

직렬 다단계 생산공정에서의 최적 검사노력
할당문제에 관한 연구
- A Study on Allocation of Inspection Efforts
in Serial Multi-stage Production Systems -

김창훈*
Kim, Chang-Hoon
윤덕균**
Yun, Deok-kyun

ABSTRACT

The Dynamic programming method are developed for determining where to assign the inspection efforts in serial multi-stage production systems. The objective function is formulated to minimize the inspection and repairing costs. One of the major assumptions in this systems is that every assigned inspection stations should inspect the only items produced in manufacturing stages after the previous inspection station. The inspection stations can be assigned at every possible inspection stage after the manufacturing stages. Two type error is considered and screening inspection policy is assumed in this system and the defective items detected in the inspection stations will be repaired or scrapped by the defective types.

1. 서론

품질보증을 위한 검사들은 거의 모든 생산시스템에서 다양하게 실행되고 있다. 품질보증의 목적은 불량품이나 고객이 원하지 않는 품질의 제품이 고객이나 최종소비자에게 도달하지 않도록 하는 것이다. 품질은 그 중요성이 날로 증대되어 가고 있으며, 무한 기업경쟁의 시대에서 기업이 생존하기 위한 가장 중요한 전략으로 떠오르고 있다.

원재료가 서로 다른 일련의 제조공정들을 거쳐 최종제품으로 가공되어 가는 다단계 생산공정은 검사에 대해 많은 가능성을 가지고 있다. 검사방법은 여러가지 제품에 대한 각각의 제품의 특성에 따라 여러가지 방법이 있다. 일반적으로 검사자가 검사를 할 수 있으며, 컴퓨터를 통하여 검사를 할 수도 있고, 자동검사방법을 선택할 수도 있으며, 경우에 따라서는 위의 세가

* 한양대학교 산업공학과 박사과정

** 한양대학교 산업공학과

지 방법을 조합하여 검사를 실행할 수도 있다. 다단계 생산공정시스템을 설계할 때에는 생산시스템과 제조되는 제품의 특성에 따라 그에 알맞은 검사방법을 결정해야 하며, 가능한 검사지점들 중에서 어느 곳에 검사노력을 할당해야 할 것인가를 결정해 주어야 한다. 검사를 통해 양품으로 판정된 제품은 그대로 남아 제조공정을 흘러갈 것이며, 불량이라고 판정되는 제품은 불량 특성에 따라 시스템에서 제거되기도 하고, 예비해 둔 양품으로 대체되기도 하고, 수리되어 양품이 되기도 하며, 그대로 시스템상을 흘러가기도 한다.

위의 일반적인 검사방법과 불량품의 처리방법들을 바탕으로 다단계 생산공정에서 검사노력을 최적의 검사지점에 할당하기 위한 많은 연구들이 진행되어 왔다. Beightler 와 Mitten(1964)[1]은 직렬(serial) 다단계 생산시스템을 대상으로 최적검사지점을 결정하기 위해 검사에러가 없다는 가정하에서 단위당 검사비용과 불량품을 가공하는 제조비용을 최소화시키기 위한 샘플링 계획을 결정하는데 동적계획법(Dynamic Programming)을 이용하여 최초로 모형화 하였다. Linsay 와 Bishop(1964)[4]은 불량품이 최종소비자에게 도달할 때 발생할 수 있는 손실비용을 함께 고려하여 검사가 전체 로트가 아닌 각각의 제품에 대해서만 영향을 미친다는 가정하에서 샘플링기법을 적용하는 것보다는 검사가 결정된 지점에서는 전수검사를 하는 것이 최적해임을 밝혀냈다. Pruzan 과 Jackson(1967)[5]은 단위당 검사비용 뿐만 아니라 검사노력할당에 대한 고정비용도 함께 생각하고 감지된 불량품은 생산시스템에서 제거하도록 가정하고 이 문제를 다루었다. White(1969)[8]는 검사노력을 할당할 수 있는 수가 제한된 경우를 생각함과 동시에 불량품의 종류를 수리가 가능한 불량과 수리가 불가능한 불량으로 나누어 문제를 다루었고, Hurst(1973)[3]가 최초로 두가지 형태의 검사에러를 가정하여 문제를 다루었다. 또한 직렬 다단계생산공정 뿐만 아니라 비직렬인 조립라인에 대한 검사노력 할당문제도 연구되었으며, 동적계획법 뿐만 아니라 네트워크와 혼합 정수계획법등이 문제를 푸는 해법으로 연구되어왔다.

