

# 파랑과 흐름을 받는 연안 구조물의 안정성에 관한 연구 - 고정식 해양 구조물의 랜덤 해석 -

최 용 호\* · 권 순 흥\*\* · 김 대 응\* · 박 상 길\*\*  
(94년 12월 30일 접수)

## A Reliability Study of Coastal Structures Under the Influence of Waves and Currents - Random Analysis of Fixed Structures -

Y.H. Choi\* · S.H. Kwon\*\* · D.W. Kim\* · S.K. Park\*\*

**Key Words** : Random Analysis(랜덤 해석), Simulation(시뮬레이션), Auto-correlation Function (자기 상관 함수), Morison Equation(모리슨 방정식), Nonlinear Equation of Motion(비선형 운동방정식)

### Abstract

This paper investigates the problem of random analysis of fixed structures which are influenced by waves and current. Morison equation was employed to deal with the wave and current load. The wave kinematics are randomly generated from the wave spectrum. The necessary statistics are calculated from the resulting response time history. The simulation results are turned out to be very sensitive to the simulation technique.

### 1. 서론

고정식 해양 구조물에 작용하는 파력 계산이나 그 응답 해석은 해양 공학의 관점에서 대단히 중요하다. 파력 계산은 Morison(1950)등의 연구로부터 시작되어 결정론적인 (deterministic)관점에서 많은 연구가 수행되어왔다. 그러나 해양파는 결정론적인 관점에서 해석하기에는 복잡한 현상이어서, 최근에 많은 연구가 행해지고 있으나 그 대부분

분의 연구가 비선형인 항력항을 선형화시켜서 해석하는 것이 보통이었다. (Roberts, 1990; Karadeniz, 1992, 1993) 최근 Karadeniz(1994)는 비선형 항력항을 선형화 시키지 않고 시간 영역 해석을 행하는 논문을 발표하였다.

본 연구에서도 Karadeniz의 방법을 도입하여 시간 영역 해석을 통한 고정식 구조물의 응답을 계산해 보았다. 우선, 본 연구에서 다루는 고정식 구조물을 탄성체로 가정하였고, 탄성 구조물의 변

\* 부산대학교 대학원 조선·해양공학과

\*\* 부산대학교 조선·해양공학과

\*\*\* 부산대학교 토목공학과

형된 형상을 바다에서의 높이  $z$ 에 대한 3차의 형상 함수로 가정하였다. 운동 방정식의 유체력 항은 변형된 Morison 방법을 사용하였다. 물론 이때 구조물의 운동도 고려하였다. 운동 방정식을 시간 영역에서 적분할 때 필요한 유체 입자의 속도, 가속도 값들은 그 특징이 랜덤 하다고 보고 스펙트럼으로부터 시뮬레이션해서 운동 방정식에 대입하여 계산을 수행하였다. 응답의 시간 기록으로부터 응답의 스펙트럼을 구할 수 있고, 응답의 제반 통계적인 값들도 구할 수 있다. 본 논문에서는 시뮬레이션 기법을 Karadeniz와 달리하여 그 결과를 서로 비교해 보았다. 비교 결과 Karadeniz의 경우 시간 기록에 주기성이 나타나므로, 통계치의 결과에 신뢰성이 떨어진다고 판단된다.

## 2. 운동 방정식

그림 1에서 보듯이 해석하려고 하는 구조물의 상단부에서의 변형 형태의 최대 변위를  $d(t)$ 라 한다. Deck의 질량을  $m_{deck}$ 라하고, 바다로부터의 위치  $z$ 에서의 구조물의 수평 변위를  $x(t)$ 라 한다. 구조물의 높이와 평균 수심을 각각  $H$ ,  $h$ 라 한다.

