

● 論 文

순수 티타늄 판재의 피로균열 전파거동에 관한 연구

오 세 육* · 김 태 형** · 김 득 진*** · 임 만 배***
(95년 1월 16일 접수)

A study on Fatigue Crack Propagation Behavior with Pure-Ti Plate

Sae-Wook Oh · Tae-Hyung Kim · Deug-Jin Kim · Man-Bae Lim

Key Words : Anisotropy(○방성), Fatigue crack propagation behavior(피로균열진전거동), Fatigue crack opening-closing behavior(피로균열 개·폐구 거동), Effective stress intensity factor range(유효응력확대계수폭), Fracture ductility(파단연성), Forward plastic zone(전방 소성역), Reversed plastic zone(역 소성역)

Abstract

The effect of different anisotropy and stress ratio on fatigue crack propagation behavior was investigated under various stress ratio($R=-0.4, -0.2, 0.2, 0.4$) using pure titanium sheet used in aerospace, chemical and food industry. The crack closure behavior under constant load amplitude fatigue crack propagation test was examined.

Fatigue crack propagation rate da/dN was estimated in terms of effective stress intensity factor range, ΔK_{eff} , regardless of various stress ratio but was influenced by anisotropy. Also, it was found that the effect of anisotropy was considerably decreased but still not negligible when the da/dN was evaluated by a conventional parameter, $\Delta K_{eff}/E$ and when the modified $da/dN \cdot \sqrt{\varepsilon_f}$ was evaluated by $\Delta K_{eff}/E$.

On the other hand, da/dN could be evaluated uniquely by effective new parameter, $\Delta K_{eff} / \sigma_{ys}$, regardless of anisotropy, as in the following equation.

$$da/dN = C^* \left[\frac{\Delta K_{eff}}{\sigma_{ys}} \right]^n$$

* 정희원 동아대학교 공과대학 기계공학과

** 정희원 동아대학교 생산기술연구소

*** 동아대학교 대학원

And effective stress intensity factor range ratio, U was estimated by the following equation with respect to the ratio of reversed plastic zone size, Δr_p , to monotonic plastic zone size, r_p regardless of stress ratio and anisotropy.

$$U = -4.45(\Delta r_p/r_p)^2 + 4.1(\Delta r_p/r_p) + 0.245$$

1. 서 론

1952년부터 구조용 재료로 사용되고 있는 순수 티타늄(Pure Ti) 및 티타늄 합금(Ti Alloys)은 중량비에 대한 강도가 높고, 내식성이 뛰어나며 고온에서 특성이 높아 그 특수한 성질을 이용하여 식품 및 화학공업 그리고 최근에는 우주항공공업에 유용하게 사용되고 있다. 또한 이들 재료에 대한 새로운 용도는 계속적으로 개발·발견되고 있는 실정으로 이에 따른 피로파괴현상에 대한 연구가 필수적으로 이루어져야 할 것으로 생각된다. 그러나 티타늄 합금에 관하여는 Crichtlow, W. J.¹⁾와 Ruppen, J.²⁾ 등 많은 연구자들에 의해 연구가 수행되었지만 순수 티타늄에 대한 연구^{3),4)}는 매우 미비한 상태이다.

피로균열 진전거동에 영향을 미치는 대표적인 인자로는 평균응력, 응력비, 잔류응력, 재료의 기계적 성질, 환경요인, 변동하중 등이 알려져 있다.^{5),6)} 피로균열 진전거동은 이들 인자들의 영향에 따라 각각 다른 거동을 보이고 있으며, 이들의 영향을 최소화하여 피로균열 진전속도를 일의적으로 평가할 수 있다면 구조물의 피로수명을 예측하는 데 크게 기여할 것으로 기대되어 많은 연구가 이루어지고 있다.^{7)~11)} 특히, Elber⁷⁾는 균열단 힘 개념을 고려한 유효응력학대계수폭(ΔK_{eff})를 제안하여 응력비의 영향을 크게 감소시켰다. 또한, Kobayashi 등⁸⁾과 Vsami 등⁹⁾은 재료의 영향을 감소 기킬 목적으로 $\Delta J/\sigma_{ys}$ 와 $\Delta K/E$ 를 각각 도입함으로서 재료에 따른 피로균열 진전속도의 차이를 크게 감소시켰으며, 菊川 등¹⁰⁾은 재료의 파단연성(ϵ_f)과 종탄성계수(E)를 도입한 함수로 피로균열 진전속도를 평가하여 재료의 영향을 줄일 수 있음을 밝혔다. 그러나 이에 대한 정확한 미시적

기구는 밝혀져 있지 않은 상태이며, 특히 실제 구조물의 설계시 충분히 고려되어야 할 이방성의 영향에 대해서 언급하지 않고 있어 이에 대한 연구도 함께 이루어져야 할 것으로 생각된다.

