

---

 論 文
 

---

大韓造船學會論文集  
 第 32 卷 第 4 號 1995 年 11 月  
 Transactions of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 32, No. 4, November 1995

## 경사진 상자형 기둥의 압괴에너지 해석

정준모\*, 이재욱\*\*\*, 홍승준\*, 김영훈\*\*

### On the Dissipation Energy of a Tapered Box Column

by

J.M. Choung\*, J.W. Lee\*\*\*, S.J.Hong\* and Y.H. Kim\*\*

#### 요 약

본 논문에서는 직각 상자형 기둥과 경사진 상자형 기둥이 축방향 압축 하중을 받을 경우에 대한 압괴강도 및 흡수에너지의 해석을 수행하였다. 경사진 상자형 기둥의 해석시 단계별로 세분된 등가의 직각 상자형 기둥으로 해석할 수 있는 식을 제안 하였다. 재료의 항복응력, 최종 인장응력 및 이들의 평균응력들에 대한 각 구조물의 계산 결과와 기존의 실험 결과를 비교하여 그 결과들의 유효성을 제시하였다.

#### Abstract

A study on the structural dissipation energy and crushing strength is presented for the axially compressed straight square box column and off-axially compressed tapered box column. A new formula on the energy dissipation and crushing strength of the tapered box column is proposed, where the tapered box column is replaced by the equivalent straight square box column. It is seen that the theoretical solutions agree well with experimental results.

---

발 표 : 1995년도 대한조선학회 춘계연구발표회('95. 4. 23)

접수일자 : 1995년 6월 9일 재접수일자 : 1995년 10월 31일

\*\*\* 정회원, 인하대학교 선박해양공학과

\*\* 정회원, 인하대학교 선박공학과

\* 학생회원, 인하대학교 선박공학과

## 1. 서론

최근 유조선의 충돌 및 좌초사고로 인해 충돌방호 구조에 대한 이론적 실험적 연구가 전세계적으로 계속 수행되고 있으나 선박의 충돌시 파괴기구의 복잡성으로 인해 적용범위에 대한 정량적 해석이 요구되고 있다. 선박은 다수의 평판과 보강재로 구성되어진 대형 박판 구조물이며 특히 선수는 일정각을 갖는 웨지형 박판 구조이며 이러한 구조물이 충돌 하중에 의해 붕괴될 경우에 박판은 접힘 변형을 일으키는데 이는 일정한 파장을 갖고 곡률의 반전과 접힘을 반복하게 된다.

이런 관점에서 Lee[2,5]는 등방성 직각 평판과 보강 평판으로 구성된 선수구조의 압괴 실험을 통해 흡수에너지에 대한 준 실험식(semi-empirical)을 제안하였는데 이식은 평판의 압괴 변형에너지에 대한 차원해석(dimensional analysis)에 의해 유도된 이론식에 근거하고 있다.

Wierzbicki & Abramowicz [7]는 2개의 박판으로 이루어진 앵글요소에 대한 압괴시 흡수에너지와 압괴 강도에 대한 이론적 해석을 수행하였다. 이 연구에서 두 평판사이의 상호작용(interaction)으로 인한 흡수 에너지와 직각 평판에 의해 흡수된 에너지에 대한 상관 관계를 이론적으로 설명하였다.

그외에도 Nagasawa[6]는 교각과의 충돌시 압괴 강도에 대한 실험을 수행하였고, Paik[13,16]은 선박의 좌초시 이중선각의 충돌 방호능력에 관한 실험 및 이론적 연구를 수행하였다. Yang[11]등은 새로운 압괴모드를 제안하였고 그들의 조합에 대한 이론적 연구를 수행하였다.

그리고 Reid[9]는 경사진 상자형 기둥에 대한 정적 및 동적 압괴 실험을 실시하였는데 압괴강도 및 에너지 추정식은 제시하지 않았다.

본연구에서는 경사진 상자형 기둥을 압괴요소의 길이별로 세분된 등각 직각 상자형 기둥으로 치환할 수 있는 압괴 강도 및 흡수에너지식을 실험 결과와 비교하여 제시하고자 한다.

