

● 論 文

# 인장계류식 해양구조물의 동적응답해석 (I)<sup>+</sup>

구 자 삼\* · 김 진 하\*\* · 이 창 호\*\*\*

(95년 1월 16일 접수)

## A Dynamic Response Analysis of Tension Leg Platforms in Waves (I)

Ja-Sam Goo\* · Jin-Ha Kim\*\* · Chang-Ho Lee\*\*\*

**Key Words** : Dynamic Response(동적응답), Tension Leg Platform(인장계류식 해양구조물), Three Dimensional Source Distribution Method(3차원 특이점분포법), Structural Damping(구조감쇠), Structural Response(구조응답), Motion Response(운동응답), Hydrodynamic Interaction(유체상호간섭)

### Abstract

A numerical procedure is described for predicting the motion and structural responses of tension leg platforms(TLPs) in waves. The developed numerical approach is based on a combination of a three dimensional source distribution method and the dynamic response analysis method, in which the superstructure of TLPs is assumed flexible instead of the rigid body assumption used in two-step analysis method. Both the hydrodynamic interactions among TLP members, such as columns and pontoons, and the structural damping are included in the motion and structural analyses. The equations of motion of a whole structure are formulated using element-fixed coordinate systems which have the origin at the node of the each hull element and move parallel to a space-fixed coordinate system. Numerical results are compared with the experimental and numerical ones, which are obtained in the literature, concerning the motion and structural responses of a TLP in waves. The results of comparison confirmed the validity of the proposed approach.

+ 이 논문은 1994년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구된 결과의 일부임.  
\* 정회원, 부산수산대학교 선박공학과  
\*\* 부산수산대학교 선박공학과 대학원  
\*\*\* 정회원, 부산수산대학교 선박공학과 대학원

## 1. 서 론

최근 육상자원의 고갈과 공간부족으로 대수심역 해양공간이용 및 해저자원 개발의 필요성이 점점 증가되고 있는 추세이다. 최근의 해양개발은 심해로 그 관심을 돌리고 있으며 21세기의 새로운 해저자원 개발은 대부분 500 m 이상의 심해에서 이루어질 것으로 예상되며, 인장계류식 해양구조물(TLP)은 이러한 심해의 석유자원의 시추 및 생산을 위한 대표적인 구조물이다<sup>1)</sup>.

파랑중의 TLP의 전체구조응답 평가법으로서 통상의 반잠수식 해양구조물의 구조응답 해석법인 소위 2단계 해석법은 구조물의 탄성응답에 대한 영향을 무시하고 있다. 그래서 초기단계에서 전체 구조를 탄성체로서 동적으로 취급하는 소위 탄성응답 해석법이 필요하게 된다. 대표적으로 *Yoshida* 등<sup>2),3)</sup>은 반잠수식 해양구조물 및 TLP의 탄성응답 해석법에 의한 전체 구조응답 해석법을 개발하였다. 그러나 이들의 탄성응답 해석법은 세장체 가정에 근거를 두는 유체력의 근사평가 및 구성부재간의 유체역학적인 상호간섭을 무시하는 것에 의해 성립되고 있다.

그래서, *具* 등<sup>4)~6)</sup>은 최근 3차원 특이점 분포법<sup>4)~6)</sup>과 기존의 탄성응답 해석법<sup>3)</sup>을 결합하는 것에 의해 유체력의 정밀평가 및 구성부재간의 유체역학적인 상호간섭을 고려할 수 있는 규칙파중에서의 TLP의 탄성응답 해석법을 개발하였다<sup>7)</sup>. 이 해석법은 구조물을 다수의 외각요소(hull element)로 분할하고 개개의 외각요소는 강체로 가정하여 각 외각요소간의 유체역학적인 상호간섭을 고려하고 있으며, 각 외각요소의 중앙점을 절점으로 하고 이들 절점을 탄성 보요소로 연결하고 유한요소법에 의해 정식화를 행하여 동적응답을 구하는 방법이다.

그러나 *Yoshida* 등<sup>3)</sup>의 TLP의 탄성응답 해석법과 *具* 등<sup>7)</sup>의 3차원 특이점 분포법을 이용한 TLP의 탄성응답 해석법은 개개의 외각요소의 절점에 원점을 가지고 부재의 변위(병진변위 및 회전변위를 포함)에 따라 이동하는 물체고정 좌표계를 기준으로 운동방정식의 정식화가 이루어지고 있으므로 부재의 회전변위에 의한 좌표계간의 불일치

를 초래한다. 또한, 구조감쇠를 무시하고 있으므로 구조감쇠의 영향을 평가할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 이러한 점을 보완하기 위하여 공간고정 전체좌표계와 평행한 새로운 물체고정 좌표계(물체의 병진변위에 따라 이동)를 선정하여 이 좌표계를 기준으로 운동방정식을 정식화하고 구조감쇠를 고려한 TLP의 장력변동, 운동응답 및 구조내력응답을 평가하여 *具* 등<sup>7)</sup>의 방법에 의한 계산치 및 *Fukuoka*에 의한 실험치<sup>8)</sup>와 비교·검토 하였다.

## 2. 이론 해석

### 2.1 기본가정 및 좌표계

탄성응답 해석법에 의해 TLP의 구조응답을 해석하기 위한 기본가정은 다음과 같다.

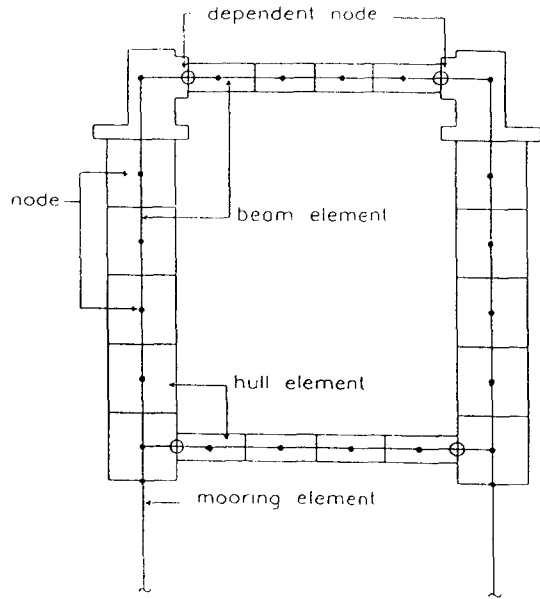


Fig. 1 Element subdivision of the Tension leg platform

- (1) 상부구조는 3차원 골조 선형 탄성구조로 한다.
- (2) 입사파는 미소진폭의 규칙파로 하고, 유체는 비압축성, 비점성으로 하고, 유체의 운동은 비회전인 것으로 한다.

