

論文95-32A-5-5

토큰버스 프로토콜의 우선순위기능에서 대기시간의 분산

(Variance of Waiting Time in the Priority Scheme of Token Bus Protocols)

洪承鎬 *

(Seung Ho Hong)

요 약

토큰버스 프로토콜은 공장자동화와 공정의 분산제어를 비롯하여 핵발전소, 항공기 및 우주선 등의 실시간 제어환경에 적합한 매체접속 프로토콜이다. 토큰버스 프로토콜은 타이머에 의하여 제어되는 우선순위기능을 가지고 있으며, 이는 우선순위가 높은 데이터가 상대적으로 우선하여 전송되도록 하는 기능을 제공한다. 본 논문은 토큰버스 프로토콜의 우선순위기능에서 각각의 우선순위 데이터의 대기시간에 대한 분산을 근사적으로 해석할 수 있는 해석적 모델을 제시한다. 각각의 전송큐에서의 데이터 전송방식은 실제의 분산제어 및 자동화시스템 환경에서 사용되는 실시간 네트워크의 경우와 마찬가지로 단일서비스 방식으로 동작되는 것으로 한다. 본 연구에서 제시되는 해석적 모델의 타당성은 시뮬레이션모델의 결과와 비교를 통하여 검증되었다.

Abstract

Token bus protocols have been widely accepted for Medium Access Control(MAC) in real-time networks such as those used in factory automation, distributed process control, nuclear power plant, aircraft and spacecraft. Token bus protocols provide timer-controlled priority mechanism, which offers multiple level of privilege of medium access to different type of traffic. This paper presents an approximate analytical model for the evaluation of variance of waiting time in the timer-controlled priority scheme of token bus protocols. Token bus system is assumed to be operated with single-service discipline which is the practical case of real-time networks such as those used in distributed process control and factory automations. The approximate analytical model is validated by comparison with the simulation results.

I. 서 론

대형의 복잡한 공장자동화 및 공정제어시스템들은 일

* 正會員, 漢陽大學校 制御計測工學科

(Dept. of Control and Instrumentation Engineering Hanyang University)

※ 이 논문은 1994학년도 한양대학교 교내 연구비에 의하여 연구되었음

接受日字: 1994年11月10日, 수정완료일: 1994年5月1日

반적으로 단일기능을 수행하는 여러 개의 분산된 부시스템으로 나뉘어진다. 분산제어 시스템은 (1) 시스템의 변환 및 확장 등에 용이하게 대처하고, (2) 시스템의 운용에 있어서 신뢰도와 유연성을 제공하며, (3) 시스템의 유지, 보수와 감시 기능을 용이하도록 한다. 여러 개의 분산된 부시스템들에서 생성되는 자동화 및 제어관련 정보는 네트워크를 통하여 교환되며, 따라서 네트워크는 여러 개의 복잡한 제어공정들로 구성된 대형의 복잡한 시스템에서 척추역할을 수행한다^{[1]-[2]}. 토큰버스 프로토콜은 공장자동화 및 공정제어시스템

등과 같이 실시간 동작이 요구되는 환경에 적합한 통신방식으로 인식되고 있으며, 대표적인 네트워크시스템 들로는 공장자동화용 네트워크의 표준모델로 인식되고 있는 MAP (Manufacturing Automation Protocol)^[3]에서 사용하는 IEEE 802.4 토큰버스^[4]와 항공기 등의 디지털 분산제어시스템에 사용되는 SAE 토큰버스^[5] 및 석유, 화학 및 제철공장 등의 공정제어에 사용되는 필드버스의 일종인 PROFIBUS^[6] 등이 있다.

공장자동화 및 공정제어 환경에서 생성되는 데이터 들은 크게 (1) 제어관련 데이터, alarm signal, semaphore 및 event 관리데이터 등과 같이 주어진 시간 이내에 데이터의 전송이 완료되어야 하는 실시간 데이터와 (2) 화일의 전송, 프로그램의 uploading 및 downloading, 분산 데이터베이스의 처리 등과 같이 데이터전송의 시급성보다는 전송의 신뢰도와 처리량을 중요시하는 비실시간 데이터로 나뉘어진다. 토큰버스 프로토콜에서는 타이머를 사용하는 우선순위 전송방식을 채택함으로써 실시간 데이터와 비실시간 데이터가 하나의 네트워크 상에서 동시에 처리될 수 있도록 하였다. 즉, 실시간 데이터에는 높은 우선순위를 부여하여 더 많은 데이터 전송기회를 부여함으로써 데이터 전송의 시급성에 대한 성능요구사항을 만족시키는 반면에, 비실시간 데이터에는 낮은 우선순위를 할당함으로써 실시간 데이터의 전송에 사용되고 남은 대역폭을 통하여 데이터를 전송하도록 하는 기능을 부과하였다.

토큰버스 프로토콜에서 $(K+1)$ 개의 서로 다른 우선순위를 갖는 데이터들에 대하여 각각의 우선순위 데이터들의 대기시간에 대한 평균값들을 예측할 수 있는 해석적 모델이 Hong^[7]에 의하여 제시되었다. 그러나, 실제의 공장자동화 및 공정제어용 네트워크 시스템을 설계, 운용 및 관리하기 위하여서는 대기시간의 평균값뿐만이 아니라 각각의 우선순위 데이터들에 대한 대기시간의 분산까지도 예측할 수 있어야 한다. 토큰-패싱 방식의 프로토콜에서 대기시간의 분산에 대한 연구는 Ferguson^[8]에 의하여 시도되었다. 그러나 Ferguson의 토큰-패싱 모델에는 우선순위에 의한 데이터 전송기능을 고려하지 않았으며, 또한 네트워크 내의 노드 수가 무한대이고 각 노드에서 생성되는 데이터의 도착주기 및 전송시간이 동일하다고 가정하는 경우로 국한된다. 본 논문에서는 Hong^[7]에 의하여 개발된 모델을 더욱 확장시킴으로써 토큰버스 프로토콜이 여러 개의 우선순위를 가지는 경우에 각각의 우선순위 데이터의 전송지연시간에 대한 분산을 예측할 수 있는 해석적 모델을 개발하고 이의 타당성을 시뮬레이

션모델을 통하여 검증한다. 실제의 분산제어 및 자동화 시스템 환경에서 실시간 네트워크 내의 전송큐들은 일반적으로 데이터 전송기회가 주어지는 순간에 한번에 한 개씩의 데이터를 전송하는 단일서비스 방식으로 동작되며, 여기서 제시하는 해석적 모델도 실제의 경우와 마찬가지로 단일서비스 방식으로 동작되는 것으로 한다. 다음의 II 장에서는 본 논문에서 제시하는 토큰버스 프로토콜의 우선순위기능에 대한 구조 및 동작에 대하여 기술한다. III 장에서는 우선순위 기능의 해석적 모델이 도출된다. 해석적 모델에서는 먼저 두 가지 조건적 토큰 순환시간이 제시되며, 조건적 토큰 순환 시간으로부터 각각의 우선순위 전송큐가 데이터 전송 기회를 부여받는데 소요되는 조건적 유효 서비스 시간이 도출된다. 각각의 우선 순위 전송큐에서 데이터 대기시간의 분산은 조건적 유효 서비스 시간을 바탕으로 하여 구하여진다. IV 장에서는 해석적 모델에 대한 수치적 결과를 시뮬레이션 모델의 결과와 비교함으로써 해석적 모델의 타당성을 검증하며, V 장에는 본 논문의 결론이 기술된다. 본 논문의 부록에는 우선순위 기능을 갖는 토큰버스 프로토콜에서 데이터 대기시간에 대한 모멘트 생성함수를 구하는 방법이 기술된다.

II. 우선순위기능의 구조 및 동작

타이머를 통하여 제어되는 토큰전달 방식의 프로토콜에서 우선순위 등급의 수는 각 노드에 설치되는 전송큐의 수와 전송큐에 할당되는 타이머의 값에 따라 임의로 조정될 수 있다. 예를 들어, PROFIBUS는 2개의 우선순위 등급을 가지며, IEEE 802.4 토큰버스와 SAE 토큰버스는 4개의 우선순위 등급을 제공한다. 또한 FDDI 프로토콜^[9]은 9개의 우선순위 등급을 갖는다. 따라서 본 논문에서 제시되는 토큰버스 프로토콜 모델은 $(K+1)$ 개의 우선순위 등급을 갖는 것으로 한다. 즉, 각각의 노드는 0 순위의 가장 높은 우선순위에서 K 순위의 가장 낮은 우선순위까지의 $(K+1)$ 개의 우선순위 전송큐를 가진다. 또한, 타이머 값에 의한 데이터 전송은 FDDI에서와 같이 축적된 토큰순환시간에 의하여 동작되는 것이 아니고, PROFIBUS, SAE 토큰버스 및 IEEE 802.4 토큰버스의 경우에서와 같이 비로 이전 토큰순환시간을 기준으로 하여 동작되는 것으로 한다.

