한국측지학회지, 제 13 권, 제 2 호, pp.277~283(1995년 12월 30일)

DTM에서 토공량의 산정방식에 따른 토공량의 정확도 비교
A study on the comparison of accuracy of evaluation method of earthwork volume using on DTM

문일석* · 전재홍** · 조규전***
Mun, Il-Seock · Jon, Jae-Hong · Cho Kuy-Jon

要 旨

本 論文에서는 數値地形모델을 이용한 土工量 計算에서 格子間隔,地形의 補間方法,土工量 算定方法이 土工量의 正確度에 어떻게 影響을 주는 가를 연구하고자 하였으며, 이를 위하여 數値實驗을 하였다. 우선 10m間隔의 正規格子로 構成된 地形의 數値모델에 대하여 移動平均法(Moving average)을 사용하여 2m, 5m, 10間隔으로 補間하였으며, 補間된 各 地形에 대해 兩端面平均法, 中央斷面法, 角柱公式, 심프슨 公式을 사용하여 土工量을 算定하였다. 이들 方法을 比較分析한 결과 이동평균법을 사용한 결과는 補間方法에서는 1次式이, 土工量 計算方法에서는 兩端面平均法과 中央斷面法보다 角柱公式과 심프슨 公式에서 精密한 結果를 얻었다.

ABSTRACT

In the study, an accuracy of earthwork volume is evaluated according to different methods of the calculation with different criteria. The criteria applied to this study are a interpolation method, a grid intavals and the method of earthwork evaluation. A numerical test has performed on two different terrain models with four different methods of calculation in the earthwork volume and two different grid intervals. The end area method, prismoidal formular, Simpson's formular, and middle area method are applied to the calculation of the earthwork volume. As a result of this study, it is showed that the moving average method with the first order term gives the most accurate result in interpolation, and that also the prismoidal formular and Simpson's formular gives more accurate result than average and area mthod and middle area method in the calculation of earthwork volume.

I. 序 論

本 論文에서 사용한 數値모델은 DTM 이라기 보다는 지형의 特性을 標高만으로 縮小시킨 數値標高모델(DEM)을 사용하였다. 그러나 數値標高모델의 基本的 理論接近이나 特性값의 處理 問題에서는 DTM과 같게 사용될 수 있다.

本 論文은 다음과 같은 硏究 方法을 사용하여 각각의 방법으로 구해진 토공량값을 조건에 따라 비교하였다. 解析圖化機를 사용하여 立體航空寫眞으로 부터 10m間隔으로 標高값을 抽出하여 DEM자료를 構築하였다. 構成된 數値資料를 보간을 사용하지 않은 10m와, 1次, 2次, 3次式을 갖는 移動平均法(16 基準點,POINTWISE INTERPOLATION)을 사용하여 5m, 2m로 지형을 구성하여 地形을 補間하였다.

이렇게 하여 구성된 地形에서 임의로 두 개의 路線을 選定하여 各 路線에 兩端面平均法, 中央斷面法, 角柱公式, 심프슨 法則을 適用하여 土工量을 計算하였고 이들의 結果값을 統計分析하였다. DTM은 地表面上에 있는 任意 點들의 3次元 座標를 觀測하고 蒐集하여 컴퓨터안에 貯藏할 뿐 아니라, 地形 特性의 空間分布를 나타내는 一定한 형식을 가진 숫자들의 集合이라 할 수 있다.[2)]