- (3) 각각의 평형위치에 대해 응답은 미소진폭의 조화진동으로 한다.
- (4) 자유표면은 모든 방향으로 무한히 펼쳐져 있는 것으로 하고, 수심이 유한인 경우에는 수심을 일정으로 한다.
- (5) 계류부재에 작용하는 중력, 관성력, 유체력은 무시할 수 있고, 오직 축방향의 힘만이 계류력으로서 상부구조에 작용한다.
- (6) 모든 계류부재는 이완상태가 되지 않도록 충분한 초기 장력을 갖는다.

전체구조를 Fig. 1 과 같이 요소로 분할하고, 각 요소는 그 역할에 따라 다음의 3종류로 분류한다.

- (1) 형상,크기,질량을 가지고, 외력을 받으며 강체로서 거동하는 외각요소 ( hull element )
- (2) 상부구조의 계류점에 계류력을 작용시키는 계류요소 ( mooring element )
- (3) 탄성체로서 외각요소의 절점이나 계류점을 연결하는 보요소 ( beam element )

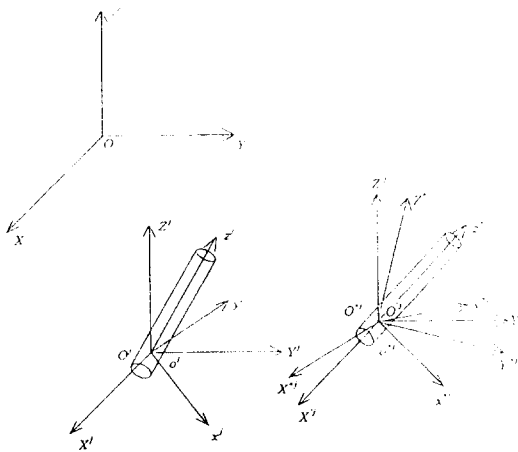


Fig. 2 Coordinate Systems

운동방정식의 정식화에 있어서는 Fig. 2 와 같은 6종류의 좌표계를 사용하는데, 공간 고정 기준 좌표계  $O-XYZ$  는 원점  $O$  가 정수면 아래 거리  $d$  만큼 떨어진 곳에 위치하며,  $XY$ -평면은 정수

면에 평행하고,  $Z$  축은 윗방향을 양으로 한다.

나머지 5개의 좌표계는, 정적 평형 상태에서  $j$  번째 부재 절점에 원점을 가지고  $O-XYZ$  좌표계에 평행한 공간고정 전체 좌표계  $O^j-X^jY^jZ^j$ , 부재의 축방향으로  $z^j$ 을 가지고,  $x^jz^j$ -평면이 연직으로 되는 공간고정 국소좌표계  $o^j-x^jy^jz^j$ , 정적 평형상태에서는  $O^j-X^jY^jZ^j$ 와 국소좌표계  $o^j-x^jy^jz^j$ 에 일치하면서, 부재의 병진 및 회전 변위에 따라 이동하는 물체고정 전체 좌표계  $O''^j-X''^jY''^jZ''^j$ 와 물체고정 국소좌표계  $o''^j-x''^jy''^jz''^j$ , 공간고정 전체좌표계  $O^j-X^jY^jZ^j$ 가 부재의 병진변위에 따라 이동한 좌표계  $O^j-X^jY^jZ^j$  이다. 또한, 모든 좌표계는 右手系로 한다.

$O^j-X^jY^jZ^j$  좌표계와  $o^j-x^jy^jz^j$  좌표계로 표현되는 부재 절점의 병진 변위벡터는  $\{U_i^j\} = \{U^j \ V^j \ W^j\}^T, \{u_i^j\} = \{u^j \ v^j \ w^j\}^T$ 이고, 회전 변위벡터는  $\{U_r^j\} = \{\phi^j \ \theta^j \ \psi^j\}^T, \{u_r^j\} = \{\phi^j \ \theta^j \ \psi^j\}^T$ 로 나타낸다.  $O-XYZ$  좌표계,  $O^j-X^jY^jZ^j$  좌표계,  $o^j-x^jy^jz^j$  좌표계로 표현되는 임의점의 위치벡터를 각각  $\{X\}, \{X^j\}, \{x^j\}$  라 하면, 다음의 관계가 성립한다.

$$\{X^j\} = \{X\} - \{X_o^j\} \quad (1)$$

$$\{x^j\} = [C_s^j] \{X^j\} \quad (2)$$

여기서,  $\{X_o^j\}$  는  $O-XYZ$  계로 표현되는  $O^j$  의 위치벡터이고,  $[C_s^j]$  는  $O^j-X^jY^jZ^j$  계와  $o^j-x^jy^jz^j$  계 사이의 변환행렬로서 다음과 같이 표현된다.

$$[C_s^j] = \begin{bmatrix} a_x & b_x & c_x \\ a_y & b_y & c_y \\ a_z & b_z & c_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

$x^jz^j$  평면은  $X^jY^j$  평면에 대해 연직이 되도록  $x^j$  축을 취하되,  $x^j$  축이 아래로 향하든가 수평으로 향하는 것을 양의 방향으로 한다. 공간고정 전체 좌표계와 물체고정 전체 좌표계의 위치벡터는 변위를 이용한 변환행렬에 의해 다음과 같이

표현할 수 있다.

$$\{X^j\} = [A_s^j] (\{X^j\} - \{U_r^j\}) \quad (4)$$

여기서,

$$[A_s^j] = \begin{bmatrix} 1 & \psi^j & -\theta^j \\ -\psi^j & 1 & \phi^j \\ \theta^j & -\phi^j & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

이다. 물체고정 좌표계에 있어서도 전체 좌표계와 국소 좌표계로 표현되는 위치벡터의 관계는 동일하다. 이와같은 좌표변환으로 얻어지는 변환행렬을 이용하면 부재절점의 변위벡터, 부재절점에 작용하는 힘과 모멘트의 벡터는 변환식을 이용하여 여러 좌표계로 표현된 힘과 모멘트를 최종적으로  $O^j-X^jY^jZ^j$  좌표계로 나타낼 수 있고, 각 절점에 대한 평형방정식으로부터 운동방정식을 유도한다.

### 2.2 외각요소에 작용하는 힘과 모멘트

외각요소에 작용하는 힘은 (1) 중력 (2) 관성력 (3) 정적 유체압력에 의한 부력 (4) Froude-Krylov force (5) radiation force (6) diffraction force 와 같이 6가지 종류로 분류되며, 이 힘들은 각각 그것에 편리한 좌표계에서 산정된 후, 각 좌표계간의 변환행렬을 이용하여 최종적으로  $O^j-X^jY^jZ^j$  좌표계로 표현한다.

