

[논문] 태양에너지
Solar Energy
Vol. 15, No. 1, 1995

다공질 물질 속에서의 열 및 물질 전달에 대한 연구

정 모

영남대학교 기계공학과

A Study on Heat and Mass Transfer in Porous Media

Mo Chung

Department of Mechanical Engineering Yeungnam University

요 약

다공질 물질 속에서 일어나는 저속 유동(Darcy Flow)에 동반한 열 및 물질 전달 문제를 해석하기 위한 새로운 수치 해석 기법이 소개되고 간단한 예제를 통하여 그 성능을 평가하였다. 본 연구의 수치 해석법은 다공질 물질 속에서 일어나는 모든 전달 현상에서 중요한 확산효과(Dispersion Effect)를 쉽게 처리할 수 있으며 특히 미정 경계선 문제(Moving Boundary Problem) 해석에도 효과적으로 적용될 수 있어 응용 범위가 넓을 것으로 기대된다.

ABSTRACT

A numerical scheme based on a coordinate transform into stream function-velocity potential is proposed to solve heat and momentum transfer in porous media with phase change. A significant simplification of both computational domain and governing equations can be achieved by the transform. The dispersion term in the flow through porous media, which is important at the phase change interface, can be successfully

incorporated into the numerical scheme without introducing any further computational complications.

NOMENCLATURE

- a 수증기 구역의 평균 반경(m)
- A_c 채널의 유동 방향 단면적(m²)
- C_{pl} 액체의 비열(kJ/kg K)
- d_p 다공질 입자의 평균 직경(m)
- g 수증기 구역의 계산 영역에서의 모양
- \vec{g} 중력 가속도 벡터
- h_{fg} 증발 잠열(kJ/kg K)
- k 다공질 물질의 투과율(m²)
- m 다공질 물질의 통과율(m)
- m_s 수증기의 주입량(kg/s)
- \vec{n} 경계면에서의 수직 외향 벡터
- P 압력(Pa)
- Q 물의 입구 체적 유량(m³/s)
- Re 물의 Reynolds 수
- Ste Stefan 수
- t 채널 두께(m)
- T 온도(K)
- U 물의 입구 유속(m/s)
- U' 수증기 주입에 의한 물의 추가 유속(m/s)
- W 채널의 폭(m)
- x_i 경계면의 x좌표
- y_i 경계면의 y좌표

그리스 문자

- α 열확산율(m²/s)
- δ 열 경계층 두께(m)
- ϵ 공극률
- x 열전도도(W/m K)
- μ 점성 계수(Ns/m²)

- ν 동점성계수(m²/s)
- σ 표면 장력(N/m)
- ϕ 속도 포텐셜(m²/s)
- ϕ 유속 함수(m²/s)

상첨자

- * 무차원수

하첨자

- i 경계면
- l 액체
- p 입자
- s 수증기
- sat 포화

I. 서 론

다공질 물질이란 모래 층과 같은 규칙적인 고체 입자의 배열이나 스폰지와 같은 인공적 가공으로 얻어지는 기공을 포함하는 고체 층을 일컫는다. 다공질 물질 속에서 유동 및 전달현상 해석은 화학공정용 반응기나 열교환기, 축열 시스템 등 인공적 시스템에 대한 분석에서부터 지하수의 흐름이라든지 유전에서의 원유 유동해석 또는 원자력 발전소 사고시 발생하는 핵연료봉 파편의 냉각 가능성 연구 등 자연 발생적인 현상 연구 등에 이르기까지 그 응용 범위가 매우 넓다. 특히 태양열과 관련하여 볼 때 장단기 축열 시스템에 자갈 층이나 인공 축열층, 공기식 축열조 등에 다공질 물질 또는 이에 준하는 축열층이 널리 이용되고 있고 태양열을 이용하는 화학 반응조 등에서도 다공질 물질이 이용되고 있어 다공질 물질 속에서의

유동과 열전달 해석이 빈번하게 나타난다. 이러한 시스템들에 있어서 다공질 물리역학의 역할은 유동이나 반응을 안정화시키고 반응 면적을 넓히며 기체 상태의 물질과 액체 상태의 물질이 직접 접촉하는 경우 급격한 반응이나 충격파의 발생을 저지하여 반응이나 상변화가 정숙하게 일어나도록 돕는다. 유동의 입장에서 보면 다공질 물질이 있으므로 해서 좀 더 균일하고 통제된 흐름을 얻을 수 있는 반면 상당한 유동 저항의 증가로 펌프 구동력의 증가 등을 수반하게 된다.

다공질 물질에서의 열 및 물질전달 해석은 이러한 다공질 물질이 관여된 여러 가지 공학 계산에 있어서 근간을 이루는 중요한 계산인 경우가 많다. 역사적으로 볼 때 다공질 물질 속에서의 유동에 대한 연구는 Darcy의 연구 [1]를 효시로 여러 차례 보완과 개선을 거쳐 물질, 운동량, 에너지 보존에 대한 기본 방정식들이 정립되었다. 1856년 Darcy는 균질한 다공질 모래 속을 흐르는 물의 유동에 대한 실험을 통하여 유량이 압력 구배에 정비례함을 밝혔다. 이것은 유동이 매우 느린 경우에만 유효한 선형 관계식으로 식의 형태가 단순하기 때문에 사용하기에 매우 편리한 반면 적용 범위에 제한을 받는다. 그 후 Darcy의 법칙은 유량이 많은 경우에 대해서 잘 맞지 않는다는 것이 밝혀지게 됨에 따라 수정이 불가피하게 되었다. 먼저 Brinkman은 [2] Darcy의 선형 방정식의 틀을 유지하면서 유체의 점성 항을 포함시켰으나 추후의 실험 결과 이 또한 유량이 더욱 큰 경우에 대하여 만족스럽지 못하다는 결론을 얻었다. 이에 따라 Forchheimer [3]는 유속이 빠를 경우에도 적용 가능한 유량과 압력 구배에 대한 비선형 방정식을 제안하였다. 난류 유동을 포함한 여러 가지 연구 결과 실제 유동이 Darcy의 선형 관계식으로부터

이탈하는 주 원인을 유체의 유동 관성임이 밝혀졌다.

유동과는 별도로 다공질 물질 속에 온도나 농도의 구배가 있으면 열 및 물질전달이 수반된다. 이 경우 다공질 물질 특유의 현상으로 '확산'(Dispersion)현상이 있는데 이는 열전도도(thermal conductivity)나 물질전달계수(mass diffusion coefficient)가 유동이 없는 경우 비해 커지는 현상을 불규칙하고 복잡하므로 고온부의 유체와 저온부의 유체가 불규칙한 국부 와류에 의해 혼합될 때 열이나 물질 전달이 촉진되게 되기 때문인데 다공질 물질을 연속체로 보고 해석을 하는 경우 일반적으로 이러한 국부적 열전달 촉진 효과는 유동 해석에서 포함하지 않고 단지 평균 유속만을 고려하므로 이와 같은 열전달 촉진 효과를 열전도도와 물질전달계수에 추가적으로 고려한 항이 확산 효과라고 볼 수도 있다. 여러 가지 연구 결과 [4] 이 확산 효과는 어떠한 경우라도 무시할 수 없다는 것이 알려져있고 확산 효과를 정량화시킨 여러 가지 모델들이 제시되어 있다.

본 연구에서는 태양열 축열조와 같이 저속 유동이 일어나는 2차원 형상의 다공질 물질 속에서 상변화를 수반하는 열전달 해석에 있어 매우 유용한 수치해석 기법을 제안하고 전술한 확산 효과(Dispersion Effect)를 어떻게 처리할 수 있는지를 보여 주는데 있다. 제안된 계산 방법을 사용하여 균일한 유동이 일어나는 2차원 channel에 저속으로 흐르는 과냉각 액체 유동에 과포화 증기를 주입하는 경우 대한 해석을 통하여 해석적으로는 물론 수치 해석적으로도 까다로운 분야에 속하는 미정 경계선 문제(Moving Boundary Problem)가 어떻게 효과적으로 처리될 수 있는지 밝힘으로써 유사한 유형의 문제에 적용하는 지표를 제공하려한다.

II. 이론 해석

1. 가정

다공질 물질 속을 저속으로 흐르는 물과 수증기가 만나 경계면을 형성하고 그 경계면에서 상변화가 일어나는 경우 유동과 열전달 해석을 위하여 지배 방정식과 경계 조건을 세워야한다. 본 연구에서는 다음과 같은 가정을 도입한다.