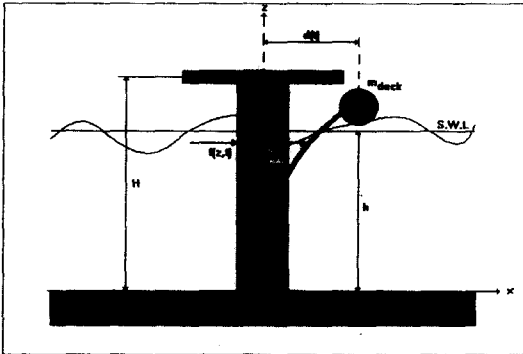


Fig. 1 Monopod Tower & Deformation Pattern.

파의 진행방향과 수직인  $z$ 축에 작용하는 파의 분포 하중(wave load)과 구조물의 변형 형태의 형상 함수(shape function)를 각각  $f(z,t)$ ,  $N(z)$ 라 한다. 그래서  $x(t)$ 는 다음 식이 된다.

$$x(t) = N(z) d(t) \quad (1)$$

경계 조건을 만족하는 형상 함수를  $z$ 의 3차 함수로 나타내면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$N(z) = \frac{3}{2} \left( \frac{z}{H} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{z}{H} \right)^3 \quad (2)$$

Clough와 Penzien(1975)으로부터 계산되어진 구조물의 전체 강성과 전체 질량은 다음과 같다.

$$k_s = EI \int_0^H \left( \frac{d^2 N(z)}{dz^2} \right)^2 dz \quad (3)$$

$$m_s = \rho_s \int_0^H A_s N(z)^2 dz \quad (4)$$

여기서,  $E$ 는 종 탄성 계수(Young's modulus),  $I$ 는 구조물 단면의 관성 모멘트,  $\rho_s$ 는 구조물의 밀도이고  $A_s$ 는 구조물의 단면적을 나타낸다. 식 (3)과 식 (4)를 적분하면,

$$k_s = \frac{3EI}{H^3} \quad (5)$$

$$m_s = \frac{33}{140} \rho_s A_s H \quad (6)$$

이 된다. 전체 파 하중을 계산하면,

$$F(t) = \int_0^h N(z) f(z, t) dz \quad (7)$$

이 된다. 여기서,  $f(z,t)$ 는 아래 식과 같은 상대 속도 영역에서의 Morison식에 의해 주어지는 분포 하중이다.

$$f(z, t) = C_D |u + U_c - \dot{x}| (u + U_c - \dot{x}) + C_M \ddot{u} - C_A \ddot{x} \quad (8)$$

여기서,  $u$ 와  $U_c$ 는 각각 파와 조류의 속도를 나타내고  $C_D$ ,  $C_M$ ,  $C_A$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$C_D = \frac{1}{2} \rho_w D c_d$$

$$C_M = \frac{\pi D^2}{4} \rho_w c_m \quad (9)$$

$$C_A = \frac{\pi D^2}{4} \rho_w (c_m - 1)$$

여기서,  $c_d$ 는 항력계수이고,  $c_m$ 은 관성력 계수이다.  $\rho_w$ 는 물의 밀도이고,  $D$ 는 기둥의 직경을 나타낸다. 식(8)을 식(7)에 대입하면 전체 힘을 얻을 수 있다. 즉,

$$F(t) = F_w(t) - F_s(t) \quad (10)$$

여기서,  $F_w(t)$ ,  $F_s(t)$ 는 각각 파와 구조물의 변형에 의한 힘 항들이다. 각각의 힘들을 다시 쓰면,

$$F_w(t) = \int_0^h N(z) [ C_D | u + U_c - \dot{x} | (u + U_c) + C_M \dot{u} ] dz \quad (11)$$

$$F_s(t) = \int_0^h N(z) [ C_D | u + U_c - \dot{x} | \dot{x} + C_A x ] dz \quad (12)$$