#### 2.2.1 중 력

$j$  번째 외각요소의 중력 벡터는  $O^j-X^jY^jZ^j$  좌표계로 다음과 같이 표현된다.

$$\{F_G^j\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -M^jg \end{Bmatrix} \quad (6)$$

여기서,  $\{F_G^j\}$ 는  $O^j-X^jY^jZ^j$  좌표계에서의 중력 벡터이고,  $M^j$ 는  $j$  외각요소의 질량이다. 중력에 기인하는 절점에 대한 모멘트  $\{M_G^j\}$ 는 외각요소의 절점과 중심사이의 거리  $l_z^j$ 를 사용하여 미소변위의 고차항을 무시하면 다음과 같이 표현된다.

$$\{M_G^j\} = M^jg l_z^j \begin{Bmatrix} -b_z \\ a_z \\ 0 \end{Bmatrix} - M^jg l_z^j \begin{bmatrix} -c_z & 0 & a_z \\ 0 & -c_z & b_z \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{U_r^j\} \quad (7)$$

여기서,  $a_z, b_z, c_z$ 는  $[C_s^j]$ 의 성분으로, 요소의 중심축의 방향여현을 나타낸다.

#### 2.2.2 관 성 력

$O^j-X^jY^jZ^j$  좌표계에서의 관성력과 모멘트는  $[A_s^j], [C_s^j]$ 를 이용하고 미소변위의 고차항을 무시하면 다음과 같이 얻어진다.

$$\{F_I^j\} = -[C_s^j]^T \begin{bmatrix} M^j & 0 & 0 \\ 0 & M^j & 0 \\ 0 & 0 & M^j \end{bmatrix} [C_s^j] \{U_r^j\} - [C_s^j]^T \begin{bmatrix} 0 & M^j l_z^j & 0 \\ -M^j l_z^j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [C_s^j] \{U_r^j\} \quad (8)$$

$$\{M_I^j\} = -[C_s^j]^T \begin{bmatrix} 0 & -M^j l_z^j & 0 \\ M^j l_z^j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [C_s^j] \{U_r^j\} - [C_s^j]^T \begin{bmatrix} I_\phi^j + M^j(l_z^j)^2 & 0 & 0 \\ 0 & I_\theta^j + M^j(l_z^j)^2 & 0 \\ 0 & 0 & I_\psi^j \end{bmatrix} [C_s^j] \{U_r^j\} \quad (9)$$

여기서,  $I_\phi^j, I_\theta^j, I_\psi^j$ 는 요소의 관성 모멘트이고, 첨자  $I$ 는 관성에 기인하는 힘과 모멘트임을 나타내는 것이다.

유체력을 산정하기 위하여 유한수심의 Airy 파를 이용하면, 수면상승  $\xi_w$ 와 입사파의 속도 포텐셜  $\phi_o$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\xi_w = a \cos \{k(X \cos \chi + Y \sin \chi) - \omega t\} \quad (10)$$

$$\phi_o = \text{Re} \{ \phi_o e^{-i\omega t} \}, Z \leq d \quad (11)$$

$$\phi_o = \frac{ga}{i\omega} \frac{\cosh \{k(Z-d+h)\}}{\cosh kh} \exp \{ ik(X \cos \chi + Y \sin \chi) \} \quad (12)$$

여기서,  $a$  는 파의 진폭,  $k$  는 파수 (wave number),  $\chi$  는 입사파의 각으로 파의 진행방향과  $X$ 축 사이의 각을 나타내며,  $\omega$  는 각주파수,  $t$  는 시간,  $g$  는 중력가속도,  $h$  는 수심을 나타내고,  $d$  는 공간고정 기준좌표계 ( $O-XYZ$ ) 의 원점  $O$  에서부터 정수면까지의 거리를 나타낸다.

식 (11)로부터 유체입자의 속도와 가속도가 구해지며, 선형화된 *Bernoulli* 의 이론으로부터 유체압력은 다음과 같이 표현된다.

$$p = p_s + p_v \quad (13)$$

$$p_s = \rho g (d - Z), \quad Z \leq d + \xi_w \quad (14)$$

$$p_v = -\rho \frac{\partial \Phi_o}{\partial t} \quad (15)$$

여기서,  $p$  는 유체압력,  $p_s$  는 정적 유체압력,  $p_v$  는 동적 유체압력이고,  $\rho$  는 유체의 밀도이다.

### 2.2.3 정수압에 의한 부력

정적 유체압력에 기인하는 부력은 식 (14)의  $p_s$  를 요소의 침수표면에 대하여 적분함으로써 산정되며, 만일 요소가 부분적으로 침수되었으면 적분 구간은 요소와 유체의 수면상승 사이의 상대운동에 의해 시간에 따라 변하게 되나, 여기서는 적분상한을 평균수면상으로 한다.

침수표면에 대하여  $p_s$ 를 *Green*의 정리에 의해 체적 적분으로 하고, 정수압의 압력구배를 요소의 중심축상의 값으로 대표시킬 수 있는 것으로 하여, 정적 유체 압력에 기인하는 힘을  $O^j - X^i Y^j Z^j$  좌표계에 대하여 미소변위의 고차항을 무시하여 다음과 같이 근사적으로 나타낼 수 있다.

· 전침수 상태

$$\{F_s^j\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho g A^j (l_2^j + l_1^j) \end{Bmatrix} \quad (16)$$

· 반침수 상태

$$\{F_s^j\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho g A^j \left( \frac{d-Z_o^j}{c_z} + l_1^j \right) \end{Bmatrix} - \frac{\rho g A^j}{c_z} [C_s^j]^T \begin{Bmatrix} c_x^2 & c_x c_y & c_x c_z \\ c_x c_y & c_y^2 & c_y c_z \\ c_x c_z & c_y c_z & c_z^2 \end{Bmatrix} [C_s^j] \{U_r^j\} - \frac{\rho g A^j (d-Z_o^j)}{c_z^2} [C_s^j]^T \begin{Bmatrix} -c_x c_y & c_x^2 & 0 \\ -c_x^2 & c_x c_y & 0 \\ -c_x c_z & c_x c_z & 0 \end{Bmatrix} [C_s^j] \{U_r^j\} \quad (17)$$

여기서,  $\mu_z = a_z \cos \chi + b_z \sin \chi$   
 $\mu_o = X_o^j \cos \chi + Y_o^j \sin \chi$

식 (16), (17)의 첫번째 항은 정적평형시의 부력이고, 식 (17)의 두번째 항과 세번째 항은 각각 병진변위와 회전변위에 의해 홀수가 변화하는 것에 의해 생기는 복원력을 나타낸다. 또, 이 부력에 기인하는 모멘트도 미소변위의 고차항을 무시하여 다음과 같이 근사적으로 산정된다.