본 연구에서는 공업용 순수 티타늄판재를 사용하여 피로균열 진전속도 및 피로균열 단침거동에 미치는 재료의 이방성과 응력비의 영향을 조사하기 위하여 시험편을 압연 및 직각방향으로 채취한 후 응력비를 변화시켜 일정응력 진폭실험 및 피로균열 개·폐구거동실험을 실시하였다. 이러한 실험을 통해 재료의 기계적 성질중 항복강도(σ_{ys})와 ΔK_{eff} 를 새로운 파라미터로 이용함으로서 피로균열 진전속도에 대한 응력비 및 이방성의 영향을 감소 또는 소멸시킬 수 있는 새로운 피로균열 진전속도 평가식을 제안하였으며, 기존의 피로균열 진전속도 평가식과 비교·고찰하여 유용성을 확인하였다.

2. 실험장치 및 방법

2-1. 실험재료 및 시험편

본 연구에서 사용한 재료는 항공기 산업과 화학 및 식품공업에 널리 사용되고 있는, 두께가 3mm인 상용 순수 티타늄판재이며, 그 화학적 성분과 기계적 성질은 각각 Table 1 및 Table 2와 같다.

Fig. 1은 본 시험에 사용되어진 시험편의 형상 및 치수를 나타낸 것이며, T-L방향 및 L-T방향으로 각각 채취하여 실제 여러구조물의 피로파괴 장소로 자주 거론되고 있는 리벳이나 볼트 등의 구멍을 가상한 중앙원공인장시험편(center-cracked-tension)형태로 ASTM E647-91¹²⁾의 규정에 따라 가공하였다.

Table 1. Chemical compositions of pure-Ti(wt.%)

material	H	O	N	Fe	C	Ti
Pure-Ti	0.001	0.01	0.01	0.01	0.01	Bal.

Table 2. Mechanical properties of pure-Ti

material	direction	yield strength σ_{ys} (MPa)	tensile strength σ_b (MPa)	elongation ϵ (%)	fracture ductility ϵ_f (%)	Young's modulus E(GPa)
Pure-Ti	T-L	258	362	54.5	103.4	101.94
	L-T	328	406	53.1	114.0	109.82

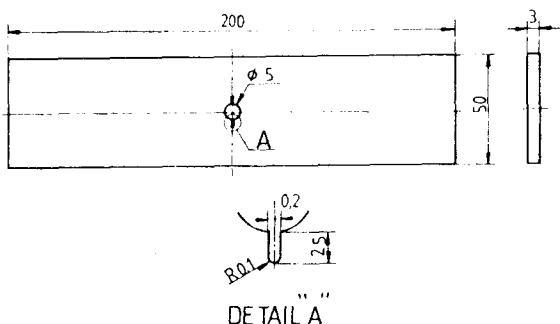


Fig. 1 Geometry and dimensions of test specimen(unit : mm)

2-2. 실험장치 및 방법

본 피로실험에서 사용한 시험기는 전기유압 서보식 피로시험기(INSTRON model 1331, 10ton)로써 수행하였다. 실험조건은 상온·대기 중에서 주파수 10~20Hz, 삼각파형, 하중제어(load control) 방식으로 하였으며, 균열 길이측정은 두 대의 이동식 망원현미경($\times 25$)을 사용하여 양측면에서 균열의 진전단계를 고려한 일정 반복수 간격으로 측정하여 피로균열 진전속도(da/dN)을 산출하였다. 그리고 응력부하는 $R=-0.4, -0.2, 0, 0.2, 0.4$ 인 5종류의 응력비에 대하여 최대응력 $\sigma_{max}=68.7$ MPa로 최소응력을 변화시키는 방식을 채택하였다.

