

〈논 문〉 SAE NO. 953770

# Hermite 곡선을 이용한 자동차 엔진 캠 형상 합성법에 관한 연구

## A Study on the Cam Profile Synthesis Method for Automotive Engines Using Hermite Curve

김 도 중\*, 이 종 원\*\*  
D. J. Kim, J. W. Lee

### ABSTRACT

A numerical method is proposed to synthesize automotive cam profiles. An arbitrary acceleration profile for the cam follower motion is divided into several segments, each of them is described by a Hermite curve. A cam profile is defined by control point locations and control variables assigned to each segment. Closed form equations are derived for velocity and displacement constraints which should be satisfied for the curve to be a cam profile. Because the method is flexible and provide arbitrary local controllability, any types of cam acceleration profile can be reproduced by the method. The method is expecially useful for the design of roller type OHC valve trains which need precise local control in the cam profile design to avoid under-cutting problems.

주요기술용어 : Cam Profile Synthesis(캠 형상 합성), Cam Profile Design(캠 형상 설계), Automotive Valve Train(자동차 밸브트레인)

### 1. 서 론

내연기관의 캠 형상은 엔진의 열역학적인 성능과 밸브트레인의 동력학적 성능에 중요한 영향을 미치는 부분이다. 내연기관에서 사용되는 캠 형상은 크게 DRRD(Dwell-Rise-Return-Dwell) 캠과 DRDR(Dwell-Rise-Dwell-Return) 캠으로 구분할 수 있다. DRRD캠은 최고 변위에서

밸브가 정지하는 구간이 없으며 빠른 밸브 개폐가 요구되는 가솔린 엔진이나 소형 디젤엔진에서 사용되고, DRDR캠은 최고 변위에서 임의의 정지구간을 설정하는 캠으로서 엔진 속도가 낮은 박용 기관이나 대형 디젤엔진에서 주로 사용된다.

캠 형상 곡선을 수학적으로 표현하기 위해 매우 다양한 형태의 캠 형상 합성법이 개발되었다. 1950년대 초반까지의 초기 내연기관에서는 원호와 직선을 조합한 캠(Circular arc and straight line cam, Three arc cam)들이 널리 사용되었다. 1950년대 이후 여러 개의 조화함수를 조합

\* 정회원, 울산대학교 자동차공학과

\*\* 현대자동차

한 다 사인파 캠(Multi sine wave cam)<sup>1)</sup>, 다항식 합성법을 이용한 캠<sup>2)</sup>등이 개발되었으며, 다항식 합성법의 일종인 Polydyne 방법<sup>3)</sup>과 이를 개선한 여러 가지 방법<sup>4)</sup>들은 현재까지도 저속 엔진 및 평면 종동자(Flat Faced Follower)를 사용하는 캠 설계에 널리 사용되고 있다.

1970년대 이후 OHC(Over Head Cam)엔진이 일반화되면서 캠 형상 설계법은 더 많은 유연성을 요구하게 되었다. 특히 롤러 종동자(Roller Follower)를 이용하는 경우 캠 기초원 반경에 비하여 캠 종동자의 변위가 큰 캠 형상을 합성하기 위해서는 캠 형상에서 오목한 구간을 피할 수 없다. 이 오목한 구간은 음의 곡률 반경(Negative Radius of Curvature)을 가진 형상이 되며 생산성 측면을 고려하여 최소 곡률 반경을 200 mm 정도로 제한하는 것이 보통이다. 그러나 다항식 합성법은 그 고유한 성질때문에 전체적인 모양을 매끈하게 표현하지만 필요시 미소 구간을 원하는 모양으로 조절할 수 있는 구간 조절 능력이 부족하다.