*경기대학교 산업대학원
**경기대학교 토목공학과 대학원 박사과정
***경기대학교 토목공학과 교수

DTM은 航空寫眞 測量을 실시하여 立體寫眞을 얻은 다음 格子網을 설정하여 자료를 取得하고, 補間法을 적용하여 未知點들에 대한 높이를 계산하는 방법으로, 資料取得, 變換, 貯藏, 修正 등을 포함하므로 地盤高 뿐만 아니라, 地形傾斜나, 流域 등을 數値的으로 표현할 수 있어 지형의 崩壞나 洪水 등에 대한 防災計劃등을 세울 때 매우 유용하게 사용된다. 複雜한 曲面形을 이루는 지형을 수치적으로 表現하기 위해서는 무엇보다도 먼저 다음 事項을 고려해야 한다.[6] 卽, 地形情報의 數値化, 필요한 정도, 지형정보의 取得方法, 補間法의 利用方法, 資料의 入力形態, 地形資料의 取得 및 機械의 선정 등을 고려하여 기본적인 수치지형자료를 형성하고 적절한 보간법을 사용하여 조밀한 수치지형모델을 구축한다. 또한 DTM자료는 地形에 알맞은 曲面을 選擇해야 하며, 能率的인 지형자료를 抽出하여 컴퓨터에 입력시킬 수 있는 형태로 變換시키면서 計算에 요하는 시간이 짧아야 한다.

補間法이란 주어진 資料를 사용하여 未知量을 주변의 지형형태에 맞도록 추정하는 방법으로 주어진 자료는 계산된 미지량까지 그 영향의 範圍가 미치는 것으로 假定한다.[1] 다시 말하면 DTM속에서 未知點 Z에 대하여 점 Z를 에워싸고 있는 旣知點 X,Y를 이용하여 Z의 높이를 推定하는 것으로 定義될 수 있다.

複雜한 曲面形으로 구성된 지형을 數値的으로 表現하여 土工量을 算定할 경우, 地形資料의 抽出方法과 地形資料의 分布 및 密度, 地形을 補間하기 위한 지점의 選擇方法, 높이를 구하기 위한 補間法 등이 중요한 要所가 된다.

II. 數値地形 모델의 補間法

2.1 移動平均法(Moving Average)

移動平均法은 무작위 함수이론에 근거하였다. 원의 중심은 구하고자 하는 점에 위치하도록 하고 원의 반경 안에 있는 점들을 基準點으로 선택한다. 그리고 이미 정한 함수와 원의 반경안에 있는 기준점을 사용하면 함수의 계수가 未知數인 聯立多項方程式이 구성된다.

여기에서 補間 函數는 線形일 수도 있고 非線形일 수도 있다. 이 때 補間式은 아래와 같이 表現할 수 있다.

$$Z_i = \sum_{k=0}^{n}\sum_{j=0}^{k} a_{ik} X_i^{k-j} Y_i^{j} \qquad (2\text{-}1)$$

이 때 補間의 座標중심을 미지점 P_A로 하여 연립방정식을 풀게 되면 상수항 이외의 항은 0이 되므로 상수항에 해당하는 계수를 결정하면 된다.

III. 土工量의 算定

3.1 斷面積 計算

3.1.1 座標法에 의한 方法

本 論文에서는 수치지형 모델을 이용한 토공량 산정에서 각 자료점의 좌표값으로 면적을 구하는 좌표법을 이용한다. 횡단면에서 측점 i의 縱座標 및 橫座標를 (X_i, Z_i)라 하면[3,4,5]

$$A = \frac{1}{2}[Z_1(X_n - X_2) + Z_2(X_1 - X_3) + \cdots + Z_n(X_{n-1} - X_1)]$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Z_i(X_{i-1} - X_{i+1}) \qquad (3\text{-}1)$$

이 되거나, 또는

$$A = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} X_i(Z_{i-1} - Z_{i+1}) \qquad (3\text{-}2)$$

이며, 이 式을 行列로 나타내면

$$A = \frac{1}{2}[Z_1, Z_2 \cdots Z_n]\begin{bmatrix} X_n - X_2 \\ X_1 - X_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_{n-1} - X_1 \end{bmatrix} \qquad (3\text{-}3)$$

이 되며, 또는

$$A = \frac{1}{2}[X_1, X_2 \cdots X_n]\begin{bmatrix} Z_n - Z_2 \\ Z_1 - Z_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Z_{n-1} - Z_1 \end{bmatrix} \qquad (3\text{-}4)$$

이 된다.