- 1) 유동 및 열전달은 정상 상태(steady state)에서 일어난다.
 - 2) 물의 유동에 대하여 Darcy의 법칙이 성립한다.
 - 3) 물과 수증기의 경계면은 아주 얇은 면으로 가정한다.
 - 4) 물-수증기 경계면에서의 확산 효과는 열전도도 상승으로 그 효과를 모사할 수 있다.
- 가정 2)가 성립하기 위하여는 다공질 입자 크기 기준 Reynolds수가 10이하가 되어야 한다 [4].

$$Re = \frac{U d_p}{\nu} < 10 \quad (1)$$

여기서 d_p 는 다공질 물질의 평균 입자 직경이고 U 는 $U = Q/A_c$ 로 정의되는 겉보기 속도(superficial velocity)를 ν 는 유체의 동점성 계수(kinematic viscosity)를 각각 나타낸다. 식(1)의 조건은 물리적으로 볼 때 입자 크기에 기준하여 유속이 저속이어서 유동 저항이 유체와 다공질 고체 간의 점성 저항에 의해 좌우되는 영역에서 Darcy의 법칙이 잘 맞고 유속이 빨라지면 관성력이 중요하게 되는 영역으로 천이하기 때문에 이에 대한 보정이 필요하게 된다는 것을 의미한다. 가정 3)은 상변화 경계면에서의 압력, 온도, 질량 보존, 에너지 보존 조건 식들을 두께를 무시한 경계면을 따라 적용하기 위함으로 실제 실험 결과 큰 무리가 없

는 것으로 밝혀졌다[5]. 가정 4)에 의하여 다공질 물질 속에서의 유효 열전도도(effective thermal conductivity), k_e 는 보통 다음의 식을 써서 나타낸다.

$$k_e = k_0 + B \rho_l C_{pl} \frac{d_p}{1-\epsilon} |\vec{u}_l| \quad (2)$$

여기서 k_0 는 유체가 정지하고 있는 때 다공질 물질과 유체의 공간 평균 열전도도로서 $k_0 = \epsilon k_l + (1-\epsilon)k_s$ 로 주어지며 ϵ 은 공극률(porosity), k_l 은 유체의 열전도도, k_s 는 다공질 물질의 열전도도를 각각 나타낸다. 식(2)의 우변 두 번째 항이 확산 효과에 의한 열전도도 상승 효과를 나타내는 항인데 국부 유속의 절대값($|\vec{u}_l|$)과 입자크기(d_l), 유체의 밀도(ρ_l) 및 비열(C_{pl})에 정비례한다. 상수 B 는 Geogiadis 등의 연구 [6]에 의해 0.43이 적합하다고 알려져있다. 액상의 물 영역과 기상의 수증기 영역을 분리하여 각각이 단상 유동이라고 생각할 때 다음과 같은 지배방정식을 적용할 수 있다.

2. 지배 방정식과 경계 조건

물 영역에서 유동 및 열전달 지배 방정식

연속방정식 : $\Delta \cdot \vec{u}_l = 0$

운동방정식 : $\Delta P_l + \frac{\mu_l}{x} \vec{u}_l - \rho_l \vec{g} = 0$

(Darcy's Law)

에너지방정식 : $u_l \frac{\partial T_l}{\partial x} + v_l \frac{\partial T_l}{\partial y} = \Delta \cdot a_l \Delta T$

수증기 영역의 유동 및 열전달 지배 방정식

연속방정식 : $\Delta \cdot \vec{u}_s = 0$

운동방정식 : $\Delta P_s = \left[\frac{\mu_s}{x} + \frac{\rho_s}{m} |\vec{V}_s| \right] |\vec{V}_s| + \rho_s \vec{g}$

에너지방정식 : $u_s \frac{\partial T_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial T_s}{\partial y} = \Delta \cdot a_s \Delta T_s$

역서 투과율(permeability)는 Ergun의 연구 [7] 결과

$$x = \frac{\epsilon^3 d^3}{150(1-\epsilon)^3}, \quad m = \frac{\epsilon^2 d_p}{1.75(1-\epsilon)}$$

로 나타낼 수 있음이 밝혀져 있다.

물-수증기 경계면 조건들

온도의 연속성 : $T_l = T_s = T_{sat}$ (bc-1)

압력조건 : $P_s = P_l + P_c(\sigma, d_p)$ (bc-2)

여기서 $P_c(\sigma, d_p)$ 는 경계면에서 수증기와 물의 압력 차로써 다공질 입자 크기(d_p)와 표면장력(σ)의 함수로 주어진다.

질량보존 : $\rho_l \vec{u}_l \cdot \vec{n} = \rho_s \vec{u}_s \cdot \vec{n}$ (bc-3)

에너지보존 : $-k_l \Delta T_l \cdot \vec{n} = -k_s \Delta T_s \cdot \vec{n} + \rho_l h_{fg} \vec{u}_l \cdot \vec{n}$ (bc-4)

이 때 \vec{n} 은 경계면에서 수직외향(outward normal) 벡터를 나타낸다.

3. 좌표 변환

계산 영역을 물 영역과 수증기 영역으로 나누고 물의 속도와 수증기의 경계면에서의 질량 보존 결과 대략 $V_l \approx \rho_s V_s / \rho_l$ 의 크기가 되어 저속 유동이 일어나기 쉽다. 이 경우 Reynolds수가 작아져 Darcy Flow 영역에 속할 가능성이 크다. 따라서 일반적으로 상변화를 수반하는 열전달 문제에서 액체 유동에 대하여 Darcy Flow를 가정할 수 있는 경우가 많고 이 때 속도포텐셜(velocity potential)

$$\phi = -\frac{k}{\mu_l}(\rho_l g y - P_l) \quad (3)$$

을 도입하고 연속 방정식과 운동 방정식을 결합하면 다음의 두 Laplace 방정식을 얻는다 [8].

$$\Delta^2 \phi = 0, \quad \Delta^2 \phi = 0 \quad (4)$$

식(4)에서 (ϕ, ϕ) 가 (x, y) 에 대하여 조화함수(harmonic function)가 되므로 (x, y) 도

(ϕ, ϕ) 를 독립변수로 택하는 경우 조화함수가 되어야 한다는 수학적 성질 때문에 다음의 두 식을 얻는다.

물 유동에 대한 연속방정식과 운동 방정식

$$\frac{\partial^2 x}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 x}{\partial \phi^2} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial \phi^2} = 0 \quad (6)$$

물 유동에 대한 무차원 에너지 방정식

Cauchy-Riemann 조건과 속도포텐셜의 정의로부터

$$u_l = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad v_l = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$$

의 관계식을 얻고 편미분에 대한 chain rule로부터 다음의 관계식을 얻는다.

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \phi} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \phi} = u_l \frac{\partial}{\partial \phi} - v_l \frac{\partial}{\partial \phi}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \phi} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \phi} = v_l \frac{\partial}{\partial \phi} - u_l \frac{\partial}{\partial \phi}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = v_l^2 \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + 2u_l v_l \frac{\partial^2}{\partial \phi \partial \phi} + u_l^2 \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

$$+ \frac{\partial v_l}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \phi} - \frac{\partial u_l}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \phi}$$

(ϕ, ϕ) 좌표계로 변환한 다음, 무차원 변수들

$$T^* = \frac{T_l - T_i}{T_{sat} - T_i}, \quad \alpha^* = \frac{\alpha_l}{\Delta \phi}, \quad \phi^* = \frac{\phi}{\Delta \phi},$$

$$\phi^* = \frac{\phi}{\Delta \phi}$$

을 도입하여 다음과 같이 무차원 에너지 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial T^*}{\partial \phi^*} = \frac{\partial}{\partial \phi^*} \alpha^* \frac{\partial T^*}{\partial \phi^*} + \frac{\partial}{\partial \phi^*} \alpha^* \frac{\partial T^*}{\partial \phi^*} \quad (7)$$

경계면에서 에너지 방정식 경계 조건

경계면에서의 온도 조건 식(bc-1)은 $T^*=1$ 으로 나타나며 경계면에서의 에너지 보존식을 나타내는 식(bc-4)은

$$\frac{\Delta T_i \cdot \vec{n}}{\Delta \phi \cdot n} = \frac{dT_i}{d\phi} \Big|_n = -\frac{\rho_l h_{fg}}{k_l}$$

으로 경계면에 직각 방향의 미분을 써서 나타낸 후 미분에 대한 chain rule

$$\frac{dT_i}{d\phi} \Big|_n = \frac{\partial T_i}{\partial \phi} + \frac{\partial T_i}{\partial \phi} \frac{d\phi}{d\phi} \Big|_n$$

을 적용한 후 무차원화하면

$$\frac{\partial T^*}{\partial \phi^*} \frac{1}{g'(\phi^*)} \frac{\partial T^*}{\partial \phi^*} = \frac{1}{Ste \alpha^*} \quad (8)$$

으로 표시된다. 여기서 함수 $g(\phi^*)$ 는 수증기와 액체의 경계면을 나타내는 관계식으로 해석 과정에서 구해져야하고 $g'(\phi^*) = dg(\phi^*)/d\phi^*$ 를 나타낸다. 무차원 변수 Stefan 수는

$$Ste = \frac{C_{pl}(T_{sat} - T_i)}{h_{fg}} \quad (9)$$

로 정의된다.