토큰은 각 노드를 정해진 순서에 따라 차례로 방문하며, 토큰이 도착하면 각 노드 내에서 가장 우선순위가 높은 전송큐로부터 가장 낮은 우선순위 전송큐까지 차례로 방문한다. 따라서 각각의 우선순위 전송큐는 독립된 가상 노드로 볼 수 있다. 우선순위가 가장 높은 0

순위 전송큐는 토큰이 도착하는 순간에 대기하고 있던 데이터를 즉시 전송한다. 1 순위부터 K 순위까지의 우선순위 전송큐들은 각각의 우선순위에 해당하는 TRT(Token Rotation Timer)라는 타이머를 가지고 있으며, 해당 전송큐에서의 데이터전송은 토큰이 도착하는 순간에 이러한 타이머의 상태에 따라 결정된다. 즉, $i(=1, \dots, K)$ 순위의 타이머 TRT_i 는 매번 토큰이 도착하는 순간마다 0값으로 복원되어 재동작되며, 토큰이 도착하는 순간에 (바로 이전의 토큰도착 순간부터 재동작되기 시작한) TRT_i 가 만료되지 않았을 경우에는 대기하고 있던 데이터를 전송하고, 만일 TRT_i 가 만료되었을 경우에는 데이터 전송을 포기하고 토큰을 다음 차례의 전송큐로 전달한다. 우선순위가 상대적으로 높은 전송큐에는 긴 TRT_i 값을 할당함으로써 TRT_i 가 만료될 확률이 상대적으로 적어지도록 하여 토큰이 도착되는 순간 데이터를 전송할 확률이 증가되도록 한다.

III. 우선순위기능의 해석적 모델

토큰버스 프로토콜은 N 개의 노드로 구성되며, 모두 $N_i = \sum_{j=1}^K N_{ij}$ 개의 우선순위 전송큐를 갖는다. 여기서 N_i 는 네트워크 상에 접속된 i 순위 전송큐의 개수를 나타낸다. 데이터의 도착은 각각의 우선순위에 따라 $(K+1)$ 개의 그룹으로 나뉘어지며, i 순위의 데이터의 도착빈도는 λ_i 의 Poisson 분포를 갖는 것으로 한다. 공장자동화 및 공정의 분산제어환경에서 사용되는 대부분의 실시간 네트워크들에서는 데이터의 길이가 일정한 길이로 패킷화되어 전송된다. 또한 n -번째 노드에서 $(n+1)$ -번째 노드로 토큰을 전달하는데 소요되는 시간 u_n 도 일반적으로 상수 값을 갖는다. 따라서 본 논문에서는 i 순위 전송큐에서 패킷화된 데이터의 전송시간은 L_i 의 상수 값을 갖는 것으로 하며, 토큰이 논리링을 한번 순회하는 동안에 소요되는 토큰전달시간의 합을 $R = \sum_{i=1}^K u_n$ 이라 하고, 각 노드 내에서 우선순위 전송큐들 간에 토큰전달시간은 무시할 수 있을 정도로 작은 것으로 간주한다. 즉, 본 논문에서 제시하는 해석적 모델은 같은 우선순위를 갖는 데이터들에 대하여서는 대칭형이나 서로 다른 우선순위들 간에 비대칭형 모델로 구성된다.

토큰순환시간과 유효서비스시간은 각각 다음과 같이 정의된다.

정의 1: 토큰순환시간 Tr_i 은 i 순위의 전송큐가 토큰

을 수신하는 순간부터 같은 전송큐가 바로 다음에 토큰을 다시 수신하는 순간까지 소요되는 시간이다. ■
정의 2: 유효서비스시간 T_i 는 i 순위의 전송큐가 데이터 전송기회를 부여받는 순간부터 같은 전송큐가 바로 다음에 데이터 전송기회를 다시 부여받는 순간까지 소요되는 시간이다. ■

참고사항 1: 0 순위 전송큐에서는 토큰이 도착되는 순간에 바로 대기하고 있던 데이터를 전송하므로 $T_0 = Tr_0$ 이다. ■

참고사항 2: $i(=1$ 에서 $K)$ 순위 전송큐가 데이터 전송기회를 부여받는 순간은 토큰이 도착되고, 해당 TRT_i 가 만료되지 않은 경우이다. 따라서 T_i 는 일반적으로 불규칙한 수의 Tr_i 로 구성된다. ■

Kuehn^[10]은 우선순위기능이 없는 비대칭 단일서비스시스템에서 대기시간의 평균값을 도출하는데 있어서 순환시간이 서로 독립적이라는 가정에 대한 영향을 줄이기 위하여 조건적 순환시간 Tr_i' 와 Tr_i'' 을 제시하였다. 여기서 조건적 토큰순환시간 Tr_i' 와 Tr_i'' 는 각각 i -번째 전송큐에서의 메시지 전송시간이 토큰순환시간에 기여하지 않는 경우와 기여하는 경우를 말한다. 본 논문에서는 Kuehn이 제시한 조건적 순환시간 Tr_i' 와 Tr_i'' 대신에 각각의 우선순위 전송큐에 대한 조건적 유효서비스시간 T_i' 와 T_i'' 를 통하여 각각의 우선순위 전송큐의 대기시간을 해석한다. 즉, i -번째 우선순위 전송큐에서의 데이터 전송시간이 유효서비스시간 T_i 에 기여하지 않는 경우에는 T_i' 로 표기하고 그렇지 않은 경우에는 T_i'' 로 표기하기로 한다. i 순위 전송큐에서 대기시간의 모멘트 생성함수 $\phi_{w_i}(s)$ 는 Kuehn의 모델에서 조건적 토큰순환시간을 조건적 유효서비스시간으로 대체함으로써 다음과 같이 주어진다 (부록 참조).

$$\phi_{w_i}(s) = \frac{1 - \lambda_i \bar{T}_i'}{T_i'} \frac{1 - \phi_i(s)}{s - \lambda_i [1 - \phi_i(s)]} \quad (1)$$

따라서, 대기시간의 1차 및 2차모멘트는 각각 다음과 같이 구하여지며,

$$\bar{W}_i = - \frac{d}{ds} \phi_{w_i}(s) \Big|_{s=0} = \frac{\bar{T}_i'^2}{2 T_i'} + \frac{\lambda_i \bar{T}_i'^2}{2(1 - \lambda_i \bar{T}_i')} \quad (2)$$

$$\bar{W}_i'^2 = \frac{d^2}{ds^2} \phi_{w_i}(s) \Big|_{s=0} = \frac{\bar{T}_i'^3}{3 T_i'} + \frac{\lambda_i \bar{T}_i'^3}{3(1 - \lambda_i \bar{T}_i')} + \frac{\lambda_i \bar{T}_i'^2 \bar{T}_i''}{2 T_i' (1 - \lambda_i \bar{T}_i')} + \frac{(\lambda_i \bar{T}_i'^2)^2}{2(1 - \lambda_i \bar{T}_i')^2}$$

여기서 \bar{X} 는 X 의 기대치를 나타낸다. (2)와 (3)으로부터 대기시간의 분산은 다음과 같다.

$$\sigma_{W_i}^2 = \overline{W_i^2} - \bar{W}_i^2 \quad (4)$$

우선순위 전송큐에서 데이터 대기시간의 분산은 조건적 유효서비스시간의 1차부터 3차모멘트, $\overline{T_i}$, $\overline{T_i^2}$, $\overline{T_i^3}$ 및 $\overline{T_i^3}$ 등을 도출함으로써 구하여질 수 있다. 다음의 1절에서는 조건적 유효서비스시간의 모멘트들을 분석하며, 2절에서는 토큰버스 프로토콜이 우선순위 전송기능을 가지고 동작되는 경우에 조건적 토큰순환시간의 모멘트들에 대하여 기술하기로 한다.