## 2. 평균 압괴 강도와 압괴 흡수 에너지

### 2.1 에너지 흡수율

소성 변형이 일어나는 물체의 소성 에너지 흡수율은 일반적으로 다음과 같이 나타낼수 있다 [14].

$$\dot{E} = \int \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV \tag{1}$$

변형률 경화효과를 고려한 완전 소성거동을 하는 물체라면 평균응력( $\sigma_0$ )과 등가의 변형률속도를 사용하여 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\dot{E} = \int \sigma_0 \dot{\epsilon} dV \tag{2}$$

결과 응력(stress resultant)과 결과 변형률(strain resultant)을 사용하여 윗식을 표현하면

$$\dot{E} = \left( \int_S N \dot{\epsilon} dS + \int_S M \dot{\chi} dS \right) + \left( \int_L N_i \dot{u}_i dL + \int_L M_i \dot{\theta}_i dL \right) \tag{3}$$

여기서

$N$  = 결과 응력 (stress resultant)

$M$  = 결과 우력 (stress couple)

$N_i$  = i번째 소성 힌지선에서 결과응력

$M_i$  = i번째 소성 힌지선에서 결과우력

$\dot{\epsilon}$  = 소성 속도 변형률

$\dot{\chi}$  = 소성 곡률 속도 변형률

$\dot{u}_i$  = i번째 소성 힌지선에서 소성 신장 속도변형

$\dot{\theta}_i$  = i번째 소성 힌지선에서 소성 회전 속도변형

$S$  = 연속 소성 변형장  
(extensional hinge surface)

$L$  = 불연속 소성 힌지선  
(inextensional hinge line)

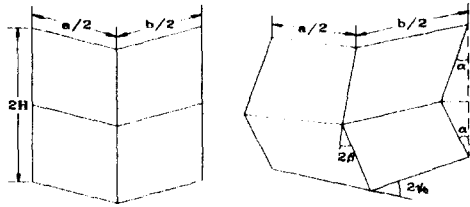
식 (3)의 첫번째 적분은 연속 속도장(continuous velocity field)에 의해, 두번째 적분은 불연속 속도장(discontinuous velocity field)에 의해 만들어진 소성 변형장에 대한 에너지율을 의미한다.

### 2.2 앵글요소의 압괴 강도와 흡수에너지

Wierzbicki[7]는 앵글요소에 대한 이론적 해석을 수행하였으며 이를 요약하면 다음과 같다.

$2\psi_0$ 의 각을 이루는 두개의 판플랜지가 압괴될때 압괴 흡수에너지는 다음의 3영역에서 흡수되며 그외의 부분은 강제운동만을 하는것으로 간주된다(Fig.1 참조).

- i) 압괴에 의해 형성된 토러스(torus) 표면의 신장과 굽힘에 의한 흡수에너지
- ii) 수평 힌지선의 굽힘에 의한 흡수에너지
- iii) 이동 경사 힌지선의 굽힘에 의한 흡수에너지



(a) Before deformation (b) After deformation

Fig. 1 Global geometry of the basic folding mechanism

영역 i)에서 에너지 흡수율은 식 (3)에 의해

$$\dot{E}_1 = \int_{-\beta}^{\beta} [2 \dot{\omega} b \sin \phi (N_0 b + M_0)] d\phi \quad (4)$$

$\dot{\omega}$  = 각속도

b = 토러스의 자오선 방향의 곡률

$\dot{\omega} b$ 는 토러스의 자오선 방향으로 소성류의 속도를 나타내며 다음과 같다.

$$V_t = \dot{\omega} b = \frac{H \cos \alpha \cdot \dot{\alpha}}{\tan \phi_0} \quad (5)$$

식 (4)의 첫항은 원주 방향으로의 토러스의 신장을 나타내며 두번째 항은 원주 방향으로의 토러스의 굽힘에 의한 에너지 흡수율을 나타낸다. 대부분 b는 두께 4h의 차수를 갖으므로 원주방향의 굽힘은 에너지 흡수율에 큰 영향을 미치지 못하며 무시할만하다.

$$\tan \gamma = \frac{\tan \phi_0}{\sin \alpha}, \quad \tan \beta = \frac{\tan \gamma}{\sin \phi_0} \quad (6)$$