3.1.2 Simpson 3/8 法則 (3次多項式)

높이값을 $h_i(i=0,1,2,3)$라 할때 높이의 값이 不規則한 境界는 다음과 같이 3次項式로 나타낼 수 있다.

$$h = ax^3 + bx^2 + cx + d \qquad (3-5)$$

不等間隔의 2次多項式 面積에서 曲線의 境界를 3次多項式으로 面積을 決定하면 式(3 - 6)와 같이 表現할 수 있다.

$$A = \int_{x0}^{x3} f(x)dx = \frac{(h_0 + h_1 + h_2)}{12} \left[\frac{3h_0^2 - h_1^2 + h_2^2 + 2h_0h_1 - 2h_0 + h_2}{h_0(h_0 + h_1)} dx_0 + \frac{(h_0 + h_1 + h_2)^2(h_0 + h_1 - h_2)}{h_0h_1(h_1 + h_2)} dx_1 + \frac{(h_0 + h_1 + h_2)^2(h_0 + h_1 - h_2)}{h_1h_2(h_0 + h_1)} dx_2 + \frac{h_0 - h_1 + 3h_2 + 2h_0h_2 - 2h_1h_2}{h_2(h_1 + h_2)} f_3 \right] \qquad (3-6)$$

dx : 간격

h : 각 점에서의 높이

3.2 土工量 計算

3.2.1 兩端面平均法

兩端面의 面積을 A1, A2 로 하고 그 사이의 距離를 L이라 하면, 土工量 V는 다음과 같이 나타낼 수 있다.[25]

$$V = (\frac{A_1 + A_2}{2})L \qquad (3-7)$$

여기서 V ; 두 횡단면 사이의 土工量

L ; 두 횡단면 사이의 中心線에 따른 距離

A_1, A_2 ; 두 단면의 횡단 면적

일정한 間隔 L마다 단면적 A_1, A_2, ... An 이라 하면, 總 토공량 Vt는 式(3-8)과 같이 표현할 수 있다.

$$V_t = L(\frac{A_1 + A_n}{2} + A_2 + A_3 + A_4 + \cdots + A_{n-1}) \qquad (3-8)$$

3.2.2 中央斷面法

두 區間의 中央斷面 A_1, A_2, A_3,⋯ An와 두 區間의 길이를 곱하면

따라서, 全體體積 V는

$$V = \sum_{i=1}^{2n} A_{2i-1}(L_{2i-1} + L_{2i}) \qquad (3-9)$$

3.2.3 角柱公式

兩 끝의 平行斷面 A1, A2 외에 그 中央에 있는 단면적 Am을 算定하여야 한다.

角柱公式은

$$V = \frac{L}{3}(A_1 + 4A_m + A_2) \qquad (3-10)$$

가 되므로 總土工量은 다음과 같다.

$$V = \frac{L}{3}(A_1 + A_m + 4\sum A_{odd} + 2\sum A_{even}) \qquad (3-11)$$

이 때 中央斷面 A_m은 兩 끝단면의 平均이 아니고 中央部의 實際 단면적이다.

IV. 數値實驗

實驗에 사용된 地形은 거제군 남부면일대 地域의 航空寫眞을 해석도화하여 數値地形을 形成하였다. 이 地形의 3次元 模型圖가 그림 1에 圖示되었다. 이 地形은 해석도화기에 의해 구해진 10 m 正規格子의 Data를 移動平均法으로 平坦化하여 얻었다. 6 km×6 km의 地形 안에서 두 개를 任意 選擇하였다.

路線의 길이는 1 km로 하였고 幅은 60 m로 하였다. 두 路線 모두 傾斜가 急한 地形이 選擇되었다. 路線의 計劃高는 傾斜가 急하기 때문에 一般的인 高速道路設計에서 사용되는 路線勾配制限에 맞추는 데 어려움이 있어 土工量의 均衡을 이룰 수 있도록 圖解的으로 算定하였다. 實驗에 사용된 計劃高와 地盤高는 그림 2와 같다.

