

복수정현파 소음제거를 위한 Filtered-x LMS 알고리즘의 수렴 특성에 관한 연구

Convergence of the Filtered-x LMS Algorithm for Canceling Multiple Sinusoidal Acoustic Noise

李 康 昇*, 李 在 天**, 尹 大 熙*, 康 英 石***
(Kang Seung Lee, Jae Chon Lee, Dae Hee Youn and Young Suk Kang)

※ 본 연구는 한국전력공사 기술연구원의 연구비 지원에 의해 이루어진 것임.

要 約

Filtered-x 최소 평균 제곱(LMS : Least Mean Square) 적응 필터가 능동 소음 제거에 사용될 때 적응 필터 출력과 오차 신호 사이의 전달 특성 추정이 요구된다. 본 논문은 소음이 복수 정현파(multiple sinusoids) 신호로 구성될 때 filtered-x 적응 소음 제거 알고리즘을 유도하고 수렴 특성을 이론적으로 분석하였다. 알고리즘의 수렴 분석 결과, 알고리즘에 사용된 파라미터 추정의 부정확성으로 수렴 성능 저하를 가져오는데 위상 추정 오차와 추정 이득에 의하여 특정 지워진다는 사실을 알았다. 특히, filtered-x 최소 평균 제곱 알고리즘의 수렴은 위상 응답 추정의 정확도로부터 많은 영향을 받는다는 것을 보였다. 이 알고리즘에 대한 컴퓨터 모의 실험 결과 이론적인 수렴 분석과 잘 일치함을 보였다.

Abstract

Application of the filtered-x LMS adaptive filter to active noise cancellation requires to estimate the transfer characteristics between the output and the error signal of the adaptive canceler. In this paper, we derive the filtered-x adaptive noise cancellation algorithm and analyze its convergence behavior when the acoustic noise consists of multiple sinusoids. The results of the convergence analysis of the filtered-x LMS algorithm indicate that the effects of the parameter estimation inaccuracy on the convergence behavior of the algorithm are characterized by two distinct components : Phase estimation error and estimated gain. In particular, the convergence is shown to strongly affected by the accuracy of the phase response estimate. Simulation results are presented to support the theoretical convergence analysis.

*연세대학교 전자공학과 신호처리 연구센터
Center for Signal Processing Research, Dept. of Electronic Engineering, Yonsei University

**아주대학교 시스템공학과 및 고등기술연구원
Dept. of Systems Engineering, Ajou University and Institute for Advanced Engineering

***한국전력공사 기술연구원
Research Center, Korea Electric Power Company

접수일자 : 1994년 9월 27일

I. 서 론

현대 사회의 급속한 산업화, 도시화로 인하여 소음 공해가 환경 문제중 하나의 주요한 현안으로 대두되어 이에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 보다 나은 작업환경을 원하는 근로자들의 욕구를 충족시키고, 사무실, 스튜디오, 반도체 공장 등 정숙한 공간을 필요로 하는 장소에서의 소음으로 인한 나쁜 작업환경 개선뿐만 아니라 소음 제어에 의한 자동차 고음화, 프로펠러에 의한 비행기 내부 소음 제어, 발전기, 모터 등의 회전기에서 발생하는 소음 및 냉난방용 팬에 의한 덕트에서의 소음 제거 등의 필요성이 부각되어 소음 제어가 중요하다는 것을 인식하였다. 일반적으로 소음 제어 기법으로 흡음재, 차음재, 그리고 방음벽 등을 사용하는 수동적인 방법이 주를 이루었으나 이 기법은 가청 주파수 대역중 고주파수 영역에서는 효과적인 반면 저주파수 영역에서는 비효율적인 단점을 극복하기 위해 저주파의 소음에 대하여 동일한 진폭과 위상이 180° 반전된 2차 인공소음(antinoise)을 스피커로 발생하여 원래의 소음과 중첩시켜 결과적으로 음압 레벨을 저하시키는 능동 소음 제거에 관한 연구가 활발히 행해지고 있다^{[1][2]}.

1970년초 이래 급속한 컴퓨터 기술 발전과 성능이 우수한 디지털 신호 처리기(digital signal processor) 개발로 디지털 신호 처리 기술은 능동 소음 제거 시스템 구현에도 응용되었다. Ross^[3]는 디지털 필터 이론을 이용하여 소음 제거기의 필터 특성을 적절하게 컴퓨터로 설계한 간단한 시스템을 제안하였다. 그러나, 이 시스템은 비적용 시스템으로 제거기의 필터 특성을 미리 결정해야 하는 단점이 있었다. 실제로 엔진 또는 화적재의 부하 및 속도가 계속적으로 변화므로 소음의 주파수 및 크기도 맞물려서 변화된다. 덧붙여서, 시스템 주위 환경(기온, 습도, 풍속 등)이 변화에 따라 전파되는 음파 속도가 변한다. 따라서, 능동 제어 시스템의 제어기는 이들 변화에 대응할 수 있는 적응 시스템이 필요하게 되었다.

Burgess^[4]는 Widrow가 제안한 최소 평균 제곱 적응 알고리즘^[5]을 도입하여 덕트에서의 능동 소음 제어 시스템에 대하여 컴퓨터 모의실험을 하였고, Poole^{[6][7]}은 지향성 입력 마이크를 사용하여 제2 음원 스피커에 의한 음향 캐환이 입력 마이크론에 주는 영향을 최소화함으로써 소음 레벨을 크게 감소시킬 수 있음을 보여 주었다. 또한, Eriksson^[8]은 일반적으로

사용되는 무지향성 입력 마이크론을 사용하여도 제한 제어 알고리즘, 즉 순환, 최소 평균 제곱 알고리즘을 이용하면 음향 캐환 영향을 보상하여 적절히 소음을 능동적으로 적응 제어할 수 있음을 보여 주었다.

