_3) = 1 - Q \frac{A}{B}.$$

여기서,

$$A = \left\{ \frac{1-P^{i_1}}{P^{i_1+i_2}} + \frac{1-P^{i_2}}{P^{i_2}} + 1 \right\} C + 1,$$

$$B = \left\{ \frac{1-P^{i_1}}{P^{i_1+i_2}} + \frac{1}{f_1} \frac{1-P^{i_2}}{P^{i_2}} + \frac{1}{f_2} \right\} C + \frac{1}{f_3}$$

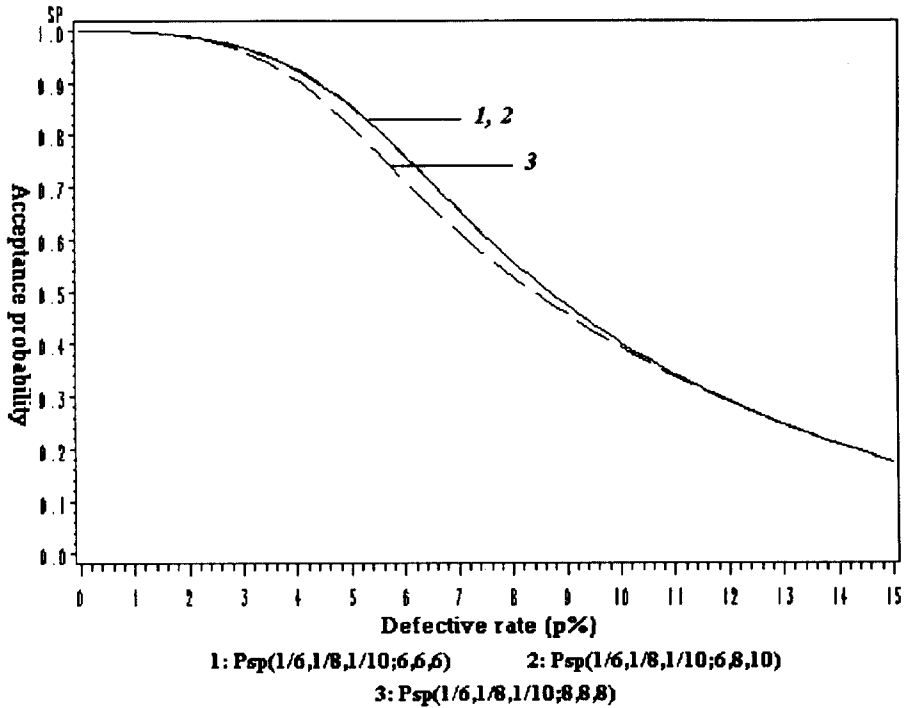
이고

$$C = \frac{1-f_2(1-P)}{P} \left\{ \frac{1-P(1-f_2)}{f_2 P} \right\}^{i_3} - 1$$

이다.

#### 4. 검사특성곡선의 비교 및 결론

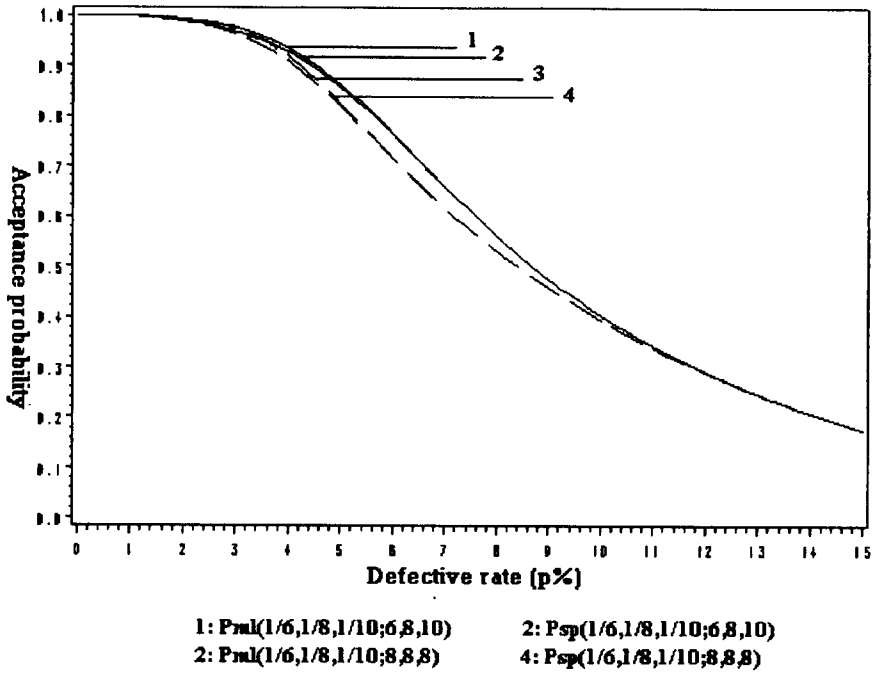
<그림 2>는  $n = 20$ ,  $c = 1$ 인 Reference 샘플링 검사계획에 따른 Split2-SkSP3의 OC 곡선들을 비교한 것이다.  $P_{sp}(1/6, 1/8, 1/10; 6, 6, 6)$ 은 곡선1을 나타내고, 곡선2는  $P_{sp}(1/6, 1/8, 1/10; 6, 8, 10)$ 을, 그리고 곡선3은  $P_{sp}(1/6, 1/8, 1/10; 8, 8, 8)$ 을 나타낸다. 여기서,  $P_{sp}(\cdot)$  는 샘플링 검사계획 Split2-SkSP3의 OC곡선이다.



<그림 2> 3단계 Split2-SkSP3에서의 OC 곡선의 비교

<그림 2>로부터, 다음과 같은 사실을 알 수 있다.