數値實驗은 먼저 두 종류의 格子(2 m 및 5 m)와 3종류(1차식, 2차식, 3차식)의 移動平均法에 의한 補間方

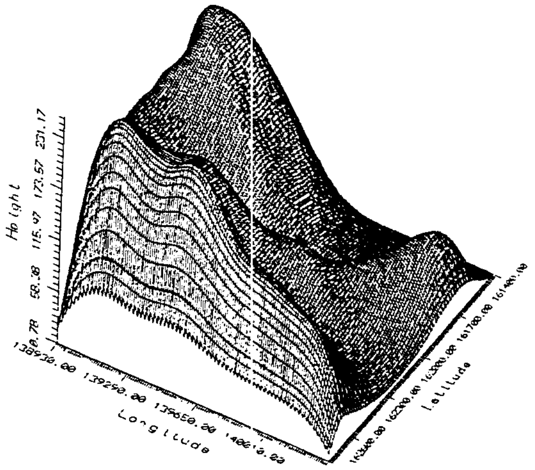

그림 1. 實驗對象地域의 3次元 模型圖

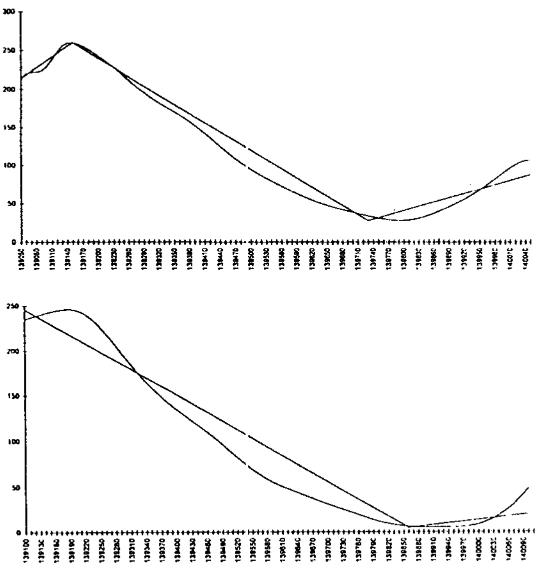

그림 2. 數値實驗에서 사용된 地形의 縱斷面圖

法을 두 개의 地形모델에 適用하여 總 12개의 地形을 만들었고 이들 地形을 使用하여 4개의 다른 土工量計算 方法에 따라 土工量을 計算하였다. 이와 같이 各 경우에 따라 計算된 總 48개의 土工量 값을 土工量 計算方法과 格子의 間隔, 補間式에 따라 나누고, 各各에 대하여 正確度 分析을 遂行하였다.

選擇된 두 地形모델에 대하여 資料의 缺測 地點과 地面의 부자연스런 屈曲을 없애기 위하여 移動平均法 1次式을 사용하여 地面의 平坦化 作業을 遂行하였다.

표 1. 補間프로그램의 平均제곱근 誤差

	1차식	2차식	3차식
평균 제곱 근 오차	±5.3 cm	±2.3 cm	±0.1 cm

이러한 作業을 遂行하여 構成된 地面을 移動平均法 1次, 2次, 3次式을 使用하여 2 m, 5 m의 格子間隔을 갖도록 地面을 形成하였다. 각 移動平均法에 대한 平均제곱근 誤差는 표 1과 같다.

표 1에서 보여지는 값은 10 m格子點의 높이를 제거하고 16 基準點과 3 가지의 多項式을 사용하여 그 점을 補間하고 원래의 높이를 참값으로 假定하여 계산된 값이다. 위의 表에서와 같이 1次, 2次式에 비하여 3次式의 正密度가 월등히 높은 것을 보여준다. 즉 補間에서는 높은 次數의 式이 더 正確한 값을 算出할 수 있는 것을 의미한다. 그러나 一般的으로 4次 이상의 多項式은 그 시간적 效率性에 비하여 그리 높은 精度가 算出되지 않는다는 것은 널리 알려진 사실이므로 3次 이상의 식은 補間에 사용하지 않았다.

土工量의 算定에는 4가지의 計算 方法을 사용하였다. 一般的으로 測量에서 土工量 計算에 가장 普遍的으로 사용하는 方法들을 選擇하여 각각의 正確度를 比較하였다.