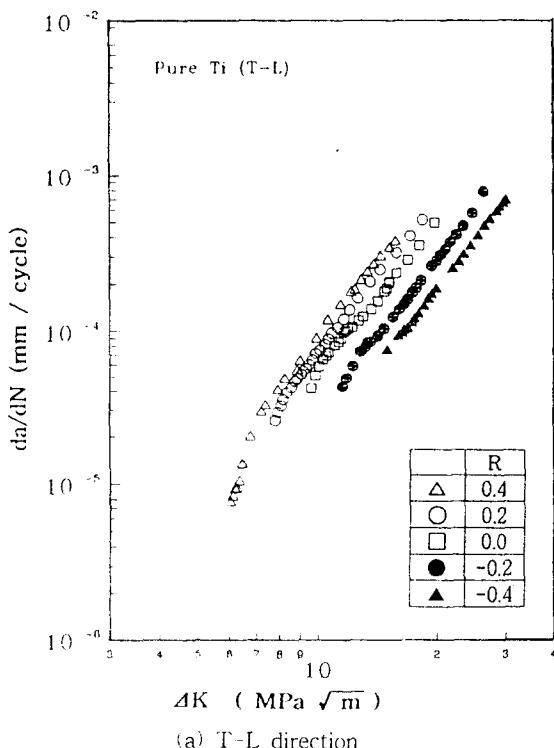
응력확대계수폭(ΔK)의 계산은 ASTM E647-

91^[2]에 의거하여 계산하였으나 압축응력이 부가되는 $-0.4 \leq R \leq 0$ 인 범위에서는 압축응력도 포함하여 계산하였다. 그리고 피로균열 진전속도(da/dN)와 응력확대계수폭(ΔK)과의 관계는 7점증분 다항식 방법(seven point incremental polynomial method)을 사용하여 양대수지에 정리하였으며, 유효응력확대계수폭(effective stress intensity factor range) ΔK_{eff} 를 구하기 위한 피로균열개·폐구거동의 평가는 스트레인계이지를 사용하여 탄성 컴플라이언스(elastic compliance)법^[3]으로 실시하였다.

3. 실험결과 및 고찰

3-1. 피로균열 진전속도 평가

Fig. 2 (a), (b)는 두 방향에 대한 ΔK 와 da/dN과의 관계를 각 응력비 R 에 대하여 나타낸 것으로



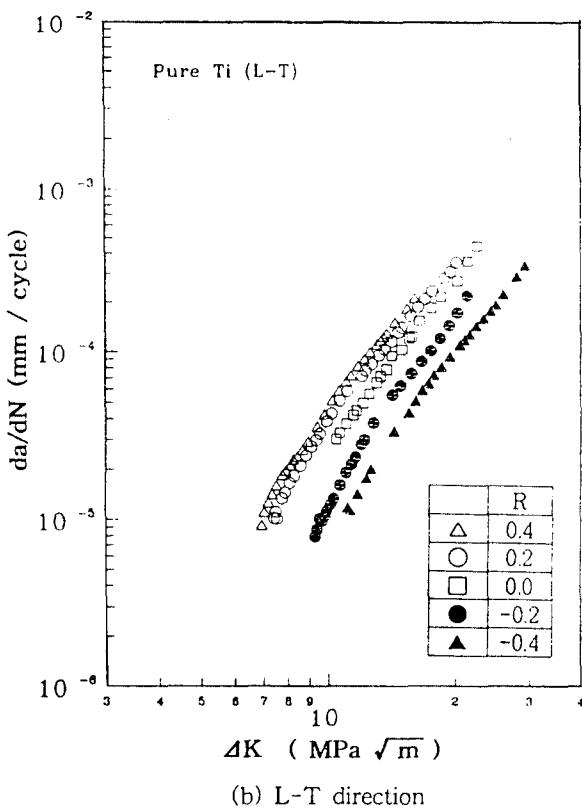


Fig. 2 The fatigue crack growth rate(da/dN) as a function of the stress intensity factor range(ΔK) under the constant maximum stress $S_{max}=68.7\text{MPa}$ for Pure Ti

응력비의 영향이 뚜렷함을 알 수 있다. 즉, 전 응력비($-0.4 \leq R \leq 0.4$)에 대하여 응력비가 증가할수록 진전속도도 증가함을 알 수 있었으며, 이러한 거동은 다음과 같이 설명할 수 있다. 피로균열 진전구동력은 외부응력과 내부인장 잔류응력의 합이 되며, 응력부하시 균열선단에 발생되는 소성역내의 압축잔류응력은 피로균열 진전을 방해하는 작용을 하는 것으로 알려져 있다.¹¹⁾ 따라서, 응력비가 높을수록 부하과정에 발생하는 인장소성역내에 발생하는 압축잔류응력이 낮아지기 때문에 응력비가 높을수록 진전속도가 빨라질 것으로 생각된다.

