타이어 구조 진동음에 관한 연구

A Study on the tire structure-borne sound

지 창 헌*
(Chang-Heon, Chi*)

요 약

타이어와 노면의 상호작용에 의해 발생하는 소음에 대한 이론적인 모델에 대하여 연구하였다. 모델은 레디얼 타이어의 벨트 운동을 얇은 쉘 방정식들로 가정하고 Bohm이 유도한 운동방정식을 기초로 하였으며 이들 방정식에 요구되는 구조적인 량은 타이어의 재질적인 특성을 기초로 유도하였다. 타이어의 회전형태는 이들 방정식들의 정상상태로 부터 계산되고 진동응답은 전체 종속적인 쉘 방정식에 의해 구하였다. 타이어 노면 접지면에서의 힘은 타이어 트레드의 기하학적인 형상과 접지압의 분포를 기초로 계산하였고소음방사는 심프슨 적분에 의해 계산된다. 여러가지 설계인자의 변화에 대한 효과를 조사하여 저소음 타이어 설계의 기초자료를 확보하는데 목적이 있다.

ABSTRACT

A theoretical models has been prepared which describes the noise generated by tire/road interaction for the tire structure-borne sound analysis. The model begin with a set of thin shell equations describing the motion of the belt of a radial ply tire, as drived by Bohm("mechanisms of the belted tire", Ingeniur-Archiv, XXXV, 1966). Structural quantities required for these equations are derived from material properties of the tire. The rolling shape of a tire is computed from the steady-state limit of these equations. Vibrational response of the tire is treated by the full dependent shell equations. The force input at the tire/road interface is calculated on the basis of tread geometry and distribution of contact patch pressure. Radiation of noise is calculated by a simpson integral. Using the programs, the effect on noise of various tire design variations is computed and discussed. Trends which lead to quiet tire design are identified.

I. 서 론

최근 급증하는 소음공해로 인해 차량의 소음규제가 강화되고 있다. 차량의 여러가지 소음원 중에서 타이어는 차량이 정상적으로 주행할 때 자체 불균형으로 인해 차량의 진동을 유발하고 노면으로 부터 가진되는 가진력을 차량에 전달하는 역할을 하기 때문에 타이어의 진동은 차량의 승차감에 큰 영향을 미치고 있으며 타이어/노면 소음 발생기구 중의 하나로서 타이어에서 발생하는 소음이 차량 전체의 소음에 큰 영향을 미치고 있는 것으로 보고[1]되고 있어 타이어 소음의 저감 대책이 시급한 실정이다.

타이어/노면의 상호작용에 의해 발생하는 소음에 관한 기존의 연구를 살펴보면 R. E. Hayden[2]은 노면과 주변공기가 상호작용하여 발생하는 타이어 소음기구를 Air pumping, Carcass vibration, Aerody-

*원광대학교 공과대학 기계공학과
접수일자 : 1994년 12월 13일

namic 등으로 구분하여 타이어 소음발생기구에 대한 물리적인 모델를 제시하였고, S. P. Lander와 L. T. Dorsch[3, 4]는 트레드 패턴에서 그루브의 체적변화와 타이어 소음과의 관계를 트레드 블럭의 수와 타이어 원주방향과 예각을 이루는 블럭의 각도를 변화시켜 실험적인 방법으로 연구하였다. W. F. Reiter, A. C. Eberhardt[5, 6]는 회전하지 않는 정적인 상태에서 타이어 진동음향기구와 타이어 소음발생에 영향을 미치는 진동에 대하여 실험적인 방법으로 연구하였으며, N. A. Nilsson[7]은 타이어 카카스(Carcass)의 동적거동을 기초로 한 소음모델을 공식화하였고 K. J. Plotkin, M. L. Montroll, W. R. Fuller[8]는 음압을 트레드의 설계형태, 타이어의 동적응답, 주행속도 등으로 부터 구해진 힘함수로 모델링하여 타이어의 음향기구를 트레드부 원주방향 굽힘강성의 변화에 의한 힘함수의 진동기구로 보고한 바 있다. 또한, D. P. Hong[9] 등은 접지면에서 트레드 밴드의 가진을 조화집중이동하중을 받는 타이어로 가정하고 가진력을 받는 타이어의 음향파워를 예측하고자 하였으며 타이어 소음발생기구[10]는 크게 트레드 그루브(Groove)의 공기방출(Air pumping)과 카카스와 사이드월의 진동으로 구분되고 있는데, 진동에 의해 방사되는 소음은 중요한 요소로 인식되고 있다.

따라서, 본 논문에서는 F. Bohm[11]이 레디얼 타이어 벨트의 운동을 얇은 셸로 가정 하고 제시한 운동방정식을 이용하여 타이어 진동에 의한 소음발생기구에 관한 모델을 제시하고자 하였고, 차량의 진동과 밀접한 관계가 있는 승차감을 향상시키고 저소음 타이어 설계를 위한 타이어 설계인자의 변화가 타이어/노면 진동 소음에 미치는 영향을 연구 하고자 한다.

2. 이론적 고찰

2-1. 운동 방정식

Fig. 1은 타이어의 간략화된 모델과 좌표계를 나타내고 있다. 타이어를 탄성지반 상의 셸(Shell)로 모델링하였고, 물성치는 타이어의 트레드와 사이드월 및 벨트에 대한 등가치라고 가정하였다.

Fig. 1에서 접선과 반경방향에 대한 변위의 선형화된 운동방정식은 식(1-a), (1-b)와 같다.[11]

$$\mu(\ddot{v}+2\Omega(\dot{v}'+\dot{w})+\Omega^2(v''+2w'-v))-\frac{EA}{R_o^2}(v''+w')+k_t v-d_t(v'\Omega+v)=p_t(\phi,t). \quad (1\text{-a})$$

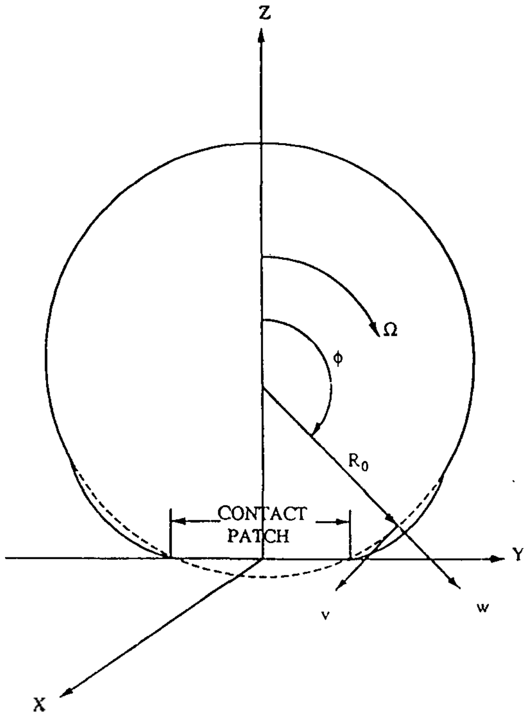

Fig. 1 Thin shell model and coordinate system

$$\mu(\ddot{w}+2\Omega(\dot{w}'-v)+\Omega^2(w''+2v'-(w+R_o)))+\frac{EA}{R_o^2}(v''+w')+\frac{EI}{R_o^4}(w^{iv}+2w''+w)-\frac{T_o}{R_o^2}(w+w'')+k_r w+d_r(w'\Omega+w)=p_r(\phi,t). \quad (1\text{-b})$$