· 전침수 상태

$$\{M_s^j\} = \rho g A^j \frac{(l_2^j)^2 - (l_1^j)^2}{2} \begin{Bmatrix} b_z \\ -a_z \\ 0 \end{Bmatrix} - \rho g A^j \frac{(l_2^j)^2 - (l_1^j)^2}{2} \begin{Bmatrix} c_z & 0 & -a_z \\ 0 & c_z & -b_z \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \{U_r^j\} \quad (18)$$

· 반침수 상태

$$\{M_s^j\} = \rho g A^j \frac{\left( \frac{d-Z_o^j}{c_z} \right)^2 - (l_1^j)^2}{2} \begin{Bmatrix} b_z \\ -a_z \\ 0 \end{Bmatrix} - \rho g A^j \frac{\left( \frac{d-Z_o^j}{c_z} \right)^2 - (l_1^j)^2}{2} \begin{Bmatrix} c_z & 0 & -a_z \\ 0 & c_z & -b_z \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \{U_r^j\} - \rho g A^j \frac{d-Z_o^j}{c_z^2} [C_s^j]^T \begin{Bmatrix} -c_x c_y & -c_x^2 & -c_x c_z \\ c_x^2 & c_x c_y & c_x c_z \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} [C_s^j] \{U_r^j\}$$

$$\begin{aligned}
 & -\rho g A^j \frac{(d - Z_n^j)^2}{c_z^4} [C_s^j]^T \begin{vmatrix} c_y^2 & -c_x c_y & 0 \\ -c_x c_y & c_x^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} [C_s^j] (U_s^j) \\
 & -\frac{\rho g \pi (R^j)^4}{4 c_z} [C_s^j]^T \begin{vmatrix} c_z^2 & 0 & -c_x c_z \\ 0 & c_z^2 & -c_y c_z \\ -c_x c_z & -c_y c_z & c_x^2 + c_y^2 \end{vmatrix} [C_s^j] (U_s^j)
 \end{aligned} \quad (19)$$

여기서,  $R^j$ 는 외각요소  $j$ 의 단면의 반경이고, 식 (18), (19)의 우변의 첫번째 항 및 두번째 항은 각각 부심과 절점이 일치하지 않는 것에 의한 정적 평형상태에 있어서의 부력에 의한 모멘트 및 부력이 항상 위로 향하는 것에 의해 생기는 회전 변위에 비례하는 모멘트이다. 식 (19)의 세번째 항과 네번째 항은 각각 병진변위와 회전변위에 의해 홀수가 변하는 것에 의해 생기는 모멘트이고, 마지막 항은 홀수면의 단면 2차 모멘트에 의한 복원 모멘트이다.

#### 2.2.4 Froude-Krylov 력

Froude-Krylov force, diffraction force 및 radiation force는 각각 평면 입사파, 산란파 및 반산파에 기인하는 미소 1차항이므로 공간고정 좌표계와 물체고정 좌표계는 서로 동일한 것으로 취급한다. 또, 반침수상태의 외각요소에 있어서의 압력적분 영역의 상한을 평균수면상으로 한다. 외각요소  $j$ 의 입사파 속도포텐셜  $\phi_o^j e^{-iat}$ 는 다음과 같다.

$$\phi_o^j = \phi_o \quad (20)$$

외각요소  $j$ 에 작용하는 공간고정 전체좌표계에 대한 Froude-Krylov force는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \{F_F^j\} \\ \{M_F^j\} \end{Bmatrix} = Re \{ \{F_{Fk}^j\} e^{-iat} \} \quad (21)$$

여기서,  $\{F_{Fk}^j\}$ 는 평면 입사파에 의한 Froude-Krylov force의 복소진폭 벡터이며, 다음과 같다.

$$\{F_{Fk}^j\} = -i\rho\omega \int_{S_{ij}} \phi_o^j n_k^j ds^j, \quad (k = 1 \sim 6) \quad (22)$$

단,  $n_k^j$  ( $k = 1 \sim 6$ )는 일반화 방향여현이며, 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 n_1^j &= n_X, \quad n_2^j = n_Y, \quad n_3^j = n_Z \\
 n_4^j &= (Y - Y^j) n_Z - (Z - Z^j) n_Y \\
 n_5^j &= (Z - Z^j) n_X - (X - X^j) n_Z \\
 n_6^j &= (X - X^j) n_Y - (Y - Y^j) n_X
 \end{aligned} \quad (23)$$

여기서,  $n_X, n_Y, n_Z$ 는 각각 TLP의 침수표면상의 단위법선벡터의  $X, Y, Z$  성분이다.

또,  $(X^j, Y^j, Z^j)$ 는 외각요소  $j$ 의 기준좌표계에 대한 절점좌표이다.

#### 2.2.5 Radiation 력

TLP가 단위속도진폭으로  $i$  방향의 강제운동을 행할 때의 radiation potential을

$$\phi_i = Re \{ \phi_i e^{-iat} \}, \quad (i = 1 \sim 6) \quad (24)$$

로 두면, 복소 radiation potential  $\phi_i$  ( $i = 1 \sim 6$ )는 radiation 문제의 해로서 구할 수 있다. 개개의 외각요소간의 모든 자유도를 고려한 유체력의 평가는 고려해야할 자유도의 수가 너무 많기 때문에, 전체 구조물을 강체로 가정한 자유도에 해당하는 상호간섭만을 고려하여 개개의 외각요소의 유체력을 평가하기로 한다. TLP의 공간고정 기준 좌표계의 원점을 운동기준점으로한 6자유도의 강체 mode의 radiation potential  $\phi_i$  ( $i = 1 \sim 6$ )가 구해지면 침수 외각요소  $j$ 의 절점을 운동기준점으로한 6자유도의 강체 mode의 radiation potential  $\phi_i^j$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \phi_1^j &= \phi_1 \\
 \phi_2^j &= \phi_2 \\
 \phi_3^j &= \phi_3 \\
 \phi_4^j &= \phi_4 - Y^j \phi_3 + Z^j \phi_2 \\
 \phi_5^j &= \phi_5 + X^j \phi_3 - Z^j \phi_1 \\
 \phi_6^j &= \phi_6 - X^j \phi_2 + Y^j \phi_1
 \end{aligned} \quad (j = 1 \sim M) \quad (25)$$

단,  $N$ 은 침수된 외각요소의 총 갯수이다.