1. 조건적 유효서비스시간의 해석

Hong^[7]으로부터 조건적 유효서비스시간들의 1차 및 2차 모멘트는 다음과 같이 구하여졌다.

$$\overline{T_i} = \frac{\overline{Tr_i}}{\mu_i} \quad (5)$$

$$\overline{T_i^2} = \frac{\overline{Tr_i^2}}{\mu_i} + \frac{2 \overline{Tr_i} \overline{Te_i}}{\mu_i^2} \quad (6)$$

$$\overline{T_i} = \overline{Tr_i} + \overline{T_i} (1 - \mu_i) \quad (7)$$

$$\overline{T_i^2} = \overline{Tr_i^2} + \overline{T_i^2} (1 - \mu_i) + 2 \overline{T_i} \overline{Te_i} \quad (8)$$

여기서, $\overline{Tr_i}$, $\overline{Tr_i^2}$ 는 조건적 토큰순환시간들을 나타내며, $\overline{Te_i}$ 와 $\overline{Te_i^2}$ 는 각각 TRT_i 가 만료된 경우에 $\overline{Tr_i}$ 와 $\overline{Tr_i^2}$ 의 평균값이다. 본 논문에서는 [7]에서와 같은 방법을 통하여 이들의 3차 모멘트를 구하기로 한다. 먼저 $C_i(t)$ 를 $\overline{Tr_i}$ 의 확률밀도함수라 하자. 또한, $\overline{Tr_i}$ 가 TRT_i 보다 크거나 또는 작을 경우에 따라 $C_i(t)$ 를 다음과 같이 $p_i(t)$ 와 $q_i(t)$ 의 두 가지 영역으로 구분하기로 한다.

$$p_i(t) = C_i(t), \quad 0 \leq t \leq TRT_i \quad (9)$$

$$q_i(t) = C_i(t), \quad TRT_i < t \leq \infty \quad (10)$$

만일 $t_j (j=1$ 부터 $(n-1))$ 를 TRT_j 가 만료된 경우에 조건적 토큰순환시간 $\overline{Tr_j}$ 이라 하고, t_n 을 n -번째 토큰 도착순간에 TRT_j 가 만료되지 않았을 경우에 조건적 토큰순환시간 $\overline{Tr_j}$ 이라 하면, 조건적 유효서비스시간은

$T_i^{(n)} = t_1 + \dots + t_n$ 이다. 따라서, i 순위 전송큐가 n -번째 토큰 도착 순간에 데이터 전송기회를 부여받을 확률은 다음과 같으며

$$\Pr[TRT_i < t_1 \leq \infty] \cdots \Pr[TRT_i < t_{n-1} \leq \infty] \Pr[0 \leq t_n \leq TRT_i] \\ = \int_{TRT_i}^{\infty} \cdots \int_{TRT_i}^{\infty} \int_0^{TRT_i} q_i(t_1) \cdots q_i(t_{n-1}) p_i(t_n) dt_n dt_{n-1} \cdots dt_1 \quad (11)$$

이 경우에 대한 유효서비스시간 $T_i^{(n)}$ 의 3차 모멘트는 다음과 같이 구하여진다.

$$\overline{T_i^{(n)3}} \\ = \int_{TRT_i}^{\infty} \cdots \int_{TRT_i}^{\infty} \int_0^{TRT_i} (t_1 + \dots + t_n)^3 q_i(t_1) \cdots q_i(t_{n-1}) p_i(t_n) dt_n dt_{n-1} \cdots dt_1 \\ = \int_0^{TRT_i} t_n^3 p_i(t_n) dt_n \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_1) dt_1 \cdots \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_{n-1}) dt_{n-1}$$

$$(n-1) \begin{cases} +3 \int_0^{TRT_i} t_n^2 p_i(t_n) dt_n \int_{TRT_i}^{\infty} t_1 q_i(t_1) dt_1 \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_2) dt_2 \cdots \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_{n-1}) dt_{n-1} \\ \vdots \\ +3 \int_0^{TRT_i} t_n p_i(t_n) dt_n \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_1) dt_1 \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_2) dt_2 \cdots \int_{TRT_i}^{\infty} t_{n-1} q_i(t_{n-1}) dt_{n-1} \end{cases}$$

$$(n-1) \begin{cases} +3 \int_0^{TRT_i} t_n p_i(t_n) dt_n \int_{TRT_i}^{\infty} t_1^2 q_i(t_1) dt_1 \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_2) dt_2 \cdots \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_{n-1}) dt_{n-1} \\ \vdots \\ +3 \int_0^{TRT_i} t_n p_i(t_n) dt_n \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_1) dt_1 \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_2) dt_2 \cdots \int_{TRT_i}^{\infty} t_{n-1}^2 q_i(t_{n-1}) dt_{n-1} \end{cases}$$

$$\frac{(n-1)(n-2)}{2} \begin{cases} +6 \int_0^{TRT_i} t_n p_i(t_n) dt_n \int_{TRT_i}^{\infty} t_1 q_i(t_1) dt_1 \int_{TRT_i}^{\infty} t_2 q_i(t_2) dt_2 \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_3) dt_3 \cdots \\ \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_{n-1}) dt_{n-1} \\ \vdots \\ +6 \int_0^{TRT_i} t_n p_i(t_n) dt_n \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_1) dt_1 \cdots \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_{n-3}) dt_{n-3} \\ \int_{TRT_i}^{\infty} t_{n-2} q_i(t_{n-2}) dt_{n-2} \int_{TRT_i}^{\infty} t_{n-1} q_i(t_{n-1}) dt_{n-1} \end{cases}$$

$$(n-1) \begin{cases} + \int_0^{TRT_i} p_i(t_n) dt_n \int_{TRT_i}^{\infty} t_1^2 q_i(t_1) dt_1 \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_2) dt_2 \cdots \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_{n-1}) dt_{n-1} \\ \vdots \\ + \int_0^{TRT_i} p_i(t_n) dt_n \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_1) dt_1 \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_2) dt_2 \cdots \int_{TRT_i}^{\infty} t_{n-1}^2 q_i(t_{n-1}) dt_{n-1} \end{cases}$$

$$(n-1)(n-2) \begin{cases} -3 \int_0^{TRT_i} p_i(t_n) dt_n \int_{TRT_i}^{\infty} t_1^2 q_i(t_1) dt_1 \int_{TRT_i}^{\infty} t_2 q_i(t_2) dt_2 \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_3) dt_3 \cdots \\ \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_{n-1}) dt_{n-1} \\ \vdots \\ +3 \int_0^{TRT_i} p_i(t_n) dt_n \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_1) dt_1 \cdots \int_{TRT_i}^{\infty} q_i(t_{n-3}) dt_{n-3} \\ \int_{TRT_i}^{\infty} t_{n-2} q_i(t_{n-2}) dt_{n-2} \int_{TRT_i}^{\infty} t_{n-1} q_i(t_{n-1}) dt_{n-1} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned}
& +6 \int_0^{TRT} p_i(t_n) dt_n \int_{TRT}^{t_1} q_i(t_1) dt_1 \int_{TRT}^{t_2} q_i(t_2) dt_2 \int_{TRT}^{t_3} q_i(t_3) dt_3 \\
& \int_{TRT}^{t_4} q_i(t_4) dt_4 \dots \int_{TRT}^{t_{n-1}} q_i(t_{n-1}) dt_{n-1} \\
& \vdots \\
& +6 \int_0^{TRT} p_i(t_n) dt_n \int_{TRT}^{t_1} q_i(t_1) dt_1 \dots \int_{TRT}^{t_{n-1}} q_i(t_{n-1}) dt_{n-1} \\
& \int_{TRT}^{t_{n-3}} q_i(t_{n-3}) dt_{n-3} \int_{TRT}^{t_{n-2}} q_i(t_{n-2}) dt_{n-2} \int_{TRT}^{t_{n-1}} q_i(t_{n-1}) dt_{n-1}
\end{aligned} \right\} \\
& = \overline{Ta}_i^3 (1-\mu_i)^{n-1} + 3(n-1) \overline{Ta}_i^2 \overline{Te}_i (1-\mu_i)^{n-2} \\
& + 3(n-1) \overline{Ta}_i \overline{Te}_i^2 (1-\mu_i)^{n-2} + 3(n-1)(n-2) \overline{Ta}_i \overline{Te}_i^2 (1-\mu_i)^{n-3} \\
& + (n-1) \overline{Te}_i^3 \mu_i (1-\mu_i)^{n-2} + 3(n-1)(n-2) \overline{Te}_i^2 \overline{Te}_i \mu_i (1-\mu_i)^{n-3} \\
& + (n-1)(n-2)(n-3) \overline{Te}_i^3 \mu_i (1-\mu_i)^{n-4}
\end{aligned} \quad (12)$$

여기서,

$$\mu_i = \int_0^{TRT} p_i(t) dt$$

$$1 - \mu_i = \int_{TRT}^{\infty} q_i(t) dt$$

$$\overline{Ta}_i^k = \int_0^{TRT} t^k p_i(t) dt \quad k=1, 2, 3$$

$$\overline{Te}_i^k = \int_{TRT}^{\infty} t^k q_i(t) dt \quad k=1, 2, 3$$

$\mu_i = \Pr\{Tr_i \leq TRT\}$ 는 토큰이 Tr_i 의 토큰순환시간을 가지고 i 순위 전송큐에 도착하는 순간에 TRT 가 만료되지 않을 확률을 나타낸다. (12)로부터 조건적 유효서비스시간 $T_i^{(n)}$ 의 3차모멘트는 다음과 같이 도출된다.

$$\overline{T_i^{(n)3}} = \sum_{n=1}^{\infty} \overline{T_i^{(n)3}} = \frac{\overline{Tr}_i^3}{\mu_i} + \frac{3(\overline{Tr}_i^2 \overline{Te}_i + \overline{Tr}_i \overline{Te}_i^2)}{\mu_i^2} + \frac{6 \overline{Te}_i^2 \overline{Tr}_i}{\mu_i^3} \quad (13)$$

만일 $\mu_i = 1$ 인 경우(즉, 우선순위기능이 없는 경우)에는 $\overline{Te}_i = \overline{Te}_i^2 = 0$ 이며, 따라서 $\overline{T_i^{(n)3}} = \overline{Tr}_i^3$ 이 된다.