식 (5)와 (6)을 식 (4)에 대입하고 전 압괴과정 ( $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ )에 대하여 적분을 수행하면

$$E_1 = 4HbN_0I_1 = 16M_0Hb/hI_1 \quad (7)$$

여기서

$$I_1 = \frac{\pi}{(\pi - 2\phi_0) \tan \phi_0} \int_0^{\pi/2} \cos \alpha \left[ \sin \phi_0 \sin \frac{\pi - 2\phi_0}{\pi} \beta + \cos \phi_0 (1 - \cos \frac{\pi - 2\phi}{\pi}) \right] d\alpha \quad (8)$$

영역 ii)는 불연속 속도장을 갖는 고정 수평 힌지선을 나타내며 에너지 흡수율은 다음과 같다.

$$\dot{E}_2 = \int_0^L M_0 \dot{\theta} dL = M_0 L \dot{\theta} = M_0 L \dot{\alpha} \quad (9)$$

두 판 플랜지의 길이가 C이고 식 (9)를 전 압괴과정 ( $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ )에 대해 적분을 수행 하면

$$E_2 = \pi M_0 C \quad (10)$$

영역 iii)는 불연속 속도장을 갖는 이동 경사 힌지선을 나타내며 에너지 흡수율은 다음과 같다.

$$\dot{E}_3 = 2 \int_0^L M_0 \dot{\theta} dL = 2M_0 L \dot{\theta} \quad (11)$$

여기서 자오선 방향으로의 회전율은 다음과 같다.

$$\dot{\theta} = V_t / b \quad (12)$$

식 (12)를 식 (11)에 대입 후 전 압괴과정 ( $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ )에 대해 적분을 수행 하면

$$E_3 = \frac{4M_0 H^2}{b} I_3 \quad (13)$$

여기서

$$I_3 = \frac{1}{\tan \phi_0} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos \alpha}{\sin \gamma} d\alpha \quad (14)$$

가상일 원리에 의해 에너지 평형식은 다음과 같다.

$$E_{ext} = E_{int} = E_1 + E_2 + E_3 \quad (15)$$

식 (15)는 두개의 미지수 H와 b를 포함하므로 이를 결정하기 위해 평균 압괴강도  $P_m$  사용하면 유용하다. 박판의 소성 압괴모드는 전체좌굴(overall buckling)이 일어나는 탄성역에서 상당히 큰 좌굴강도를 보이지만 변형이 미소하기 때문에 실제 탄성역에서 흡수되는 에너지는 일정 주기(H)를 갖고 반복되는 국부 좌굴모드(local buckling)를 보이는 소성역에서의 흡수에너지에 비해 무시할만하다. 그래서 반복 주기를 갖는 압괴 강도를 평균 강도로 보아 구

조의 손상량을 추정하는 것은 실제 타당한 가정이다 (Fig. 2 참조).

$$\frac{P_m}{M_0} = A_1 \frac{b}{h} + A_2 \frac{C}{H} + A_3 \frac{H}{b} \quad (16)$$

H와 b를 구하기위해 최소 포텐셜 에너지를 사용하여 최적화 시키면

$$\frac{\partial P_m}{\partial H} = 0, \frac{\partial P_m}{\partial b} = 0 \quad (17)$$

식 (17)의 해를 구하면

$$b = \sqrt[3]{\frac{A_2 A_3}{A_1^2} \cdot 3\sqrt{Ch^2}}, \quad (18)$$

$$H_m = \sqrt[3]{\frac{A_2^2}{A_1 A_3} \cdot 3\sqrt{C^2 h}}$$

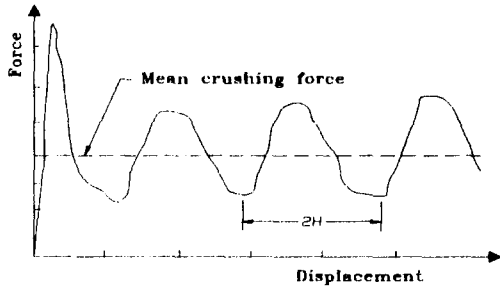


Fig. 2 Force-shortening characteristic of an axially compressed straight box column