식(1)에서 인장강성(EA)과 굽힘강성(EI)은 하나의 인자로 고려하였고, 인장력 T_o는 타이어 내부 공기압에 기인하며 k_r, k_t는 반경방향과 접선방향의 탄성(bedding)계수이다. 그리고 타이어는 회전하므로 관성항은 코리오리스(coriolis)효과와 원심력 성분을 고려하였으며, 변위 v와 w는 이동좌표계(eulerian frame)상에 있고 실제 미분치는 시간변화에 대한 미분치가 크게 나타난다.

식(1)에서 하중을 받고 진동하는 타이어의 정적인 형태(stationary shape)로 주어지는 정상상태(steady state)에 대하여 해석하였는데, 특정 주파수의 정상상태는 특정주파수에서 발생하는 진동에너지가 소음에너지로 변환되는 경계조건이므로 소음해석에 있어서 매우 중요하다. 또한, 식(1)에 대입되는 타이어의 물성치들은 타이어 설계인자들로 부터 계산한 값을

대입하였다.

2-2. 타이어의 정적 형태

식(1)에서의 시간 미분을 '0'으로 놓고 정리하면 식 (2-a),(2-b)와 같다.

$$(\frac{EA}{R_o^2}-\mu\Omega^2)v''-d_t\Omega v'+(\mu\Omega^2-k_t)v$$

$$+(\frac{EA}{R_o^2}-\mu\Omega^2)w'=-p_t(\phi). \tag{2-a}$$

$$\frac{EI}{R^4}w^{iv}+(\frac{2EI}{R^4}+\mu\Omega^2-\frac{T_o}{R_o^2})w''+(d_r\Omega)w'$$

$$+(\frac{EA}{R_o^2}+\frac{EI}{R_o^4}-\frac{T_o}{R_o^2}+k_r-\mu\Omega^2)w$$

$$-(\mu\Omega^2)R_o+(\frac{EA}{R_o^2}-2\mu\Omega^2)v'=p_r(\phi). \tag{2-b}$$

식(2-a), (2-b)가 Fig. 1과 같이 타이어의 간략화된 모델을 만족하고 그 응답이 선형적이라고 보면 변위는 식(3)과 같이 후리에 급수(Fourier Series)로 나타낼 수 있으며

$$v=\sum_{n=0}^{\infty}(A_n\sin n\phi+B_n\cos n\phi)$$
$$w=\sum_{n=0}^{\infty}(C_n\sin n\phi+D_n\cos n\phi) \tag{3}$$

식(3)을 식(2-a), (2-b)에 대입하고 각각 $\sin m\phi$와 $\cos m\phi$를 곱한 후 원주에 대해 적분하였다. $n\geq1$ 일 때 식(2-a), (2-b)에 대한 사인과 코사인 적분은 식 (4-a), (4-b), (4-c), (4-d)와 같다.

$$[(\frac{EA}{R_o^2}-\mu\Omega^2)n^2+(k_t-\mu\Omega^2)]A_n-d_t\Omega nB_n$$

$$+(\frac{EA}{R_o^2}-2\mu\Omega^2)nD_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}p_t\sin n\phi\,d\phi. \tag{4-a}$$

$$d_t\Omega nA_n+[(\frac{EA}{R_o^2}-\mu\Omega^2)n^2+(k_t-\mu\Omega^2)]B_n$$

$$-(\frac{EA}{R_o^2}-2\mu\Omega^2)nC_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}p_t\cos n\phi\,d\phi. \tag{4-b}$$

$$-(\frac{EA}{R_o^2}-2\mu\Omega^2)nB_n+[\frac{EI}{R_o^4}n^4-(\frac{2EI}{R_o^4}+\mu\Omega^2-\frac{T_o}{R_o^2})n^2$$

$$+(\frac{EA}{R_o^2}+\frac{EI}{R_o^4}-\frac{T_o}{R_o^2}-\mu\Omega^2+k_r)]C_n$$

$$-d_r\Omega nD_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}p_t\sin n\phi\,d\phi. \tag{4-c}$$

$$(\frac{EA}{R_o^2}-2\mu\Omega^2)nA_n+[\frac{EI}{R_o^4}n^4-(\frac{2EI}{R_o^4}+\mu\Omega^2-\frac{T_o}{R_o^2})n^2$$

$$+(\frac{EA}{R_o^2}+\frac{EI}{R_o^4}-\frac{T_o}{R_o^2}-\mu\Omega^2+k_r)]D_n$$

$$+d_r\Omega nC_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}p_t\sin n\phi\,d\phi. \tag{4-d}$$

$n=0$ 일때 코사인 적분은 식(5-a), (5-b)와 같으며

$$(k_t-\mu\Omega^2)B_o=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}p_t\,d\phi. \tag{5-a}$$

$$(\frac{EA}{R_o^2}+\frac{EI}{R_o^4}-\frac{T_o}{R_o^2}-\mu\Omega^2+k_r)D_o$$

$$=\mu\Omega^2R_o+\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}p_t\,d\phi. \tag{5-b}$$

식(4)를 행렬 형태로 나타내면 식(6)과 같다.

$$\begin{bmatrix}\alpha & -\beta & 0 & \gamma\\ \beta & \alpha & -\gamma & 0\\ 0 & -\gamma & \delta & \varepsilon\\ \gamma & 0 & \varepsilon & \delta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A_n\\B_n\\C_n\\D_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}p_{ts}\\p_{tc}\\p_{rs}\\p_{rc}\end{bmatrix} \tag{6}$$

여기서 α, β, γ, δ, ε, r은 Table 1과 같이 정의되고 식(4)에 나오는 계수에 상응한다. 모든 물성치는 n의 함수이고 식(6)에서 계수를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix}A_n\\B_n\\C_n\\D_n\end{bmatrix}=\frac{1}{|det|}\begin{bmatrix}E & F & G & H\\ -F & E & -H & G\\ -G & -H & I & J\\ H & G & -J & I\end{bmatrix} \tag{7}$$

여기서,

$E=\alpha(\delta^2+\varepsilon^2)-\delta\gamma^2$, $F=\beta(\delta^2+\varepsilon^2)+\varepsilon\gamma^2$,

$G=(\beta\delta+\alpha\varepsilon)\gamma$, $H=(\gamma^2-\alpha\delta+\beta\varepsilon)\gamma$,

$I=\delta(\alpha^2+\beta^2)-\alpha\gamma^2$, $J=\varepsilon(\alpha^2+\beta^2)+\beta\gamma^2$.