3-2. 피로균열 개·폐구거동

Fig. 3은 피로균열 선단표면에서 스트레인 케이지에 의하여 측정된 균열단침점으로 계산한 ΔK_{eff} 에 대한 피로균열 진전속도를 나타내었다. Fig. 3에서 알 수 있듯이 두 방향 모두에서 피로균열 진전속도를 일의적으로 평가할 수 있어 응력비의 영향을 감소 또는 소멸시키는 ΔK_{eff} 의 역학적 유효성을 확인할 수 있었다. 그러나 이방성의 영향은 여전히 존재하여 T-L방향의 진전속도가 L-T방향보다 빠르게 나타났다. 이러한 현상은 응력비의 변화 및 이방성의 영향으로 인한 피로균열 선단에서의 잔류응력의 차이로 인한 것으로 생각된다. 즉, 잔류응력의 차이에 따른 균열단침점의 차이에 기인한 것으로 사료된다. 이는 피로균열 개·폐구거동을 나타내는 대표적인 파라미터(U , U_t , λ)를 응력비에 대하여 정리하여 각 방향에 대하여 나타낸 Fig. 4를 보면 잘 알 수 있다. 여기서 U , U_t , λ 는 각각 유효 응력확대계수비, 가상유효 응력확대계수비 그리고 피로균열 개·폐구 응력확대비로써 그 정의는 전보^[5]를 참조하기 바란다.

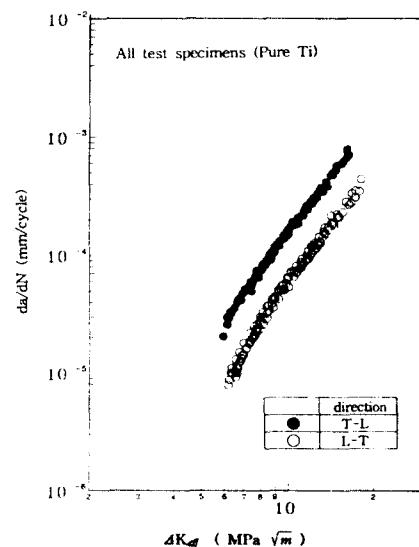


Fig. 3 The fatigue crack growth(da/dN) as a function of the effective intensity factor range(ΔK_{eff}) in all test specimens

Fig. 4에서 보는바와 같이 이방성 및 응력비가 피로균열 개·폐구거동에 영향을 미침을 알 수 있다. 즉 λ 는 T-L방향보다 L-T방향보다 높게 나타났으며, U 와 U_f 는 L-T방향이 T-L방향보다 높게 나타났다. 이러한 거동은 L-T 방향이 압연가공시 하중작용 방향과 동일한 압연방향으로 가공경화되어 피로하중 부가시 발생되는 소성역의 크기가 T-L방향에 비해 작게 형성되므로 피로균열 단힘 하중이 낮게 나타나기 때문일 것으로 생각된다. 또한 전체하중중 인장하중진폭만에 대한 U 값의 경우 $R \geq 0$ 의 범위에서는 응력비의 증가에 따라 증가하지만 $R \leq 0$ 의 범위에서는 오히려 감소하는 현상을 보여주며, 증가율은 $R \leq 0$ 의 경우가 $R \geq 0$ 의 경우에 비하여 더욱 완만해짐을 보여준다. 그러나 압축하중을 포함한 전체 하중진폭에 대한 U_f 와 λ 는 전응력비 구간에서 응력비 증가와 더불어 증가함을 보였다. 이러한 거동은 균열단힘의 거동이 보이지 않은 임계응력비(critical stress ratio : R_c)가 존재함을 보여주는 것으로 응력비의 증가에 따라 ΔK 값이 ΔK_{th} 부근에 근접하거나 또는 K_{max} 값이 평면파괴인성값 K_{IC} 에 근접하게 되므로서 균열

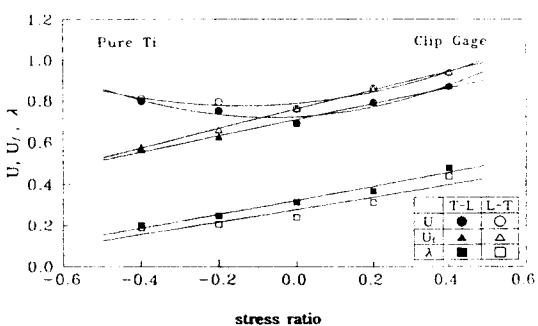


Fig. 4 The relationship of U , U_f , λ with respect to stress ratios for Pure-Ti

단힘현상이 소멸됨을 보여준다. 따라서 본 실험에서 측정된 U , U_f , λ 를 응력비만의 함수로 다음과 같이 나타낼 수 있었다.