조건적 유효서비스시간 $T_i^{(n)}$ 는 하나의 Tr_i 와 불규칙한 개수의 Tr_i 로 구성된다. 앞에서의 T_i 의 해석의 경우에서와 같이 $C_i^{(n)}(t)$ 를 조건적 토큰순환 Tr_i 의 확률 밀도함수라 하고, Tr_i 가 TRT 보다 크거나 또는 작거나 에 따라 $C_i^{(n)}(t)$ 를 다음과 같이 $p_i^{(n)}(t)$ 와 $q_i^{(n)}(t)$ 의 두 가지 영역으로 구분하기로 한다.

$$p_i^{(n)}(t) = C_i^{(n)}(t), \quad 0 \leq t \leq TRT; \quad (14)$$

$$q_i^{(n)}(t) = C_i^{(n)}(t), \quad TRT < t < \infty \quad (15)$$

만일 i 순위 전송큐가 데이터를 전송한 이후 첫 번

째 토큰이 도착하는 순간에 TRT 가 만료되지 않아 데이터 전송기회를 다시 부여받는다면, 이 경우의 조건적 유효서비스시간 $T_i^{(1)}$ 는 TRT 가 만료되지 않았을 경우의 조건적 토큰순환시간 Tr_i 와 동일하며, 따라서 i 순위 전송큐가 첫 번째 토큰도착 순간에 데이터 전송기회를 부여받을 확률은 다음과 같다.

$$\Pr\{0 \leq t_1 \leq TRT\} = \int_0^{TRT} p_i^{(1)}(t_1) dt_1 \quad (16)$$

따라서, $\overline{T_i^{(1)3}}$ 는 다음과 같다.

$$\overline{T_i^{(1)3}} = \int_0^{TRT} t_1^3 p_i^{(1)}(t_1) dt_1 = \overline{Ta}_i^3 \quad (17)$$

만일 i 순위 전송큐가 $n(n \geq 2)$ -번째 토큰도착 순간에 데이터 전송기회를 부여받았다면, 이 경우의 조건적 유효서비스시간 $T_i^{(n)}$ 는 $t_1 + \dots + t_n$ 로 나타내지며, 여기서 t_1 는 TRT 가 만료되는 경우의 조건적 토큰순환시간 Tr_i 이고, $t_j (j=2$ 부터 $(n-1))$ 는 TRT 가 만료되는 경우의 조건적 토큰순환시간 Tr_i 를 나타내며, t_n 은 n -번째 토큰도착 순간에 TRT 가 만료되지 않았을 경우에 조건적 토큰순환시간 Tr_i 이다. 따라서, i 순위 전송큐가 n -번째 토큰도착 순간에 데이터를 전송할 기회를 부여받을 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
& \Pr\{TRT < t_1 \leq \infty\} \Pr\{TRT < t_2 \leq \infty\} \dots \Pr\{TRT < t_{n-1} \leq \infty\} \Pr\{0 \leq t_n \leq TRT\} \\
& = \int_{TRT}^{\infty} \int_{TRT}^{\infty} \dots \int_{TRT}^{\infty} \int_0^{TRT} q_i^{(n)}(t_1) q_i^{(n)}(t_2) \dots q_i^{(n)}(t_{n-1}) p_i^{(n)}(t_n) dt_n dt_{n-1} \dots dt_2 dt_1
\end{aligned} \quad (18)$$

따라서 $n \geq 2$ 의 경우에 있어서 $T_i^{(n)}$ 의 3차 모멘트는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\overline{T_i^{(n)3}} & = \int_{TRT}^{\infty} \int_{TRT}^{\infty} \dots \int_{TRT}^{\infty} \int_0^{TRT} (t_1 + t_2 + \dots + t_{n-1} + t_n)^3 q_i^{(n)}(t_1) q_i^{(n)}(t_2) \dots \\
& \quad q_i^{(n)}(t_{n-1}) p_i^{(n)}(t_n) dt_n dt_{n-1} \dots dt_2 dt_1
\end{aligned} \quad (19)$$

(12)와 동일한 수학적 과정을 통하여 $\overline{T_i^{(n)3}}$ 는 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\begin{aligned}
\overline{T_i^{(n)3}} & = \overline{Ta}_i^3 (1-\mu_i)(1-\mu_i)^{n-2} + 3 \overline{Ta}_i^2 \overline{Te}_i (1-\mu_i)^{n-2} \\
& + 3(n-2) \overline{Ta}_i^2 \overline{Te}_i (1-\mu_i)(1-\mu_i)^{n-3} + 3 \overline{Ta}_i \overline{Te}_i^2 (1-\mu_i)^{n-2} \\
& + 3(n-2) \overline{Ta}_i \overline{Te}_i^2 (1-\mu_i)(1-\mu_i)^{n-3} + 6(n-2) \overline{Ta}_i \overline{Te}_i \overline{Te}_i (1-\mu_i)^{n-3} \\
& + 3(n-2)(n-3) \overline{Ta}_i \overline{Te}_i^2 (1-\mu_i)(1-\mu_i)^{n-4} + \overline{Te}_i^3 \mu_i (1-\mu_i)^{n-2} \\
& + (n-2) \overline{Te}_i^3 \mu_i (1-\mu_i)(1-\mu_i)^{n-3} + 3(n-2) \overline{Te}_i^2 \overline{Te}_i \mu_i (1-\mu_i)^{n-3} \\
& + 3(n-2) \overline{Te}_i^2 \mu_i (1-\mu_i)^{n-2} + 3(n-2)(n-3) \overline{Te}_i^2 \overline{Te}_i \mu_i (1-\mu_i)^{n-4} \\
& + 3(n-2)(n-3) \overline{Te}_i^2 \mu_i (1-\mu_i)^{n-4} \\
& + (n-2)(n-3)(n-4) \overline{Te}_i^3 \mu_i (1-\mu_i)(1-\mu_i)^{n-5}
\end{aligned} \quad (20)$$

여기서,

$$1 - \mu_i = \int_{TRT_i}^{\infty} q_i''(t) dt$$

$$\overline{Ta_i^k} = \int_0^{TRT_i} t^k p_i''(t) dt \quad k=1, 2, 3$$

$$\overline{Te_i^k} = \int_{TRT_i}^{\infty} t^k q_i''(t) dt \quad k=1, 2, 3$$

$1 - \mu_i$ 는 토큰이 Tr_i'' 의 조건적 토큰순환시간을 가지고 i 순위 전송큐에 도착하는 순간 TRT_i 가 만료될 확률이다. (17)과 (20)으로부터 조건적 유효서비스시간 T_i'' 의 3차모멘트는 다음과 같이 도출된다.

$$\begin{aligned} \overline{T_i^3} &= \sum_{n=1}^K \overline{T_i^{(n)3}} \\ &= \overline{T_i^3} + (1 - \mu_i) \overline{T_i^3} + \frac{3(\overline{Tr_i^2} \overline{Te_i^2} + \overline{Tr_i} \overline{Te_i^3})}{\mu_i} + \frac{6 \overline{Te_i} \overline{Te_i} \overline{Tr_i}}{\mu_i^2} \end{aligned} \quad (21)$$

만일 $\mu_i = 1$ 인 경우(즉, 우선순위가 없는 경우)에 $\overline{Te_i} = \overline{Te_i^2} = 0$ 이며, 따라서 $\overline{T_i^3} = \overline{Tr_i^3}$ 이 된다.

(13)과 (21)에서 주어진 바와 같이 조건적 유효서비스시간들의 3차모멘트를 구하기 위하여서는 우선순위 기능 하에서의 조건적 토큰순환시간의 3차모멘트들을 도출하여야 하며, 다음의 절에서 이를 다루기로 한다.