$|det|=(\alpha^2+\beta^2)(\delta^2+\varepsilon^2)+2\gamma^2(\beta\varepsilon-\alpha\delta)+\gamma^4$.

$|\det|\neq0$일때 식(7)에서의 p_r과 p_t에 대한 완전해의 계수를 구할 수 있으며 det 는 식(8)과 같다.

$$|det|=(\alpha\delta-\gamma^2)^2+\beta^2\delta^2+\alpha^2\varepsilon^2+\beta^2\varepsilon^2+2\gamma^2\beta\varepsilon. \tag{8}$$

Table 1. Matrix coefficients for equaiton

α :	$(\frac{EA}{R_o^2}-\mu\Omega^2)n^2+(k_t-\mu\Omega^2).$
β :	$d_t\,\Omega\,n.$
γ :	$(\frac{EA}{R_o^2}-2\mu\Omega^2)n$
δ :	$\frac{EA}{R_o^4}n^4-(\frac{2EA}{R_o^4}+\mu\Omega^2-\frac{T_o}{R_o^2})n^2$ $+(\frac{EA}{R_o^2}+\frac{EI}{R_o^4}-\frac{T_o}{R_o^2}-\mu\Omega^2+k_r).$
ε :	$d_r\,\Omega\,n.$

Table 1에서 보는바와 같이 β와 ε은 감쇠값인 d_r과 d_t를 포함하며 |det|는 감쇠가 있을때는 양의 값이다. 또한 |det|의 최소값은 $(\alpha\delta-\gamma^2)=0$ 일때 발생하고 |det|=0 일때 고유진동수를 구할 수 있다. 그러나 정재파(Standing wave) 등의 현상에서 감쇠효과는 거의 무시할 수 있을 정도가 되므로 |det|가 최소값일 때에 대해서 고유진동수를 구할 수 있다.

식(7)은 주어진 압력분포에 대해 완전해를 보인다. 그러나 실제 주행중인 타이어의접지면 밖에서는 $p_r=p_t=0$이다. 또한, 접지면에서의 접선방향 압력은 타이어/노면 간의 마찰관계에 의존하므로 실제 주행중인 타이어를 해석하는데 있어 타이어/노면 간의 마찰력이 고려되어야 한다. 타이어/노면 간의 마찰력을 고려하기 위하여 p_t와 p_r 사이의 완전한 관계를 취한 후 접지면에서 편평한 면을 얻기위해 반복 수정법[8]을 이용하여 수차해석하였다.

2-3. 접지부에서의 압력

타이어/노면 간의 접지압에 대한 기존의 연구를 살펴보면 수학적인 해석보다는 실험적인 방법을 이용하는 경우가 지배적이었으며 Fig. 2는 실험적인 방법을 이용하여 측정한 접선방향과 반경방향의 접지압이다.

(1) 접선방향 압력

접선방향 압력의 근사방법은 [램프 함수(Ramp function) $\times\, p_r$]이다.

$$p_{t(\phi)}=\frac{\Delta\phi}{\Delta\phi_{cp}}p_r(\phi),\qquad -\Delta\phi_{cp}\le\Delta\phi\le\Delta\phi_{cp}. \tag{9}$$

p_t는 p_r보다 w방향에 대해 진폭의 영향이 상당히 작고, 근사치의 p_r과 p_t를 구하기 위해 타이어/노면의 접지면이 편평하다고 가정하였다.

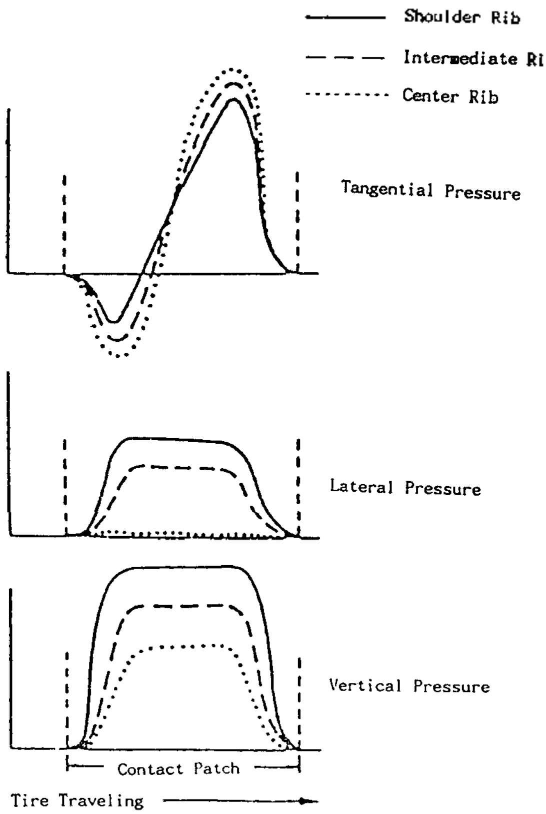

Fig. 2 Typical interfacial radial and tangential pressures within contact patch

(2) 반경방향 압력

ϕ_1에 집중하중이 작용할때 p_r은 식(10)과 같이 디락 델타 함수(Dirac delta function) 로 나타낼 수 있다.

$$p_r=P\delta(\phi-\phi_1). \tag{10}$$

식(10)에서 p_r의 사인, 코사인 적분은 식(11)과 같고

$$p_{rs}=\frac{P}{\pi}\sin n\,(\phi_1),$$
$$p_{rc}=\frac{P}{\pi}\cos n\,(\phi_1). \tag{11}$$

식(7)로 부터 C_n과 D_n을 구하고 식(3)에 대입하여 반경방향 변위를 구하면 식(12)와 같다.

$$w(\phi) = Pf(\phi_1 - \phi). \tag{12}$$

식(12)에서 $f(\phi_1-\phi)$는 식(13)과 같다.

$$f(\phi_1-\phi) = \frac{1}{|det|\pi} \sum (I_n \cos n(\phi_1-\phi) + J_n \sin n(\phi_1-\phi)). \tag{13}$$

Fig. 3은 식(13)으로 부터 계산된 타이어의 $f(\phi_1-\phi)$를 $\Delta\phi_{cp}$, $-\Delta\phi_{cp}$의 범위에서 나타낸것으로 $\phi=\phi_1$에서 최고치를 보이고 있다. 실제 타이어/노면의 접지압은 ϕ가 $\Delta\phi_{cp}$, $-\Delta\phi_{cp}$ 범위에서의 합이다.