4. 적용 예제

본 연구에서 제안하는 좌표 변환에 의한 수치해석 방법을 이용하여 폭 W , 두께 t 인 2차원 평면형 다공질 채널에 균일한 유속 U 로 물의 유동이 있고 채널 한 복판에서 m_s 의 질량 유량으로 수증기를 주입하여 모두 응축하여 출구에서는 다시 균일 유속 $U+U'$ 로 흘러나가는 경우에 대한 열 및 유동 해석을 한 것을 예를 들기로 한다(Fig1 참조). 이 경우 질량 보존의 결과 U' 은

$$U' = \frac{1}{2} \frac{m_s}{tW\rho_l}$$

로 주어진다. 본 예에서의 계산에서는 수증기 구간과 물 구간을 나누는 경계면이 결정되어 있지 않고 해석 결과 해의 일부로 주어진다.

Fig2에서 물리 영역(x, y 평면)이 계산 영역((ϕ, ϕ) 영역) 투영되는 사상(mapping)을 각 위치별 번호를 통하여 보여주고 있다. 예를 들어 물리 영역에서 channel 상단에 해당하는 부분(1-2 구간)은 속도포텐셜 값이 같은 부분

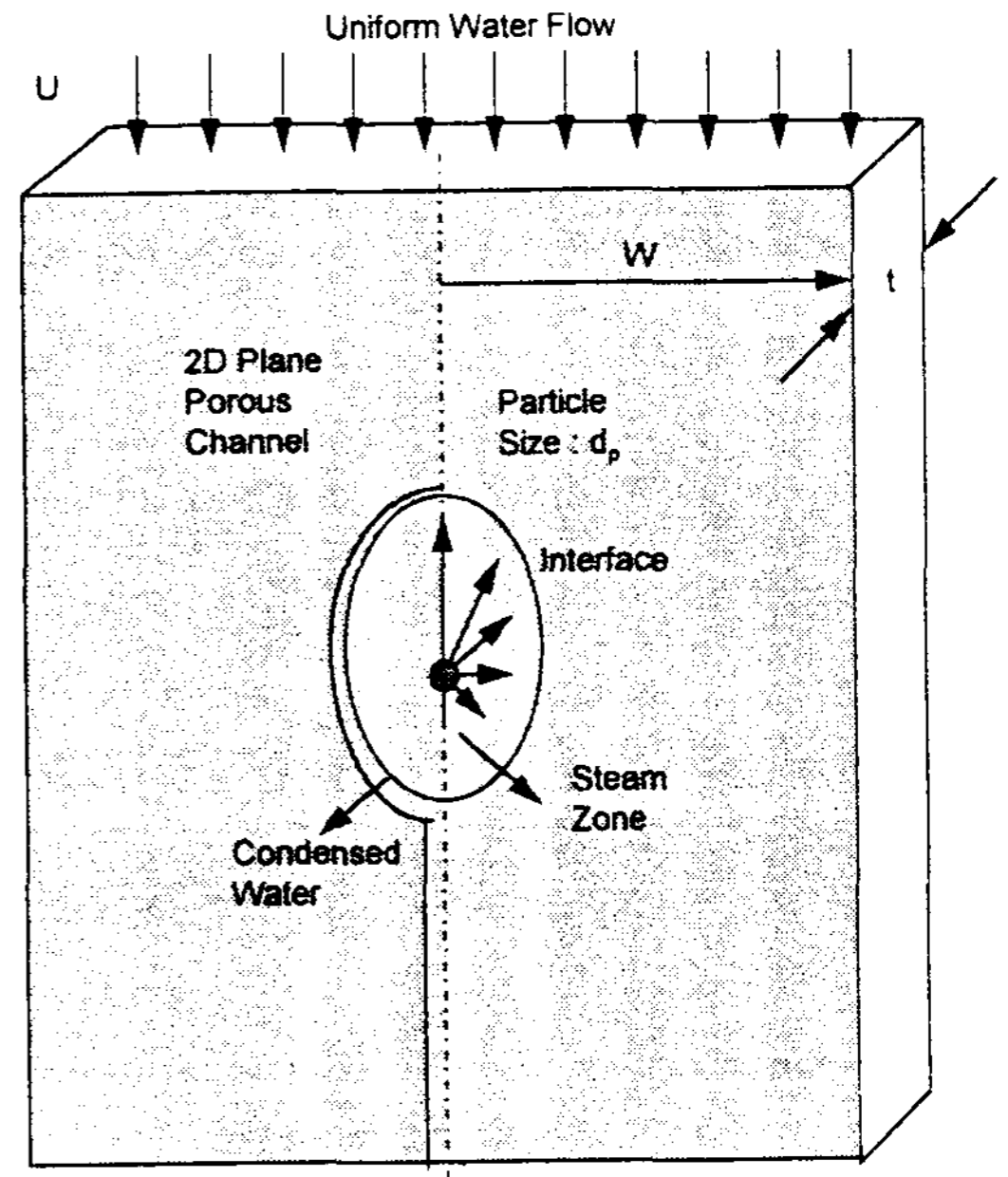


Fig. 1 Steam Injection into Porous Channel

이고 (2-3)구간은 측면 벽으로서 streamline이 된다. 특히 (5-6)구간은 해의 일부로 결정되어야 할 물-수증기 경계면으로 계산 영역으로는 점선부분에 대응하게 된다. 그림의 좌표 변환을 쓰면 계산상 다음과 같은 이점이 있다는 것을 알 수 있다.

- 1) 물리 영역은 원형과 직사각형 영역이 조합되어 있어 그 모서리 부분이 특이점이 되기 쉬우나 계산 영역은 대체로 직사각형이라는 단순한 영역에서의 계산이 된다.
- 2) 연속 방정식과 운동 방정식은 그 형태가 변하지 않고 보존되었다.
- 3) 에너지 방정식은 방정식 형태가 단순화되었고 특히 운동방정식으로부터 완전히 독립되었다. 따라서 먼저 운동방정식을 풀어서 속도 분포를 구하고 그 속도 분포를 에너지 방정식에 넣어서 풀던 일반적 방법을 쓸 필요 없이 운동 방정식과 에너지 방정식을 각각 독립적으로 풀 수 있게 되었다.