전형적인 적응 능동 제어 시스템은 그림 1과 같다. 스피커에서 발생하는 제2차 인공소음이 입력 마이크론으로 음향 캐환되는 현상을 배제하기 위하여 입력 마이크론 대신 타코미터(tachometer), 액셀러로미터(accelerometer)와 같은 비음향 소자를 사용할 수도 있다. 또한 제어 대상 소음이 주기성을 가질 경우는 이 신호의 기본 주파수를 이용하여 입력신호를 발생할 수도 있다^[9]. 적응 필터 출력은 오차 마이크론의 입력점에서 원래의 소음과 스피커로 출력되는 인공 소음을 합하여 소음을 제거할 목적으로 스피커를 구동시킨다.

적용 알고리즘들 중에서도 구현의 간단성 때문에 최소 평균 제곱 알고리즘이 널리 이용되어 왔다^{[10][11]}. 그러나 최소 평균 제곱 알고리즘을 그림 1의 능동 소음 제거기에 직접 적용하는 것은 적절하지 못하다. 왜냐하면 필터 출력과 오차 신호의 합점(summation point) 사이의 스피커-공기-마이크론으로 구성된 2차 음향 경로(secondary acoustic path)는 주파수적으로 민감하여 오차신호의 크기 및 위상을 왜곡시킨다. 결과적으로 오차 경로에서 신호 크기 및 위상 왜곡은 일반적으로 최소 평균 제곱 알고리즘의 성능 저하를 야기시킨다. 그 결과 수렴 속도가 느려지고 잉여 오차(residual error)는 증가되어져 심지어 알고리즘까지도 불안정하게 된다. 이러한 이유로 적응 제거기의 출력과 오차신호 사이의 전달 특성을 추정하여 최소 평균 제곱 알고리즘에 반영한 filtered-x 최소

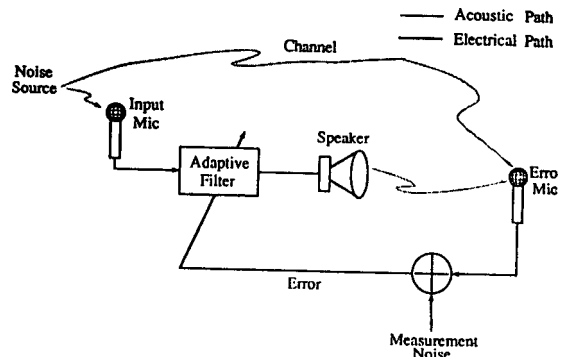


그림 1. 기본적인 적응 능동 소음 제거기 구조.
Fig. 1 Basic adaptive active noise canceler configuration.

평균제곱 알고리즘^[5]이 이용된다.

2차 음향 경로 추정의 정확도 여부가 filtered-x 최소 평균 자승 알고리즘의 수렴 특성에 어떠한 영향을 미치는가에 대한 이론 분석은 지금까지 알려지지 않았다. 다만 주파수, Z 영역, 그리고 시간 영역에서 안정 조건만 입력 신호가 단일 정현파인 경우에 분석하였다^{[12][13]}.

많은 실제 응용에서 제거 대상 소음은 회전체 기계류(rotating machines)에 의해서 발생되므로 기본 정현파 신호의 합으로 모델^{[9][14][15]}할 수 있다. 본 논문은 소음이 복수 정현파 신호로 구성될 때 적응 제거 알고리즘을 유도하고, 또 이 알고리즘의 수렴 특성을 실제 시스템 구축과 부합되는 시간 영역에서 이론적으로 분석하였다. 수렴 분석은 알고리즘 성능에 있어서 파라미터 추정의 부정확으로 인한 효과에 초점을 맞추었다.

서론에 이어 II장은 기본적인 적응 능동 소음 제거 시스템 모델에 대해 설명하였고, III장과 IV장은 각각 수렴 분석 및 컴퓨터 모의 실험 결과를 나타내었다. 그리고 V장에서 결론을 맺었다.

II. 시스템 모델

그림 1에서 입력 마이크론 대신 타코미터, 액셀레로미터 등 비음향소자를 사용하면 스피커의 출력 신호가 입력신호로 되돌아오지 않는 비귀환 음향 시스템이 된다. 또한 스피커-공기-마이크로폰 경로를 선형이라고 가정할 수 있다. 따라서 이 경로를 합점 이후로 재조정하여 배치하면 그림 2와 같은 등가 시스템을 얻을 수 있다.

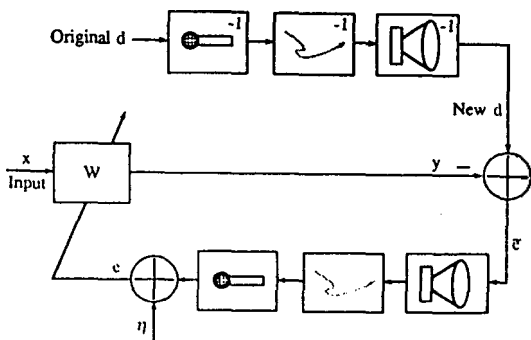


그림 2 선형 시스템인 경우 재조정된 제거기 형태.
Fig. 2 Rearranged form of the canceler under linear system condition.