### 2.2 직각 상자형 기둥의 압괴 강도와 흡수에너지

양단 고정인 사각형 단면의 기둥인 경우 4개의 앵글 요소로 구성되므로 에너지 평형 조건으로부터 다음식이 성립한다.

$$P_m \cdot \delta = 4(E_1 + 2E_2 + E_3) \quad (19)$$

실제 연강의 경우 end-strengthening이나 변형률 경화 현상 때문에 접합은 완전히 평면이 되지 못한다. Wierzbicki & Abramowicz[7]는 유효 압괴거리를  $\delta = 2H_m \cdot 2/3$ 로, Abramowicz [15]는

$\delta = 2H_m \cdot 0.7$ 로 해석하였다. 본 논문에서는 Lee[2,5]의 실험결과와 동일하게 전체 압괴거리는  $\delta = 2H_m \cdot 0.88$ , 유효 압괴거리는  $\delta = 2H_m \cdot 0.70$ 를 사용하였다.

직각 상자형 기둥인 경우 식 (18)의 계수는  $A_1 = 26.43$ ,  $A_2 = 5.71\pi$ ,  $A_3 = 13.14$ 의 값을 가지므로

$$H_m \cong \sqrt[3]{C^2 h} \quad b \cong 0.7 \sqrt[3]{Ch^2} \quad (20)$$

$\delta = 2H_m \cdot 0.70$ 의 경우 평균 압괴강도와 흡수에너지는 다음과 같다.

$$P_m = 13.8\sigma_0 h^{5/3} C^{1/3} \quad (21)$$

$$E = M_0 \left( \frac{37bH_m}{h} + 8\pi C + \frac{18.4H_m^2}{b} \right) \quad (22)$$

### 2.3 경사진 상자형 기둥의 압괴 강도와 흡수에너지

경사진 상자형 기둥은 경사각이 크지 않은 경우 즉 압괴시 굽힘 붕괴를 무시할정도로 작은 경우에 한해 그림. 3처럼 등가의 직각 상자형 기둥으로 치환될 수 있다. 이 때 요소 길이(2H)가 기둥의 전체길이보다 작아 접합현상이 반복될 경우 요소 압괴 길이는 접합의 진전에 따라 증가하게 되며 따라서 각 접합에서 다른 요소 압괴 길이를 요구하게 된다.

Fig. 3에서 보는 바와 같이 i번째 접합에서 아랫변 길이를  $C_i^L$ , 윗변의 길이를  $C_i^U$ , 평균값을  $C_i$ 라하면

$$C_i = C_{i-1} + (H_{i-1} + H_i) \tan \phi \quad (23)$$

여기서  $C_i$ 를 지배하는 변수는  $C_{i-1}$ ,  $H_{i-1}$ ,  $H_i$ 이며 다음의 과정에 의해 위의 세 변수는 결정되어질 수 있다.

$$C_{i-1} = C_{i-1}^U + H_{i-1} \cdot \tan \phi \quad (24)$$

$$= \left( \frac{a}{2} + \frac{d}{2} \right) + H_{i-1} \cdot \tan \phi$$

$$H_{mi-1} = \sqrt[3]{C_{i-1}^2 h} \quad b_{i-1} = 0.7 \sqrt[3]{C_{i-1} h^2} \quad (25)$$

식 (24)를 식 (25)에 대입하면  $H_{mi-1}$ 의 3차식으로 정리되어 다음과 같이 쓸수 있다.

$$H_{mi-1}^3 - h \tan^2 \phi H_{mi-1}^2 - 2h \left( \frac{a}{2} + \frac{d}{2} \right) \tan \phi H_{mi-1} - h \left( \frac{a}{2} + \frac{d}{2} \right)^2 = 0 \quad (26)$$

식 (26)의 해를 구하면

$$H_{mi-1} = \frac{0.33h \tan^2 \phi + (2.52 C_{i-1}^u h \tan \phi + 0.42 h^2 \tan^4 \phi) / (27 C_{i-1}^{u2} h + 18 C_{i-1}^u h^2 \tan^3 \phi + 2 h^3 \tan^6 \phi) + \sqrt{729 C_{i-1}^{u4} h^2 + 108 C_{i-1}^{u3} h^3 \tan^3 \phi} }{3} + 0.27 (27 C_{i-1}^{u2} h + 18 C_{i-1}^u h^2 \tan^3 \phi + 2 h^3 \tan^6 \phi) + \sqrt{729 C_{i-1}^{u4} h^2 + 108 C_{i-1}^{u3} h^3 \tan^3 \phi} }{3} \quad (27)$$