여기서,  $\dot{x} = N(z)\dot{d}$  이고,  $\ddot{x} = N(z)\ddot{d}$  가 된다. 구조물의 변형에 의한 힘  $F_s(t)$ 는 유체동력학적 감쇠와 부가 질량 항과 관계가 있다. 즉,

$$F_s(t) = 2 \zeta_{hd}(t) m_{tot} \omega_n \dot{d} + m_a \ddot{d} \quad (13)$$

여기서,  $\zeta_{hd}$ 는 시간에 의존하는 유체동력학적 감쇠 계수가 되고  $\omega_n$ 은 고유 진동수,  $m_a$ 와  $m_{tot}$ 은 각각 부가 질량과 전체 질량을 나타낸다. 전체 질량은 갑판의 질량, 구조물의 질량, 부가 질량과 구조물 속에 있는 물의 질량 ( $m_{i_n}$ )들의 합이 된다. 여기서,

$$m_{i_n} = \frac{m_a}{C_m - 1}$$

이 되고, 부가 질량은 다음과 같다.

$$m_a = C_A \int_0^h N(z)^2 dz$$

위 식을 적분하면,

$$m_a = \frac{h}{4} C_A \left[ \frac{9}{5} \left( \frac{h}{H} \right)^4 - \left( \frac{h}{H} \right)^5 + \frac{1}{7} \left( \frac{h}{H} \right)^6 \right] \quad (14)$$

이 된다. 유체동력학적 감쇠 계수는 식 (12)와 식 (13)을 살펴보면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\zeta_{hd}(t) = \frac{C_D}{2m_{tot}\omega_n} \int_0^h N(z)^2 | u + U_c - \dot{x} | dz \quad (15)$$

이제, 계산되어진 전체 강성과 감쇠, 질량, 힘을 가지고 1 자유도 계의 동적 평형 방정식을 쓰면 다음과 같다.

$$\ddot{d} + 2 \zeta(t) \omega_n \dot{d} + \omega_n^2 d = \frac{1}{m_{tot}} F_w(t) \quad (16)$$

여기서,  $\zeta(t)$ 는 전체 감쇠비를 나타내고 식은 다음과 같이 된다.

$$\zeta(t) = \zeta_s + \zeta_{hd}(t) \quad (17)$$

여기서,  $\zeta_s$ 는 구조물의 감쇠비이다.

식 (15)에서 알 수 있듯이 유체동력학적 감쇠 항은 파의 속도와 응답 속도의 함수이다. 그래서 식 (16)에서 알 수 있듯이 운동 방정식은  $\zeta_{hd}$ 의 항에 의해 비선형 식이 된다. 식 (11)에 주어진 힘  $F_w(t)$ 도 비슷한 특성을 가진다. 즉, 파의 속도와 응답 속도의 연성에 의해 운동 방정식은 비선형이 된다. 더욱이,  $F_w(t)$ 는 불규칙(random)하게 변화하므로 식 (16)은 비선형 확률 미분 방정식(nonlinear stochastic differential equation)이 된다. 이런 복잡한 비선형 문제는 시간 영역 해석에 의해 해가 구해진다. 응답 스펙트럼은 구해진 응답의 시간 기록을 FFT(Fast Fourier Transform)을 이용하여 구해낸다. (Newland, 1975)

### 3. 시뮬레이션

구조물에 작용하는 파의 스펙트럼은 그림 2에 나타낸 Pierson-Moskowitz 스펙트럼을 사용하였다. 즉,

$$S(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega^5} \exp \left[ -\beta \left( \frac{g}{U_w \omega} \right)^4 \right] \quad (18)$$

여기서,  $\alpha = 0.0081$ ,  $\beta = 0.74$ 가 되고  $U_w$ 는 바람의 속도를 나타낸다. 본 연구에서는 유한 수심에 대한 파의 변위와 속도, 가속도의 관계를 전달 함수를 사용하여 다음과 같이 나타내었다. (Yang, 1986)

$$u = H_u(\omega) \eta \quad (19)$$

$$a = H_a(\omega) \eta \quad (20)$$

여기서,  $H_u(\omega)$ 는 파의 변위와 속도 사이의 전달 함수이다.