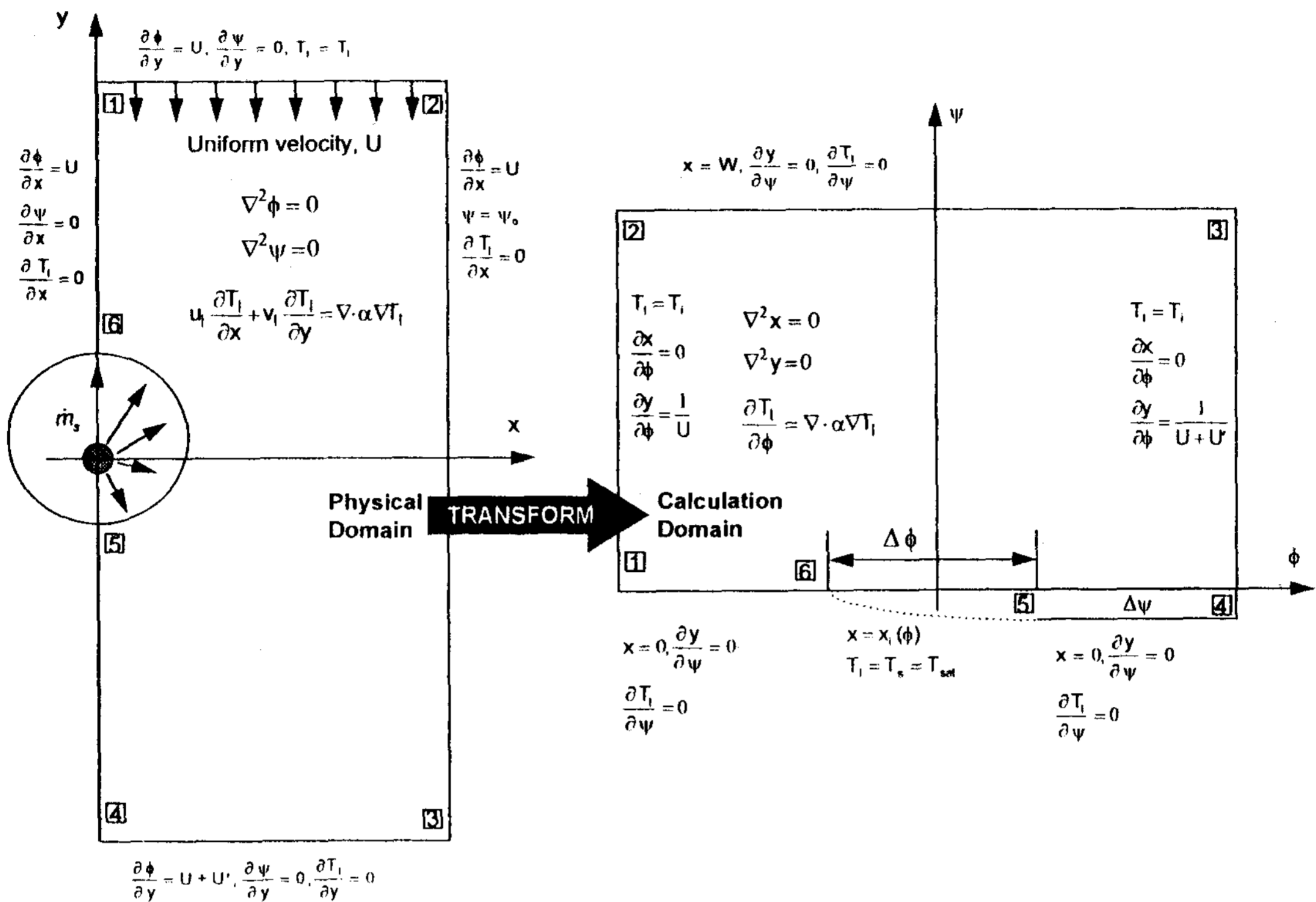


Fig. 2 Physical and Calculation Domains

4) 계산 결과를 처리하는 과정에서 해가 $x(\phi, \phi)$ 와 $y(\phi, \phi)$ 의 관계로 주어지므로 별도의 계산 없이 직접 원하는 stream line을 그릴 수 있다. 이것은 stream line에 대응하는 ϕ 값을 지정하고 속도포텐셜 값(ϕ)을 파라미터로 변화시키면 원하는 stream line의 좌표 $x(\phi, \phi)$ $y(\phi, \phi)$ 가 직접 구해지므로 가능하다.

연속방정식과 운동방정식에 대한 해

연속방정식과 운동방정식이 결합한 결과가 식(5), (6)으로 주어진 Laplace 방정식들이이다. 본 예제처럼 미정경계면 문제에서는 경계면에서 $x=x_i(\phi)$ 와 $y=y_i(\phi)$ 가 아직 알려져 있지

않다. 이 중에서 $x=x_i(\phi)$ 가 알려졌다고 가정하면 $x=x(\phi, \phi)$ 는 식(5)를 해당 경계조건 하에서 풀면 구할 수 있다. 한편 경계면에서의 $y=y_i(\phi)$ 는 Cauchy-Riemann 조건

$$\frac{\partial x}{\partial \phi} = \frac{\partial y}{\partial \phi'}, \quad \frac{\partial x}{\partial \phi'} = -\frac{\partial y}{\partial \phi}$$

를 이용하여 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\frac{dy_i}{d\phi} = \frac{\partial y_i}{\partial \phi} \frac{d\phi}{d\phi} + \frac{\partial y_i}{\partial \phi'} = -\frac{\partial x_i}{\partial \phi} \frac{dg}{d\phi} + \frac{\partial x_i}{\partial \phi} \quad (10)$$

따라서 $x=x_i(\phi)$ 가 알려져 있고 좌표 변환된 영역에서의 경계면 모양 $\phi_i=g(\phi_i)$ 가 주어지면 우변 항은 알려진 함수가 되므로 경계면에서의 $y_i(\phi)$ 에 대한 미분 방정식이 된다. 이것을 풀어 식(6)에 대한 경계 조건으로 사용하면 $y=y(\phi, \phi)$ 를 구할 수 있게 된다.

에너지 방정식에 대한 근사해

본 문제에서는 수증기에 대한 에너지 방정식을 제거하기 위하여 주입되는 수증기가 포화 상태에 있다고 가정하여 과포화에 의한 수증기 내의 온도 구배를 무시하기로 한다. 주입되는 모든 수증기가 증축하므로 질량 보존 법칙으로부터

$$\Delta\phi = \frac{1}{2} \frac{m_s}{t\rho_l}$$

을 얻을 수 있다. 여기서 m_s 은 수증기 주입 질량 유량이고 t 는 채널의 두께이다. 물 영역의 에너지 방정식 식(7)은 전통적인 경계층 이론에 의하여 단순화할 수 있다.

$$\frac{\partial T^*}{\partial \phi^*} = \frac{\partial}{\partial \phi^*} \alpha^* \frac{\partial T^*}{\partial \phi^*} + \frac{\partial}{\partial \phi^*} \alpha^* \frac{\partial T^*}{\partial \phi^*}$$

$$\left[\frac{1}{\Delta\phi^*} \right] \quad \left[\frac{\alpha^*}{\Delta\phi^{*2}} \right] \quad \left[\frac{\alpha^*}{2} \right]$$

여기서 $\Delta\phi^* \equiv \Delta\phi/\Delta\phi$ 를 나타내면 일반적으로 α^* 값이 작으므로 $\Delta\phi^*$ 의 값은 50을 쉽게 넘는다. 따라서 유동방향의 확산항(우변 첫

항)은 다음의 이유로 무시할 수 있다.

$$\frac{\partial T^*}{\partial \phi^*} \gg \alpha^* \frac{\partial^2 T^*}{\partial \phi^{*2}}$$

미정 경계면을 직선으로 바꿔주기 위하여 독립변수 $\tilde{\phi}^* \equiv \phi^* - g(\phi^*)$ 로 치환하면 물에 대한 에너지 방정식은 다음과 같이 변환된다.

$$\frac{\partial T^*}{\partial \tilde{\phi}^*} = g'(\tilde{\phi}^*) \frac{\partial T^*}{\partial \tilde{\phi}^*} + \frac{\partial}{\partial \tilde{\phi}^*} \alpha^* \frac{\partial T^*}{\partial \tilde{\phi}^*} \quad (11)$$

또 이때 에너지 방정식에 대한 경계 조건들은 각각 다음과 같이 표시된다.

$$T^*(\phi^*, 0) = 1 \quad (12)$$

$$-\frac{\partial T^*}{\partial \tilde{\phi}^*} \Big|_{\tilde{\phi}^*=0} = \frac{1}{\alpha^* Ste} \frac{g'(\phi^*)}{1 + g'(\phi^*)^2} \quad (13)$$

이러한 좌표변호나의 결과 Fig 3에 나타나 있다.