본 논문에서는 기존의 연구들을 바탕으로 반도체 공정이나 텔레비전 진공관과 같이 제품이 직렬로 흘러가는 다단계 생산라인을 대상으로 각각의 공정단계 이후에 검사가 가능하다고 보고 최적검사지점을 결정하기 위하여 동적계획법을 이용하였다.

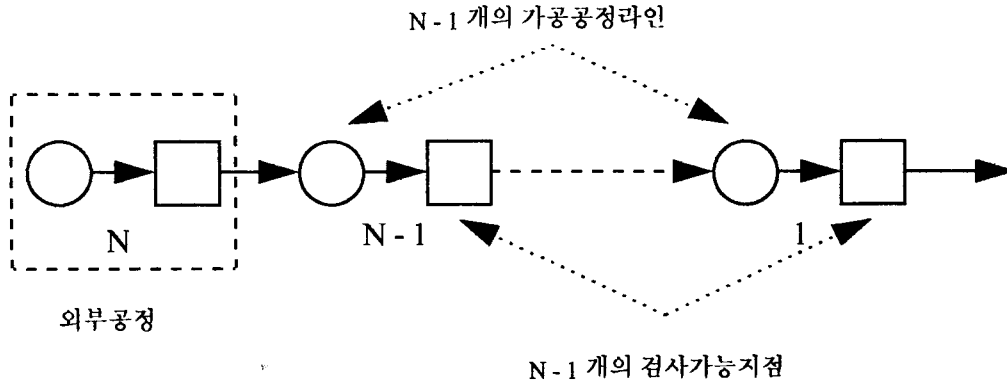
2. 시스템의 정의

2.1. 직렬 다단계 생산공정

다단계 생산공정은 각각의 가공공정 앞에 단 하나만의 이전 가공공정만을 가지는 직렬 다단계 생산 시스템과 조립라인과 같이 여러 부품들과 반제품들을 가지며 이전에 여러 가공공정을 가지는 비직렬 다단계 생산공정이 있을 수 있다. 본 논문의 대상이 되는 시스템은 앞서 말한 바와 같이 반도체공정이나 텔레비전 진공관 모터 구조물과 같은 제품을 만드는데 사용되고 있는 직렬 다단계 생산공정이다. <그림1>에서 볼 수 있듯이 이 시스템은 각각의 가공공정이 직렬로 연결되어 있으며, 하나의 가공공정 이후에 하나의 가능한 검사지점이 있다고 생각을 하게 된다. 이 시스템은 역방향(backward) 동적계획법을 해법으로 하기 때문에 일련번호가 외부로부터 물건이 들어오는 외부공정을 N로 하고, 첫번째 가공공정을 N-1로 하였으며, 제품의 가공이 끝나게 되는 마지막 가공공정을 1로 하였다. 그리고 이 시스템의 생산방식은 일반적인 제조공정에서 많이 사용되고 있는 로트생산방식을 선택하였다. 결국 이 시스템에서는 가능한 많은 검사지점들 중에서 검사와 불량품의 처리에 드는 모든 비용을 고려하여 이 비용을 최소화시키는 검사지점들을 결정해야 하는 것이다.

2.2 불량품의 형태

제품은 하나의 가공공정을 거치면서 부적절한 작업을 통하여 불량품이 될 수 있다. 하나의 제품이 불량품이 될 확률은 각 가공공정에서 부적절한 작업이 일어나는 비율로 볼 수 있으며, 상수가 되기도 하고 변수가 되기도 한다. 각각의 주어진 가공공정단계에서는 한가지 형태 혹은 여



<그림1> 직렬 다단계 생산공정

러가지 형태의 불량률이 일어날 수 있다. 불량요소를 포함한 제품이 가공공정단계에 들어올 경우는 그 단계에서 적절한 작업이 일어날지라도 불량품이 된다.