$$H_u(\omega) = \frac{gk}{\omega} \frac{\cosh(kz)}{\cosh(kh)} \quad (21)$$

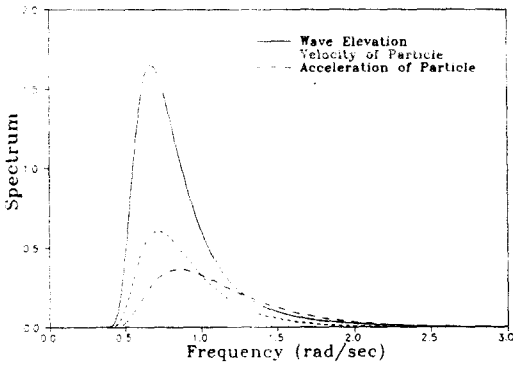


Fig. 2 Spectrum of Wave Elevation, Velocity & Acceleration

또,  $H_a(\omega)$ 는 파의 변위와 가속도 사이의 전달 함수이다.

$$H_a(\omega) = igk \frac{\cosh(kz)}{\cosh(kh)} \quad (22)$$

식(21)과 식(22)를 사용하여 파의 속도와 가속도에 대한 스펙트럼을 다음과 같이 나타내었다.

$$S_u(\omega) = |H_u(\omega)|^2 S_\eta \quad (23)$$

$$S_a(\omega) = |H_a(\omega)|^2 S_\eta \quad (24)$$

본 논문에서는 앞에서 구해진 속도, 가속도 스펙트럼을 Monte-Carlo 시뮬레이션 기법을 사용하여, 각각에 대한 시간 기록을 생성하였다.(Yang, 1986) 유체 입자의 속도를 랜덤하게 발생시키는 방법을 간단히 설명하면 다음과 같다. 우선, 랜덤 성분은 많은 조화 항들의 선형 결합으로 나타낼 수 있다. 즉,

$$u(t) = \sum_{i=1}^N a_i \cos(\omega_i t + \phi_i) \quad (25)$$

여기서,  $a_i$ ,  $\omega_i$ 는 각각  $i$  번째의 진폭과 진동수가 된다. 또,  $\phi_i$ 는  $0 - 2\pi$  사이에서 균일하게 분포된 랜덤한 위상각이다. 이 랜덤한 위상각을 이용하여 유체 입자 속도의 시간 기록을 발생시킨다. 진폭은 주어진 유체 입자의 속도 스펙트럼을 이용하여 다음과 같이 나타낸다.

$$a_i = \sqrt{2 S_u(\omega_i) \Delta\omega} \quad (26)$$

여기서,  $\Delta\omega$ 는 주파수 간격이다. 이 때, 주파수  $\omega_i$ 를 선택하는 방법에 따라 생성되는 시간 기록에는 큰 차이가 있다.

### 3.1 Karadeniz의 방법

Karadeniz는 주파수  $\omega_i$ 를 주어진 주파수 영역에서 등간격으로 나누었다. 만약 이와 같은 방법으로 파 스펙트럼을 시뮬레이션 한다면, 생성된 시간 기록에 주기성이 나타나게 된다. 그림 3에는 주기성을 좀 더 명백히 보기 위해 생성된 시간 기록의 자기 상관 함수(autocorrelation)를 나타내었다. 이 그림으로부터 시간 기록에 주기성이 존재함을 명백히 알 수 있다. 랜덤 과정(stochastic process)을 해석하는데 있어서 그 시간 기록에 주기성이 있다면, 그로부터 계산되는 통계적 량들은 실제와 많은 차이가 있을 것이다. 따라서, 이러한 주기성을 피하기 위해서는 다음절에서 기술하는 방법과 같이  $\omega_i$ 를 주어진 주파수 영역에서 균일하게 분포하는 난수로서 선택해야 한다.