식(1)과 (2)는

$$\left. \begin{aligned} U &= 0.73R^2 + 0.09R + 0.72 \\ U_f &= 0.30R + 0.71 \\ \lambda &= 0.34R + 0.322 \end{aligned} \right\} \text{(Pure-Ti, T-L 방향)} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} U &= 0.57R^2 + 0.16R + 0.79 \\ U_f &= 0.46R + 0.76 \\ \lambda &= 0.30R + 0.27 \end{aligned} \right\} \text{(Pure-Ti, L-T 방향)} \quad (2)$$

3-3. 균열단힘과 역소성역의 관계

균열단힘현상중 소성유기형에 의한 균열단힘은 피로균열선단에 발생하는 소성역에 의해 발생되며, 피로하중 부하과정에 발생되는 단조 소성역(monotonic plastic zone)과 거의 같은 크기의 전방 소성역(forward plastic zone)은 균열단힘에 실질적으로 영향을 미치지 못하되, 제하과정시 전방 소성역내에 발생되는 역 소성역(reversed plastic zone) 또는 반복 소성역(cyclic plastic zone)이 균열단힘을 유기한다. 따라서, 유효응력확대계수폭비 U 와 역소성역 Δr_p 의 관계를 규명한다면 소성유기형 균열단힘현상을 이해하는데 크게 기여할 것으로 생각된다.

소성역의 크기에 대하여 Rice¹⁶⁾는 국부소성응력이 항복강도와 일치하는 균열선단 전방의 길이로서 Dugdale¹⁷⁾의 strip-yield model과 같은 방법으로 계수 $1/\pi$ 대신 $\pi/8$ 를 사용하여 다음과 같은식을 유도하였다.

$$\gamma_p = \frac{1}{\pi} \left[\frac{K_{max}}{\sigma_{ys}} \right]^2 \quad (3)$$

또한, 역소성역 Δr_p 의 크기는 (4)식과 같이 표시하였다.

$$\gamma_p = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\Delta K}{2\sigma_{ys}} \right]^2 = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{K_{max}}{\sigma_{ys}} \right]^2 \quad (4)$$

그러나 위의 식들은 모두 평면응력상태의 경우이며, 평면변형률의 경우는 평면응력상태의 값의 $1/3\alpha$ 된다. 또한 McClung¹⁸⁾는 균열단힘을 고려하여 ΔK 대신에 ΔK_{eff} 를 이용하여 (5)식과 같은 식

을 유도하였으며, 응력상태(평면응력 및 평면변형률)를 무시할 수 있는 $\Delta \gamma_p/\gamma_p$ 와 U와의 관계를 (6)식과 같이 유도하였다.

$$\frac{\Delta \gamma_p}{\gamma_p} = [-\frac{U}{2 - (1-U)\sigma_{max}/\sigma_{vs}}]^2 \dots (6)$$

이러한 연구결과들을 분석해 보면 항복강도와 전방 및 역소성역 그리고 유효응력확대계수폭비와는 반드시 어떠한 함수관계를 가짐을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 재료의 고유물성치인 항복강도의 함수인 소성역크기 변화에 따른 유효응력확대계수폭비의 변화를 규명한 결과 Fig. 5와 같은 결과를 보였다. 즉, 유효응력확대계수비 U 에 대한 $\Delta \gamma_p/\gamma_p$ 와의 관계를 나타낸 것으로 응력비나 재료의 영향이 완전히 소멸되어 U 값을 일의적으로 평가할 수 있었다.

그 관계식은 (7)식과 같으며 이 식을 이용한다면 U 값을 이론적으로 구할 수 있음을 알 수 있으며 이 식이 구조물의 압전설계에 있어서 재료의

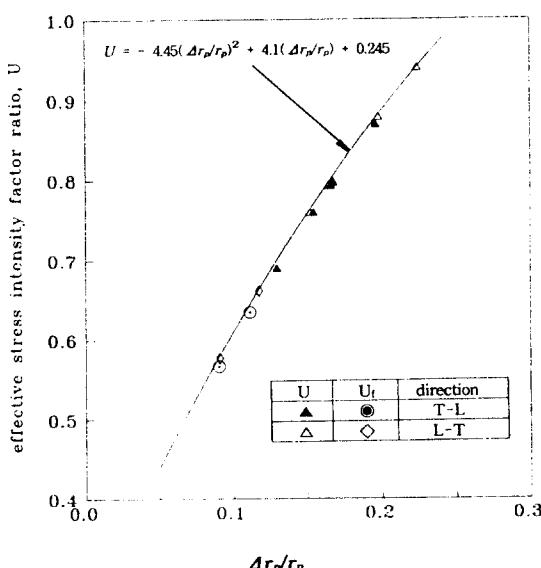


Fig. 5 The relationship between J' and $\Delta\gamma_{\alpha}/\gamma_{\alpha}$

선택이나 파로수명측정에 기여할 수 있을 것으로 생각된다.