소음이 M개의 정현파로 구성되는 복합 신호일 때 입력신호와 희망 신호(desired signal) 사이의 경로를 그림 3의 상부와 같이 동상(inphase : I) 및 직교위상(quadrature : Q) 계수(weight)로 표현할 수 있다. m번째 정현파 잡음 신호에서 적응 제거기의 구조는 각각의 입력 신호 $x_{I, m}(n)$ 와 $x_{Q, m}(n)$ 에 대하여 두개의 적응 계수 $w_{I, m}(n)$, $w_{Q, m}(n)$ 를 갖는다.

따라서 제거기의 출력 $y(n)$ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y(n) = \sum_{m=1}^M \{w_{I, m}(n) x_{I, m}(n) + w_{Q, m}(n) x_{Q, m}(n)\} \quad (1)$$

여기에서

$$x_{I, m}(n) = A_m \cos(\omega_m n + \phi_m) \triangleq A_m \cos \Psi_m(n),$$

$$x_{Q, m}(n) = A_m \sin(\omega_m n + \phi_m) \triangleq A_m \sin \Psi_m(n),$$

m: 가지 지수(branch index) = 1, 2, 3, ..., M,

n: 이산 시간 지수

A: 진폭,

ω : 정규화 주파수

ϕ : 랜덤위상이다.

또한, 그림 3의 신호 표시를 참조하면 오차 신호 $e(n)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} e(n) &= \sum_{m=1}^M [c_{I, m} \tilde{e}_{I, m}(n) + c_{Q, m} \tilde{e}_{Q, m}(n)] + \eta(n) \\ &= - \sum_{m=1}^M A_m [c_{I, m} \cos \Psi_m(n) \\ &\quad + c_{Q, m} \sin \Psi_m(n)] \{w_{I, m}(n) - w_{I, m}^*\} \\ &\quad - \sum_{m=1}^M A_m [c_{I, m} \sin \Psi_m(n) \\ &\quad - c_{Q, m} \cos \Psi_m(n)] \{w_{Q, m}(n) - w_{Q, m}^*\} + \eta(n) \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서

$$\tilde{e}_I(n) \triangleq \tilde{e}(n) = \sum_{m=1}^M [d_m(n) - y_m(n)],$$

$\tilde{e}_Q(n)$: $\tilde{e}_I(n)$ 가 90° 위상 천이된 신호,

$\eta(n)$: 평균이 0인 가우시안 측정 잡음(measurement noise)이다.

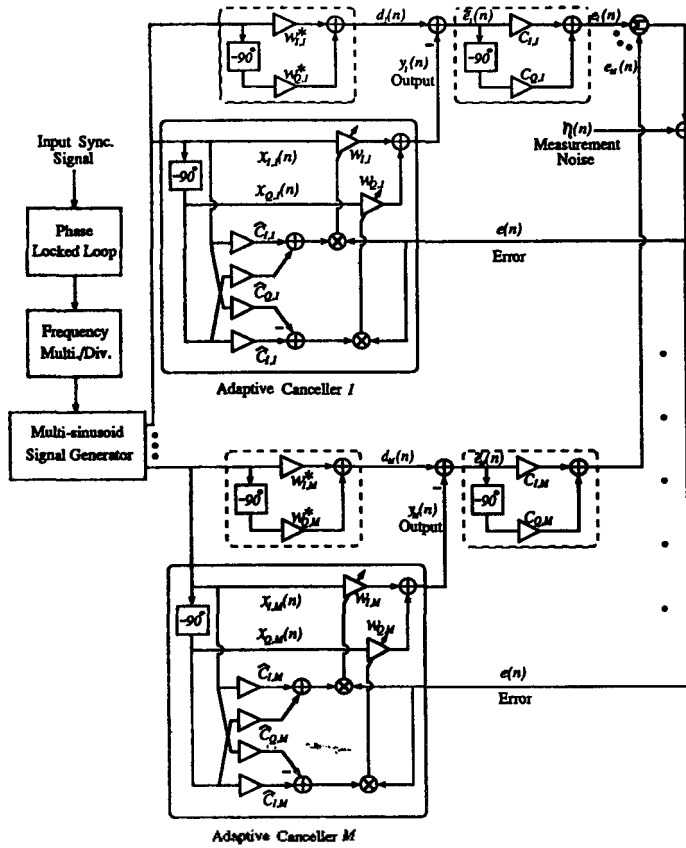


그림 3. 적응 능동 소음 제거 시스템.
 Fig. 3 The diagram of adaptive active noise cancellation system under study.

$w_{I, m}(n)$ 과 $w_{Q, m}(n)$ 은 $x_{I, m}(n)$ 및 $x_{Q, m}(n)$ 에 비하여 상대적으로 천천히 시변한다고 가정하면 (1)로부터 90° 위상 천이된 필터 출력은 다음과 같이 주어진다.

$$y_Q(n) = \sum_{m=1}^M (w_{I, m}(n) x_{Q, m}(n) - w_{Q, m}(n) x_{I, m}(n))$$

$$= \sum_{m=1}^M A_m \{ w_{I, m}(n) \sin \Psi_m(n) - w_{Q, m}(n) \cos \Psi_m(n) \}. \quad (3)$$

(1), (2) 그리고 (3)으로부터 gradient-descent^[5] 방법을 이용하여 $e^2(n)$ 을 최소화하는 적응계수 갱신 알고리즘은 다음과 같이 표시된다.

$$w_{I, m}(n+1) = w_{I, m}(n) + \mu_m e(n) \{ c_{I, m} x_{I, m}(n) + c_{Q, m} x_{Q, m}(n) \},$$

$$w_{Q, m}(n+1) = w_{Q, m}(n) + \mu_m e(n) \{ c_{I, m} x_{Q, m}(n) - c_{Q, m} x_{I, m}(n) \}. \quad (4)$$

여기서 μ_m 은 수렴 상수이다.