경사각이 그리 크지 않은 경우 식 (27)의 첫항, 둘째항 및 세째항에서 고차항(  $\tan^6 \phi$  )의 기여도는 매우 작아 무시할 수 있다.

$$H_{mi-1} = 0.27^3 \sqrt{J_1 + J_2} \quad (28)$$

$$J_1 = 27 C_{i-1}^{u2} h + 18 C_{i-1}^u h^2 \tan^3 \phi \quad (29)$$

$$J_2 = \sqrt{729 C_{i-1}^{u4} h^2 + 108 C_{i-1}^{u3} h^3 \tan^3 \phi}$$

토리스 곡률 b도 마찬가지로 식 (24), (25), (28)의 조합에 의해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$b_{i-1} = 0.7^3 \sqrt{(C_{i-1}^u + H_{mi-1} \tan \phi) \cdot h^2} \quad (30)$$

$$= 0.7^3 \sqrt{h^2 C_{i-1}^u + 0.27 \tan \phi^3 \sqrt{J_1 + J_2}}$$

$\delta = 2H_m \cdot 0.70$ 의 경우 경사진 상자형 기둥의 평균 압괴 강도와 흡수 에너지는 다음과 같다.

$$P_{mi-1}^T = M_0 \left[ \frac{21.16 \pi C_{i-1}^u}{3 \sqrt{J_1 + J_2}} + 5.07^3 \sqrt{J_1 + J_2} / \sqrt{C_{i-1}^u h^2 + 0.27 h^2 \tan \phi^3 \sqrt{J_1 + J_2}} + 18.5^3 \sqrt{C_{i-1}^u + 0.27 \tan \phi^3 \sqrt{J_1 + J_2}} / h \right] \quad (31)$$

$$E_{i-1}^T = M_0 \left[ 7.0^3 \sqrt{J_1 + J_2} + 3 \sqrt{h^2 (C_{i-1}^u + 0.27 \tan \phi^3 \sqrt{J_1 + J_2})} / h + 8 \pi C_{i-1}^u + 1.92^3 \sqrt{(J_1 + J_2)^2} / 3 \sqrt{h^2 (C_{i-1}^u + 0.27 \tan \phi^3 \sqrt{J_1 + J_2})} \right] \quad (32)$$

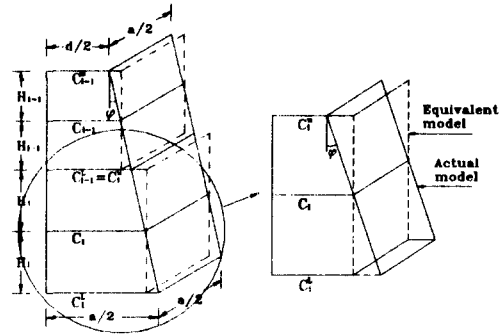


Fig. 3 Idealization of deformation mechanism for a tapered box column

### 3. 실험 결과와의 비교 검토

End strengthening은 유효 압괴거리의 종료후에 발생하는 효과로서 이후의 구조물은 거의 강체(rigid body)로서 거동하게 되며 전술한 바와 같이 타 논문에서는 60-75% 정도의 유효 압괴거리를 제시하고 있으며 본 논문에서는 비교한 시편의 전체 압괴거리(end strengthening포함)는 88%가, 유효 압괴거리는 70%가 적용되었다.

평균 압괴강도와 흡수에너지 계산을 위한 소성응력은 항복응력( $\sigma_y$ ), 최종 인장응력( $\sigma_u$ )과 변형률 경화 현상을 근사적으로 고려해 주기위하여 평균응력( $\sigma_o = (\sigma_y + \sigma_u)/2$ )을 각각 계산 되었다.

Fig. 4와 5는 직각 상자형 기둥과 경사진 상자형 기둥의 정적 압괴에 대한 이론식을 검증하기 위해 적용된 모델들이며 이들에 대한 실험 결과와 비교하였다.