- (1) 연속적으로 합격될 로트 수( $i$ )들이 동일한 경우나 동일하지 않은 경우 모두, 제품의 불량률( $p$ )이 2% 이하로 낮아 품질이 우수할 때에는 로트가 합격될 확률이 거의 같아 생산자 위험이 별 차이가 없다.
- (2)  $i$ 가 동일하지는 않지만,  $i$ 들의 합이 같은 곡선 2와 곡선 3을 비교하면, 불량률이 2% 이상인 경우에는 로트가 합격될 확률이  $i$ 가 동일한 경우가  $i$ 가 동일하지 않은 경우보다 낮다.
- (3) 곡선 1과 곡선 2를 비교하면, 불량률이 2%와 6%이내에서는  $i$ 가 동일 하지 않은 경우보다  $i$ 가 6으로 동일한 경우가 로트가 합격될 확률이 약 0.001정도 높을 뿐 거의 차이가 없다.
- (4)  $i$ 가 6으로 동일한 곡선 2와 8로 동일한 곡선 3을 비교하면, 불량률에 무관하게  $i$ 가 클수록 로트가 합격될 확률이 더 낮다.



<그림 3> 3단계 Split2-SkSP3와 MLSkSP1의 OC 곡선 비교

<그림 3>은  $n = 20$ ,  $c = 1$ 인 Reference 샘플링 검사계획에 따른 3단계 MLSkSP1과 Split2-SkSP3의 OC곡선들을 비교한 것이다.  $P_m(1/6, 1/8, 1/10; 6, 8, 10)$ 은 곡선1을,  $P_{sp}(1/6, 1/8, 1/10; 6, 8, 10)$ ,  $P_m(1/6, 1/8, 1/10; 8, 8, 8)$ 은 각각 곡선2와 곡선3을, 그리고  $P_{sp}(1/6, 1/8, 1/10; 8, 8, 8)$ 은 곡선4를 나타낸다. 여기서  $P_m(\cdot)$ 은 3단계 MLSkSP1 샘플링 검사계획의 OC곡선이다.

<그림 3>으로부터, 다음과 같은 사실을 알 수 있다.

- (1)  $i$ 가 동일하지 않은 경우인 곡선 1, 2와  $i$ 가 동일한 경우인 곡선 3, 4의 경우를 각각 비교하면, 샘플링 검사계획 Split2-SkSP3이 샘플링 검사계획 MLSkSP1보다 로트가 합격될 확률이 더 낮다.



(2) 같은 샘플링 검사방식인 곡선 1, 3과 곡선 2, 4 를 각각 비교하면,  $i$ 가 동일한 경우에 로트가 합격될 확률이 더 낮다.

결론적으로, <그림 2>와 <그림 3>의 비교 결과를 종합하면,  $i_1$ ,  $i_2$ 와  $i_3$ 중 로트가 합격될 확률에  $i_1$ 의 영향이 크며  $i_1$ 이 클수록 로트가 합격될 확률이 낮게 된다. 제품의 불량률이 약 2% 이상인 로트는 받아들이지 않고 싶을 때는  $i$ 가 동일한 경우의 샘플링 검사 계획이  $i$ 가 동일하지 않는 경우의 샘플링 검사계획보다, 그리고 샘플링 검사계획 Split2-SkSP3이 샘플링 검사계획 MLSkSP1보다, 소비자위험을 줄이는 측면에서 바람직한 OC 곡선의 성질을 갖는다고 할 수 있다. 또한, Choi(1993)의 Figure 1 의 비교 결과(Reference 샘플링 검사계획)에 비추어 볼 때, 샘플링 검사계획 Split2-SkSP3이든 샘플링검사 계획 MLSkSP1이든 제품의 불량률이 약 2% 이하에서는 생산자 위험이 거의 같고 또 낮아서 품질이 우수한 제품의 샘플링 검사에 스킵-로트 샘플링 검사계획이 바람직한 성질을 갖는다고 할 수 있다.

### 참고문헌

- [1] Choi, B. (1993). Multi-Level Skip-Lot Sampling Plan, *The Korean Journal of Applied Statistics*, Vol. 6, 277-287.
- [2] Dodge, H. F. (1955). Skip-Lot Sampling Plan, *Industrial Quality control*, Vol. 11, 3-5.
- [3] Hess, J. L., and Kittleman, T. A. (1989). *Skip-Period Quality Control Plans to Assure Good Performance*, Du Pont Company.
- [4] Parzen, E. (1962). *Stochastic Processes*, San Francisco : Holden-Day.
- [5] Perry, R. L. (1973a). Skip-Lot Sampling Plans, *Journal of Quality Technology*, Vol. 5, 123-130.
- [6] Perry, R. L. (1973b). Two-Level Skip-Lot Sampling Plans --- Operating Characteristic Properties, *Journal of Quality Technology*, Vol. 5, 160-166.

## Three-Level Skip-Lot Sampling Plan Split by Two Stages

Byoung-Chul Choi, Eun-joo Lee<sup>2)</sup>

### Abstract

Three-level Skip-lot sampling plan split by two stages(Split2-SkSP) is proposed by modifying multi-level skip-lot sampling plan proposed by Choi(1993), which has normal and terrace inspections on the first and the second stages, respectively. The plan is designed to work more higher level inspections when the quality of the submitted products are good, otherwise, return to the normal or the terrace inspection as fast as possible. Also, the formula of the operating characteristic function for the split skip-lot sampling plan is derived using the Markov chain approach. Also, operating characteristic properties of the proposed plans are studied and graphically compared with those of the multi-level skip-lot sampling plans.

---

<sup>2)</sup> Department of Statistics, Chonbuk National University, Chonju, Chonbuk, 560-756, KOREA.