(4)의 filtered-x 적응 알고리즘을 구현하려면 $c_{I, m}$ 및 $c_{Q, m}$ 를 알아야 한다. 다음에서 $c_{I, m}$ 와 $c_{Q, m}$ 을 추정 값 $\hat{c}_{I, m}$ 및 $\hat{c}_{Q, m}$ 으로 대체할 경우 제거기의 수렴특성에 어떠한 영향을 주는지 분석해 본다.

III. 수렴 특성 분석

1. 계수 추정 오차(weight error)의 평균(크기)

(4)와 유도한 적응 알고리즘이 부정확한 $\hat{c}_{I, m}$ 및 $\hat{c}_{Q, m}$ 에 대해 어떻게 수렴하는지를 보기 위해 먼저 적응 계수들의 평균값에 대한 수렴 특성을 조사한다. 그

림 3의 신호 모델로부터 $E[w_{I,m}(n)]$ 와 $E[w_{Q,m}(n)]$ 은 충분히 수렴하여 정상상태에 이르면 각각 $w_{I,m}^*$ 와 $w_{Q,m}^*$ 에 도달한다. 따라서 수렴 방정식을 간단히 하기 위해 다음과 같이 계수 추정 오차 $v_{I,m}(n)$ 및 $v_{Q,m}(n)$ 를 정의한다.

$$\begin{aligned} v_{I,m}(n) &\triangleq w_{I,m}(n) - w_{I,m}^* \\ v_{Q,m}(n) &\triangleq w_{Q,m}(n) - w_{Q,m}^* \end{aligned} \quad (5)$$

한편, (2), (5), 그리고 그림 3으로부터 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} \tilde{e}_{I,m}(n) &= -v_{I,m}(n) x_{I,m}(n) - v_{Q,m}(n) x_{Q,m}(n), \\ \tilde{e}_{Q,m}(n) &= -v_{I,m}(n) x_{Q,m}(n) + v_{Q,m}(n) x_{I,m}(n). \end{aligned} \quad (6)$$

또한, (4)에 (5)를 대입하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} v_{I,m}(n+1) &= \\ v_{I,m}(n) + \mu_m e(n) (\hat{c}_{I,m} x_{I,m}(n) + \hat{c}_{Q,m} x_{Q,m}(n)), \\ v_{Q,m}(n+1) &= \\ v_{Q,m}(n) + \mu_m e(n) (\hat{c}_{I,m} x_{Q,m}(n) - \hat{c}_{Q,m} x_{I,m}(n)). \end{aligned} \quad (7)$$

마지막으로, (6)과 (2)를 (7)에 대입하여 정리한 후, 입력 신호 $x_m(n)$, 측정 잡음 $\eta(n)$, 그리고 계수 추정 오차 $v_{I,m}$ 과 $v_{Q,m}$ 사이의 관계가 서로 독립적이라고 가정한 후 양변에 통계적 평균을 취하면 다음과 같은 계수 추정 오차 방정식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} E[v_{I,m}(n+1)] \\ E[v_{Q,m}(n+1)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_m & \beta_m \\ -\beta_m & \alpha_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E[v_{I,m}(n)] \\ E[v_{Q,m}(n)] \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\alpha_m \triangleq 1 - \frac{1}{2} \mu_m A_m^2 (c_{I,m} \hat{c}_{Q,m} + c_{Q,m} \hat{c}_{I,m}),$$

$$\beta_m \triangleq \frac{1}{2} \mu_m A_m^2 (\hat{c}_{I,m} c_{Q,m} - c_{I,m} \hat{c}_{Q,m}) \text{이다.}$$

한편, 전달 특성의 이득 및 위상 응답 파라미터를 다음과 같이 정의한다.

$$g_m \triangleq \sqrt{\hat{c}_{I,m}^2 + \hat{c}_{Q,m}^2},$$

$$\hat{g}_m \triangleq \sqrt{\hat{c}_{I,m}^2 + \hat{c}_{Q,m}^2},$$

$$\theta_{c,m} \triangleq \tan^{-1} \left(\frac{\hat{c}_{Q,m}}{\hat{c}_{I,m}} \right),$$

$$\hat{\theta}_{c,m} \triangleq \tan^{-1} \left(\frac{\hat{c}_{Q,m}}{\hat{c}_{I,m}} \right).$$

(8)의 α_m 및 β_m 은 다음과 같이 다르게 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \alpha_m &\triangleq 1 - \frac{1}{2} \mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m \cos \Delta \theta_{c,m}, \\ \beta_m &\triangleq \frac{1}{2} \mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m \sin \Delta \theta_{c,m}. \end{aligned} \quad (9)$$

여기에서

$$\Delta \theta_{c,m} \triangleq \theta_{c,m} - \hat{\theta}_{c,m} \text{이다.}$$

한편 (8)의 $v_{I,m}$ 과 $v_{Q,m}$ 을 decoupling된 형태로 만들기 위해서 유사 변환(similarity transformation)을 이용하면 다음과 같이 변환된 영역으로 바꾸어 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} E[\tilde{v}_{I,m}(n+1)] \\ E[\tilde{v}_{Q,m}(n+1)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \lambda_{I,m} & 0 \\ 0 & 1 - \lambda_{Q,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E[\tilde{v}_{I,m}(n)] \\ E[\tilde{v}_{Q,m}(n)] \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기에서

$$\lambda_{i,m} = \frac{1}{2} \mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m [\cos \Delta \theta_{c,m} \pm j \sin \Delta \theta_{c,m}],$$

$i = I, Q$ 이다.