$$U = -4.45(\Delta r_p/r_p)^2 + 4.1(r_p/r_p) + 0.245 \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

3-4. 기계적 성질과 파로균열 진전속도

Fig. 6는 기계적 성질중 피로균열 진전속도에 가장 큰 영향을 미치는 것으로 알려져 있는 종탄성계수(E)를 도입하여 피로균열 진전속도를 $\Delta K_{eff}/E$ 함수로 정리한 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 이방성에 대한 피로균열 진전속도의 차이는 여전히 존재하였다. 이러한 거동은 종탄성계수의 차이가 두 방향에 대하여는 거의 없어 이방성에 대한 피로균열 진전속도에 영향을 미치지 못하기 때문일것이다. 따라서 종탄성계수의 차이로써 피로균열 진전속도의 차이를 설명하는 경우, 단지 재료에 대해서만 유용할 뿐 이방성에 대하여는 다소의 문제가 있음을 알 수 있다. Fig. 7은 城野政弘 등^[11]이 도입하였던 재료의 파단연성(ϵ_f)과 종탄성계수를 이용하여 피로균열 진전속도를 재정리하였다. 이 경우 $\Delta K_{eff}/E$ 함수로서 정리하였을 때보다 두 방향의 피로균열 진전속도 차이를 감소시켜 城野政弘 등^[11]의 주장에 부합하는 결과를 보였지만 그 차이는 여전히 존재하여 $\sqrt{\epsilon_f} \cdot (da/dN)$ 와 $\Delta K_{eff}/E$ 의 함수로서 피로균열 진전속도에 이방성의 영향을 소멸시키는데는 다소 무리가 있음을 알 수 있다. 즉, 기계적 성질중 종탄성계수와 파단연성으로서 피로균열 진전속도를 평가하는 경우는 재료의 피로균열 진전속도의 차이를 줄이는 유효성을 갖지만 이방성을 고려한다면 그 유효성은 의미가 없음을 알 수 있다. 따라서 이방성의 영향을 감소 또는 소멸시켜 피로균열 진전속도를 일의적으로 평가하기 위해서는 다른 인자가 필요한 것으로 생각된다. 이러한 관점에서 Table 2의 기계적 성질중 두 방향에 대하여 충분한 차이를 보이는 항복강도가 이러한 문제를 해결해 줄 것으로 기대되어 항복강도를 고려한 $\Delta K_{eff}/\sigma_y$ 의 함수로서 피로균열 진전속도를 평가한 결과 Fig. 8과 같은 거동을 보

였다. 그림에서 보는 바와 같이 피로균열 진전속도에 대한 재료의 이방성이 영향이 거의 소멸되어 피로수명 예측을 이방성에 관계없이 일의적으로 평가할 수 있게 하였다. 이러한 결과는 항복강도가 피로균열 진전저항에 직접적으로 영향을 미치는 것을 증명해 주는 결과이다. 따라서 이에 대한 기구해석과 보다 많은 재료에 대한 연구결과가 누적되어야 할 것으로 생각된다.

본 실험에 사용된 재료에 대한 피로균열 진전속도는 다음과 같은 변형된 Paris식으로 일의적으로 추정할 수 있다.

$$\frac{da}{dN} = C'' \left[\frac{\Delta K_{eff}}{\sigma_{ys}} \right]^n \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

여기서, C'' , n'' 는 재료 또는 피로균열 진전속도 영역 등으로 결정되는 상수이며, 본 연구에서의 그 값은 $C'' = 5.6 \times 10^4$, $n'' = 5.57$ 이었다.