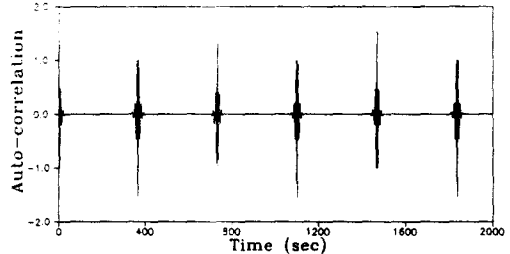


Fig. 3 Auto-correlation Function(Karadeniz)

### 3.2 본 연구의 시뮬레이션 방법

본 연구에서는 주기성이 없는 시간기록을 생성하기 위하여  $\omega_i$ 를 균일하게 분포하는 난수로 사용하여 시뮬레이션을 행하였다. 이러한 방법으로 생성된 시간 기록에는 주기성이 없다. 그림 4에 이 시간기록의 주기성에 대한 여부를 확인하기 위해서 자기 상관 함수를 나타내었다. 그림에서  $\tau = 0$ 에서의 최대치를 원으로 나타내었으며, 이 값은 다른 값들에 비해 현저히 큰 값이므로  $\tau = 0$ 이외에는 상관 관계가 거의 없음을 나타낸다. 그러므로, 기대한 바와 같이 자기 상관 함수에 주기성이 없다는 것이 판명되었다. 본 연구에서는 이와 같

은 방법으로 파 스펙트럼으로부터 파와 파 입자의 속도 그리고 가속도에 대한 시간 기록을 생성하였다. 그리고 유체 입자의 속도, 가속도 시간 기록은 높이 ( $z$ )의 함수이므로, 각 높이에서의 시간 기록을 구해야 한다.

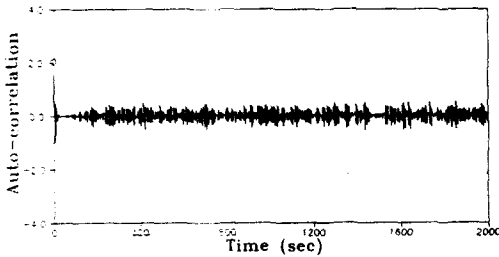


Fig. 4 Auto-correlation Function (present study)

운동 방정식을 풀이하는데 있어, 앞에서 구해진 각각의 시간 기록을 가지고 Karadeniz와는 달리 Runge-Kutta 6th order 법을 사용하여 직접 시간 영역에서 운동 방정식을 풀었다.

#### 4. 계산 결과 및 고찰

##### 4.1 구조물의 각종 재원

본 연구에서는 Karadeniz가 사용한 재원을 사용하였다. 즉, 구조물의 높이가 60m 이고, 직경  $D = 1.5m$ , 기둥의 두께  $Dt = 5cm$ 의 monopod tower를 사용하였다. (그림 1 참조) 그리고 tower의 내부는 정수면까지 완전히 물에 찬 구조물을 가정하였다. 물의 밀도  $\rho_w = 1024.0 \text{ kg/m}^3$ , 관성력 계수  $c_m = 2.0$ , 항력계수  $c_d = 1.3$ , 갑판의 질량  $m_{deck} = 100ton$ , 구조물의 감쇠  $\zeta_s = 0.01$ , 유의 파고  $H_{1/3} = 3.5m$ 로 계산을 수행하였다. Karadeniz는 계산 시간을  $T = 120sec$ 로 하고, 시간 증분  $\Delta t = 0.1sec$ 로 하였다. 그러나, 본 논문에서는  $T = 10000sec$ ,  $\Delta t = 0.1sec$ 로 하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하였다. 파의 변위, 속도, 가속도에 대하여 각각의 위상각  $\phi_i$ 를 이용하여 각각의 시간 기록을 발생시킨다. 최대 진동수는 Nyquist 진동수 ( $\omega_{max} = \pi / \Delta t$ )를 사용하고, 문제를 간단히 하기 위해 조류는 없는 것으로

가정하였다, 즉,  $U_c = 0$ 으로 하였다.

##### 4.2 선형, 비선형 운동 방정식의 응답

식 (16)의 해를 다음 두 가지 경우를 고려하여 구했다.