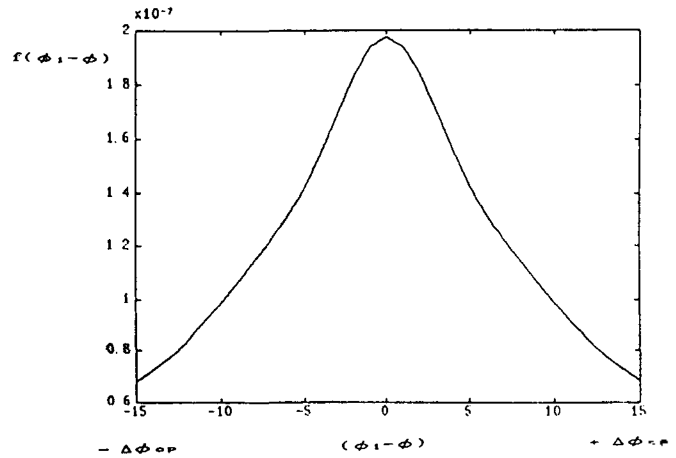

Fig. 3 Radial displacement at ϕ due to unit force at ϕ_1

2-4. 설계인자에 의한 타이어의 물성치

식(1)은 균일한 탄성지반 상의 균일한 쉘이 가지는 구조적 인자들의 함수로 나타낸 것으로 식(1)을 타이어에 적용시키기 위해서는 실제 타이어에 대한 등가 물성치들을 구해야 한다. Fig. 4는 사이드월(Sidewall) 고무, 인너라이너(Inner liner), 쿠션(Cushion) 등은 고려하지 않은 타이어의 간략화된 단면도이며 코오드 각이 90도인 카카스가 한쪽 비이드에서 다른쪽 비이드까지 위치해 있다. 스틸(Steel) 코오드로 보강된 몇장의 벨트가 트레드 부분의 카카스 위에 위치한다. 이 벨트는 카카스를 타이어의 크라운부에 대해 편평하게 유지할 수 있게 하고 타이어의 강성이나 감쇠 등에 큰 영향을 미치며 내압이 있을때 카카스는 사이드월 부분에서 거의 원주형이 되고 질량 밀도(μ)는 트레드와 벨트의 단면적으로 부터 구한다.

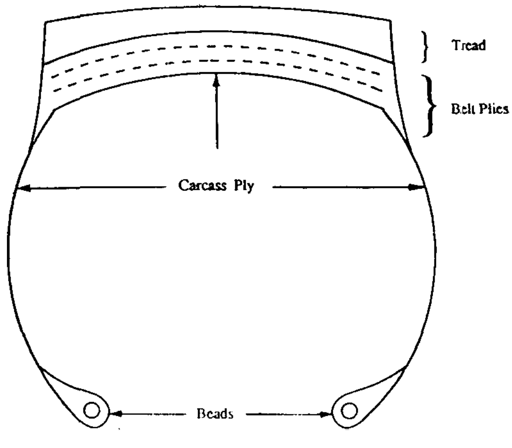

Fig. 4 Simplified sketch of radial tire construction

(1) 인장강성(Extensional Stiffness)

인장강성(EA)은 트레드와 벨트의 종방향 특성에 기인한다. Fig. 5는 코오드 각이 α_1인 한장짜리 벨트이다. 구속되지 않는 한장짜리 벨트에 인장력을 주었을때의 현상은 비대칭 전단과 비틀림 등이 존재하여 매우 복잡하다.

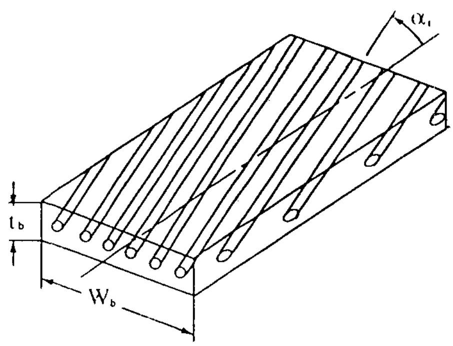

Fig. 5 Sketch of single belt ply

그러나 코오드 각이 α_1인 벨트와 $-\alpha_1$인 벨트의 비틀림 형상은 거의 정반대의 위상과 형상을 갖는다. 그러한 특성에 따라 벨트들이 약간씩의 각도 변화를 가지고 겹쳐져 있고, 운동평면 외의 스트레인(Strain)들이 타이어의 나머지 성분들에 의해 제약을 받는다면 원주방향과 횡방향에 대해 전단과 비틀림이 없다고 가정하여 인장강성을 계산하면 식(14)와 같다.[20] 식(14)에서 코오드들의 스트레인은 고무의 스트레인에 비해서 아주 작으므로 무시하였다.

$$EA=4(A-A_t)G_R(1-\cot^2\alpha_1+\cot^4\alpha_1). \qquad (14)$$

(2) 굽힘강성(Bending Stiffness)

굽힘강성(EI)은 벨트부분에서는 인장강성(EA)에 의해 지배되고, 트레드부분에서는 고무의 탄성(E_R)에 지배되는 평균강성을 갖는 사각보 이론에 기초를 두었다. Fig. 6은 N 장의 벨트와 트레드층의 복합체를 나타내고 있다.

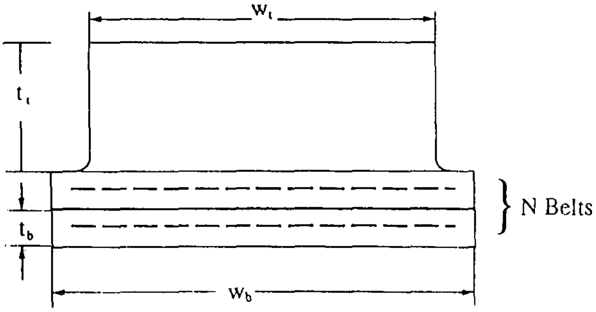

Fig. 6 Sketch of belt plies and tread rubber

벨트만의 굽힘강성은 식(15)와 같다.

$$(EI)_b=\frac{EA}{t_b w_b}w_b\frac{(Nt_b)^3}{12}. \qquad (15)$$

식(15)에서 보는바와 같이 벨트의 굽힘강성은 인장강성에 종속적이고 벨트와 트레드의 두께에 영향을 받고 있음을 알 수 있다. 또한, 트레드만의 굽힘강성은 식(16)과 같다.

$$(EI)_t=E_R w_t\frac{t_t^3}{3}. \qquad (16)$$

식(16)에서 Wt와 t_t는 유효폭과 유효두께이고, 트레드 형상 뿐만 아니라 전체적인 치수에도 의존한다.