외각요소  $j$  에 작용하는 radiation force 는 속도(각속도)에 비례하는 힘(모멘트)과 가속도(각가속도)에 비례하는 힘(모멘트)으로 분리할 수 있고, 속도 및 각속도에 비례하는 힘과 모멘트를 각각  $\{F_N^j\}$ ,  $\{M_N^j\}$  라 하고, 가속도 및 각가속도에 비례하는 힘과 모멘트를 각각  $\{F_A^j\}$ ,  $\{M_A^j\}$  라 하면, 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{Bmatrix} \{F_N^j\} \\ \{M_N^j\} \end{Bmatrix} = - [ \nu_{ki}^j ] \begin{Bmatrix} \{\dot{U}_i^j\} \\ \{\dot{U}_r^j\} \end{Bmatrix}, \quad (k, i = 1 \sim 6) \quad (26)$$

$$\begin{Bmatrix} \{F_A^j\} \\ \{M_A^j\} \end{Bmatrix} = - [ \mu_{ki}^j ] \begin{Bmatrix} \{\ddot{U}_i^j\} \\ \{\ddot{U}_r^j\} \end{Bmatrix}, \quad (k, i = 1 \sim 6) \quad (27)$$

여기서,

$$\phi_i^j = \phi_{ic}^j + i \phi_{is}^j \quad (28)$$

로 두면,  $\mu_{ki}^j$  와  $\nu_{ki}^j$  는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mu_{ki}^j &= -\rho \int \int_{S_H^j} \phi_{ic}^j n_k^j ds^j \\ \nu_{ki}^j &= -\rho\omega \int \int_{S_H^j} \phi_{is}^j n_k^j ds^j \end{aligned} \quad (29)$$

여기서,  $S_H^j$ 는 외각요소  $j$ 의 침수표면,  $[ \mu_{ki}^j ]$ ,  $[ \nu_{ki}^j ]$  는 각각 공간고정 전체좌표계에 대한 외각요소  $j$ 의 부가질량 행렬, 조파감쇠 행렬이다.

### 2.2.6 Diffraction 력

diffraction potential  $\phi_7 e^{-i\omega t}$ 은 diffraction 문제의 해로서 구해지며, 외각요소  $j$ 의 diffraction potential  $\phi_7^j e^{-i\omega t}$ 은 다음과 같다.

$$\phi_7^j = \phi_7 \quad (30)$$

외각요소  $j$  에 작용하는 공간고정 전체좌표계에 대한 diffraction force 는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \{F_D^j\} \\ \{M_D^j\} \end{Bmatrix} = Re \{ \{F_{Dk}^j\} e^{-i\omega t} \}, \quad (k = 1 \sim 6) \quad (31)$$

단,  $\{F_{Dk}^j\}$  는 산란파에 의한 diffraction force 의 복소진폭 벡터이며, 다음과 같다.

$$\{F_{Dk}^j\} = -i\rho\omega \int \int_{S_H^j} \phi_7^j n_k^j ds^j, \quad (k = 1 \sim 6) \quad (32)$$

이고,  $n_k^j$  는 식 (23)과 동일하다.

### 2.3 계류 력

인장 계류계에 있어서의 계류 부재에는 커다란 초기 장력이 존재하기 때문에 계류력을 단순하게 평가할 수 없으며, 여기서는 정지 상태에서의 계류점에 원점을 갖고 계류부재(tendon)의 인장 방향을  $z^j$ 축의 음의 방향으로 취하는 공간고정 국소 좌표계  $o^j-x^jy^jz^j$ , 계류점을 상부구조물의 요소로 간주하는 물체고정 좌표계  $o^{*j}-x^{*j}y^{*j}z^{*j}$  그리고 계류 부재에 고정인 물체 고정 좌표계  $o_T^j-x_T^jy_T^jz_T^j$  를 설정하며, 이 좌표계들은 정지시에는 모두 일치하게 된다. 계류력은 초기 장력  $T_p^j$  와 계류 부재의 축방향 ( $z_T^j$ )의 변위 즉 伸縮에 의한 축강성에 기인하는 장력 변동을 더함으로써 평가할 수 있다. 그러므로 계류부재 고정 좌표계에서의 계류력 벡터  $\{f_T^{*j}\}$  는 다음과같이 표현된다.

$$\{f_T^{*j}\} = \{ 0 \quad 0 \quad -T_p^j - \frac{EA_t^j}{L^j} w^j \}^T \quad (33)$$

여기서,  $EA_t^j$  와  $L^j$  는 계류 부재의 축강성과 초기길이를 나타낸다.

축방향 이외의 병진변위에 의해 계류 부재는 하단부를 중심으로 미소 회전을 하므로 계류 부재의 장력에 대한 벡터를 공간 고정 좌표계로 표현하기 위하여 변환 행렬  $[ C_i^j ]^T$  를 정의한다.

계류점의 물체고정 국소 좌표계  $o^{*j}-x^{*j}y^{*j}z^{*j}$  는 변환행렬  $[ C_i^j ]^T$  에 의해 공간고정 국소좌

표계로 변환되고,  $[C_s^j]^T$  에 의해 공간고정 전체 좌표계와 평행이 되도록 변환한다. 따라서 계류력은 미소변위의 고차항을 무시하여 다음과 같이 산정된다.

$$\{F_T^j\} = [C_s^j]^T \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -T_b^j \end{Bmatrix} - [C_s^j]^T \begin{bmatrix} T_b^j/L^j & 0 & 0 \\ 0 & T_b^j/L^j & 0 \\ 0 & 0 & EA_t^j/L^j \end{bmatrix} [C_s^j] \{U_t^j\} \quad (34)$$

계류점은 핀 결합을 가정하여 모멘트는 발생하지 않는 것으로 한다.

$$\{M_T^j\} = \{0\} \quad (35)$$

2.4 보요소의 강성행렬에 기인하는 절점력

$j, k$  의 2개의 절점을 연결하는  $l$  번째의 탄성 보요소에 있어서, 국소 좌표계에서의 절점력과 절점변위를 결합하는 요소 강성 행렬은 종래의 3차원 골조 해석법에 의해 정식화시키면 좌표 변환 행렬  $[C^j]$  에 의해 다음과 같이  $O^j-X^j-Y^j-Z^j$  좌표계에서의 전체 강성 방정식으로 변환된다.

$$\begin{Bmatrix} F_x^j \\ F_y^j \\ F_z^j \\ M_x^j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [C^j] [K_w^j] [C^j] & [C^j] [K_w^j] [C^j] \\ [C^j] [K_w^j] [C^j] & [C^j] [K_w^j] [C^j] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_t^j \\ U_r^j \\ U_t^k \\ U_r^k \end{Bmatrix} \quad (36)$$

여기서, 좌표 변환 행렬  $[C^j]$  은 다음과 같이 정의된다.

$$[C^j] = \begin{bmatrix} [C_s^j] & [0] \\ [0] & [C_s^j] \end{bmatrix} \quad (37)$$

여기서,  $[C_s^j]$  은 식 (3)과 같이, 전체 좌표계를 국소 좌표계로 변환시키는 변환행렬이다.