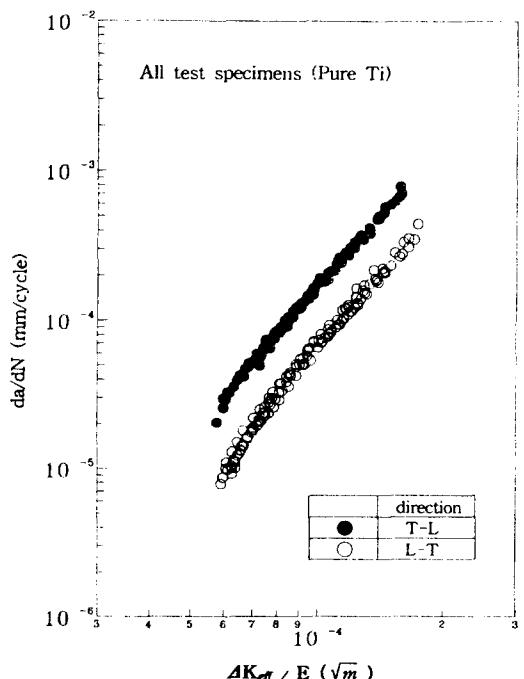


Fig. 6 $da/dN - \Delta K_{eff}/E$ curves showing the effect of Young's modulus E on the fatigue crack growth rate

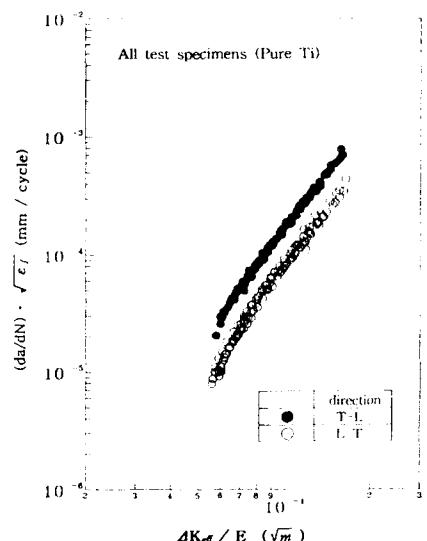


Fig. 7 $\sqrt{\epsilon_f} \cdot (da/dN) - \Delta K_{eff}/E$ curves showing the effect of fracture ductility, ϵ_f , Young's modulus, E , on the fatigue crack growth rate

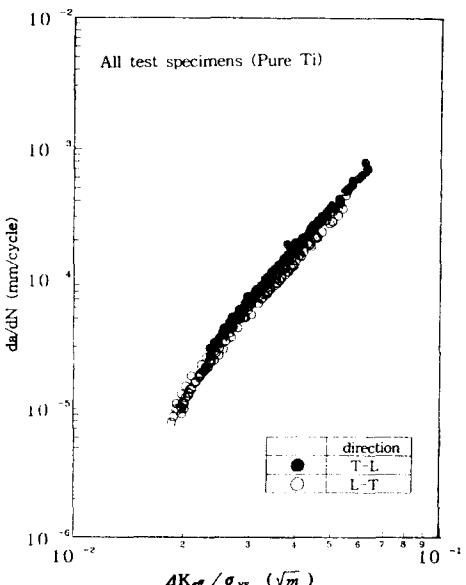


Fig. 8 $da/dN - \Delta K_{eff}/\sigma_{ys}$ curves showing the effect of yield strength, σ_{ys} , on the fatigue crack growth rate

4. 결 론

본 결론은 재료의 기계적 성질이 피로균열 진전 특성에 미치는 영향을 규명하기 위한 연구로서 공업용 순수 티타늄판재를 이용하여 기계적 성질 및 이방성이 피로균열 진전특성에 미치는 영향과 응력비의 영향을 알아보기 위해 T-L 및 L-T의 두 방향으로 채취하여 일정응력 진폭실험 및 피로균열 개·폐구거동실험을 실시하였다. 그 결과는 다음과 같다.

1. 피로균열 진전속도를 유효응력확대계수폭 ΔK_{eff} 로써 평가할 경우 피로균열 진전속도를 응력비에 관계없이 재료와 방향별로 일의적으로 평가되었다.
2. 유효응력확대계수폭비 U 는 역 소성역 $\Delta \gamma_p$ 에 대한 단조소성역 γ_p 의 비로 평가하는 경우 응력비 및 방향에 관계없이 다음과 같은 식으로 평가할 수 있었다.

$$U = -4.45(\Delta \gamma_p / \gamma_p)^2 + 4.1(\Delta \gamma_p / \gamma_p) + 0.245$$

3. 기존의 파괴역학 파라미터인 $\Delta K_{eff}/E$ 로 피로균열 진전속도를 평가한 결과 피로균열 진전속도는 방향의존성을 보여 일의적으로 평가할 수 없었다. 또한, 기존의 평가방법의 하나인 $da/dN \cdot \sqrt{\epsilon_f} \cdot -\Delta K_{eff}/E$ 로 정리하여 본 결과 및 이방성 영향은 상당히 감소하나 그 영향은 여전히 존재하였다.