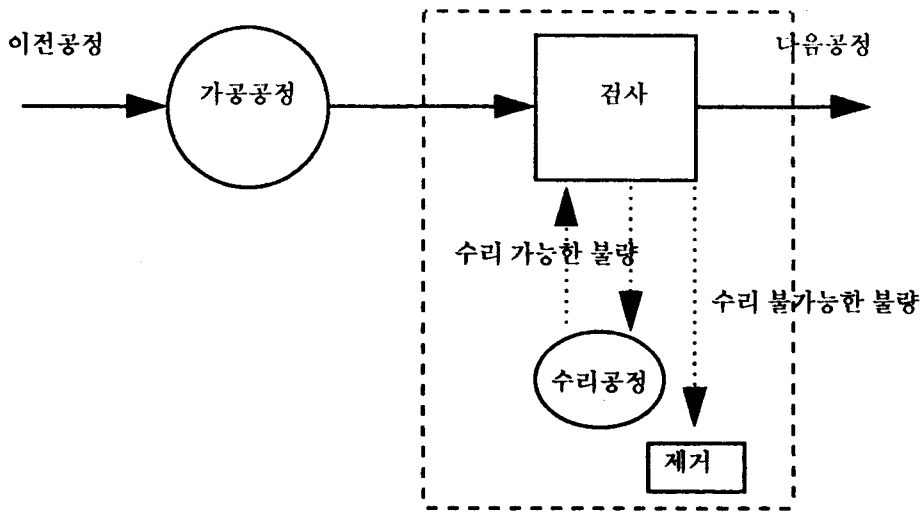
본 논문에서는 각 가공공정을 마치고 나온 제품이 두가지 형태의 불량을 가진다고 가정한다. 두가지 형태의 불량은 수리 가능한 불량과 수리 불가능한 불량이다. 여기서 수리 가능한 불량과 수리 불가능한 불량은 만약 함께 오더라도 그 제품은 이미 수리가 불가능하다고 볼 수 있으므로 수리 불가능한 불량이 올 확률에 포함시키도록 하면 동시에 오지 않는다고 가정할 수 있다.

2.3 검사 및 불량품의 처리

검사는 가공된 제품을 샘플링하여 실시할 수도 있으나 품질의 중요성을 감안하여 검사가 할당된 곳에서는 항상 전수검사를 실시하도록 한다. 검사방법은 한가지 방법이 있을 수도 있고 여러가지를 동시에 병행하여 실시할 수도 있지만 여기서는 이 모든 방법들을 하나의 검사로 보도록 한다. 만약 하나의 단계에 검사노력이 할당된다면 그 검사지점에서는 이전의 검사지점이 있는 이후의 가공공정부터 바로 전의 가공공정까지의 불량만을 검출하도록 한다. 즉, i번째 검사가능지점에 검사가 할당된 이후에 j번째 단계에 검사가 할당되었다면, j번째에 할당된 검사단계에서 i-1단계에서부터 j단계까지의 가공공정에서 나온 불량에 대한 검사만을 수행하면 되는 것이다. 수리 불가능한 불량에 대한 검사를 통해 모두 검출해 낼 수 있고, 수리 가능한 불량에 대해서만 불량품을 양품으로 잘못 판정하는 오류와, 양품을 불량품으로 잘못 판정하는 두가지의 검사오류가 있다고 가정하게 된다. 검사를 하게 되면, 검사지점에 검사노력을 할당하는데 따른 고정비용과 각각의 검사에 따른 단위당 검사비용이 생기게 된다.

검사를 통하여 검출된 불량품은 불량률의 형태에 따라 그 처리를 달리할 수 있다. 수리 불가능한 불량품은 더이상 가공을 하더라도 결국 불량으로써 최종소비자에게 도달하기 때문에 검출되는 즉시 시스템에서 제거하도록 하며, 수리 가능한 제품은 검사를 통해 검출되면 별도로 마련된 수리공정에서 수리를 거쳐 다시 생산시스템상으로 보내지게 된다. 이를 그림으로 표현하면 <그림2>와 같다.

불량품의 처리방법에 따라 많은 비용이 발생하게 되는데 먼저 수리를 할 경우 그에 따른 수리비용이 발생하게 되며, 수리가능한 불량률이 검사오류에 의해 양품으로 판정됐을 경우에는 그에 따른 생산시간 지연비용이 발생하게 되고, 시스템에서 제거되는 제품은 처리할 때 처리비용이 생기게 되는데 대부분의 경우에 그 원재료와 가공된 작업비용의 일부를 받을 수 있으므로 대개의 경우에 음이된다. 또한 검사상의 오류로 인해 불량률의 제품이 최종소비자에게 도달할 수



<그림2> 검사 및 불량품의 처리과정

도 있다. 이러한 경우에는 제품수리를 위한 애프터서비스 비용 뿐만 아니라 회사의 이미지 실추 등 많은 제반비용을 수반하게 되는데 이 비용을 손실비용이라 한다.