2.5 운동 방정식

각 절점에서 평가한 힘과 모멘트는 변위, 속도, 가속도의 미지량을 포함하기 때문에, 구조 전체의 변위 벡터를  $\{U_w\}$  라 하고 각 절점에 작용하는 힘과 모멘트를 더해줌으로서 구조 전체에 대한 다음과 같은 운동 방정식을 얻을 수 있다.

$$[M] \{\ddot{U}_w\} + ([N_w] + [M])\{\dot{U}_w\} + ([K_w] + [K])\{U_w\} = \{F_w\} \quad (38)$$

여기서,  $[M]$  : 부가질량을 포함하는 질량 행렬

$[N_w]$  : 조파감쇠 행렬

$[M]$  : 구조감쇠 행렬

$[K_w]$  : 중력, 정수압 및 계류력에 의한 복원력 행렬

$[K]$  : 구조강성 행렬

$\{F_w\}$  : 정적중력, 정적부력, 초기 장력, 파 강제력 벡터

$$\{U_w\} = \{ \{U_t^1\} \{U_r^1\} \{U_t^2\} \{U_r^2\} \dots \}^T$$

: 구조 전체의 변위 벡터

구조감쇠 행렬은 다음과 같이 *Rayleigh* 감쇠를 이용하기로 한다.

$$[M] = a[M] + b([K_w] + [K]) \quad (39)$$

여기서,  $a, b$  는 비례상수이다.

$\{F_w\}$  는 정적인 힘과 동적인 힘으로 나눌 수 있고, 변위 응답을 정상상태의 해로 가정하면 다음의 연립방정식으로 얻게된다.

$$\begin{bmatrix} ([K_w] + [K]) - \omega^2 [M] & \omega([N_w] + [M]) \\ -\omega([N_w] + [M]) & ([K_w] + [K]) - \omega^2 [M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{U}_t\} \\ \{\bar{U}_r\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\bar{F}_w\} \\ \{\bar{F}_w\} \end{Bmatrix} \quad (40)$$

식 (40)에 의해 각 절점 및 계류점의 cosine 항과 sine 항의 진폭을 구함으로써 임의의 절점의



변위응답은 쉽게 구할 수 있다. 예를들면  $j$ 절점의  $X$ 방향 변위응답은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}
 U^j &= \bar{U}_c^j \cos \omega t + \bar{U}_s^j \sin \omega t \\
 &= \sqrt{(\bar{U}_c^j)^2 + (\bar{U}_s^j)^2} \cos(\omega t - \gamma_u)
 \end{aligned}
 \tag{41}$$

여기서,  $\gamma_u = \tan^{-1} \frac{\bar{U}_s^j}{\bar{U}_c^j}$  이다.

이와같이 변위응답이 구해지면 다른 응답들은 통상적인 방법에 의해 구할 수 있다.

### 3. 수치계산 및 고찰

본 탄성응답 해석법의 타당성을 검증하기 위해 *Fukuoka*의 실험치<sup>6)</sup> 및 具 등<sup>7)</sup>의 계산치를 본 응답 해석법의 계산치와 비교·검토하기로 한다. Table. 1은 해석 구조물의 주요목을 나타내고 있다. 수치계산 모형과 실험모형간의 약간의 상이는 실험모형의 중량분포에 대한 정확한 data가 없는 것에 기인한다.

Table 1. Particulars of The Tension Leg Platform

	수치계산모형	실험모형
길이	72 cm	72 cm
폭	72 cm	72 cm
높이	59 cm	59 cm
홀수	30 cm	30 cm
무게중심높이	34.5 cm	35.0 cm
Roll회전반경	29.1 cm	35.1 cm
중량	27.7 kgf	28.9 kgf
초기장력	11.7 kgf	10.5 kgf
배수량	39.4 kgf	39.4 kgf

Fig. 3는 보요소(beam elements)로 이루어진 골구조의 요소 분할도이고, 표기된 번호는 절점

번호를 나타낸다.

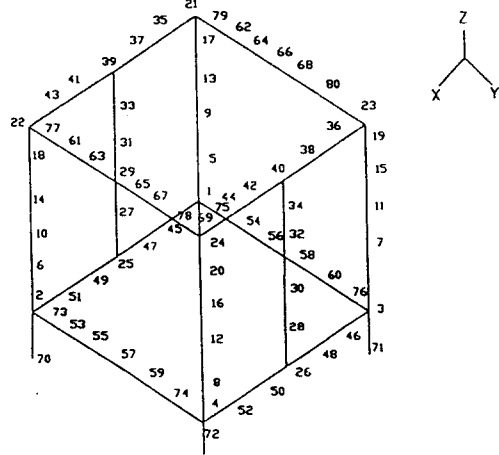


Fig. 3 Node Number of 3-Dimensional Frame Structure for the Tension Leg Platform

파강제력 및 유체력을 계산하기 위해 TLP의 침수표면을 544개의 평면 panel로 분할하였다. 횡방향의 lower hull과 deck girder의 등가 굽힘 강성은 각각  $1.63 \times 10^5, 7.61 \times 10^4 \text{ Kgfc}m^2$  이고, 1 column 당의 tendon의 스프링 상수는  $5.9 \text{ Kgfc}m$  이다. 또, *Rayleigh* 감쇠의 비례상수  $a$ 와  $b$ 는 각각 0.0과 0.02로 하였다.