地形은 그 자체가 random하기 때문에 正確하고 複雜한 計算式을 이용한 土工量 計算이 簡略하고 時間 節約的인 計算方法에 비하여 월등히 높은 正確性을 갖는다고 볼 수 없다. 따라서 本 論文에서는 一般的인 土工量 計算方法들 중에서 比較的 더 精密하다고 볼 수 있는 方法들을 提案하는 데 그 目的이 있기 때문에 一般的으로 使用되는 方法들을 採擇하였다. 兩端面平均法과 中央斷面法, 角柱公式, 그리고 심프슨 公式이 그것이다.

우선 斷面을 形成하기 위하여 다음과 같은 道路를 假定하였다.

1. 斷面의 盛,切土 구배는 1 : 1.15로 하였다. 여기서 盛,切土 斷面은 中央으로 부터 30 m를 벗어 나지 않는다고 假定하였으며, 만약 벗어나는 斷面이 存在한다면 30 m 地點을 그 斷面의 끝으로 보았다.

2. 道路는 往復2車線의 幅 6 m로 하였다.

3. 數値地形의 格子點이 아닌 格子點 내에 橫斷面이 形成되는 경우 格子 間隔內의 地形은 두 格子點의 높이 사이에서 線形으로 變化 한다고 假定하고 아래의 式을

표 2. 各 方法에 따라 決定된 土工量

	보간식	격자구간	兩端面平均	角柱公式	中央斷面法	Simpson 公式
지	1	2	44992.53	44570.75	41930.85	44363.73
형	1	5	45228.99	42847.61	44523.60	42841.52
모	2	2	46824.71	46402.37	43676.09	46189.07
델	2	5	48644.31	6084.66	47818.72	46119.37
1	3	2	46739.99	46317.69	43569.27	46104.98
	3	5	48295.84	45752.27	47480.62	45789.41
지	1	2	50586.06	49823.36	49949.32	47772.15
형	1	5	52641.75	50699.95	51002.99	52280.43
모	2	2	50634.25	49865.56	49994.71	47828.61
델	2	5	52885.00	50937.37	51241.83	52504.20
2	3	2	50632.33	49863.96	49992.92	47824.97
	3	5	52845.39	50895.46	51200.54	52456.93

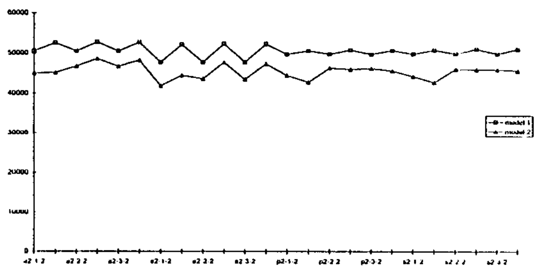

그림 3. 各 地形 모델에 對한 土工量 分布

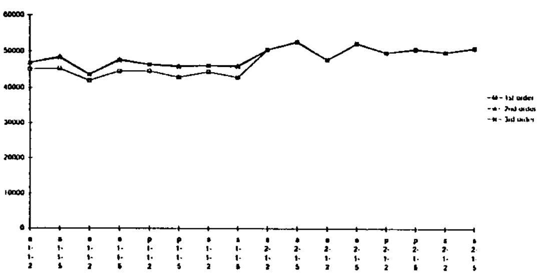

그림 4. 補間式에 對한 土工量의 分布

사용하여 決定하였다.

格子點內의 交點의 位置는

$$(h_i - h_i\text{-}1) \times x = h_{cross} - x/1.15$$

h_i, h_{i-1} : 격자점상의 높이

h_{cross} : 횡단면구배선과 격자점이 최후로 만나는 점의 높이

위의 세 가지 條件을 使用하여 土工量을 算定하였다.

V. 比較 및 考察

4章의 方法에 의하여 土工量을 計算한 結果 표 2와 같다.

표 2의 各 方法에 따라 算定된 土工量을 格子間隔, 補間式,모델, 土工量 算定方法에 따라 그래프로 표시하면 그림 3, 그림 4, 그림 5, 그림 6과 같다.

그림 3을 보면 各 地形모델에 따라 土工量의 變化를 볼 수 있는 데 모델 1이 모델 2보다 土工量이 더 작은 것을 볼 수 있다. 그러나 모델 1은 모델 2에 비하여 變하는 量이 많다. 즉 地形을 補間하는 方法과 土工量을 計算하는 方法들에 따라 많이 變化하는 것을 볼 수 있다.