경우 1 :

유체동력학적 감쇠가 없다고 가정하고, 파에 의한 힘을 나타내는 식에서 구조물의 속도를 무시하여 계산을 수행하였다.

경우 2 :

경우 1과는 달리 모두를 고려하여 운동 방정식을 계산하였다.

위의 두 경우에 대해, 운동 방정식의 응답의 시간 기록을 그림 7에 비교하여 나타내었다.

주어진 제원에서 구조물의 강성  $k_s = 87538.2 \text{ kg/sec}^2$ 으로 계산되고, 구조물의 질량  $m_s = 12860kg$ , 구조물의 고유 진동수  $\omega_n = 0.802rad/sec$ 로 계산되어져 나왔다.

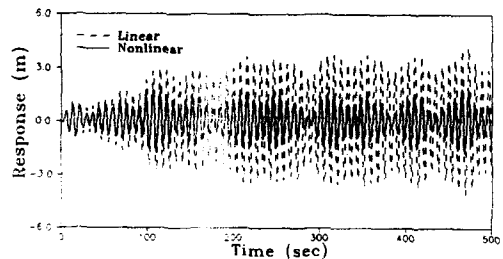


Fig. 5 Response Displacement at the Deck

그림 5에서 알 수 있듯이 비선형일 경우가 선형일 경우보다 전체적으로 응답이 상당히 작게 나타남을 알 수 있다. 본 연구를 통해 계산된 유체동력학적 감쇠비의 평균은  $\overline{\zeta_{hd}} = 0.014988$ 로 되고 분산은  $Var(\zeta_{hd}) = 8.95 \times 10^{-5}$ 로 계산되었다.

아래 표에는 선형과 비선형 운동 방정식의 응답에 대한 평균과 분산을 나타내었다.

Analysis	Mean	Variance
Linear equation of motion	0.0	8.232
Nonlinear equation of motion	0.0	1.381

표에서 알 수 있듯이, 평균이 0인 랜덤 파가 구조물에 작용하면, 구조물의 응답은 선형의 경우나 비선형의 경우, 모두 평균이 0이 됨을 알 수 있다. 그러나 분산의 경우, 비선형 응답이 선형 응답보다 값이 매우 작음을 알 수 있다.

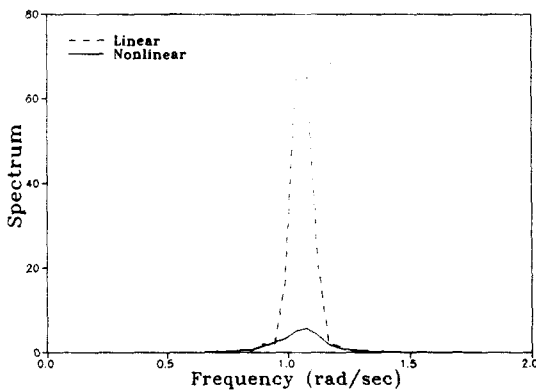


Fig. 6 Spectrum of Response Displacement

그림 6은 선형, 비선형 운동 방정식의 응답을 FFT 방법을 이용하여 스펙트럼을 그린 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 비선형의 경우 현저한 최대치의 이동은 없으나 응답의 스펙트럼의 면적이 상당히 줄어든 것을 알 수 있다. 그리고, 구조물의 고유진동수  $\omega_n = 0.802$  rad/sec에서 최대치가 생긴다.

#### 4.3 비선형 응답에 대한 통계적 성질

본 연구에서는 비선형 응답의 시간 기록으로부터 통계적 성질을 계산하였다. 3절에서 설명한 두 가지 방법에 대해 각각 계산한 후 그 결과를 비교하였다.

그림 7에는 mean upcrossing time을 나타내었고, 그림 8에는  $1/n$  유의 응답을 계산하였다. 여기서 점선은 Karadeniz의 방법을 나타내고, 실선은 본 연구에서 제시한 주기성이 없는 시뮬레이션의

계산 결과이다. 계산 결과에서 알 수 있듯이 두 방법에는 많은 차이가 있음을 알 수 있다. Karadeniz의 방법은 시뮬레이션의 시간과는 상관없이 한 주기에서의 통계적 성질이 전체 응답을 대표하고 있으므로 계산된 통계적 성질들은 많은 오차를 포함할 것이다.