3. 모형화

3.1 변수 및 기호의 정의

위의 2절에서 정의한 시스템에 대한 검사정책을 결정함에 있어서 동적계획법으로 모형화 하기 위해서는 다음과 같은 $\{x_N, x_{N-1}, \dots, x_1\}$ Boolean 벡터의 값을 결정해야만 하며,

$$x_j = \begin{cases} 0 & \text{검사가능지점 } j \text{에 검사를 할당하지 않는 경우} \\ 1 & \text{검사가능지점 } j \text{에 검사를 할당하는 경우} \end{cases} \\ j = N, N-1, \dots, 1$$

그에 따르는 기호들을 정의하면 다음과 같이 정의할 수 있다.

Q : 초기 로트의 크기

$F_c(j,k)$: 이전 검사가 k 에 있었을 때 j 에 검사노력이 할당될 경우의 고정비용

$I_c(j,k)$: 이전 검사가 k 에 있었을 때 j 에 검사노력이 할당될 경우의 단위당 검사비용

Nd_j : 가공공정단계 j 에서 가공된 제품이 수리 불가능한 불량일 확률(j 번째 불량 형태)

Rd_j : 가공공정단계 j 에서 가공된 제품이 수리 가능한 불량일 확률(j 번째 불량 형태)

S_j : 시스템에서 제거되는 j 형태 수리 불가능한 불량품의 처리비용

R_{ij} : i 형태의 수리가능한 불량품이 j 검사지점에서 검출될 때의 수리비용

D_{ij} : i 번째 수리 가능한 불량으로 j 검사지점에서 잘못 검출될 때의 생산시간 지연비용

$L(j)$: 불량품이 그대로 시스템을 흘러갈 때 발생하는 생산손실비용

$M(j)$: j 번째 가공공정에 남아있는 제품의 수

α_i : 양품을 i 형태의 수리 가능한 불량으로 잘못 판정할 확률

β_i : i 형태의 수리 가능한 불량을 양품으로 잘못 판정할 확률

3.2 모형화

초기ロット Q와 수리 불가능한 불량률을 바탕으로 임의의 j번째 가공공정단계에 남아있는 제품의 수를 구해보면 다음과 같다.

$$M(j) = Q(1-Nd_N)(1-Nd_{N-1}) \cdots (1-Nd_j) \quad (3-1)$$

여기서, 동적계획법의 재귀방정식(recursive equation)을 만들어 주기위하여, 이전의 검사지점이 $k(k>j)$ 였을 때 j번째 검사 가능지점의 최적검사정책의 기대비용함수를 $f(j,k)$ 로 정의해 준다. N번째 공정은 외부공정이 되는데 대부분의 회사에서 외부공정으로부터 부품이 도달할 때에는 그 유입단계에서 부품에 대한 검사를 하므로 검사가능지점에 항상 검사노력이 할당된다고 볼 수 있다. $f(j,k)$ 에는 j에 검사가 할당되는 경우와 검사가 할당되지 않는 경우 두가지가 있을 수 있다. 먼저 검사를 하는 경우에는 검사노력을 할당하는 고정비용과 j까지 남아있는 제품에 대한 당위당 검사비용을 고려해 주어야 하고, 수리 가능한 불량률 검출되는 경우의 수리비용을 고려해야 한다. 수리비용은 수리 가능한 불량률 제대로 판정하는 경우인 $(1-\beta_j)$ 에 해당하며 남아있는 제품중 수리가 불가능한 제품을 제외한 나머지 제품에 대하여 수리 가능한 불량률제품의 수리비용을 구해야 한다. 이는 다음식 (3-2)와 같다.

$$\sum_{i=j}^{k-1} M(k) (1 - \sum_{i=j}^{k-1} Nd_i) Rd_i (1-\beta_i) R_{ij} \quad (3-2)$$

그리고 양품을 수리가능한 불량률로 잘못판정하였을 경우에 생산시간지연비용은

$$\sum_{i=j}^{k-1} M(k) (1 - \sum_{i=j}^{k-1} Nd_i) (1-Rd_i) a_i D_{ij} \quad (3-3)$$