그림 4는 補間式에 對한 土工量의 變化를 보여주는 그림이다. 地形모델 2의 境遇는 補間式에 대하여 土工量이 거의 變化하지 않고 있다. 즉 地形모델 2에 대해서는 補間式의 次數가 거의 影響을 미치지 못하고 있고 다른 條件 , 土工量 算定方法이나 格子의 間隔에 대해서 더 敏感하게 土工量의 變化가 생긴다는 것을 의미한다. 그리고 地形모델 1의 경우도 1차식에 대해서는 약간의 偏倚는 보이지만 그러나 거의 나란한 形態로 變化가 進行되는 것을 보여준다. 卽 補間式의 次數는 土工

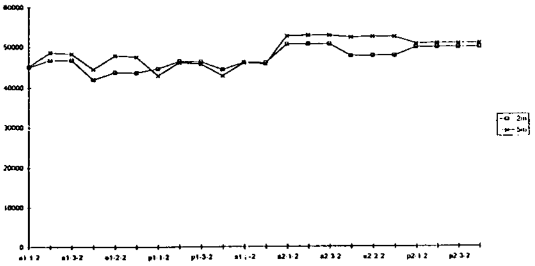

그림 5. 格子 間隔에 對한 土工量의 分布

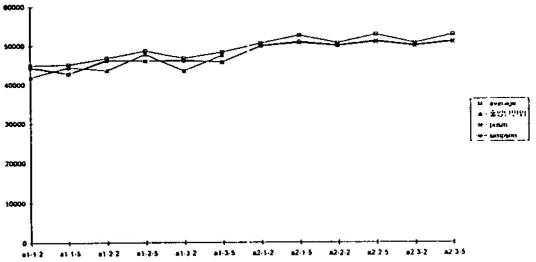

그림 6. 土工量算定 方法에 對한 土工量의 分布

量의 算定에 별 影響을 미치지 못한다는 것을 그림 4에서 보여준다. 물론 補間方法 자체를 바꾼다면 다른 結果가 導出되겠지만, 같은 土工量 計算을 위한 補間의 方法에서 높은 次數의 使用은 그리 바람직하지 못함을 보여준다.

그림 5는 格子間隔에 따른 土工量의 變化를 보여준다. 이 그림에서 보면 各 地形모델이 格子 間隔에 대해서 比較的 큰 偏差를 보이고 있다. 그리고 나란한 형태도 아닌 두 格子間隔 사이의 變化 樣相이 앞의 實驗에 비하여 조금 複雜해져 있다.

그림 6은 土工量 算定 方法에 대한 土工量의 變化를 보여준다. 물론 土工量에 直接的인 影響을 준다는 입장에서 당연한 結果이겠지만, 土工量의 分布가 앞의 그림들과는 달리 複雜하게 變化함을 보여주고 있다. 角柱公式과 심프슨法則은 거의 일치하게 變化하지만, 兩端面平均法과 中央斷面法은 變化하는 樣相은 비슷하나 變化量에서는 전혀 다르게 보이고 있다.

표 3은 모델에 대한 土工量의 標準偏差를 나타낸다. 이것을 圖表로 表現한 것이 그림 7이다. 여기서 보면 그림 3에서 豫想한 것처럼 地形모델 2의 標準偏差가 地形모델 1보다 더 작은 標準偏差를 갖는다. 다르게 말하면 地形모델 2가 地形모델 1보다 더 높은 精密度를 갖고 있다. 이것은 地形의 形成에 關聯된 問題 이기 때