2. 조건적 토큰순환시간의 해석

$C_i(t)$ 와 $C_i''(t)$ 는 앞절에서 정의한 대로 조건적 토큰순환시간의 확률밀도함수이며, $C(t)$ 를 비조건적 토큰순환시간의 확률밀도함수로 정의하자. 현재까지 단일서비스 시스템에서 토큰순환시간의 정확한 해를 구하는 방법은 아직 밝혀지지 않고 있다. 본 논문에서는 Kuehn의 해석기법을 따라 Tr , Tr_j 및 Tr_j'' 를 각각 독립적이고 동일한 분포를 갖는(i.i.d.) 불규칙변수라 가정하여 $C(t)$, $C_i(t)$ 및 $C_i''(t)$ 의 Laplace-Stieltjes 변환(LST) $\phi_C(s)$, $\phi_{C_i}(s)$ 및 $\phi_{C_i''}(s)$ 를 근사적으로 도출한다. 앞서 언급한 바와 같이 공장자동화 및 공정의 분산제어환경에서 k 순위 데이터의 전송시간이 L_k 의 상수값을 가지고, 또한 토큰이 논리적 링을 한번 순회하는 동안에 소요되는 토큰전달시간의 합을 $R = \sum_{i=0}^K u_i$ 이라 하자. Hong [7]으로부터

$$\phi_C(s) = e^{-sR} \prod_{i=0}^K [P_i e^{-sL_i} + (1 - P_i)]^{N_i} \quad (22)$$

$$\phi_{C_i}(s) = e^{-sR} \prod_{i=0}^K [P_{ii} e^{-sL_i} + (1 - P_{ii})]^{N_i \delta_{ii}} \quad (23)$$

$$\phi_{C_i}(s) = e^{-sR} \prod_{i=0}^K [P_{ii} e^{-sL_i} + (1 - P_{ii})]^{N_i \delta_{ii}} e^{-sL_i} \quad (24)$$

여기서 δ_{ii} 는 Kronecker의 delta(즉, $j=i$ 이면 $\delta_{ii}=1$, 그렇지 않으면 $\delta_{ii}=0$)이다. P_i , P_{ii} 와 P_{ii}'' 는 토큰이 각각 Tr , Tr_j 와 Tr_j'' 의 토큰순환시간을 가지고 i 순위 전송큐에 도착하는 순간에 해당 전송큐에서 데이터를 전송할 확률이며, 이는 Hong^[7]으로부터 다음과 같이 결정된다.

$$P_{i0} = \lambda_0 \overline{Tr_j}, \quad P_{j0} = \lambda_0 \overline{Tr_j''} \quad (25)$$

$$P_{ii} = \alpha_i \mu_{ii}, \quad P_{ii}'' = \alpha_i \mu_{ii}'', \quad i=1, \dots, K \quad (26)$$

(26)에서 μ_{ii} 와 μ_{ii}'' 는 조건적 토큰순환시간 Tr_j 와 Tr_j'' 를 가지고 토큰이 i 순위 전송큐에 도착하는 순간에 TRT_i 가 만료되지 않을 확률이다. 즉,

$$\mu_{ii} = \Pr[Tr_j \leq TRT_i], \quad \mu_{ii}'' = \Pr[Tr_j'' \leq TRT_i] \quad (27)$$

또한 α_i 는 토큰이 도착하는 순간에 i 순위 전송큐에 데이터가 대기할 확률이며, 이는

$$\alpha_i = \frac{\lambda_i \overline{Tr}}{\mu_i} \quad (28)$$

로 주어진다. 여기서 토큰순환시간의 평균값 \overline{Tr} 은 다음과 같다.

$$\overline{Tr} = \frac{R}{1 - \sum_{i=0}^K N_i \lambda_i L_i} \quad (29)$$

조건적 토큰순환시간들의 1차에서 3차까지의 모멘트들은 (23), (24)로부터 다음과 같이 구하여진다.

$$\overline{Tr_j} = R + \sum_{i=0}^K (N_i - \delta_{ii}) P_{ii} L_i \quad (30)$$

$$\overline{Tr_j''} = R + \sum_{i=0}^K (N_i - \delta_{ii}) P_{ii}'' L_i + L_i \quad (31)$$

$$\overline{Tr_j^2} = \overline{Tr_j}^2 + \sum_{i=0}^K (N_i - \delta_{ii}) L_i^2 P_{ii} (1 - P_{ii}) \quad (32)$$

$$\overline{Tr_j'^2} = \overline{Tr_j''}^2 + \sum_{i=0}^K (N_i - \delta_{ii}) L_i^2 P_{ii}'' (1 - P_{ii}'') \quad (33)$$

$$\overline{Tr_j^3} = \overline{Tr_j}^3 + \sum_{i=0}^K (N_i - \delta_{ii}) L_i^3 P_{ii} (1 - P_{ii})^2 + 3 \overline{Tr_j} \sigma_{Tr_j}^2 \quad (34)$$

$$\overline{Tr_j'^3} = \overline{Tr_j''}^3 + \sum_{i=0}^K (N_i - \delta_{ii}) L_i^3 P_{ii}'' (1 - P_{ii}'')^2 + 3 \overline{Tr_j''} \sigma_{Tr_j''}^2 - 3L_i^2 (\overline{Tr_j''} - R - L_i) \quad (35)$$

여기서 $\sigma_{Tr_i}^2 = \overline{Tr_i^2} - \overline{Tr_i}^2$, $\sigma_{Tr_j}^2 = \overline{Tr_j^2} - \overline{Tr_j}^2$ 이다.

확률밀도함수 $C(t)$, $C_j(t)$, $C_j''(t)$ 는 각각 식 (22), (23), (24)로 주어진 LST를 역변환함으로써 구할 수 있으며, i 순위 전송큐에서 각각 Tr , Tr_j , Tr_j'' 의 토큰순환시간 동안에 TRT_i 가 만료되지 않을 확률 μ_i , μ_{j_1} , μ_{j_2} 는 $C(t)$, $C_j(t)$, $C_j''(t)$ 를 0에서 TRT_i 의 구간에 대하여 적분함으로써 다음과 같이 구하여진다.

$$\mu_i = \int_0^{TRT_i} C(t) dt = \sum_{n_i=0}^{N_i} \dots \sum_{n_k=0}^{N_k} \prod_{k=0}^K \Psi_k U_i [TRT_i - (\sum_{k=0}^K n_k L_k + R)] \quad (36)$$

$$\mu_{j_1} = \int_0^{TRT_i} C_j(t) dt = \sum_{n_i=0}^{N_i} \dots \sum_{n_k=0}^{N_k} \prod_{k=0}^K \Psi_{jk} U_i [TRT_i - (\sum_{k=0}^K n_k L_k + R)] \quad (37)$$

$$\mu_{j_2} = \int_0^{TRT_i} C_j''(t) dt = \sum_{n_i=0}^{N_i} \dots \sum_{n_k=0}^{N_k} \prod_{k=0}^K \Psi_{jk}'' U_i [TRT_i - (\sum_{k=0}^K n_k L_k + R + L)] \quad (38)$$

여기서

$$\Psi_k = \binom{N_k}{n_k} P_k^{n_k} (1-P_k)^{N_k-n_k}, \quad 0 \leq n_k \leq N_k \quad (39)$$

$$\Psi_{jk} = \binom{N_k - \delta_{jk}}{n_k} P_{jk}^{n_k} (1-P_{jk})^{N_k - \delta_{jk} - n_k}, \quad 0 \leq n_k \leq N_k - \delta_{jk} \quad (40)$$

$$\Psi_{jk}'' = \binom{N_k - \delta_{jk}}{n_k} P_{jk}''^{n_k} (1-P_{jk}'')^{N_k - \delta_{jk} - n_k}, \quad 0 \leq n_k \leq N_k - \delta_{jk} \quad (41)$$

$U_0[\cdot]$ 와 $U_1[\cdot]$ 는 각각 단위 임펄스함수와 단위 스텝함수를 나타낸다.

(28)의 α_i 는 (29)와 (36)의 \overline{Tr} 와 μ_i 로부터 결정된다. (26)의 P_{jk} 와 P_{jk}'' 를 (40)과 (41)에 대입하고, (40)과 (41)의 Ψ_{jk} 와 Ψ_{jk}'' 를 (37)와 (38)에 대입하면 $K(K+1)$ 개의 미지수 μ_{j_1} 와 μ_{j_2} ($i=1$ 부터 K , $j=0$ 부터 K)에 대하여 $K(K+1)$ 개의 비선형연립방정식을 얻는다. μ_{j_1} 와 μ_{j_2} 에 대한 비선형연립방정식의 해들은 수치 해석적인 방법으로 구할 수 있다. 조건적 토큰순환시간의 1차부터 3차까지의 모멘트들은 (26)의 P_{jk} 와 P_{jk}'' 를 (30)부터 (35)에 대입함으로써 구할 수 있다. $\mu_{j_1} = \mu_i$ 이고 $\mu_{j_2} = \mu_i$ 이며, 또한 $\overline{Te_i}$, $\overline{Te_i'}$, $\overline{Te_i^2}$ 와 $\overline{Te_i'^2}$ 는 확률밀도함수 $C_j(t)$ 와 $C_j''(t)$ 로 부터 구할 수 있으므로, 이들을 통하여 식 (5), (6), (7), (8), (13) 및 (21)로 주어진 조건적 유효서비스시간의 1차부터 3차까지의 모멘트들을 구한다. 마지막으로 이들을 식 (4)에 대입함으로써 i 순위에서의 데이터 대기

시간의 분산 σ_w^2 을 구한다.