이 된다. 또한, 수리 불가능한 불량률 처리하는 처리비용은

$$\sum_{i=j}^{k-1} M(k) Nd_i S_{ij} \quad (3-4)$$

가 된다.

j번째 검사가능지점에서 검사를 하지 않는 경우에는 불량제품을 생산하는 데 따른 생산손실 비용이 다음 식(3-5)와 같이 나타나게 된다.

$$G(j) \sum_{i=j}^{k-1} M(k) (Nd_i + Rd_i) \quad (3-5)$$

위의 식들을 바탕으로 동적계획법의 재귀 방정식을 구성하게 해보면, 경계조건을 $f(0,k)=0$, $1 \leq k \leq N$ 정의할 때,

j=1일 때,

$$F_c(1,k) + I_c(1,k)M(k) + \sum_{i=1}^{k-1} M(k) (1 - \sum_{i=1}^{k-1} Nd_i) Rd_i (1-\beta_i) R_{ij} + \sum_{i=1}^{k-1} M(k) Nd_i S_{ij} + \sum_{i=j}^{k-1} M(k) (1 - \sum_{i=1}^{k-1} Nd_i) (1-Rd_i) a_i D_{ij} \quad \text{Inspect} \quad (3-6)$$

$$L(1) \sum_{i=1}^{k-1} M(k) (Nd_i + Rd_i) \quad \text{Don't inspect}$$

임의의 j에 대하여,

$$\begin{aligned}
 & F_c(j, k) + I_c(j, k)M(k) + \sum_{i=j}^{k-1} M(k) (1 - \sum_{i=j}^{k-1} Nd_i) Rd_i (1 - \beta_i) R_{ij} \\
 & + \sum_{i=j}^{k-1} M(k) (1 - \sum_{i=j}^{k-1} Nd_i) (1 - Rd_i) \alpha_i D_{ij} \\
 & + \sum_{i=j}^{k-1} M(k) Nd_i S_{ij} + f(j-1, j) \qquad \qquad \qquad \text{Inspect} \qquad (3-7)
 \end{aligned}$$

$$L(j) \sum_{i=j}^{k-1} M(k) (Nd_i + Rd_i) + f(j-1, k) \qquad \qquad \qquad \text{Don't Inspect}$$

과 같이 구성된다. 이를 바탕으로 동적계획법을 풀면, 비용을 최소화키는 벡터{xj}의 값들을 구할 수 있게 되며, 시스템의 특성에 따라 문제를 풀기 위한 계수들을 결정해 주어야 한다.

5. 수치예제

4절에서 구성된 동적계획법을 실제 시스템에서 적용하는데에는 먼저 그 실제 시스템의 검사 고정비용, 단위당 검사비용, 수리비용, 생산시간 지연에 따른 비용, 처리비용, 손실비용등을 구해야 한다. 그리고 각각의 가공공정에서 발생하는 수리 가능한 불량과 수리 불가능한 불량, 검사오류 비율등의 자료들이 구비되어야 한다.

본 논문과 모든 상황이 동일한 시스템에 대한 기존의 연구가 없기 때문에 기존의 논문들을 참고로 하여 대상 시스템에 맞는 수치예제를 만들어 냈다. 생산단계의 수가 6단계인 경우에 수치예제의 중요한 계수들을 보면 먼저 초기로트의 크기는 Q=1000이며, 고정비용, 단위당 검사비용, 수리비용, 처리비용, 수리 가능한 불량률을 <표1>, <표2>, <표3>, <표4>, <표5>, 과 같이 구성하였다.

<표1> 고정비용 Fc(j,k)

k \ j	1	2	3	4	5	6
1	0	200	222	240	260	290
2	0	0	210	240	250	270
3	0	0	0	215	235	240
4	0	0	0	0	225	240
5	0	0	0	0	0	135
6	0	0	0	0	0	0

<표2> 단위당 검사비용 Ic(j,k)

k \ j	1	2	3	4	5	6
1	0	0.2	0.16	0.22	0.29	0.30
2	0	0	0.14	0.17	0.19	0.27
3	0	0	0	0.2	0.3	0.4
4	0	0	0	0	0.17	0.23
5	0	0	0	0	0	0.25
6	0	0	0	0	0	0

<표3> 수리비용 Rij

j \ i	1	2	3	4	5	6
1	0.8	0	0	0	0	0
2	8	6	0	0	0	0
3	1.6	1.4	2.2	0	0	0
4	6	4	1.6	1.2	0	0
5	3	2.6	2.6	2.4	2	0
6	3.2	0	2.6	2.4	2.2	2