표 3. 地形모델에 대한 土工量의 標準偏差

	토공량의 표준편차
지형모델 1	1716.859
지형모델 2	1465.073

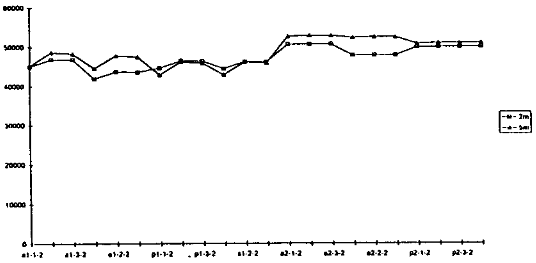

그림 7. 모델에 對한 土工量의 標準偏差

표 4. 補間 方法에 對한 土工量의 標準偏差

	1차식	2차식	3차식
지형 1	1124.127	1361.211	1303.853
지형 2	1422.196	1491.570	1476.478

표 5. 格子間隔에 對한 土工量의 標準偏差

	地形 모델 1	地形 모델 2
2 m 格子間隔	1479.067	1054.1750
5 m 格子間隔	1837.871	826.8883

문에 두 개의 地形을 가지고 結論에 도달하는 데는 어려움이 存在한다.

표 4는 補間方法에 대한 土工量의 標準偏差를 보여준다.

표 5는 格子間隔에 대한 土工量의 標準偏差이다. 여기에서 보면 地形모델 1의 경우는 격자간격을 2 m로 形成한 地形이 5 m로 형성한 지형보다 23% 정밀도의 향상을 가져왔다. 그러나 地形
모델 2의 경우는 5 m인 경우가 2 m인 경우보다 27% 精密度가 높다. 더구나 地形모델 2의 5 m格子가 地形모델 1의 2 m 격자보다 56%의 더 작은 偏差를 가지고 있다.

표 6은 土工量 計算 方法에 대한 標準偏差를 表로 나타낸 것이다. 土工量에 대한 標準偏差에서는 Simpson公式과 角柱公式이 더 높은 정밀도를 갖는 것으로 나타났다. 角柱공식은 中央斷面法에 대해서 地形모델 1의 境遇

表 6. 土工量 計算 方法에 對한 標準偏差

	兩端面平均法	角柱公式	中央斷面法	심프슨公式
地形 모델 1	1376.693	1265.329	2135.718	1240.883
地形 모델 2	1088.728	501.7009	2303.240	589.146

에 72%의 精密度의 向上이 있었고 地形모델 2에서는 300%의 精密度 向上이 있었다. 즉 地形모델 1과 地形모델 2에 대해서는 角柱公式이 適合함이 밝혀 졌다.

VI. 結 論

地形의 資料를 數値化하여 컴퓨터에 入力함으로써 自動化 計算이 가능케 되면서 더 正確한 計算 方法을 찾고자 하는 硏究가 지금까지 이루어져 왔다.

本 論文에서는 數値地形모델을 利用한 土工量 計算에서 補間方法과 格子間隔, 그리고 土工量 計算 方法들이 土工量의 正確度에 어떻게 影響을 주는 가에 대하여 硏究하였으며, 그 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

1. 두 個의 任意의 地形을 移動平均法 1次, 2次, 3次式과 2 m, 5 m 間隔의 正規格子에 대하여 實驗해본 結果 1次式의 移動平均法이 더 精密한 結果가 나왔다.

2. 格子間隔에 대하여는 地形모델 1에서 2 m間隔의 格子가 23% 더 精密하였고, 地形모델 2에서는 5 m의 格子가 2 m格子 보다 27% 더 精密하였다.

3. 4가지의 土工量 算定方法에서는 地形모델 1과 地形모델 2 모두 角柱公式과 심프슨 公式
이 다른 方法에 비하여 더 精密하였다.

REFERENCE

1. 權現, "數値地形 모델에 있어서 地形의 分類에 따른 補間法 適用에 關한 硏究", 延世大學校 博士學位 論文, 1988.
2. 文斗烈, "數値地形 模型을 利用한 土工量 計算의 精密度 向上에 關한 硏究", 東亞大學校 博士學位 論文, 1990.
3. 朴雲龍, "應用測量學" 螢雪出版社, 1992.
4. 安哲浩, 崔在和, "一般測量學" 文運堂, 1993.
5. 吳昌洙, "數値地形 모델에 있어서 土工量 計算 精密度의 豫測모델에 關한 硏究", 朝鮮大學校 博士學位 論文, 1887,8.
6. Braker, "Generation of Regular Point Grids from Contour Lines for Digital Terrain Models", ITC-M.S. Thesis 1975.