(10)에서 $\lambda_{i,m}$ 가 복소수 값이므로 변환된 계수 추정 오차도 복소수 값이다. 그러므로 복소수인 경우, 실수부와 허수부를 따로 고려하거나, 또는 복소수 값의 크기와 위상에 대한 수렴성을 고려해야 한다. 따라서 본 논문에서는 변환된 계수 추정 오차의 크기에 대한 수렴을 생각한다.

$$\rho_{i,m}(n+1) = |1 - \lambda_{i,m}| \rho_{i,m}(n), \quad i = I, Q \quad (11)$$

여기에서

$\rho_{i,m}(n) \triangleq |E[\tilde{v}_{i,m}(n)]|$ 이다.

(11)에서 볼 수 있듯이, 계수 추정 오차의 크기는 다음의 조건하에서 지수적으로 0으로 수렴한다. (결과적으로 계수 추정 오차 위상의 수렴에 관계없이 $E[w_{i,m}]$ 은 $w_{i,m}^*$ 으로, $E[w_{Q,m}(n)]$ 은 $w_{Q,m}^*$ 으로 각각 수렴한다.)

$$|1-\lambda_{i,m}| < 1 \quad \forall i,m \quad i=1, Q \quad (12)$$

(12)를 제공하여 정리하면 다음과 같다.

$$1-\mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m \cos \Delta \theta_{c,m} + \frac{1}{4} \mu_m^2 A_m^4 g_m^2 \hat{g}_m^2 < 1$$

$$0 < \mu_m < \frac{4 \cos \Delta \theta_{c,m}}{A_m^2 g_m \hat{g}_m} \quad \text{또는} \quad 0 < x_{m,f} < 1. \quad (13)$$

여기에서 $x_{m,f} \triangleq \mu_m A_m^2 \frac{g_m \hat{g}_m}{4 \cos \Delta \theta_{c,m}}$ 로 정의한다.

지수적 수렴(exponential convergence)의 시정수 τ 는 충분히 큰 시정수 τ 영역에서 다음과 같이 단순화되어 유도된다^[5].

$$e^{-1/\tau_{i,m}} \cong 1 - \frac{1}{\tau_{i,m}}$$

$$= |1-\lambda_{i,m}|, \quad i=1, Q \quad (14)$$

(11)과 (14)로부터 시정수는 다음과 같이 얻는다.

$$\tau_{i,m} = \frac{1}{1 - \sqrt{1 - \mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m \cos \Delta \theta_{c,m} + \frac{1}{4} \mu_m^2 A_m^4 g_m^2 \hat{g}_m^2}}$$

$$= \frac{1}{1 - \sqrt{1 - 4x_{m,f}(1-x_{m,f}) \cos^2 \Delta \theta_{c,m}}}, \quad i=1, Q \quad (15)$$

2. 계수 추정 오차의 합분산(summed variance of weight errors)

다음은 평균 제곱 에러(mean-square-error : MSE) $E[e^2(n)]$ 를 조사한다. (2), (6) 그리고 (8)을 이용하

여 MSE를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E[e^2(n)] = \sum_{m=1}^M e_m^2(n) + \sigma_\eta^2$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M A_m^2 \xi_m(n) + \sigma_\eta(n) \quad (16)$$

여기서

$$\sigma_\eta(n) \triangleq E[\eta^2(n)],$$

$$\xi_m(n) \triangleq E[v_{i,m}^2(n)] + E[v_{Q,m}^2(n)].$$

평균 제곱 에러의 수렴 연구는 제곱 계수 추정 오차의 합(sum of squared weight errors)을 연구하는 것과 직결되어 있음을 (16)에서 알 수 있다.

(5), (2) 그리고 (6)을 (4)에 대입하여 제공한 후 양변에 통계적 평균을 취하면 다음과 같다.

$$\xi_m(n+1) = \gamma_m \xi_m(n) + \delta_m \quad (17)$$

여기에서

$$\gamma_m \triangleq 1 - \mu_m A_m^2 g_m \hat{g}_m \cos \Delta \theta_{c,m}$$

$$+ \frac{1}{16} \mu_m^2 A_m^4 g_m^2 \hat{g}_m^2 (9 - 2 \cos 2 \Delta \theta_{c,m}),$$

$\delta_m \triangleq \mu_m^2 A_m^2 g_m^2 \sigma_\eta^2(n)$ 로 정의한다.

따라서 $|\gamma_m| < 1$ 일때, (17)의 해는 다음과 같다.

$$\xi_m(n) = \gamma_m^n \xi_m(0) + \frac{1-\gamma_m^n}{1-\gamma_m} \delta_m. \quad (18)$$

결과적으로 제곱 계수 추정 오차의 합의 수렴 조건은 (18)로부터 얻을 수 있다.

$$|\gamma_m| < 1. \quad (19)$$

수렴 조건식 (19)를 풀면 다음을 얻는다.

$$0 < \mu_m < \frac{16 \cos \Delta \theta_{c,m}}{A_m^2 g_m \hat{g}_m (9 - \cos 2 \Delta \theta_{c,m})},$$

또는

$$0 < x_{m,s} < 1. \tag{20}$$

여기에서 $x_{m,s} \triangleq \mu_m A_m^2 \frac{\hat{g}_m \hat{g}_m (9 - \cos 2\Delta\theta_{c,m})}{16 \cos \Delta\theta_{c,m}}$ 로 정의한다.