IV. 수치적 결과의 분석

본 장에서는 앞에서 도출한 해석적 모델에 대한 수치적 결과의 예를 시뮬레이션모델의 결과와 비교함으로써 해석적 모델의 타당성을 검증하기로 한다. 시뮬레이션모델은 SIMAN^[11] 언어를 사용하여 개발되었으며, 데이터 대기시간의 분산에 대한 수치적 결과의 해석은 Hong^[7]에서 주어진 데이터 대기시간의 평균값의 해석과 동일한 트래픽 조건 하에서 수행되었다. 수치적 분석에 있어서 i -번째 우선순위의 트래픽부하는 $G_i = \lambda_i L_i N_i$ 로 주어지며, 네트워크 전체의 트래픽부하는 $G = \sum_{i=0}^K G_i$ 로 주어지는 것으로 한다.

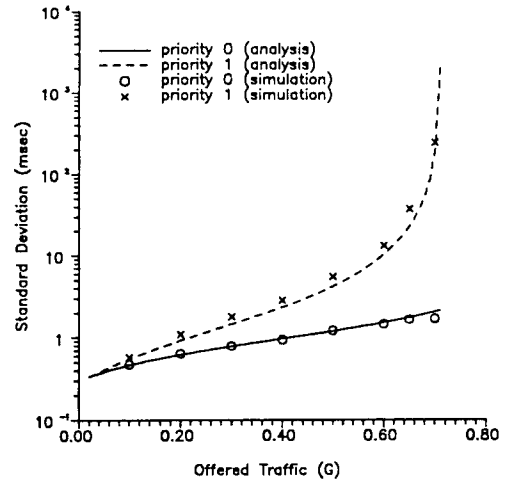


그림 1. 대칭형시스템에서 트래픽부하 (G)에 대한 대기시간의 표준편차

Fig. 1. Standard Deviation of Waiting Time in the Symmetric System with Varying G .

수치적 결과의 첫 번째 예는 0과 1의 두개의 우선순위 등급을 가지며 5개의 노드로 구성된 대칭형시스템에 대하여 제시되었다. 각 노드에서의 토큰전달시간은 0.203 msec로 주어졌고 데이터 전송시간은 $L_0 = L_1 = 1$ msec이며 각 우선순위등급의 트래픽부하는 동일하므로 하였다. 즉, $G_0 = G_1$ 이다. 그림 1에는 $TRT_1 = 3$ msec일 때 G 의 증가에 대한 대기시간의 표준편차의 변화가 나타나 있으며, 그림 2에는 $G=0.6$ 일 때 TRT_1 의 증가에 대한 대기시간의 표준편차의 변화가

주어졌다. 이 예에서 보면 대칭형시스템의 경우에 근사적 해석모델의 정확도가 상당히 높은 것을 알 수 있다. 그림 1에서 보면 네트워크의 트래픽부하 G 가 증가함에 따라 우선순위 데이터의 대기시간의 편차(또는 분산)도 같이 증가하며, 특히 낮은 우선순위(1 순위)의 데이터 대기시간의 편차가 상대적으로 급격히 증가하는 것을 볼 수 있다. 그림 2에서 보면 TRT_1 의 값이 증가함에 따라 우선순위 1 데이터 대기시간의 편차는 감소하는 반면 우선순위 0 데이터 대기시간의 편차는 증가한다. 또한, TRT_1 의 값이 증가함에 따라 데이터 대기시간의 편차의 변화율은 감소한다. 이는 Hong¹⁷⁾에서 제시된 우선순위 데이터의 대기시간의 평균값의 특성과 일치하는 결과이다. 즉, 토큰버스 프로토콜에서 트래픽부하 G 또는 타이머의 값 TRT 의 변화에 대하여 데이터 대기시간의 평균값과 편차가 받는 영향은 동일하다고 볼 수 있다.

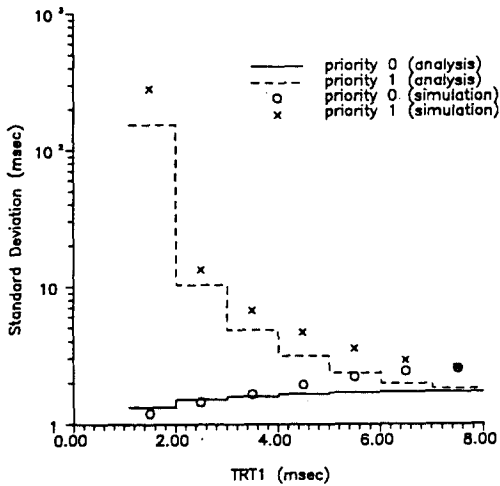


그림 2. 대칭형시스템에서 타이머값 (TRT)에 대한 대기시간의 표준편차
 Fig. 2. Standard Deviation of Waiting Time in the Symmetric System with Varying TRT .

수치적 결과의 두 번째 예는 4개의 우선순위를 가지며 4개의 노드로 구성된 비대칭형 모델에 대하여 검토되었다. 각 노드에서 토큰전달시간은 0.203 msec 이며, 우선순위 데이터들의 전송시간은 $L_0=0.4 \text{ msec}$, $L_1=0.8 \text{ msec}$, $L_2=1.6 \text{ msec}$, $L_3=3.2 \text{ msec}$ 로 주어졌다. 또한 각 우선순위 전송큐에서의 트래픽부하는 동일한 것으로 하였다. 즉, $G_0=G_1=G_2=G_3$ 이다. 그림 3부터 그림 6에서는 $TRT_1=4.5 \text{ msec}$, $TRT_2=3.5 \text{ msec}$,

$TRT_3=2.5 \text{ msec}$ 로 할당되었을 경우에 각각의 우선순위에 대하여 G 의 증가에 대한 데이터 대기시간의 편차의 변화를 보여주며, 그림 7부터 그림 10에는 $G=0.4$ 에서 $TRT_2=2TRT_3$, $TRT_1=3TRT_3$ 로 할당되었을 경우에 TRT_3 의 증가에 대한 우선순위 데이터들의 대기시간의 편차의 변화가 나타나 있다.

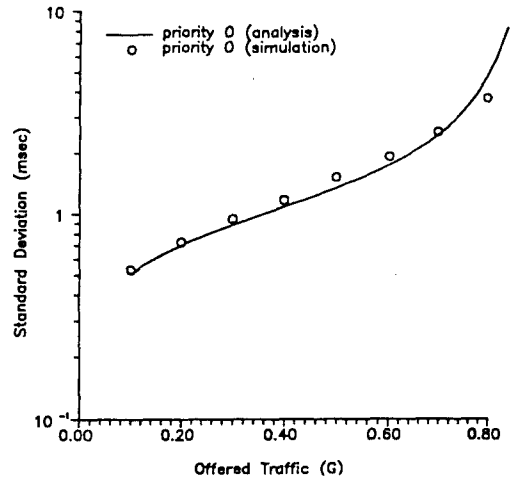


그림 3. 비대칭형시스템에서 트래픽부하 (G)에 대한 우선순위 0 데이터 대기시간의 표준편차
 Fig. 3. Standard Deviation of Priority 0 Waiting Time in the Asymmetric System with Varying G .

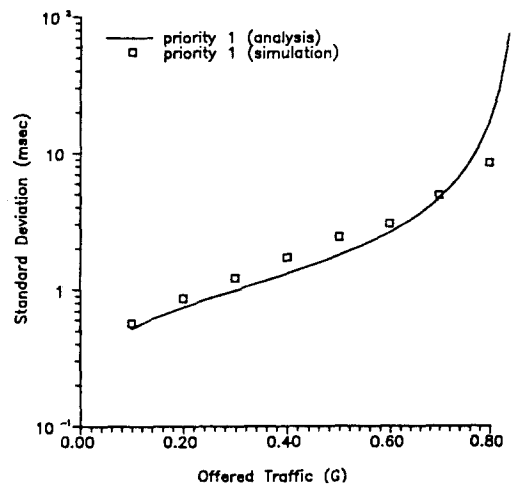


그림 4. 비대칭형시스템에서 트래픽부하 (G)에 대한 우선순위 1 데이터 대기시간의 표준편차
 Fig. 4. Standard Deviation of Priority 1 Waiting Time in the Asymmetric System with Varying G .

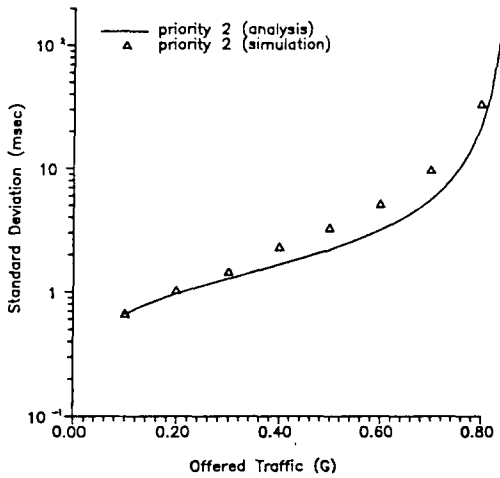


그림 5. 비대칭형시스템에서 트래픽부하 (G)에 대한 우선순위 2 데이터 대기시간의 표준편차
 Fig. 5. Standard Deviation of Priority 2 Waiting Time in the Asymmetric System with Varying G .