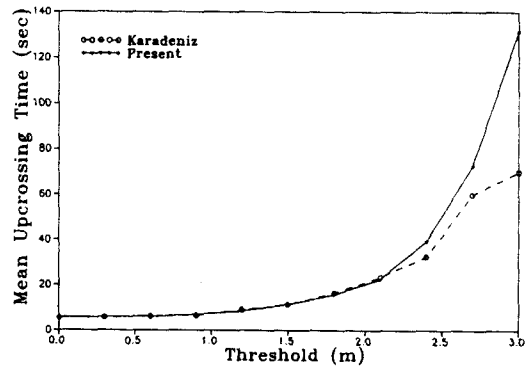


Fig. 7 Comparison of Mean Upcrossing Time between Two Schemes

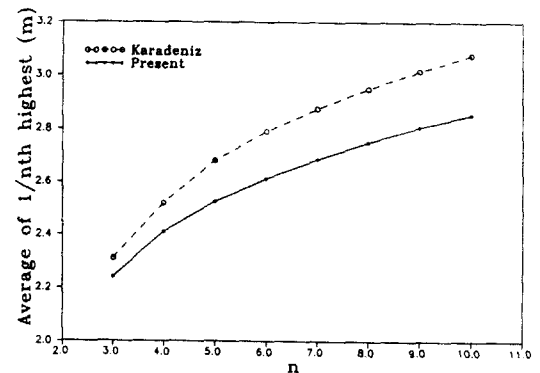


Fig. 8. Comparison of the Average Value of  $1/n$ th Highest Observation between Two Schemes

### 5. 결 론

본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 감쇠력의 비선형 항도 모델링하여 비선형 영향을 포함한 응답을 구할 수 있었다.

2. 유체 입자의 속도, 가속도를 랜덤으로 처리하여 비선형 운동 방정식을 시간 영역에서 적분하였다. 그 결과 응답 스펙트럼을 구할 수 있었고 응답의 통계적인 특징도 구할 수 있었다.
3. 시뮬레이션을 수행할 때 위상각 뿐만 아니라 주파수도 랜덤하게 취하면 생성된 시간기록에 주기성이 없다는 것을 알 수 있다.

## 후 기

이 논문은 1994년도 한국 학술 진흥 재단의 공모 과제 연구비에 의하여 연구되었음.

## Reference

1. Clough W. and Penzien, J., 1975, Dynamics of structures, McGraw-Hill, Inc.
2. Karadeniz, H., 1992, "Stochastic analysis of offshore structures under wave-current and fluid-structure interactions" Proc 11th Int Conf on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE-92, Vol.1-A, pp. 241-248, Calgary, CANADA.
3. Karadeniz, H., 1993, "Wave-current and fluid-structure interaction effects on the stochastic analysis of offshore structures", Int J Offshore and Polar Eng, ISOPE, Vol.1, No.2, pp. 107-114.
4. Karadeniz, H., 1994, "Linear and nonlinear response analysis of offshore structure under random wave and current Loading", Proc IVth Int Conf on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, ISOPE, Vol.3, pp. 328-333.
5. Morison, J.R., O'Brien, M. P., Johnson, J. W. and Schaaf, S. A., 1950, The forces exerted by surface waves on poles, Petroleum Transactions, 189(TP 2846), pp. 149.
6. Newland, D. E., 1975, An introduction to random vibrations and spectral analysis, London, U.K.
7. Roberts, J. B. and Spanos, P.D., 1990, random vibration and statistical linearization, John willey & Sons, Inc., New York, U.S.A.
8. Yang, C. Y., 1986, Random vibration of structures, John willey & Sons, Inc., New York, U.S.A.