한편, (18)과 (14)로 부터 시정수는 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \tau_{m,s} &= \\ &= \frac{1}{\mu_m A_m^2 \hat{g}_m \hat{g}_m \left\{ \cos \Delta\theta_{c,m} - \frac{1}{16} \mu_m A_m^2 \hat{g}_m \hat{g}_m (9 - \cos 2\Delta\theta_{c,m}) \right\}} \\ &= \frac{9 - \cos 2\Delta\theta_{c,m}}{16 x_{m,s} (1 - x_{m,s}) \cos^2 \Delta\theta_{c,m}} \tag{21} \end{aligned}$$

또한, 정상 상태의 값은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \xi_m(\infty) &= \delta_m / (1 - \gamma_m) \\ &= \frac{\mu_m \hat{g}_m \sigma_\eta^2}{\hat{g}_m \left\{ \cos \Delta\theta_{c,m} - \frac{1}{16} \mu_m A_m^2 \hat{g}_m \hat{g}_m (9 - \cos 2\Delta\theta_{c,m}) \right\}} \\ &= \frac{16 x_{m,s} \sigma_\eta^2}{A_m^2 \hat{g}_m^2 (1 - x_{m,s}) (9 - \cos 2\Delta\theta_{c,m})} \tag{22} \end{aligned}$$

Filtered-x 최소 평균 제곱 알고리즘에 대한 평균 계수 추정 오차의 크기 및 평균 제곱 계수 추정 오차의 함에 대한 수렴 분석 결과를 표 1에 정리하였다.

그림 4는 평균 계수 추정 오차 크기 및 제곱 계수 추정 오차 함의 시정수를 나타냈다. 동일 선상의 $|\Delta\theta_{c,m}|$ 에서 x_m 가 0.5일 때 수렴 속도가 가장 빠름을 알 수 있다.

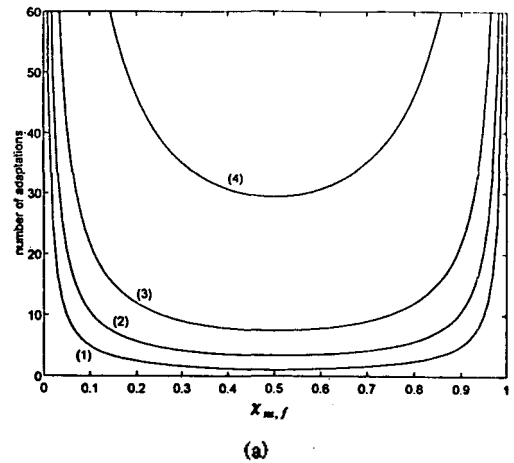


표 1. Filtered-x 최소 평균 제곱 알고리즘 수렴 분석 결과.
Table 1. The results of the convergence analysis of the filtered-x LMS Algorithm.

	Mean of weight error (Magnitude)	Summed variance of weight errors
	$x_{f,m} \triangleq \frac{\mu_m A_m^2 \hat{g}_m \hat{g}_m}{4 \cos \Delta\theta_{c,m}}$	$x_{e,m} \triangleq \frac{\mu_m A_m^2 \hat{g}_m \hat{g}_m [9 - \cos(2\Delta\theta_{c,m})]}{16 \cos \Delta\theta_{c,m}}$
Stability condition	$0 < \mu_m < \frac{4 \cos \Delta\theta_{c,m}}{A_m^2 \hat{g}_m \hat{g}_m}$ or $0 < x_{f,m} < 1$	$0 < \mu_m < \frac{16 \cos \Delta\theta_{c,m}}{A_m^2 \hat{g}_m \hat{g}_m [9 - \cos(2\Delta\theta_{c,m})]}$ or $0 < x_{e,m} < 1$
Time constant	$\frac{1}{1 - \sqrt{1 - 4x_{f,m}(1 - x_{f,m})} \cos^2 \Delta\theta_{c,m}}$	$\frac{9 - \cos(2\Delta\theta_{c,m})}{16 x_{e,m} (1 - x_{e,m}) \cos^2 \Delta\theta_{c,m}}$
Steady-state value	0	$\frac{16 x_{e,m} \sigma_\eta^2}{A_m^2 \hat{g}_m^2 (1 - x_{e,m}) [9 - \cos(2\Delta\theta_{c,m})]}$

IV. 본 실험 결과

본 절은 III 절의 filtered-x 최소 평균 제곱 알고리즘에 대한 이론 분석에 덧붙여서 컴퓨터 모의 실험 결과를 나타냈다. 두개의 정현파로 구성된 복수 정현파인 경우를 생각한다. 첫번째, 두번째 정현파 신호의 주파수는 각각 120 Hz, 240 Hz이고 표본화 주파수는 2 KHz로 선택하였고 입력 신호 $x(n)$ 및 희망 신호 $d(n)$ 은 다음과 같이 나타내었다.

$$x(n) = \sum_{m=1}^2 A_m \cos(\omega_m n + \phi_m)$$

$$= \sqrt{2} \left\{ \cos\left(\frac{240\pi n}{2000} + \phi_1\right) + \cos\left(\frac{480\pi n}{2000} + \phi_2\right) \right\}$$

$$d(n) = \sum_{m=1}^2 \{ w_{i,m}^* x_{i,m} + w_{0,m}^* x_{0,m} \}$$

$$= 0.6 x_{1,1}(n) - 0.1 x_{0,1}(n) + 0.3 x_{1,2}(n) - 0.3 x_{0,2}(n)$$
(23)

그림 4. 시정수.