특기할 점은 수증기 주입 문제가 평판 위의 서의 바닥으로부터 주입(Blowing)이 있는 문제로 바뀌었다는 점이다. 한 가지 예외가 있다면 평판에서의 no slip 조건이 부과되지 않는다는 점이다. 이러한 유형의 문제 풀이에 가장

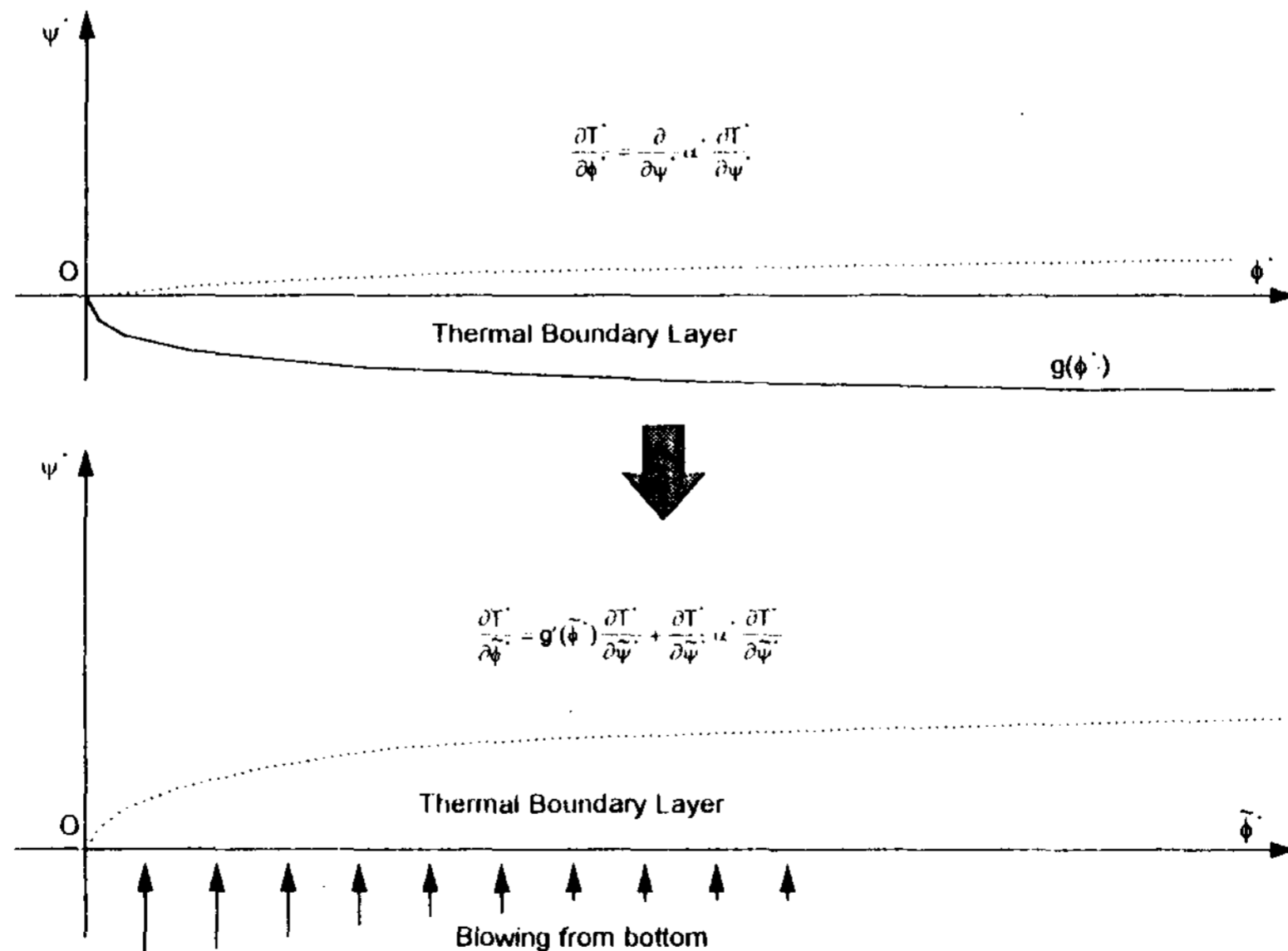


Fig. 3 Conversion to Blowing Problem

널리 쓰이는 적분법(integral method)을 적용하기 위하여 에너지 방정식을 ϕ^* 에 대하여 적분하고 Leibnitz' 공식을 적용하면 다음의 적분미분방정식(Integro-differential equation)을 얻는다[9].

$$\frac{d}{d\phi^*} \int_0^{\delta(\phi^*)} T^*(\phi^*, \tilde{\phi}^*) d\tilde{\phi}^* = -g'(\phi^*) - \alpha^* \frac{\partial T^*}{\partial \tilde{\phi}^*} \Big|_{\tilde{\phi}^*=0} \quad (14)$$

여기서 δ 는 열경계층의 두께이고 함수 g 는 경계면의 모양을 나타내는 미정 함수이다. 경계층에서의 온도 분포를

$$T^*(\phi^*, \tilde{\phi}^*) = 1 - 2 \frac{\tilde{\phi}^*}{\delta(\phi^*)} + 2 \left[\frac{\tilde{\phi}^*}{\delta(\phi^*)} \right]^3 - \left[\frac{\tilde{\phi}^*}{\delta(\phi^*)} \right]^4$$

로 가정하여 식(14)에 대입하면 경계층 두께와 경계면 모양에 대한 2개의 1차 연립 상미분방정식이 얻어진다.

$$\frac{d\delta}{d\phi^*} = \frac{10}{3} \left(-g' + \frac{2\alpha^*}{\delta} \right) \quad (15)$$

$$\frac{g'(\phi^*)}{1 + g'(\phi^*)^2} = \frac{2\alpha^* Ste}{\delta} \quad (16)$$

경계 조건들은

$$\begin{aligned} \delta(0) &= 0 \\ g(0) &= 0 \end{aligned}$$

한다는 조건으로부터

$$g(\Delta\phi^*) = 1 \quad (17)$$

의 조건을 얻는다. 이식은 $\Delta\phi^*$ 값을 찾아내는데 아주 유용하게 쓰인다. 연립미분방정식 해가 정해지면 식(17)에 의해 $\Delta\phi^*$ 가 정해지는데 물리적으로 $\Delta\phi^*$ 는 계산 영역에서의 수증기 영역의 크기를 나타낸다. 물리 영역에서의 실제 수증기 영역 크기는 물리영역과 계산 영역의 mapping 관계가 정해지면 환산할 수 있게 된다. 이와 같이 계산 영역에서 단독적으로 수증기 영역의 크기가 결정되는 점은 계산의 경

제정상 커다란 의미가 있다. 이러한 부수적인 이점은 본 연구의 좌표변환이 운동방정식과 에너지방정식을 적어도 수학적으로는 완전 분리(decouple)시킨 효과가 있음에 기인한 것으로 반복 계산의 횟수를 현저하게 줄여준다.

미정 경계면의 결정

미정 경계선은 수증기 측 연속방정식과 운동방정식을 경계면에서의 조건들과 연관하여 푸는 과정에서 결정된다. 수증기 측 편미분 방정식은 타원형(elliptic type)이므로 경계면에서 1) 압력 분포가 주어졌거나 2) 질량 유량이 주어지면 계산을 완수할 수 있다. 본 연구의 계산에서는 좌표변환 과정에 도입된 ϕ 의 정의에 따라 경계면의 압력 분포가 간접적으로 주어지고 경계면에서의 질량 보존 조건(식 bc-3)에 의해 질량 유량고 주어진 문제가 되어 경계 조건이 과다하게 부과된(overspecified) 경우가 되지만 계산 영역이 아직 미지인 관계로 수학적으로 문제가 없다. 경계면 결정 과정은 다음과 같이 요약될 수 있다.

① 주입되는 모든 수증기가 응축하므로 질량 보존법칙으로부터

$$\Delta\phi = \frac{1}{2} \frac{m_s}{t\rho_i}$$

을 얻을 수 있다. 여기서 m_s 는 주입되는 수증기의 총 질량 유량을 나타내고 t 는 channel의 두께를 나타낸다. $\Delta\phi$ 가 운전 조건에 의해 이와 같이 직접 주어지므로 $\Delta\phi$ 값을 계산 영역을 무차원화 하는 기준량으로 사용하면 편리하다.

② 경계면의 모양 중 x 와 ϕ 의 관계 $x_i = x_i(\phi)$ 를 가정한다. 일반적으로 경계면의 모양을 일정한 간격으로 주어진 독립변수 ϕ 값에 대응하는 x_i 값들의 스펙트럼을 구성하여 이 점들을 Cubic Spline 등의 보간법을 써서 함수 관

계를 근사시킨다.