(3) 탄성계수(Bedding Stiffness)

반경방향과 원주방향의 탄성계수(k_r, k_t)는 Fig. 4과 같이 간략화된 타이어에서의 사이드월에 의한 트레드의 지지를 나타내며 사이드월은 팽창압력 효과에 의해 타이어를 지지한다. 이들 탄성계수를 추정하기 위해 사이드월은 Fig. 7에서와 같이 원주형태를 갖는 막(Membrane)으로 생각하였고 반경방향과 원주방향의 탄성계수[20]는 식(17-a), (17-b)와 같다.

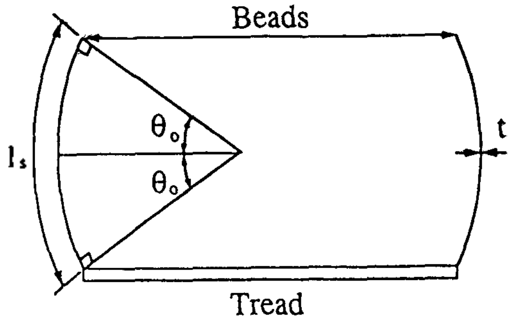

Fig. 7 Sidewalls as circular membrane segment

$$k_r=\frac{\cos\theta_o+\theta_o\sin\theta_o}{\sin\theta_o-\theta_o\cos\theta_o}p_o. \qquad (17\text{-a})$$

$$k_r=\frac{G_R t_s}{l_s}+p_o\cot\theta_o. \qquad (17\text{-b})$$

식(17-b)에서 l_s는 사이드월의 길이이다.

(4) 감쇠계수(Damping Coefficients)

세부적인 구조로 부터 감쇠계수를 직접 계산해 내는 것은 매우 어렵다. 지금까지 고려된 간략한 모델에 대해서는 적용할 수가 없고 근본적으로 복잡한 모델을 요구한다. 필요로 하는 점성감쇠를 얻기 위해서는 에너지 손실에 대한 실험적인 방법이 가장 현실적이고 많이 쓰이는 방법이다. 그러나 계산적으로 타이어의 물성치를 얻는다는 취지에서 단순화된 가정으로 부터 쉽게 근사치를 구할 수 있으며 일차원 진자 모델을 생각할때 운동 방정식은 식(18)과 같다.

$$m\ddot{x}+d\dot{x}+kx=F(t). \qquad (18)$$

식(18)에서 Q인자(Loss factor의 역)는 식(19)와 같다.

$$Q=\frac{\sqrt{km}}{d}. \qquad (19)$$

식(19)는 단위길이당의 양을 말한다. 또한, Q인자는 1자유도 진자운동계에서 $1/(2\zeta)$임을 알 수 있다. 그러므로 타이어에 대해서도 일반적인 ζ값에 대한 Q를 구할 수 있다.

$$d_r=\frac{\sqrt{k_r\mu}}{Q}. \qquad (20\text{-a})$$

$$d_t = \frac{\sqrt{k_t \mu}}{Q} \quad . \tag{20-b}$$

2-5. 카카스 진동(carcass vibration)

위에서 제시한 타이어 모델은 편평한 노면위에서 균일한 카카스의 정상거동을 고려하였다. 그러나, 실제 노면상의 타이어는 비정상적인 하중을 받게 되고 이는 소음방사의 원인이 되는 진동을 유발한다. 카카스 진동에 의한 소음방사는 타이어 후연부(Trailing edge)에서 소음방사의 주요원인이 된다. 식(1)의 얇은 쉘 거동은 타이어의 시간에 종속된 방정식으로 이를 풀어내는 과정이 매우 복잡하기 때문에 가청주파수 내에서 관심이 있는 주파수대는 100 Hz 이상이고, 35~55 mph로 주행중인 타이어의 주파수는 5~8 Hz 이다고 가정하면 식(1)에서 $\partial/\partial t \gg \Omega$ 이므로 Ω의 안자를 갖는 부분이 소거되어 코리오리스(Coriolis)항과 구심력항을 제거하는데 이는 타이어의 정적 형태를 계산할 때는 중요하여 생략할 수 없으나 가청주파수에 관해서는 큰 영향이 없다. 또한, 원주좌표가 ϕ에서 $s = R_o\phi$로 변환된다. 그리고 반경방향과 접선방향의 외부압력(P_r, P_t)를 후연부(Trailing edge)가 접지부를 벗어난 부분이므로 '0'으로 가정하면 식(1)은 식(21-a), (21-b)와같이 간략화된다.

$$\mu\ddot{v} - EA(v'' + \frac{1}{R_o} w') + k_t v - d_t v = 0. \tag{21-a}$$

$$\mu\ddot{w} + \frac{EA}{R_o^2}(R_o v + w) + EI(w^{iv} + \frac{2}{R_o^2} w'' + \frac{w}{R_o^4})$$
$$-T_o(w'' + \frac{w}{R_o^2}) + k_r w + d_r w = 0. \tag{21-b}$$

식(21)에서 진동거동은 s의 짧은영역에서 일어나므로 $\partial/\partial s \gg 1/R_o$ 이므로 식(21)은 식(22)와 같이 쓸 수 있다.

$$\mu\ddot{v} - EAv'' + k_t v - d_t v = 0. \tag{22-a}$$

$$\mu\ddot{w} - EIw^{iv} - T_o w'' + k_r w + d_r w = 0. \tag{22-b}$$

w와 v는 이구간에서 서로 독립적이고 접지부 선단에서 가진되는경우 주파수 ω에서 식(22-b)의 해는 식(23)과 같다.

$$w = We^{i(K_t s - \omega t)} e^{-\eta s}. \tag{23}$$

여기서, s는 접지부 선단으로부터 측정되고, w는 접지부 선단에서의 입력 힘으로부터 결정되며 파수(Wavenumber) K_t와 소멸계수 η는 다음과 같다.

$$K_t = \frac{\omega}{c_p}. \tag{24}$$

$$C_p^2 = \frac{1}{\mu}(EI\, k_t^2 + t_o + \frac{k_r}{k_t^2}). \tag{25}$$

$$\eta = \frac{C_p k_r}{(4\, EIk_t^2 + 2T_o)} \, . \tag{26}$$

2-6. 카카스 진동에 의한 음의 방사

이동하는 면 S 로부터 방사되는 음압은 식(27)과 같으며

$$p(\vec{r}) = \int_s G(\vec{r}\,|\,\vec{r'})\,(\vec{\nabla} p \cdot \hat{n})'\, dS. \tag{27}$$