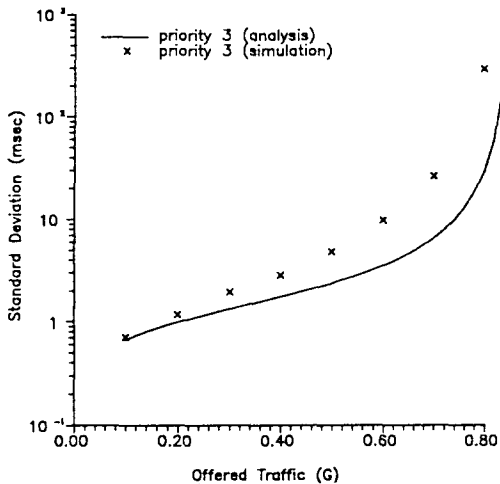


그림 6. 비대칭형시스템에서 트래픽부하 (G)에 대한 우선순위 3 데이터 대기시간의 표준편차
 Fig. 6. Standard Deviation of Priority 3 Waiting Time in the Asymmetric System with Varying G .

그림 3부터 그림 10에서 보면 해석적 모델은 트래픽 부하가 증가할수록 또는 우선순위가 낮을수록 (즉, TRT 가 작은 값으로 할당될수록) 정확도가 감소하는

것을 볼 수 있다. 정확도가 감소하는 주된 원인은 Hong¹⁷⁾에서 제시된 바와 같이 근사적 해석모델의 독립성에 대한 가정에 기인한다. 즉, 트래픽부하가 증가할수록 또는 TRT 가 적은 값으로 할당될수록 전송큐에 데이터가 축적될 확률은 증가하게 되며, 이 경우에 각각의 전송큐에 대한 토큰순환시간들 간에 상호 종속성 및 데이터 전송큐들 간에 상호 종속성은 심화된다.

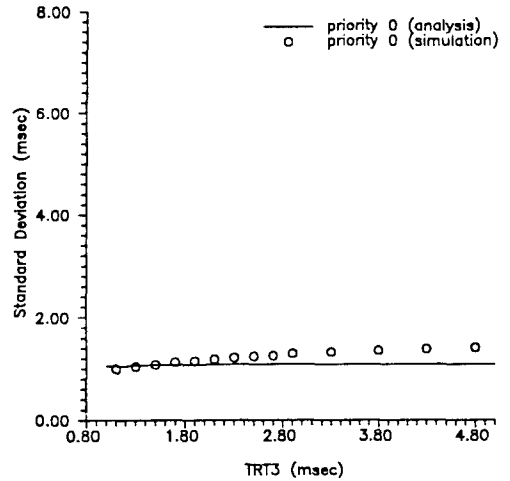


그림 7. 비대칭형시스템에서 타이머값 (TRT)에 대한 우선순위 0 데이터 대기시간의 표준편차
 Fig. 7. Standard Deviation of Priority 0 Waiting Time in the Asymmetric System with Varying TRT .

그러나 대부분의 공장자동화 및 분산제어용 네트워크에서는 제어관련 데이터 및 alarm signal 등과 같이 주어진 시간 이내에 전송이 완료되어야 하는 실시간 데이터들은 우선순위 0 또는 1의 높은 우선순위로 할당되고, 화일의 전송 또는 프로그램의 loading 등과 같이 데이터 전송에 소요되는 시간이 상대적으로 시급하지 않은 많은 데이터들은 우선순위 2 또는 3의 낮은 우선순위로 할당된다. 본 논문에서 제시한 해석적 모델은 우선순위가 높은 실시간 데이터들에 대하여 높은 정확도를 보이며, 따라서 실시간 토큰버스 네트워크 시스템을 설계 및 운용하는데 있어서 본 논문에서 제시한 해석적 모델은 매우 적절히 사용될 수 있을 것이다.

V. 결 론

타이머에 의하여 제어되는 토큰버스 프로토콜의 우선순위기능은 여러 등급의 우선순위 전송큐에 서로 다른 매체접속 권한을 부여한다. 본 논문에서는 단일서비

스방식으로 동작되는 토큰버스 프로토콜의 우선순위 전송기능에서 데이터 대기시간의 분산에 대한 성능을 평가할 수 있는 해석적 모델을 제시하였다.

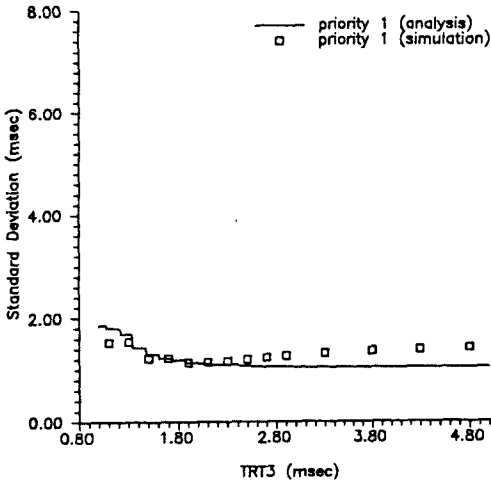


그림 8. 비대칭형시스템에서 타이머값 (TRT)에 대한 우선순위 1 데이터 대기시간의 표준편차
 Fig. 8. Standard Deviation of Priority 1 Waiting Time in the Asymmetric System with Varying TRT.

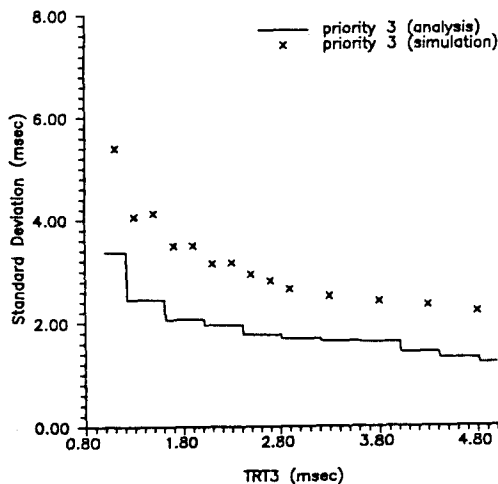


그림 9. 비대칭형시스템에서 타이머값 (TRT)에 대한 우선순위 2 데이터 대기시간의 표준편차
 Fig. 9. Standard Deviation of Priority 2 Waiting Time in the Asymmetric System with Varying TRT.

해석적 모델은 토큰버스 프로토콜의 우선순위기능에

대한 정성적, 정량적 특성을 잘 반영하고 있으며, 이의 타당성은 시뮬레이션모델의 결과와 비교를 통하여 검증되었다. 본 논문에서 제시하는 해석적 모델은 우선순위가 높은 실시간 데이터들에 대하여 높은 정확도를 보인다. 또한, 토큰버스 프로토콜에서 트래픽부하 또는 타이머의 값의 변화에 대하여 데이터 대기시간의 평균 값과 편차가 받는 영향은 동일하다.

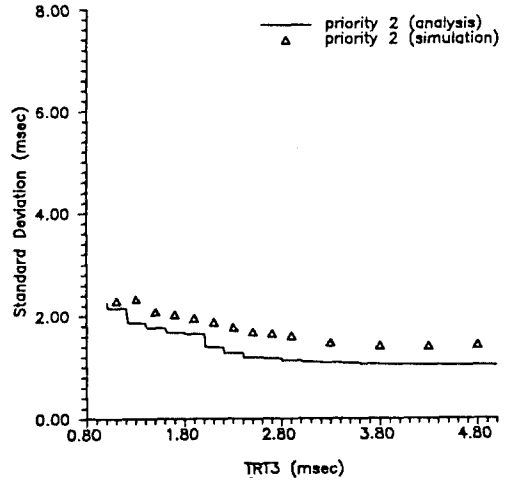


그림 10. 비대칭형시스템에서 타이머값 (TRT)에 대한 우선순위 3 데이터 대기시간의 표준편차
 Fig. 10. Standard Deviation of Priority 3 Waiting Time in the Asymmetric System with Varying TRT.