③ 미지 함수 $x_i = x_i(\phi)$ 의 결정 과정은 개별 스펙트럼 값들을 문제의 조건들을 모두 만족시키도록 조정하는 일종의 최적화 과정이 된다. 경계면의 모양이 바뀔 때 따라 독립변수 ϕ 의 각 위치에서 경계면의 액체 측 압력 분포가 식(3)에 의해 주어지고 경계면에서의 압력 조건 식(bc-1)에 의해 수증기 측 경계면 압력이 정해진다. 이 수증기 측 경계면 압력은 수증기 운동 방정식의 경계 조건으로 되어 경계면에 도달하는 국부 수증기 유량을 결정한다. 따라서 미지 상태인 경계면의 모양을 정해가 되도록 결정하면(최적화 되면) 액체측 응축량과 수증기 측 조달량이 일치하게 된다. 한편 경계면에서 액체 free stream 쪽으로 이동되는 유량은 액체 측 운동방정식의 해인 ϕ 와 ϕ 의 값을 경계면에서의 계산하여 구할 수 있다. 식(bc-3)의 좌변과 우변을 각각 다시 쓰면

$$\begin{aligned} \vec{u}_i \cdot \vec{n} &= -u \frac{dy}{ds} + v \frac{dx}{ds} = -\frac{1}{ds} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} dx \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \phi}{\partial y} dy \right) = -\frac{d\phi}{ds} \Big|_i \\ ds &= \sqrt{dx^2 + dy^2}, \quad \vec{n} = \left(-\frac{dy}{ds}, \frac{dx}{ds} \right) \\ \vec{u}_s \cdot \vec{n} &= \frac{\rho_l}{\rho_s} \vec{u}_i \cdot \vec{n} = \frac{\rho_l}{\rho_s} \frac{d\phi}{ds} \Big|_i \\ &= \frac{\rho_l}{\rho_s \sqrt{\left(\frac{dx}{d\phi} \Big|_i \right)^2 + \left(\frac{dy}{d\phi} \Big|_i \right)^2}} \end{aligned} \quad (18)$$

경계면의 모양이 최적화도니 경우(수학적으로 정해 인 경우) 식(18)이 경계면을 따라 만족 된다.

따라서 최적화 과정은 경계면의 모양 $x = x_i(\phi)$ 을 근사시킨 $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_n$ 위치에서의 스펙트럼 값 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 을 파라미터로 액체 측 유량과 수증기 측 유량의 차

$$\begin{aligned} \text{ERROR} &= \int_D \left[\vec{u}_s \cdot \vec{n} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\rho_l}{\rho_s \sqrt{\left(\frac{dx}{d\phi} \Big|_i \right)^2 + \left(\frac{dy}{d\phi} \Big|_i \right)^2}} \right]^2 d\phi \end{aligned} \quad (19)$$

수증기에 대한 운동방정식에서 계산되고 제곱근 내부의 항은 mapping 관계에서 구한다.

④ 액체 측 에너지방정식은 전술한 바대로 최소화 과정과 관계없이 독립적으로 식(15), (16)을 풀어 구한다. 이 때 확산효과가 확산에 대한 모델링 과정에서 α^* 에 포함되어 나타나므로 (식(2) 참조) 확산효과는 별도의 반복 계산 없이 식(14)-(15)의 연립 상미분 방정식 해를 구할 때 최적화된 결과를 이용하여 계산해 주면 되므로 간단하게 확산 효과를 처리할 수 있다.

수증기에 대한 유동 및 열전달 해석은 수증기 영역을 직사각형 영역에 mapping하는 Algebraic Grid Generation 기법 [10]을 활용한 유한차분법을 썼다.

III. 결과 및 고찰

본 연구의 계산의 목적은 다음의 물리량을 결정하는데 있다.

- ① 수증기, 물 구역 각각의 유동 및 압력
- ② 양 구역의 온도 분포 및 경계면에서의 열 유속
- ③ 경계면의 모양과 위치

Fig 4에는 수증기 구역 후류 방향으로 물의 온도 분포를 계산 영역에서 보여 주고 있다. 그림에서 보듯 온도는 유동 방향으로 급격히 강하하면서 열이 좌우로 확산됨을 알 수 있다. 온도가 가장 높은 부분은 수증기 구역의 맨 꼬리 부분에 해당한다.