단일 주파수로 가진된다고 가정하면 식(27)은 식(28)과 같다.

$$p(\vec{r}, \omega) = -i\omega\rho\int_s G(\vec{r}\,|\,\vec{r'})u_n(\vec{r'})\, dS. \tag{28}$$

식(28)에서 반경방향 속도 u_n은 식(23)로부터 계산된 w이고, 그린 함수(Green's function)는 기하학적인 형상에 관계된다. 그러므로 식(28)에 식(23)을 대입하면 식(29)와 같다.

$$p(r, \omega) = \frac{\rho W}{2\pi}\, \omega^2 e^{-i\omega t} \int_{\frac{-w_b}{2}}^{\frac{w_b}{2}} \int_0^{\infty} \frac{e^{iK_a r}}{r}\, e^{iK_t s} e^{-\eta s}\, ds. \tag{29}$$

접지면 끝단(contact patch edge)에서의 가속도 $\ddot{w}$로 (29)식을 정규화하면 다음과 같다.

$$\frac{p(r, \omega)}{\ddot{w}(0)} = \frac{\rho}{2\pi} \int_{\frac{-w_b}{2}}^{\frac{w_b}{2}} \int_0^{\infty} \frac{e^{iK_a r}}{r}\, e^{iK_t s} e^{-\eta s}\, dx\, ds. \tag{30}$$

Ⅲ. 결과 및 고찰

Fig. 8은 본 연구에 이용된 타이어의 단면도로 Fig. 8에서 보는바와 같이 카카스는 타이어의 골격이 되는 중요한 부분으로 타이어 내부의 공기압및 하중, 충격을 견디는 역할을 한다. Table 2, 3은 본 연구에 이용된 타이어의 재질 특성과 설계치수이다. 본 연구에 이용된 타이어는 승용차용 레디얼 타이어이고 식(14)~식(20)을 적용하여 Table 4와 같이 타이어의 특성치를 계산하였다. 또한, 감쇠계수와 관계가 있는 Q인자는 타이어를 일차원 진자계로 보았을때 감쇠값을 10%로 가정하였다.

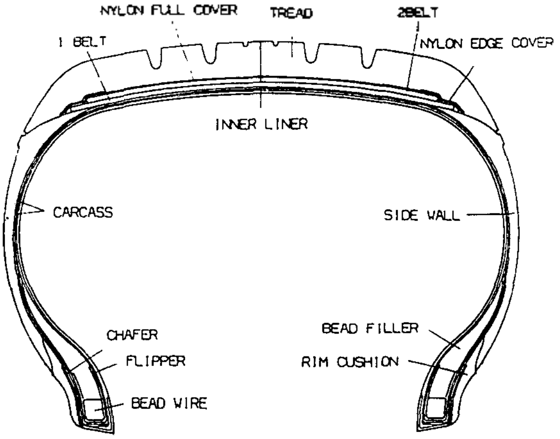

Fig. 8 Cross section of test tire

Table 2. Material properties of test tire

Shear Modulus of Rubber	Tread	1.8445×10^6 N/m^2
	Sidewall	2.481×10^6 N/m^2
Inflation Pressure		2 kg/cm^2
Q Factor (Inverse of Loss Factor)		20
Mass of Tread		2.4 kg

Table 3. Dimension of test tire

Tread	Thickness	11 mm
	Width	119 mm
Belt	Thickness	1.4 mm
	Width	130 mm
	Angle	24°
	Ply	2
Sidewall	Thickness	5 mm
	Length	92.6 mm
Angle between Sidewall and Belt		52.5°
Radius of Unpurtubed Tire		267 mm
Radius for Calculate of Tension		226.4 mm
Cross Sectional Area of Tread		1818.4 mm^2
Cross Sectional Area of Belt		413.9 mm^2

카카스 진동으로부터 방사되는 음압에 대한 식(30)를 복합 심프슨(Simpson)의 공식을 이용하여 수치적분하였다. 수치적분의 범위는 본 연구에 이용된 타이어의 설계치를 기준으로 ±10% 범위내에서 설정하였고 설계변수를 변화시켜 그에 따른 주파수영역에서의 음향방사의 형태를 조사하였다. Fig. 9는 카카스 진동에 의해 방사되는 타이어의 음압을 수치적분한 결과이다. 타이어의 강성, 감쇠계수, 인장력 등은 타이어 내부압력에 영향을 받고 있으며 카카스 진동에 의한 음향방사와 주파수 특성은 타이어의 강성, 감쇠계수, 인장력 등에 영향을 받고 있는 것[12]으로 보고된 결과와 일치하고 있다.

Table 4. Caculated properties of test tire

Extensional Stiffness	2.2E+0005 N
Bending Stiffness of the Belt Plies alone	2.9E−0001 N
Bending Stiffness of the Tread alone	2.9E−0001 N
Radial Stiffness	1.1E+0005 N/m^2
Tangential Stiffness	1.5E+0005 N/m^2
Radial Damping Coefficient	2.0E+0001 N/(m sec^2)
Tangential Damping Coefficient	2.3E+0001 N/(m sec^2)
Tension	3.9E+0003 N
Mass of Unit Length	1.4E+0000 kg/m

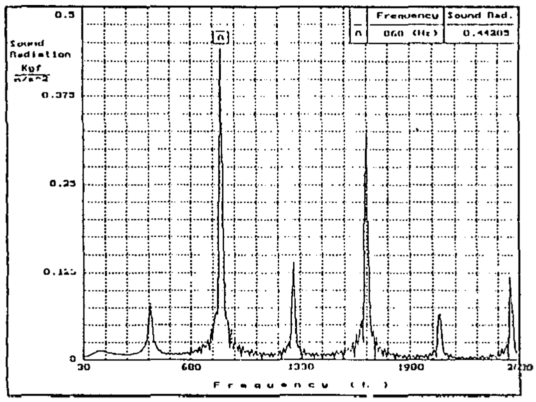

Fig. 9 The numerical result for carcass vibration sound radiation of test tire

Fig. 10은 타이어 사이드월의 두께를 변화시켰을때 상대적인 음향방사 레벨의 변화이다. 일반적으로 사이드월의 두께가 두꺼워지면 사이드월 강성이 증가하여 소음에 불리한 것으로 예측되나 본 연구 결과에

서는 크게 영향을 미치지 않는 것으로 나타나고 있어 사이드월의 두께가 증가하면 음향방사 레벨이 증가하기는 하나 전체적인 음향방사에는 크게 영향을 미치지 않는 것으로 판단된다. 사이드월의 두께는 카카스와 사이드월 고무의 두께에 영향을 받고 있는데, 카카스 두께의 증가는 비교적 한정적이며 사이드월 고무가 카카스 두께에 비해 상당히 두껍고 사이드월의 두께를 증가시키기가 용이하나 사이드월 고무 두께의 증가가 사이드월 강성에 영향을 미치고 있지 않는 것으로 생각된다.