부록: 대기시간에 대한 모멘트 생성함수

본 부록에서는 Kuehn^[10]의 해석기법을 근거로 하여 각각의 우선순위 전송큐의 대기시간 W_i 에 대한 모멘트 생성함수를 도출한다. 각각의 우선순위 전송큐에서 시스템의 상태변수는 토큰의 활성순간과 비활성순간에 대기하고 있는 데이터의 개수로 정의한다. 0 순위 전송큐에서의 토큰 활성순간은 토큰이 전송큐에 도착한 순간을 말하며, 1 부터 K 순위 전송큐에서 토큰 활성순간은 토큰이 전송큐에 도착하고 해당 TRT가 만료되지 않은(즉, 데이터 전송이 가능한)순간을 말한다. 토큰 비활성순간은 토큰이 데이터 전송을 완료하고 전송큐를 떠나는 순간이다. 본 부록에서는 표기의 간소화를 위하여 변수에 우선순위를 나타내는 첨자 i 를 생략하기로 한다 (즉, T_i, T_i^* 를 T, T^* 로 표기). 토큰 활성순간에 i 순위 전송큐에서 대기하고 있는 데이터의 개수를 J 라 하자. i 순위 전송큐에서 J 의 분포는

다음의 확률로 표시된다.

$$p_n = \Pr[J = n], \quad n=0, 1, 2, \dots, \quad i=0, \dots, K \quad (\text{A.1})$$

데이터 도착주는 Poisson 분포를 가지는 것으로 가정하였으며, 따라서 전송큐의 상태는 토큰 활성화순간들에 대하여 imbedded Markov chain을 형성한다. t_1, t_2, \dots 를 주어진 전송큐의 토큰 활성화순간이라 하고, n_k 를 t_k 의 순간에 시스템의 상태라 하자. 만일 전송큐 시스템이 안정하다면, ergodic 가정으로부터 시스템이 확률적 평형상태에 도달할 것이며, imbedded Markov chain에 대하여 $\lim_{k \rightarrow \infty} \Pr[n_k = n] = p_n$ 의 확률은 다음과 같다.

$$p_n = p_0 p_{0n} + \sum_{m=1}^{n+1} p_m p_{mn}, \quad n=1, 2, \dots \quad (\text{A.2})$$

여기서, 전이확률 p_{mn} 은 다음과 같으며,

$$p_{0n} = \Pr[n_{k+1} = n \mid n_k = 0] \\ = \int_0^{\infty} \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} dT(t), \quad (n \geq 0) \quad (\text{A.3})$$

$$p_{mn} = \Pr[n_{k+1} = n \mid n_k = m] \\ = \begin{cases} \int_0^{\infty} \frac{(\lambda t)^{n-m+1}}{(n-m+1)!} e^{-\lambda t} dT(t), & \text{if } m \geq 0, n \geq m+1; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

다음과 같은 normalizing 조건과 함께

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1 \quad (\text{A.4})$$

토큰 활성화순간에 전송큐의 상태에 대한 확률은 식 (A.2), (A.3), (A.4)로 결정될 수 있다. 상태분포 p_n , ($n=0, 1, \dots$)의 확률생성함수를

$$G(x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n x^n \quad (\text{A.5})$$

라하고, (A.2)를 (A.5)에 대입한 후 몇 단계의 수학적 과정을 거치면

$$G(x) = p_0 \frac{x \Phi(z) - \Phi'(z)}{x - \Phi'(z)} \quad (\text{A.6})$$

여기서 $z = \lambda(1-x)$ 이며, $\Phi'(z)$ 와 $\Phi''(z)$ 는 각각 조건적 유효서비스시간 T 와 T'' 의 LST를 나타낸다. $G(1) = 1$ 으로 부터, (A.6)의 $\lim_{x \rightarrow 1} G(x)$ 에서 L'Hospital의 정리를 이용하여 p_0 를 구하면 다음과 같다.

$$p_0 = \frac{1 - \lambda \bar{T}}{1 - \lambda(\bar{T} - T)} \quad (\text{A.7})$$

또한, 우선순위 i 전송큐에서 토큰 활성화순간에 대기하고 있는 데이터의 개수의 평균값은 다음과 같다.

$$\bar{J} = \frac{d}{dx} G(x) \Big|_{x=1} = p_0 \lambda \frac{\lambda \bar{T}^2 (1 - \lambda \bar{T}) + \bar{T} (\lambda^2 \bar{T}^2 + 2 - 2\lambda \bar{T})}{2 \cdot (1 - \lambda \bar{T})^2} \quad (\text{A.8})$$

J^* 를 토큰이 전송큐를 떠난 직후인 토큰 비활성순간에 전송큐에 대기하고 있는 데이터의 개수라 하자. J^* 의 분포는 다음의 p_n^* 으로 표시되며,

$$p_n^* = \Pr[J^* = n], \quad n=0, 1, \dots \quad (\text{A.9})$$

p_n^* 의 확률생성함수는 다음과 같다.

$$G^*(x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n^* x^n \quad (\text{A.10})$$

확률 p_n^* 은 (i) 토큰 활성화순간에 전송큐에 데이터가 대기하고 있으며, 그 개수가 m 일 확률 $p_m/(1-p_0)$ 과, (ii) 토큰 활성화시간(즉, 데이터 전송시간) 동안 $n-m+1$ 개의 새로운 데이터들이 도착할 확률로 표시된다. 따라서,

$$p_n^* = \sum_{m=1}^{n+1} \frac{p_m}{1-p_0} \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^{n-m+1}}{(n-m+1)!} dH(t), \quad n=0, 1, \dots \quad (\text{A.11})$$

여기서 $H(t)$ 는 i 순위 전송큐의 데이터 전송시간에 대한 확률밀도함수이다. (A.11)을 (A.10)에 대입한 후, 합과 적분의 순서를 바꾸어 식을 정리하면 다음과 같다.

$$G^*(x) = \frac{1}{(1-p_0)} \frac{G(x) - p_0}{x} \Phi_H(z) \quad (\text{A.12})$$

여기서, $\Phi_H(z)$ 는 H 의 LST이며, $z = \lambda(1-x)$ 이다. 따라서, 토큰 비활성순간에 전송큐에 대기하고 있는 데이터의 개수의 평균값은 다음과 같다.

$$\bar{J}^* = \frac{d}{dt} G^*(x) \Big|_{x=1} = \frac{\bar{J}}{1-p_0} - 1 + \lambda \bar{H} \quad (\text{A.13})$$

여기서 \bar{J}^* 는 전송큐로부터 출발하는 데이터의 체류시간 D (대기시간과 데이터 전송시간의 합) 동안 새로이 전송큐에 도착하는 데이터들의 개수의 평균값으로 볼 수도 있다.

W 를 i 순위 전송큐에 대기하고 있는 임의의 데이터의 대기시간이라 하고, 이의 확률밀도함수와 LST를 각각 $W(t)$ 와 $\Phi_W(s)$ 로 표기하기로 하자. 식 (A.11)에 나타나 있는 확률 p_n^* 는 해당 데이터의 체류시간 D 동안 새로이 전송큐에 도착한 데이터의 개수에 대한 분

포로도 볼 수 있다.

여기서 $D=W+H$ 이며, W 와 H 는 서로 독립변수이므로, D 의 확률밀도함수는 $W(t)$ 와 $H(t)$ 의 convolution, $W(t) \otimes H(t)$, 로 표시될 수 있다. 따라서,

$$p_n^* = \int_0^\infty e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!} d(W(t) \otimes H(t)), \quad n=0, 1, \dots \quad (\text{A.14})$$

(A.14)를 (A.10)에 적용하면, $G^*(x) = \phi_w(z) \phi_H(z)$ 으로 되며, 여기서 $z = \lambda(1-x)$ 이다. 이를 (A.12)에 대입하여 정리하면,

$$\phi_w(s) = \frac{1 - \lambda T}{T} \frac{1 - \phi(s)}{s - \lambda[1 - \phi(s)]} \quad (\text{A.15})$$

여기서, $\phi(s)$ 와 $\phi''(s)$ 는 각각 조건적 유효서비스시간 T' 와 T'' 의 모멘트 생성함수이다.

참 고 문 헌

- [1] Special Issue on Communication for Manufacturing, *IEEE Network*, Vol.2, No.3, May 1988.
- [2] J. R. Pimentel, *Communication Networks for Manufacturing*, Prentice-Hall, 1990.
- [3] MAP 3.0 Specification 1993 Release, World Federation of MAP/TOP Users Groups, P.O. Box 12665, Rochester, N. Y., 14612, U.S.A.
- [4] ANSI/IEEE Standard 802.4: *Token Passing Bus Access Method and Physical Layer Specifications*, IEEE, 1985.
- [5] *SAE Linear Token Passing Multiplexed Data Bus Standard*, Version 3.0, May 1987.
- [6] DKE/DIN Trial Use Standard (DIN 19245/V), *PROFIBUS*, Version 4.0, 1987.
- [7] S. H. Hong, "Approximate Analysis of Timer-Controlled Priority Scheme in the Single-Service Token Passing Systems," *IEEE/ACM Trans. on Networking*, Vol. 2, No. 2, pp. 206-215, April 1994.
- [8] M. J. Ferguson, "Computation of the Variance of the Waiting Time for Token Rings," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, Vol. SAC-4, No. 6, pp. 775-782, September 1986.
- [9] ANSI Draft Proposal X3T9/90, *FDDI Media Access Control (MAC-2)*, May 1990.
- [10] P. J. Kuehn, "Multiqueue Systems with Nonexhaustive Cyclic Service," *Bell Syst. Tech. J.*, Vol. 58, No. 3, pp. 671-689, March 1979.
- [11] C. D. Pegden, R. E. Shannon and R. P. Sadowski, *Introduction to Simulation Using SIMAN*, McGraw-Hill, 1990.

저 자 소 개

洪承鎬(正會員) 第30卷 B編 第1號 參照

현재 한양대학교 제어계측공학과
조교수