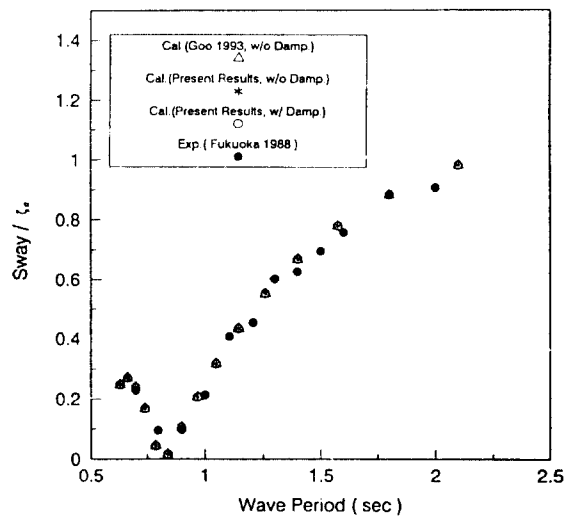


Fig. 4 Sway responses of the tension leg platform

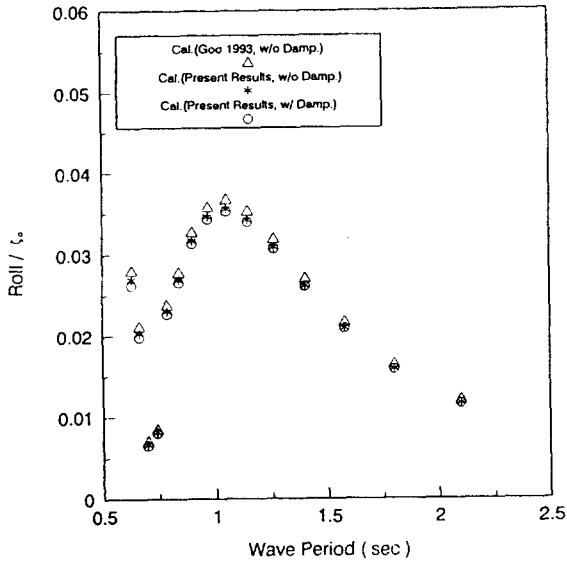


Fig. 5 Roll responses of the tension leg platform

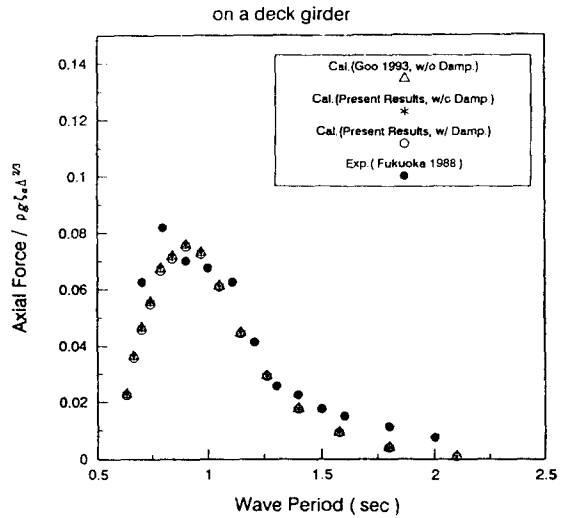


Fig. 7 Axial force responses of the transverse deck girder

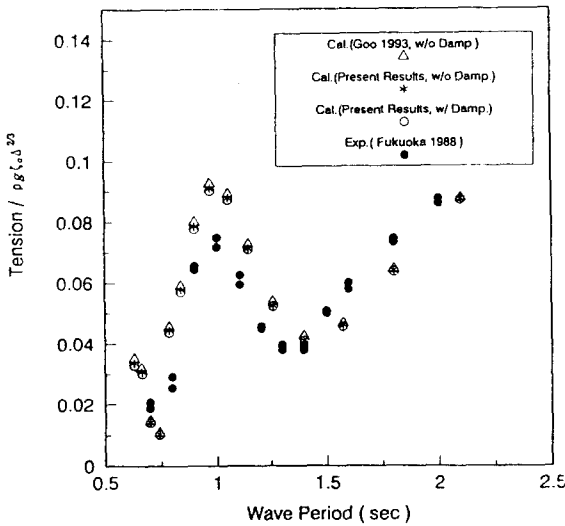


Fig. 6 Tension responses of the tendon on lee side

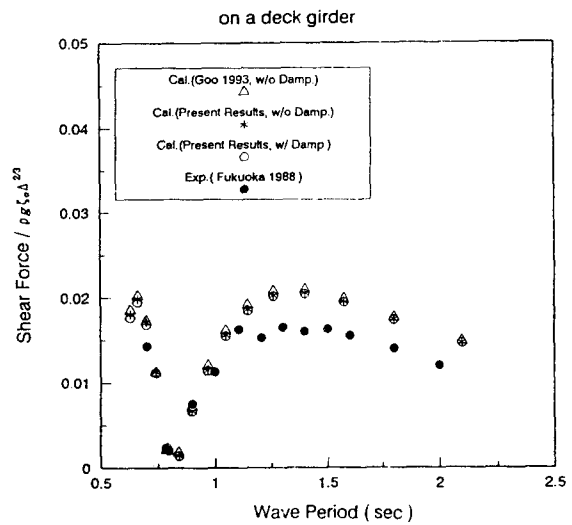


Fig. 8 Shear force responses of the transverse deck girder

Fig. 4 ~ Fig. 10은 각종 응답의 계산결과를 나타내고 있다. 계산결과는 수심 5m, 파 입사각이 90°인 횡파에 대한 것이며, 힘은  $\rho g \zeta_a \Delta^{2/3} = 1.16 \text{ Kgf}$ , 모멘트는  $\rho g \zeta_a \Delta = 0.394 \text{ Kgf}\cdot\text{m}$  로서 무차원화 시킨 것이다.

Fig. 4, Fig. 5는 각각 sway(cm/cm) 및 Roll(rad/cm)의 응답을 나타내고 있다. 삼각표는 튕 등에 의한 구조감쇠를 무시한 계산결과이고, 별표는 본 방법에서 구조감쇠를 무시한 결과이고, 원표는

본 방법에서 구조감쇠를 고려한 결과이며, 축점이 Fukuoka 에 의한 실험 결과이다. sway 응답에서는 좌표계 변환의 영향과 구조감쇠의 영향이 나타나지 않으나, roll 응답에서는 이들의 영향이 다소 나타남을 알 수 있다. roll 응답의 peak치 에서 좌표계 변환의 영향이 3 % 정도 나타나고 있다. 좌표계 변환의 영향은 zeroth order인 힘(중력, 정수압에 의한 부력, 계류력)에 있어서 회전변위와 관련하여 나타나므로 roll 응답에서는 그 영향이 나타나지만, sway 응답에서는 그 영향이 나타나지 않음을 알 수 있다. 구조감쇠의 영향은 상부구조 및 계류계의 탄성변형에 관련하여 나타나므로 roll 응답에서는 계류계의 탄성 변형에 의해 그 영향이 나타나지만, sway 응답에서는 계류계의 탄성변형에 의한 변위응답이 강체 변위응답에 비해 무시할 수 있을 정도로 작으므로 그 영향이 거의 나타나지 않음을 알 수 있다.