Fig. 4 (a)와 같은 직각 상자형 기둥의 경우 재료의 항복응력  $286 \text{ N/mm}^2$ , 최종 인장응력

450  $N/mm^2$ , 판 두께 3.2 mm, 판 폭 300×300 mm, 판 높이 1200 mm 인 기둥에 대한 이론값은 Wierzbicki[7]의 식을 적용하였으며 비교 결과는 Fig. 6 (a)에서 보는 바와 같이 항복응력을 적용할때 실험값과 잘 일치함을 알 수 있다. 그러나 전압피거리(88%)에 대한 이론값은 평균응력에서 실험값과 거의 일치하며 이는 end strengthening에 의해 에너지 흡수 능력이 최대 30%까지 높아질 수 있음을 의미한다.

경사진 상자형 기둥의 경우 Fig. 5와 같이 판 폭이 300×100, 300×50 mm 이며 재료 상수는 직각 상자형 기둥과 같다. Fig. 7 (a),(b),(c),(d)는 본 논문에서 제안된 식(31) 및 (32)를 적용하여 평균 압괴 강도 및 흡수 에너지를 계산하였으며 비교 결과 그림에서 보는 바와 같이 역시 평균응력에서 실험값과 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig. 5 (c)는 (a)와 (b)를 비교한 그림이며 직각 상자형 기둥과 경사진 상자형 기둥의 경우 이론값 및 실험값에서 모두 흡수 에너지의 차가 거의 없음을 알 수 있다. Fig. 7 (e)는 (b)와 (d)를 비교한 그림인데 역시 판 폭의 차이는 흡수 에너지에 큰 영향을 주지 못함을 알 수 있다. 이는 그림 7. (e)에서 보는 바와 같이 판 폭이 각각 300 mm, 100 mm와 300 mm, 50 mm로 이루어진 경사진 상자형 기둥의 에너지 흡수량에 대한 비교에서도 거의 두 모델이 일치함을 알 수 있다. 즉 식 (21), (31)에서 판 폭은  $C^{1/3}$ 이므로 전체 흡수 에너지에서 판 폭의 영향은 상당히 적음을 알 수 있다. 반면에 판 두께에 대한 영향은  $h^{5/3}$ 이므로 그 영향은 상당히 큼을 알 수 있다.

경사각이 굽힘의 영향을 무시할 정도로 작은 경우 (본 논문에서는 약 9.6°, 12°) 판 폭이 흡수 에너지에 큰 영향을 주지 못하므로 등가의 판폭을 갖는 직각상자형 기둥으로 치환할 수 있음을 실험결과와 이론치에서 동시에 보여 주고 있다. 그러나 경사각 또는 웨지의 각도가 일정한 각도보다 큰 경우에는 좌굴 현상과 굽힘 현상을 동시에 고려하여야 하므로 등가 직각 상자형 기둥으로 치환할때 임계경사각에 관한 상세해석은 다양한 경사범위를 갖는 모델에 대한 실험연구를 필요로 한다.

#### 4. 결론

직각 상자형 기둥에 대한 압괴 에너지 해석을 위하여 앵글 요소에 대한 압괴 해석을 고찰하여 보았으며 경사진 상자형 기둥이 축 편심 하중(off-axial load)을 받는 경우 등가 직각 상자형 기둥으로 치환하여 압괴 강도 및 흡수 에너지 계산식을 정식화하였다.

각각의 기둥에 대하여 유도된 이론결과와 실험값 [2,5]을 비교 검토한 결과 재료의 항복응력에서 잘 일치하는 결과를 얻었다. 그러나 경사가 심한 상자형 기둥의 경우 굽힘에 의한 붕괴모드가 발생할 수 있으므로 여러 경사각에 대한 연구가 요구된다.