4. 새롭게 제안된 평가 파라미터 $\Delta K_{eff}/\sigma_{ys}$ 로 피로균열 진전속도를 정리한 결과 이방성에 관계없이 진전속도를 다음과 같이 일의적으로 평가할 수 있어 대단히 유효한 피로균열 진전속도실험식임을 확인하였다.

$$da/dN = C'' [\Delta K_{eff}/\sigma_{ys}]^{n''}$$

참 고 문 헌

- 1) Crichlow, W.J. and Well, R.H., "Crack Propagation and Residual Static Strength of

- Fatigue-Cracked Titanium and Steel Cylinders," ASTM STP 415, pp. 25~70, 1967.
- 2) Ruppen, J., Bhowal, P., Eylon, D., and McEvily, A. J., "On the Process of Subsurface Fatigue Crack Initiation in Ti-6Al-4V," ASTM 675, pp. 47~68, 1979.
 - 3) Walker, H. and Beevers, C. J., "A Fatigue Crack Closure Mechanism in Titanium", Fatigue of Eng. Materials and Structures, Vol. 1, No. 2, pp. 135~148, 1979.
 - 4) 小川武史, 戸梶惠郎, 龜山宣克, “純チタンの疲労き裂進展特性”, 材料, 第38卷 第432號, pp. 1026~1032, 1988.
 - 5) Tanaka, K., Hoshida, T. and Nakata, M., "Elastic-Plastic Crack Propagation under High Cyclic Stresses", ASTM STP 803, P. 707, 1983.
 - 6) 田仲啓介, 中村研, 星出敏彦, 仲田摩智 “疲労破壊革性(R_F 曲線)”, 日本機械學會講演論文集, No. 814-2, p. 77, 1981.
 - 7) Elber, W., "The Significance of Fatigue Crack Closure", ASTM STP 486, Damage Tolerance in Aircraft Structures, pp. 230~242, 1971.
 - 8) Kobayashi, H., Naakmura, H. and Nakazawa, H., "Mechanics of Fatigue Crack Growth : Comparison Between Fatigue and Ideal Cracks", Mechanics of Materials edit by Mura, T., ASTM AMD, Vol. 47, p. 133, 1981.
 - 9) Usami, S., "Application of Threshold Cyclic-Size Criterion to Some Fatigue," Fatigue Threshold, Backlund, J., Blom, A.F. and Beevers, C. J. edited EMAS Publ. England, 1981.
 - 10) 菊川眞, 城野政弘, 田中建一, 高谷勝, “除荷弹性コンプライアンス法による低進展速度領域における材料の疲労き裂進展抵抗とき裂開閉口挙動の測定”, 材料, 第25卷, 第276號, pp. 899~903, 1976.

- 11) 城野政弘, 宋智浩, 大垣雅田, 三上省二, “機械構造用材料の疲労き裂進展抵抗とき裂開閉口挙動”, 材料, 第33卷, 第367號, pp. 468~474, 1983.
- 12) ASTM E647-91, “Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates”, ASTM, 1991.
- 13) 菊川眞, 城野政弘, 田中建一, 高谷勝, “除荷弹性コンプレカанс法による低進展速度領域における材料の疲労き裂進展抵抗とき裂開閉口挙動測定”, 材料, 第25卷, 第276號, pp. 899~903, 1976.
- 14) 渕見克敏, “タフトライド熱処理鋼の疲れ破壊に関する研究”, 日本機械學會論文集, 第38卷第310號, pp. 989~995, 1972.
- 15) 오세육, 강상훈, 허정원, 김태형, “7075-T735 Al합금의 피로균열 진전속도와 정류거동에 미치는 응력비의 영향”, 한국해양공학회지, 제6권 제1호, pp. 131~139, 1992.
- 16) Rice, J. R., “Mechanics of Crack Tip Deformation and extension by fatigue”, ASTM STP 415, pp. 247~309, 1967.
- 17) Dugdale, D. S., “Yielding of Steel Sheets Containing Slits”, J. Mech. Phys. Sol., 8, p. 100, 1060.
- 18) McClung, R. C., “Crack Closure and Plastic Sizes in Fatigue”, Fatigue of Eng. Materials and Structures, Vol. 14, No. 4, pp. 455~468, 1991.