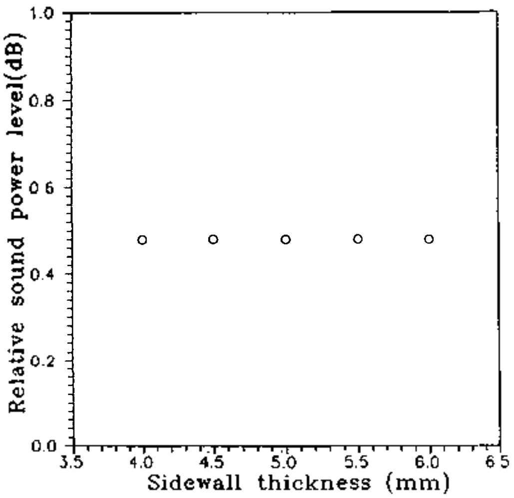

Fig. 10 Relationship between relative sound radiation and sidewall thickness

Fig. 11, 12는 타이어의 반경과 벨트각도를 증가시켰을 때 상대적인 음향방사 레벨의 변화이다. 타이어의 반경이 증가하면 타이어의 접지폭과 길이가 변화하여 노면으로 부터 가진되는 접지면적이 증가하게 되어 상대적인 음향방사 레벨를 증가시키고 벨트의 각도가 증가하면 트레드의 블럭강성과 굽힘강성이 증가하여 상대적인 음향방사 레벨이 증가하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 13, 14는 사이드월과 비드사이의 각도와 타이어 감쇠계수와 밀접한 관련이 있는 트래드 고무의 Q 인자를 증가시켰을 때 상대적인 음향방사 레벨의 변화이다. 사이드월과 비드사이의 각도가 증가하면 사이드월 강성이 감소하여 음향방사 레벨이 감소하였고 타이어 감쇠값과 반비례 관계가 있는 트래드 고무

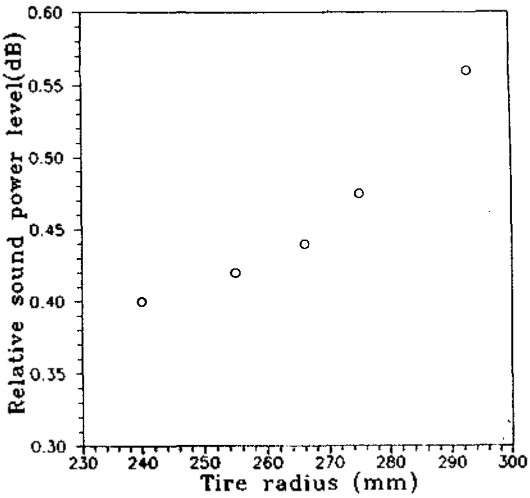

Fig. 11 Relationship between relative sound radiation and tire radius

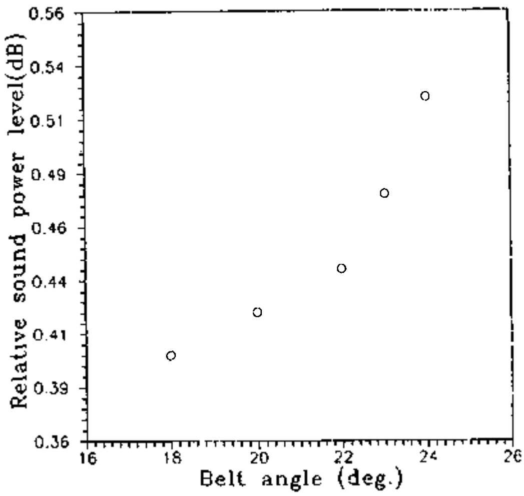

Fig. 12 Relationship between relative sound radiation and belt angle

의 Q 인자를 증가하면 타이어 트레드의 감쇠값이 감소하여 음향파워가 증가하고 있었다. 즉, 타이어 감쇠값이 증가하면 상대적인 음향파워가 감소한다.

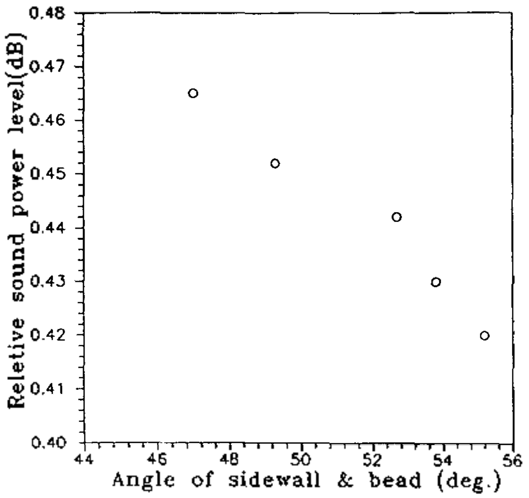

Fig. 13 Relationship between relative sound radiation and angle of sidewall/bead

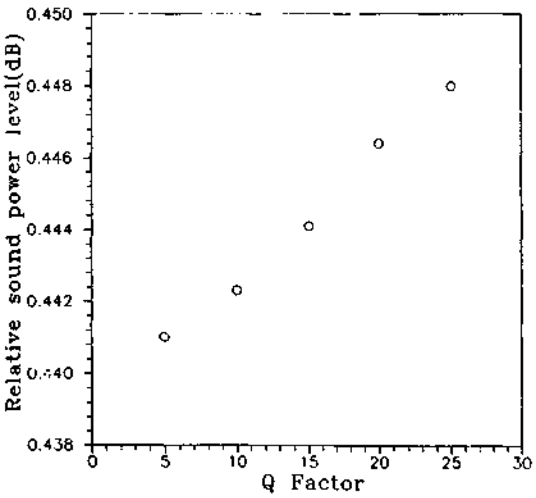

Fig. 14 Relationship between relative sound radiation and Q factor

Ⅳ. 결 론

타이어 카카스 구조 진동에 의해 발생하는 타이어 구조 진동음에 관한 본 연구 결과로 부터 다음과 같은 결론을 구할 수 있었다.

(1) 타이어 카카스 진동에 의한 소음발생 기구에 관한 이론적인 모델을 제시하여 타이어 설계인자의 정량적인 변화가 타이어 구조진동음에 미치는 영향을 조사할 수 있게 되었다.

(2) 본 연구에서 제시한 이론적인 모델을 이용하여 수치해석한 결과 타이어의 반경과 벨트각도가 증가하면 타이어의 접지폭과 길이가 증가하여 상대적인 음압레벨이 증가하고, 사이드월과 비드 사이의 각도와 감쇄계수가 증가하면 상대적인 음압레벨이 감소한다.