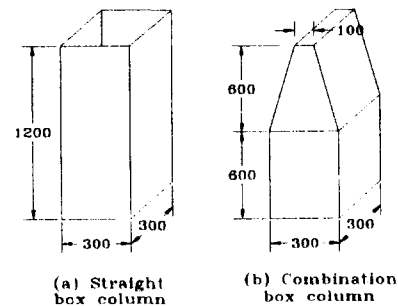


Fig. 4 Straight and combined box columns

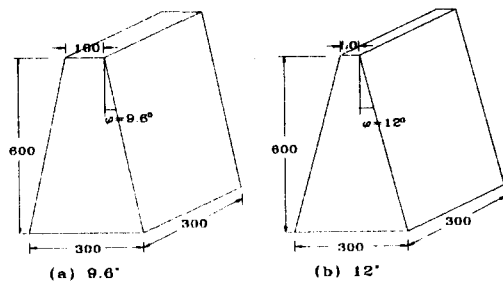
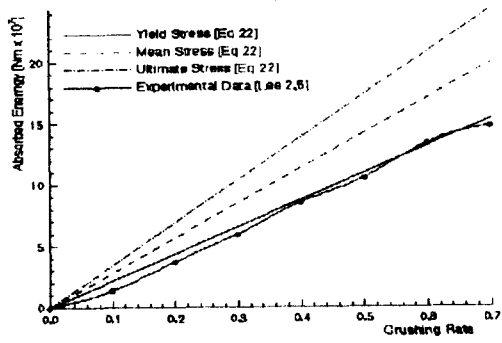
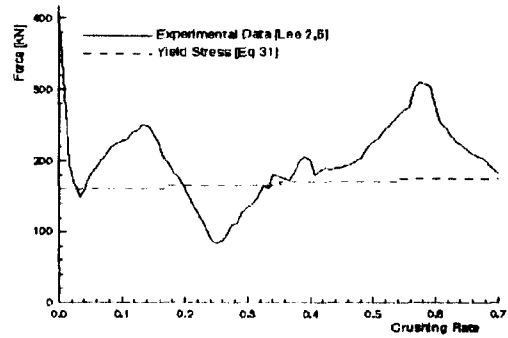


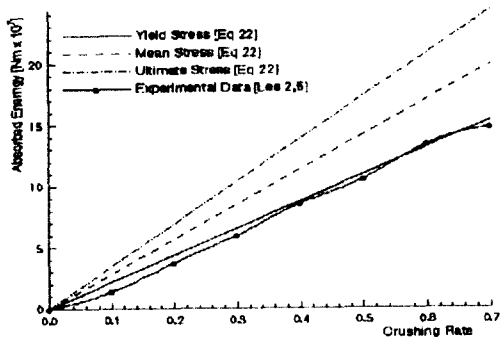
Fig. 5 Tapered box columns



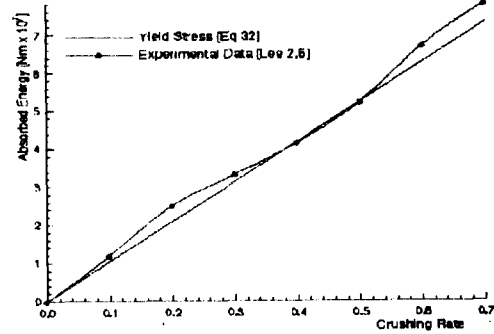
(a) Straight box column



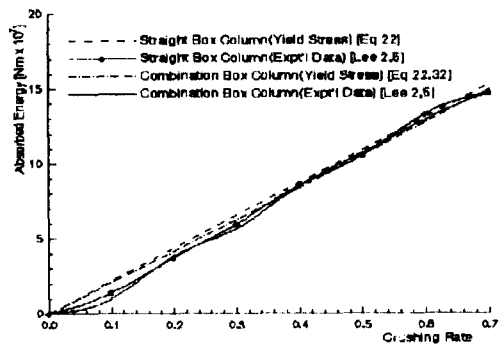
(a) Crushing strength (b=100mm)



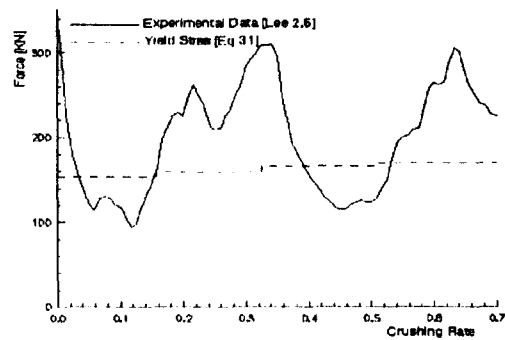
(b) Combination box column



(b) Absorbed energy (b=100mm)