- (a) 평균 웨이트 에러 크기.
- (b) 자승 웨이트 에러 합.
- (1) $|\Delta\theta_{c,m}| = 0^\circ$, (2) $|\Delta\theta_{c,m}| = 45^\circ$,
- (3) $|\Delta\theta_{c,m}| = 60^\circ$, (4) $|\Delta\theta_{c,m}| = 75^\circ$.

Fig. 4 Time constant.

- (a) Mean of the weight error magnitude.
- (b) Summed variance of the weight errors.
- (1) $|\Delta\theta_{c,m}| = 0^\circ$, (2) $|\Delta\theta_{c,m}| = 45^\circ$,
- (3) $|\Delta\theta_{c,m}| = 60^\circ$, (4) $|\Delta\theta_{c,m}| = 75^\circ$.

2차 음향 경로의 전달 특성은 $g_1 = g_2 = 1$, $\theta_{c,1} =$

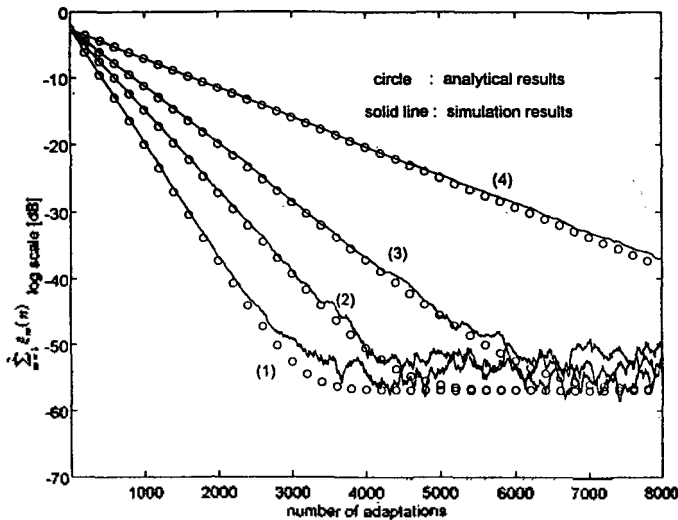
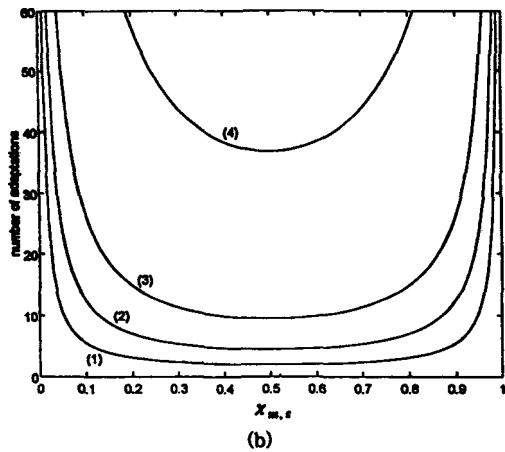


그림 5. 계수추정 오차 합분산의 수렴 곡선.

- (1) $|\Delta\theta_{c,m}| = 0^\circ$, (2) $|\Delta\theta_{c,m}| = 45^\circ$,
- (3) $|\Delta\theta_{c,m}| = 60^\circ$, (4) $|\Delta\theta_{c,m}| = 75^\circ$.

Fig. 5 Learning curves of the summed variance of the weight errors.

- (1) $|\Delta\theta_{c,m}| = 0^\circ$, (2) $|\Delta\theta_{c,m}| = 45^\circ$,
- (3) $|\Delta\theta_{c,m}| = 60^\circ$, (4) $|\Delta\theta_{c,m}| = 75^\circ$.

-45° 그리고 $\theta_{c,2}=45^\circ$ 이며, 평균이 0인 측정 잡음 $\eta(n)$ 의 분산은 0.001으로 시뮬레이션을 하였다. 또한 초기 적응 웨이트 값은 모두 0으로 하였다. 컴퓨터 모의 실험 결과 양상불 평균은 1,000번씩 독립적으로 실행하여 얻었다. 수렴 상수는 μ_1, μ_2 는 0.002라고 놓았다.

그림 5는 위상 추정 오차 $|\Delta\theta_{c,m}|$ 가 (1)0°, (2)45°, (3)60°, (4)75° 일 때 계수 추정 오차의 합분산에 대한 이론 분석 및 모의 실험을 통해 얻은 수렴 곡선을 보였다. 모의 실험 결과는 이론 분석 결과와 잘 일치함을 알 수 있다. 정상 상태 값을 동일하게 놓고 서로 다른 위상 추정 오차에 따라 수렴 속도를 비교한 결과 위상 추정 오차가 크면 클수록 수렴 속도는 늦어진다. 한편 정상 상태에 도달한 계수 추정 오차 합분산은 위상 추정 오차에 대하여 거의 영향을 받지 않음을 표 1과 그림 5로부터 알 수 있었다.