<표4> 처리비용 S_i

i	1	2	3	4	5	6
S_i	-3	-1	-0.5	-0.4	-0.3	-0.3

<표5> 수리 가능한 불량률 Rd_i

i	1	2	3	4	5	6
Rd_i	0.04	0.06	0.02	0.04	0.1	0.02

생산시간 지연비용(D_i)은 수리비용의 1/3이고, 수리 불가능한 불량(Nd_i) 발생비율은 수리 가능한 불량률의 1/2만큼 일어난다고 정하였으며 검사오류 α_i 와 β_i 는 각각 0.01로 보았다. 이를 바탕으로 동적계획법을 프로그래밍하여 풀어본 결과 x_i 벡터는 (1,0,0,0,1,1)이 되어 외부공정에서 검사가 있을 경우 다섯번째 검사후보지와 여섯번째 검사후보지에 검사노력을 할당하는 것이 최적해로 나타났다. 그리고, 이러한 계수들을 바탕으로 20단계의 생산공정에 대한 검사노력 할당문제를 풀어본 결과 x_i 벡터는 (1,1,0,1,0,1,0,1,1,0,1,0,0,0,0,0,1,1)이 되어 중간단계 여러곳에서 검사를 하는 것이 최적해임을 보였다.

5. 결론

본 연구에서는 외부공정에서 검사를 거친 N개의 단계를 가지는 직렬 다단계 생산라인에서의 검사노력 할당문제를 동적계획법으로 모형화하여 그 최적해를 구하는 방법을 제시하였다. 불량률의 형태가 두가지이고, 검사의 오류가 있는 경우에 대한 문제를 다루어 봄으로써 보다 실제 생산시스템과 가까운 시스템을 구성해보았다. 본 논문은 단순히 제조공정의 마지막단계에서만 검사를 실행하는 것보다는 불필요한 수리비용등을 없애주기 위해 각각의 가공공정단계 이후에 검사가 가능하다고 보았다. 수치예제의 결과를 살펴보면 기존의 생산시스템에서의 검사가 제품의 출하이전의 마지막 단계로써 한번의 검사를 거치는 것보다는 대상이 되는 시스템의 특성에 따라 각각의 가공공정 이후에 가능한 많은 검사후보지점들에도 검사노력을 할당하는 것이 검사비용과 그에 따르는 제반비용을 절감시킬 수 있다는 것을 보여주고 있다. 이 연구를 바탕으로 실제로 사용되고 있는 시스템을 대상으로 하는 연구가 필요할 것이며, 직렬생산라인 뿐만 아니라 비직렬로 연결되어 있는 조립라인등에 대한 연구가 필요로 할 것이다.

참고 문헌

[1] Beightler, C.S., and Mitten, L.G., "Design of an optimal sequence of interrelated sampling plans", *Journal of American Statistical Association*, Vol. 59, pp 96-104, 1964.
 [2] Britney, R.R., "Optimal screening plans for non-serial production systems", *Management Science*, Vol. 18, pp 550-559, 1972.
 [3] Hurst, F.G., "Imperfect Inspection in a Multistage Production Process", *Management Science*, Vol. 10, pp 342-352, 1973.
 [4] Lindsay, G.F., and Bishop, A.B., "Allocation of screening inspection effort: a dynamic programming approach", *Management Science*, Vol. 10, pp 342-352, 1964.
 [5] Pruzan, P.M., and Jackson, J.T., "A dynamic programming application in production line inspection", *Technometrics*, Vol. 9, pp 73-81, 1976.
 [6] Raz, T., "A survey models for allocation inspection effort in multistage production systems",

Journal of quality Technology, Vol. 18, pp 239-247, 1986.

- [7] Raz, T. and Bricker, D., "Sequencing of imperfect operations subject to constraints quality of accepted and rejected units", *IJPR*, Vol. 25, pp 809-821, 1987.
- [8] White, L.S., "Shortest route models for the allocation of inspection effort on a production line", *Management Science*, Vol. 15, pp 249-259, 1969.
- [9] Yum, B.J., and McDowell, E.D., "Optimal inspection policies in a serial production system including scrap Rework and repair: An MILP approach", *International Journal of Production Research*, Vol. 25, pp 1451-1464, 1987.