Fig. 6은 파하측(lee side)의 tendon 의 변동장력을 나타내고 있다. 파주기가 작은 영역에서 응답이 다소 큰 경우에는 좌표계 변환의 영향과 구조감쇠를 고려한 영향이 실험치에 근접하는 쪽으로 다소 나타나고 있다.

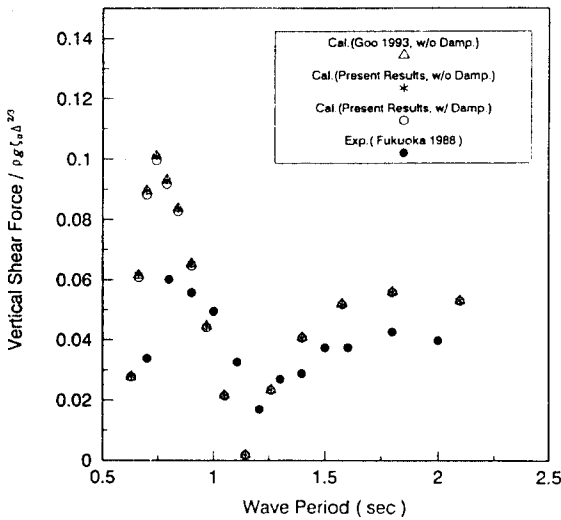


Fig. 9 Vertical shear forces on the tension leg platform

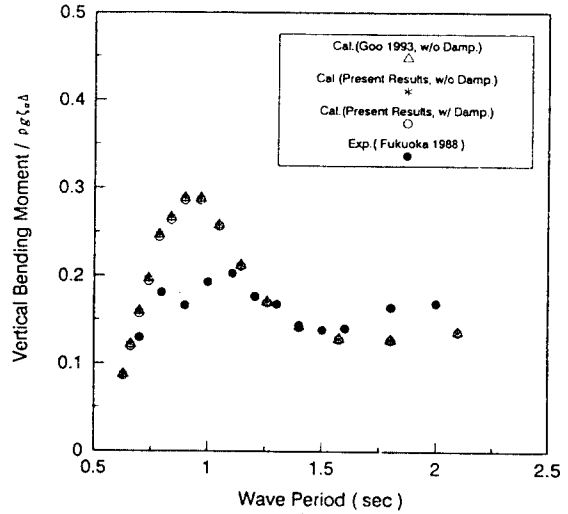


Fig. 10 Vertical bending moments on the tension leg platform

Fig. 7은 횡방향 deck girder(절점번호 63 과 65 사이의 보요소)의 축력의 응답을 나타내고 있다. 응답이 큰 영역에서 구조감쇠의 영향이 미소하게 나타나고, 축력은 회전변위와 무관하므로 좌표계 변환의 영향은 나타나지 않음을 알 수 있다.

Fig. 8은 횡 방향 deck girder 의 전단력의 응답을 나타내고 있다. 전단력은 tendon 의 변동장력의 영향을 받으므로 좌표계 변환의 영향은 전 영역에서 다소 나타나고, 구조감쇠의 영향은 주기가 작은 영역에서 나타나고 있음을 알 수 있다.

Fig. 9는 전체구조에 작용하는 수직 전단력의 응답을 나타내고 있다. 파 주기 0.75 sec 부근의 영역에서 구조감쇠의 영향이 다소 나타나고 있으나 좌표계 변환의 영향은 나타나지 않음을 알 수 있다.

Fig. 10 은 전체구조에 작용하는 수직 굽힘모멘트의 응답을 나타내고 있으며, 파 주기 1 sec 이하의 영역에서는 구조감쇠의 영향이 미소하게 나타나고 좌표계 변환의 영향은 나타나지 않는다.

전체구조에 작용하는 힘과 모멘트의 응답은 미소 1차항인 파 강제력 및 유체력의 영향이 지배

적이므로 좌표계 변환의 영향이 나타나지 않음을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 논문에서 취급한 계산모델 및 계산조건하에서 얻어진 주요한 결론은 다음과 같다.

- 1) 물체고정 전체좌표계를 기준으로 운동방정식을 정식화 시킨 결과보다 공간고정 전체좌표계와 평행한 물체고정 좌표계에 대한 결과가 실험치에 약간 더 근접함을 알 수 있다.
- 2) 병진운동, 축력 및 전체구조에 작용하는 힘과 모멘트의 응답은 좌표계의 변환에 의한 영향이 나타나지 않으나, 회전운동, 변동장력 및 부재의 전단력의 응답은 그 영향이 다소 나타나고 있다.
- 3) 정수압에 의한 부력의 계산에 있어서 정수압의 압력구배를 요소의 중심축상의 값으로 대표시킬 수 있는 것으로 가정하여 복원력을 근사적으로 산정하였으나, 요소의 침수표면에 있어서의 정수압을 직접 적분하여 그 영향을 평가할 필요가 있다.

#### 5. 참 고 문 헌

- 1) Mercier, J.A., Birell, N.D., Chivvis, J.C. and Hunter, A.F., "Tension Leg Platforms - Progress and Prospects", SNAME Transactions, Vol. 99, pp. 249-279, 1991

- 2) 吉田宏一郎, 石川邦照, "三次元浮遊骨組構造の周期應答", 日本造船學會論文集, 第 143 號, pp.286-300, 1978
- 3) 吉田宏一郎, 尾崎雅彦, 岡 德昭, "緊張繫留プラットフォームの構造應答特性", 日本造船學會論文集, 第 152 號, pp. 329-335, 1983
- 4) Faltinsen, O.M. and Michelsen, F.C., "Motion of Large Structures in Waves at Zero Froude Number", International Symposium on the Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, pp.91-106, 1974
- 5) Telste, J.G and Noblesse, F., "Numerical Evaluation of the Green Function of Water-Wave Radiation and Diffraction", Journal of Ship Research, Vol.31, No.1, pp.34-40, 1986
- 6) Endo, H., "Shallow-Water Effect on the Motions of Three-Dimensional Bodies in Waves", Journal of Ship Research, Vol. 31, No.1, pp. 34-40, 1987
- 7) 구자삼, 이창호, 홍봉기, "인장계류식 해양 구조물의 동적응답해석법의 개발", 한국해양공학회지, 제 7 권 제 1 호, pp. 133-146, 1993
- 8) 福岡哲二, "JOIA-TLPの彈性應答計算", 三井造船昭島研究所, 1988