Fig 5에서는 수증기 구역 모양의 우측 상반부를 보여주는 것으로 채널 양 측면 벽과 수증

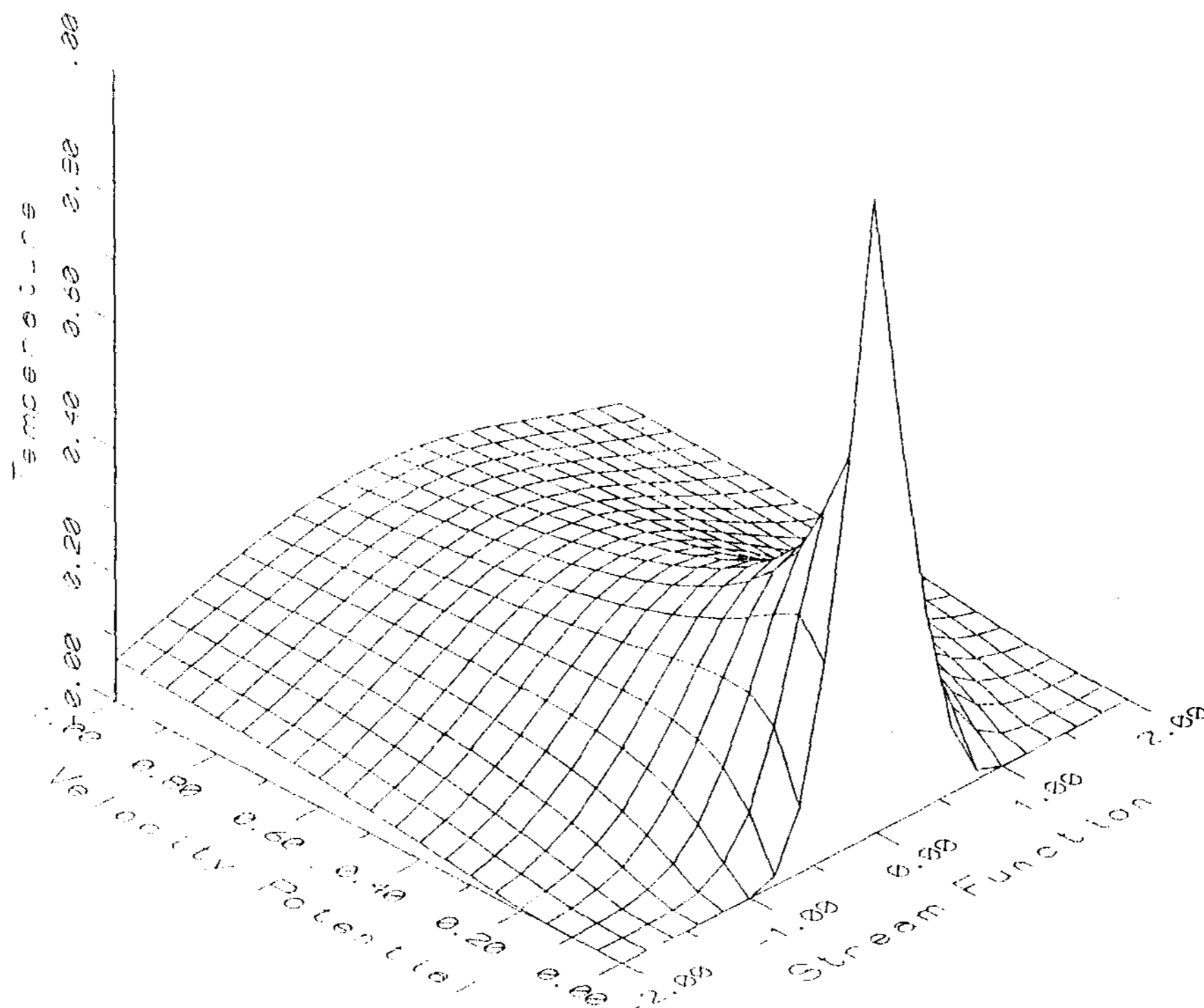


Fig. 4

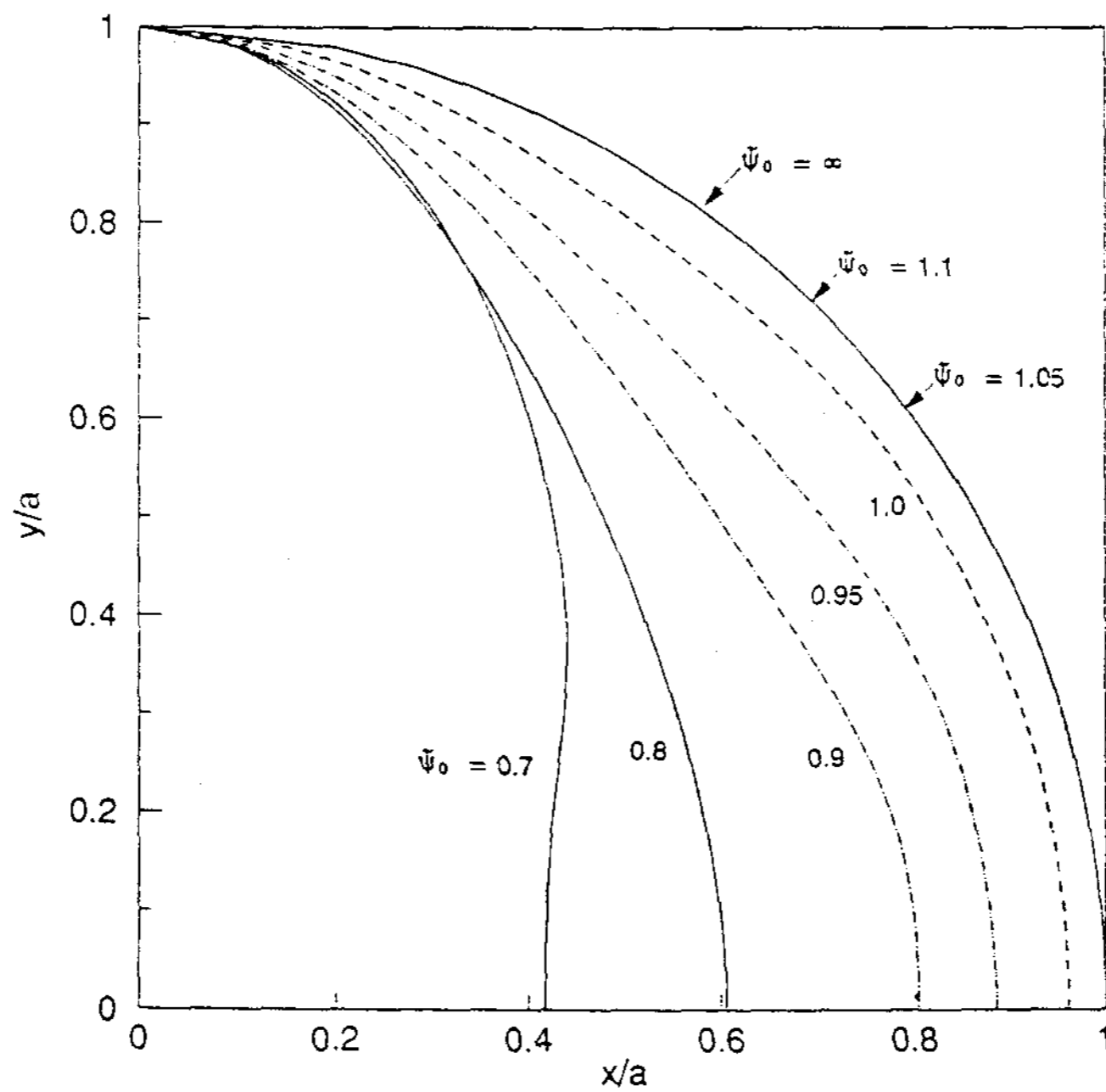


Fig. 5 채널 측벽면이 수증기 영역 모양에 미치는 영향

기 주입구 간의 거리가 수증기 구역 모양에 미치는 영향을 보여 주고 있다. 여기서 a 는 수증기 구역의 평균 반경을 나타내고 파라미터 ϕ_0 는

$$\phi_0 = \frac{W}{2a}$$

으로서 벽면 거리에 대한 수증기 구역의 상대적 크기를 나타낸다. 벽면 사이 간격이 좁으면 수증기 구역이 아래 위로 길게 늘어져 감을 알 수 있다. 벽면 거리가 무한대인 경우는 이차원 무한 공간에 수증기를 주입하는 경우가 되며 이 때 수증기 구역 영역은 거의 타원형에 가깝게 나타난다.

Fig 6에서는 확산 효과를 감안했을 때와 감안하지 않았을 경우 이론적으로 계산된 수증기 구역평균직경과 실측된 [5] 평균 직경의 관계를 보여주고 있다. 확산 효과를 고려하지 않는 경우는 a^* 가 상수가 되는 경우이고 확산 효과를 고려하게 되면 a^* 가 국부 속도의 함수로 주어진다. 그림에서 보듯 확산 효과를 무시한 경우 실험치에 비해 약 50배까지 수증기 구역이 크다고 이론 해석 결과가 나오나 확산항을 고려하면 최대 100% 오차 이내에서 수증기 구역 크기가 예측되는 것을 알 수 있다. 이것은 다공질 물질 속에서 전달 현상과 관련한 일반 계산에서 확산 효과는 반드시 고려치에서 응축률을 보여주고 있다. 실선 부분은 수증기 측 응축량이고 점선 부분은 액체 측 응축량을 나타내고 있다. 최적화 과정이 완벽하였다면 두 응축량은 정확히 일치하였어야하나 본 결과에서는 계산을 PC에서 수행하는 정도의 근사해를 구한 관계로 완전한 수렴은 얻지 못하였다.