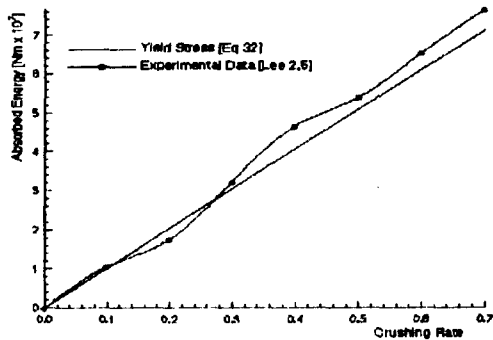


(c) Comparison of straight and combination box column

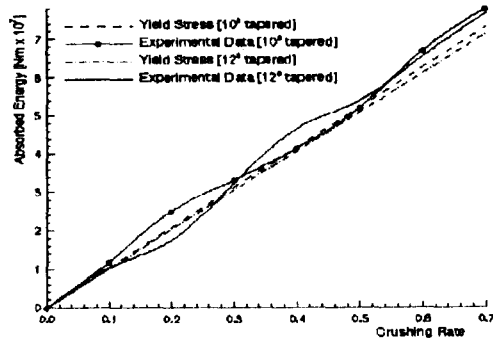


(c) Crushing strength (b=50mm)

Fig. 6 Comparison for energy dissipation of straight and combination box column



(d) Absorbed energy (b=50mm)



(e) Comparison for tapered box columns

Fig. 7 Comparison for crushing strength and energy dissipation of tapered box columns

참 고 문 헌

[1] Akita Y. and Kitamura K., "A study on collision by an elastic stem to a side structure of ships," *J. SNAJ*, Vol.131, 1972, pp.307-317.  
 [2] Lee J.W., "The crushing behaviour of thin plates subjected to compression," *KR.Technical Report*, Vol.6, 1980  
 [3] Akita Y., Ando N., "Studies on

collision-protective structures in nuclear powered ships," *Nucl.Eng.Des.*, 1972, pp.365-401  
 [4] Cheung L., "A soft bow for ships," *European Shipbuilding*, Vol.3, 1969, pp.52-53  
 [5] Lee. J.W, "Zur dissipationsenergie der isotropen platte", Dissertation, RWTH Aachen, 1981  
 [6] Nagasawa et al., "A study on the collapse of ship structure in collision with bridge piers," *J. SNAJ*, Vol.19, 1981, pp.102-116  
 [7] Wierzbicki T., "On the crushing mechanics of thin-walled structures," *Trans. ASME*, 1983, pp.727-734  
 [8] Lee J.W., "On the optimization design of soft bow structures," *Proc. PRADS*, 1983  
 [9] Reid S.R., "Static and dynamic crushing of tapered sheet metal tubes of rectangular cross-section," *Int. J. Mech Sci.*, Vol.28, 1986, pp.623-637  
 [10] Reid S.R., "Static and dynamic axial crushing of foam-filled sheet metal tubes," *Int. J. Mech Sci.*, Vol.28, 1986, pp.295-322  
 [11] 양 박달치, "충돌시 선구조의 손상 추정에 관한 연구," 대한 조선학회지, 29권 2호 1992, pp.92-102  
 [12] Wierzbicki T. & Thomas P., "Closed-form section for wedge cutting force through thin metal sheets," *Int. J. Mech Sci.*, Vol. 35, No. 3/4, 1993, pp.209-229  
 [13] Paik J.K., "Cutting of a Longitudinally Stiffened Plate by a Wedge", *J. Ship Research*, Vol. 38, No. 4, 1994, pp.340-34  
 [14] Green. A.E. and Zerna. W., *Theoretical elasticity*, Oxford University Press, 1975  
 [15] Abramowicz W., "The effective crushing distance in axially compressed thin-walled metal columns", *Int. J. Impact Engng*, Vol.1, No.3, 1983, pp.309-317  
 [16] 백점기, "이중선체 유조선의 충돌 강도 해석", 대한 조선학회지, 32권, 12호, 1995, pp.103-117