(3) 사이드월 두께는 상대적인 음향파워에 큰 영향을 미치지 않으나 내부 공기압은 상대적인 음향파워 레벨의 주파수 대역에 영향을 미친다.

(4) 본 연구 결과는 타이어 구조진동음의 가진원중 카카스 진동에 기인한 것에 불과하므로 향후 실험에 의해 측정된 타이어 구조진동음과 비교하기 위해서는 트레드 패턴에 의한 진동과 도로표면의 구조진동음에 대한 연구가 계속되어야 할 것으로 생각된다.

기호설명

A : 트레드(tread)와 벨트(belt)부의 단면적
A_c : 벨트에서 코오드(cord)의 단면적
A_n, B_n, C_n, D_n : 타이어 형상을 표현하는 후리에 시리즈의 계수
C_p : 벨트의 위상속도
d_r, d_t : 단위길이당 반경방향, 접선방향 감쇠
E, F, G, H : 역행렬의 계수
E_R : 고무의 탄성계수
E_s : 벨트 코오드의 탄성계수
EA : 트레드와 벨트의 인장강성
EI : 트레드와 벨트의 굽힘강성
$f(\phi_1-\phi)$: ϕ_1에 가해진 힘에 의해 발생된 ϕ에서의 반경방향 변위를 정의하는 함수
G_R : 전단계수
h : 굽힘상태에서 중립면으로부터 트레드 중심까지의 거리
K_r, K_t : 반경방향, 접선방향 파수
k_r, k_t : 반경방향, 접선방향 탄성(bedding)계수
n : 원주의 모우드 수
N : 벨트 플라이의 수
P_r, P_t : 반경방향, 접선방향의 외부압력
P_{rs}, P_{ts} : P_r, P_t의 사인 적분
P_{rc}, P_{tc} : P_r, P_t의 코사인 적분
P : 집중하중
p_o : 타이어 내부 공기압
Q : 손실계수의 역수

R : 곡률반경
R_o : 타이어 반경
t : 시간
t_b : 벨트 플라이의 두께
t_s : 사이드월의 두께
t_t : 트레드의 두께
T_o : 내부압력에 기인한 벨트의 인장력
v, w : 벨트의 접선방향, 반경방향 변위
W_b : 벨트의 폭
x, y, z : 일반 좌표계
α_1 : 코오드의 각도
$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$: 행렬의 계수
$\delta(\phi-\phi_1)$: 디락 델타(dirac delta)함수
η : 손실계수
θ_o : 비드(bead)와 벨트사이의 각도
μ : 단위길이당 트레드와 벨트의 질량밀도
ϕ : 원주 좌표계
$\Delta\phi$: 접지면 중심으로 부터의 각도
$\Delta\phi_{cp}$: 접지면 중심에서 접지면 끝까지의 각도
ω : 각 주파수
Ω : 타이어의 각속도
$(\dot{\ })$: 시간미분
$(\ )'$: 공간미분

참 고 문 헌

1. K. Hieronimus, G. Hellener, "Reduction of car sound emission by means of systematic development work," Unikeller conference 91, pp. 15/1~15/38, 1991.
2. R. E. Hayden, "Roadside Noise from the Interaction of a Rolling Tire with the Road Surface," Proceedings of the Purdue Noise Control Conference, Purdue University, Lafayette, Indianna, pp. 59~64, 1971.
3. S. P. Landers, "A Vibrational Sound Mechanism of Lug Type Tread Designs," SAE paper 762025.
4. L. T. Dorsch, "Prediction Tire Noise and Performance Interactions," SAE paper 762032.
5. W. F. Reiter, "Investigation of Vibration in Truck Tire Noise generation," PH. D. Dissertation, North Carolina State University, Raleigh, North Carolina, University Microfilms, Ann Arbor, Michigan, 1973.
6. A. C. Eberhardt, "The Truck Tire Vibration Sound Mechanism," PH. D. Dissertation, North Carolina State University, Raleigh, North Carolina, University Microfilms, Ann Arbor, Michigan, 1977.
7. N. A. Nilson, "On Generating Mechanisms for External Tire Noise," SAE paper 762026.
8. K. J. Plotkin, M. L. Montroll, W. R. Fuller, "The Generation of Tire Noise by Air Pumping and Carcass Vibration," Proceedings of Inter-Noise Conference, Florida, pp. 273~276, 1980.
9. D. P. Hong, B. S. Kim, "Prediction of Sound Radiation from Tire Tread-band Vibration," Proceedings of 1'st Internationa Conference on Motion and Vibration Control, Yokohama, pp. 1006~1013, 1992.
10. 日本自動車タイヤ協會, "タイヤ騷音について," 第 3 報, pp. 2, 1987.
11. F. B hm, "Zur Statik und Dynamiks Des Gurtelreifens," ATZ 69 1967.
12. 홍동표 외 2인 "가진에 의한 승용차 타이어의 유향방사특성에 관한 연구," 대한기계학회논문집, Vol. 17, No. 10, pp. 2426~2436, 1993.
13. G. R. Potts, T. T. Csora, "Tire vibration studies : The state of the art," Tire science and technology, Vol. 3, No. 3, pp. 196~210, 1975.
14. J. T. Tielking, "Plane Vibration Characteristics of a Pneumatic Tire Model," SAE Paper 650492, 1965.
15. G. R. Potts, C. A. Bell, L. T. Charek, T. K. Roy, "Tire Vibration," Tire Science and Technology, 5 (4), 202-225, 1977.
16. R. F. Keltie, "Analytical Model of the Truck Tire Vibration Sound Mechanism," J. Acoust. Soc. Am. 71(2),Feb. 1982.
17. W. F. Reiter, A. C. Eberhardt, "Radio telemetry applied to tire vibrations," SAE paper 760745.
18. S. K. Clark, Mechanic of pnematic tires, University of michigan press, 1981.
19. J. C. Walker, "Noise generated at the tyre-road interface," PH. D. dissertation, Aston university, Birmingham, 1981.

▲池 昌 憲

1975年 3月~1979年 2月 : 전북대학교 기계공학 공학사
1982年 3月~1984年 2月 : 전북대학교 대학원 기계공학 공학석사
1984년 3月~1987年 8月 : 전북대학교 대학원 기계공학 공학박사
1978年 12月~1982年 3月 : 주)삼양사 전주공장 설계실 담당기사
1985年 3月~1990年 2月 : 원광대학교 공과대학 강사
1985年 9月~1990年 2月 : 전북대학교 공대 기계과 강사
1990年 3月~1995年 4月 현재 : 원광대학교 공대 기계과 조교수