IV. 결 론

속도포텐셜과 유속함수(velocity potential

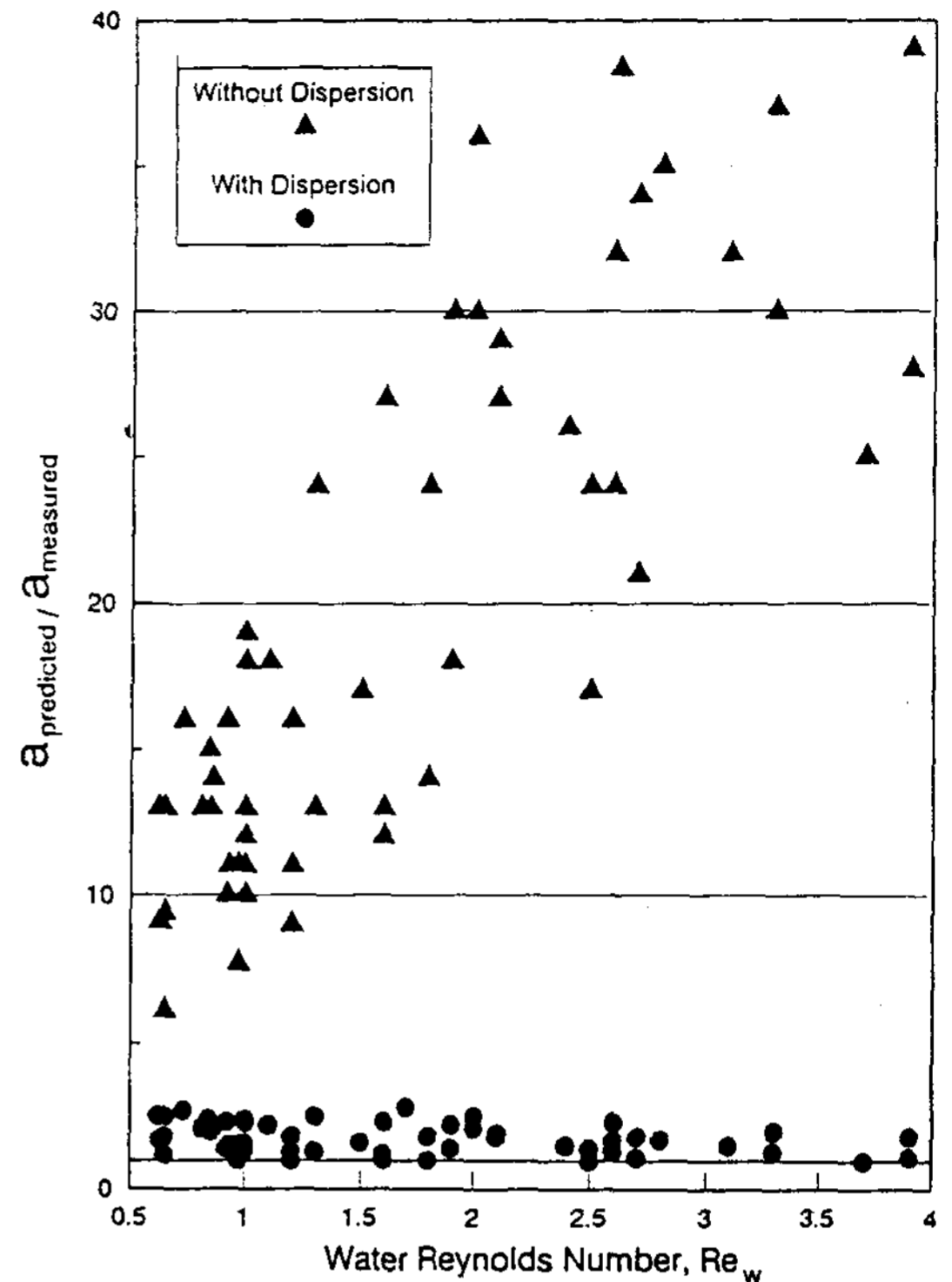


Fig 6. 확산이 수증기 구역 크기에 미치는 영향

and stream function) 쌍으로 좌표 변환하여 상변화를 수반한 미정 경계 문제를 푸는 수치 해석법을 제안하고 실례를 통하여 그것이 얼마나 효과적으로 실제 문제에 적용될 수 있는지를 보였다. 이러한 과정에서 다공질 물질 속에서의 전달현상이 일어날 때 확산(dispersion) 효과를 용이하게 취급할 수 있었으며 확산 효과는 어떤 경우라도 무시할 수 없음을 알았다. 본 연구에서 제안한 해석 방법은 태양열을 이용하는 각종 축열조에서의 상변화 수반 열전달 및 물질전달 현상 해석이나 유사한 유형의 다른 문제에 대하여도 효과적으로 응용될 수 있을 것이다.

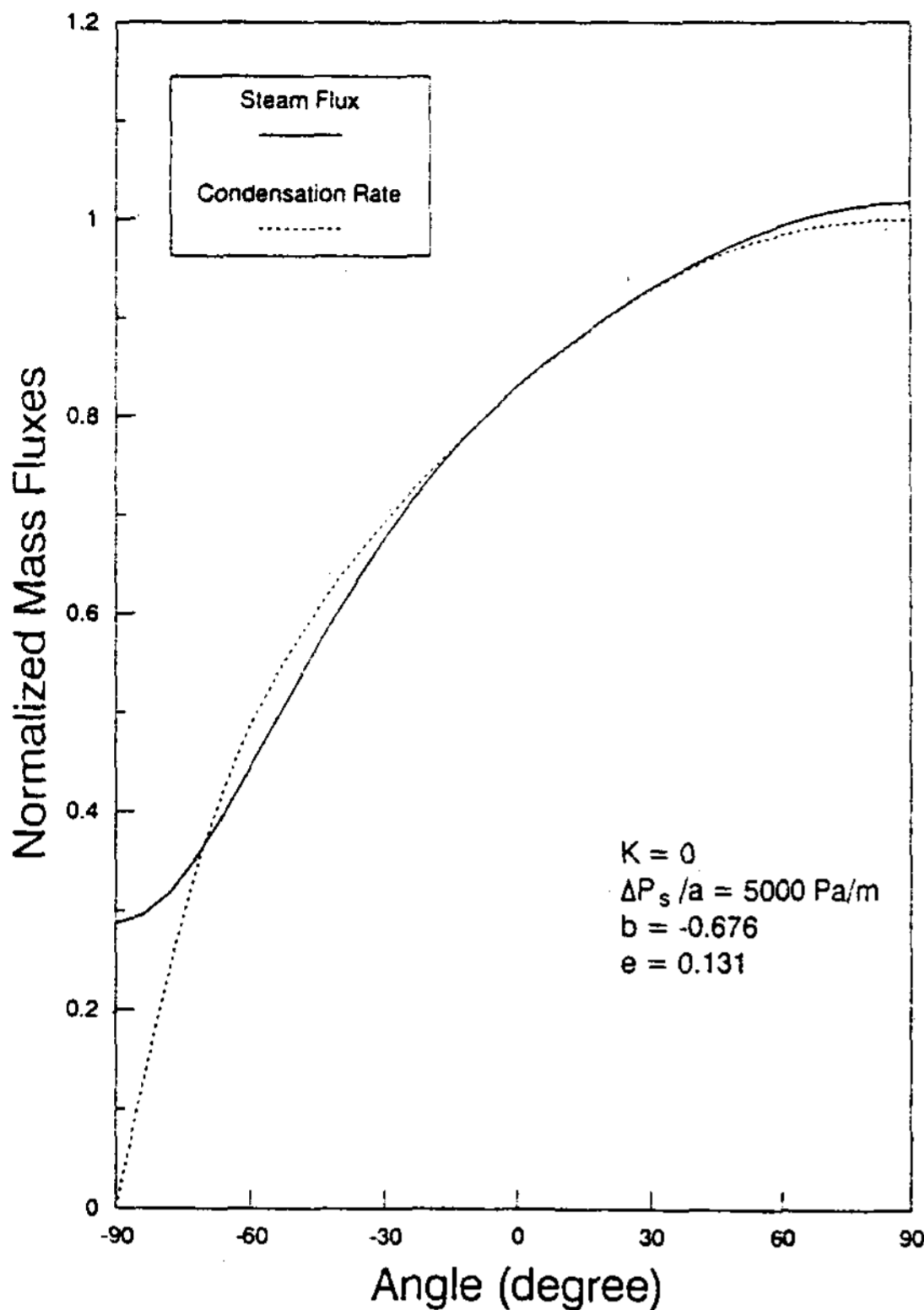


Fig. 7. 상변화 경계면을 따른 응축율 변화

IV. 감사의 글

본 논문은 1993학년도 영남대학교 학술 연구 조성비에 의한 것으로 관계자 제위께 깊이 감사드립니다.

References

(1) H. Darcy, "Les Fontaines Puliques de la Velle de Dijon Dalmont", Paris, 1856.

- (2) H. C. Brinkman, "A Calculation of the Viscous Force Extended by a Flowing Fluid on a Dense Swarm of Particles", Applied Scientific research, A1 : 27-34, 1947.
- (3) P. Forchheimer, "Wasserbewegung durch Boden", Z. Ver. Deutch. Ing., 45 : 1782-2788.
- (4) J. Bear, "Dynamics of Fluids in Porous Media", Dover Publications, New York, 1988, pp125-129.
- (5) M. Chung, "Two-phase Flow in Porous Media with Phase Change : Steam Injection and Post-dryout Heat transfer", Ph.D. Dissertation, University of California, Los Angeles, 1990.
- (6) J. G. Geogiadis, "Nonlinear Convective Transport in Packed Beds", Ph.D. Dissertation, University of California, Los Angeles, 1987.
- (7) S. Ergun, "Fluid Flow through Packed Columns", Chem. Eng. Prog., 48, pp89-94, 1952.
- (8) R. H. Sabersky, A. J. Acosta, E. G. Hauptmann, "Fluid Flow, a First Course in Fluid Mechanics", Collier Macmillan, 1971, p177 ff.
- (9) W. M. Kays, M. E. Crawford, "Convective Heat and Mass Transfer", McGraw Hill, 1993, p62ff.
- (10) D. A. Anderson, J. C. Tannehill, R. H. Pletcher, "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", McGraw Hill, 1985, p521ff.

A Study on Heat and Mass Transfer in Porous Media

Mo Chung

Department of Mechanical Engineering Yeungnam University

ABSTRACT

A numerical scheme based on a coordinate transform into stream function-velocity potential is proposed to solve heat and momentum transfer in porous media with phase change. A significant simplification of both computational domain and governing equations can be achieved by the transform. The dispersion term in the flow through porous media, which is important at the phase change interface, can be successfully incorporated into the numerical scheme without introducing any further computational complications.

Convective Heat Transfer Characteristics on a Plate Cooled by Rectangular Water Jets

Kim, Uen-Young*, Jeon, Sung-Taek*, Park, Jong-Suen, Lee, Doug-Bong*****

**Junior College of Incheon*

***Korea Atomic Energy Research Institute*

****University of Incheon*

ABSTRACT

Experiments have been conducted on a planar, free surface jet of water to investigate the effects of aspect ratios ($AR=6.67, 15, 26.67$), average nozzle velocity ($V_0=3.3 \text{ m/s} \sim 7 \text{ m/s}$) and nozzle-to-plate spacings ($Z/W=6 \sim 40$) on the characteristics of heat