V. 결 론

표 1로부터 filtered-x 최소 평균 제곱 알고리즘의 수렴 특성에 대한 파라미터 추정 부정확으로 인한 효과는 뚜렷이 대별되는 두가지 성분, 즉 위상 추정 오차 $\Delta\theta_c$ 및 추정 이득 \hat{g} 에 의해 특징지어 졌다. 또한 수렴을 보장하기 위해 위상 추정 오차의 절대치는 90°보다 작아야 한다는 사실은 [12][13]의 연구결과와 일치함을 확인했다. 그러나 x_f 또는 x_r 가 어느 한 값으로 선택되면 수렴은 단지 위상 추정 오차에 의하여 결정된다는 것을 알았다. 수렴속도는 동일한 $\Delta\theta_c$ 에서는 $x=0.5$ 일 때 가장 빨랐으며, 정상 상태 값을 동일하게 놓고 서로 다른 위상 추정 오차 정도에 따라 수렴속도를 비교한 결과 위상 추정 오차가 크면 클수록 수렴 속도는 늦어짐을 볼 수 있었다. 또한 정상 상태에 도달한 계수 추정 오차 합분산은 위상 추정 오차에 대하여 거의 영향을 받지 않았다. 또한 $|\Delta\theta_c|=0$ 이고 $g=\hat{g}$ 일 때 예상대로 수렴 결과는 최소 평균 제곱 알고리즘과 일치함을 알 수 있었다. 결론적으로 filtered-x 최소 평균 제곱 알고리즘의 수렴은 위상 응답 추정의 정확도에 많은 영향을 받음을 보였다.

참 고 문 헌

1. S. J. Elliott and P. A. Nelson, "The Active Control of Sound," *Jour. Electronics and Communication Eng.*, pp. 127-136, 1990.

2. R. R. Leitch and M. O. Tokhi, "Active Noise Control Systems," *Proc. IEEE*, Vol. 134, Pt. A, No. 6, pp. 525-546, 1987.

3. C. F. Ross, "A Demonstration of Active Control of Broadband Sound," *Jour. Sound and Vibration*, Vol. 74, No. 3, pp. 411-417, 1981.

4. J. C. Burgess, "Active Adaptive Sound Control in a Duct: A Computer Simulation," *Jour. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 70, No. 3, pp. 715-726, 1981.

5. B. Widrow and S. D. Stearns, *Adaptive Signal Processing: Prentice-Hall*, 1985.

6. L. A. Poole, G. E. Wanaka, and R. C. Cutter, "The Implementation of Digital Filters Using a Modified Widrow-Hoff Algorithm for the Adaptive Cancellation Acoustic Noise," *Proc. ICASSP 84*, pp. 21.7.1-21.7.4, 1984.

7. G. E. Wanaka, L. A. Poole and J. Tichy, "Active Acoustic Attenuator," *U. S. Pat. No. 4, 473, 906*, Sept. 25, 1984.

8. L. J. Eriksson, M. C. Allie and R. A. Greiner, "The Selective and Application of an IIR Adaptive Filter for Use in Active Sound Attenuation," *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing*, Vol. 35, pp. 433-437, 1987.

9. C. F. Ross, "Elements of the Active Control of Transformer Noise," *Jour. Sound and Vibration*, Vol. 61, No. 4, pp. 473-480, 1978.

10. D. D. Falconer, "Adaptive Reference Echo Cancellation," *IEEE Trans. on Communications*, Vol. 30, No. 9, pp. 2083-2094, Sept. 1982.

11. S. Qureshi, "Adaptive Equalization-A Comprehensive Review," *IEEE Communications Magazine*, pp. 9-16, March 1982.

12. P. L. Feintuch, N. J. Bershad and A. L. Lo, "A Frequency Domain Model for Filtered LMS Algorithms-Stability Analysis, Design, and Elimination of the Training Model," *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 41, No. 4, pp. 1518-1531, April 1993.

13. S. J. Elliott, I. M. Stothers and P. A. Nelson, "A Multiple Error LMS Algorithm and Its Application to the Active Control of Sound and Vibration," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Vol. 35, No. 10, pp. 1423-1434, October 1987.

14. S. J. Elliott, I. M. Stothers, P. A. Nelson, et al., "The Active Control of Engine Noise Inside Cars," *Proc. Inter-Noise '88*, pp. 987-990, 1988.

15. S. J. Elliott, P. A. Nelson, I. M. Stothers, et al.,

"In-flight Experiments on the Active Control of Propeller-induced Cabin Noise," *Jour. Sound and Vibration*, Vol. 140, pp. 219-238, 1990.

▲李 康 昇(正會員) 1963年 9月 28日生
1985年 2月: 연세대학교 전자공학과 졸업.
1991年 2月: 연세대학교 전자공학과 석사 학위 취득.
1991年 3월~현재: 연세대학교 전자공학과 박사과정 재학중.
※주관심분야: 능동 소음 제어 및 적용 신호 처리등임.

▲李 在 天(正會員)
第 7卷 4號 參照
현재: 아주대학교 시스템공학과 교수.

▲尹 大 熙(正會員)
第 13卷 1號 參照
현재: 연세대학교 전자공학과 교수.

▲康 英 石(Young Suk Kang) 1952年 10月 19日生
1976年 2月: 팡운대학교 전자공학과 졸업
1993年 2月: 한남대학교 전자공학과 석사 학위 취득
1978年 8月~현재: 한국전력공사 기술연구원 책임연구원 재직중
※주관심분야: 능동 소음 제어 및 전자파 장해 등임