수치 해석적인 방법을 이용한 합성법은 1950년대 이후 유한 차분법, 유한 적분법, 스플라인(Spline) 곡선식을 이용한 방법<sup>5), 6), 7)</sup> 등 다양한 방법들이 소개되었으나 수치해석법이 가지는 계산 과정의 각종 오차들로 인해 캠 곡선에 응용되기에는 많은 문제점이 있었다. 이들 중 가장 성공적으로 평가되는 방법은 스플라인 곡선을 이용하는 캠 형상 합성법인데, 초기에는 캠 곡선 좌표 값들의 중간 값을 보간하는데 주로 이용되었다. 그러나 B. L. MacCarthy<sup>8)</sup>는 캠 변위곡선을 다항식 스플라인(Polynomial Spline), 3차 스플라인(Cubic Spline), 5차 스플라인(Quintic Spline)등을 이용하여 합성함으로써 캠 곡선에 있어 스플라인의 사용이 유용하다는 것을 보여주었다. E. Sandgren<sup>9)</sup>은 비-스플라인(B-Spline)을 사용하여 구간을 나누어 캠 가속도 곡선을 합성하였다. 하지만 비-스플라인(B-Spline)으로 합성할 경우 조정점이 캠 가속도 곡선에 대한 정보를 직접 주지 못하고 최적화(optimization)시 가속도 곡선이 진동하는 현상이 발생하였다. K. Yoon<sup>10)</sup>등은 3차 스플라인(cubic Spline)을 이

용하여 캠 변위곡선을 합성하였다. 하지만 3차식으로 합성된 변위를 미분하여 가속도, 저크를 구하였을 때 가속도 곡선은 직선으로 표현되고, 저크 곡선은 각 구간의 경계에서 불연속점이 발생하여 고속운전이 요구되는 캠 곡선으로는 부적합하다.

본 연구에서는 스플라인 곡선의 일종인 Hermite 곡선<sup>11)</sup>을 이용하여 캠 곡선을 구성하는 방법을 개발했다. 가속도 곡선을 Hermite 곡선으로 합성하고 저크, 가속도, 속도 그리고 변위식의 일반항을 구속조건이 만족하도록 유도했다. Hermite 곡선으로 구성된 캠 곡선이 가지는 장점은 가속도 곡선의 부분 조절 능력이 뛰어나다는 것이다.

본 논문에서 개발한 방법을 사용할 경우 기존의 Polydyne 캠을 비롯한 어떠한 형태의 캠 곡선도 유사하게 합성할 수 있다. 또한 캠 곡선의 구속조건을 만족하는 범위 내에서 캠 곡선의 부분적인 수정이 가능하다.

유도된 식을 실제 설계 자료로 활용할 수 있도록 설계자가 알 수 있는 정보로부터 캠 곡선을 합성하는 프로그램도 개발하였다. 벨브트레인의 기구학 및 동특성 해석 프로그램을 이용하여 설계된 캠 형상의 특성을 평가하고 음의 곡률 반경이 문제가 되는 부분에서 구간 조절로 인한 개선 효과를 입증했다.

## 2. 캠 곡선의 합성

### 2.1 Hermite 곡선의 원리

스플라인 곡선의 일종인 Hermite 곡선<sup>11)</sup>은 임의의 다각형 형상을 곡선으로 근사화 시키는데 유용하다. 또 접선벡터가 곡선 구성에 직접 관계하므로 합성되는 곡선의 형상을 예측하기가 쉽다. Fig.1에서 보는 것과 같이 Hermite 곡선은 두 벡터( $\vec{r}(0), \vec{r}(1)$ )를 지나며 두 접선벡터( $\vec{\gamma}(0), \vec{\gamma}(1)$ )에 접하는 곡선이다.

여기서  $\vec{\gamma}(0)$ 의 접선벡터를  $\vec{\gamma}(0)$ 라 하고  $\vec{\gamma}(1)$ 의 접선벡터를  $\vec{\gamma}(1)$ 이라 할 때 Hermite 곡선  $\vec{\gamma}(t)$ 는 식 (1)과 같이 주어진다.<sup>11)</sup>

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= (1-3t^2+2t^3)\vec{r}(0) + (3t^2-2t^3)\vec{r}(1) \\ &+ (t-2t^2+t^3)\vec{\dot{r}}(0) + (-t^2+t^3)\vec{\dot{r}}(1) \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)에서 접선벡터를 식(2)와 같이 치환하면 세 벡터  $\vec{r}(0), \vec{r}(1), \vec{r}^*$ 와  $\alpha, \beta$ 를 알 때 곡선을 구성하는 식 (3)이 유도된다.

$$\begin{aligned} \vec{\dot{r}}(0) &= \alpha(\vec{r}^* - \vec{r}(0)) \\ \vec{\dot{r}}(1) &= \beta(\vec{r}(1) - \vec{r}^*) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= (1-3t^2+2t^3)\vec{r}(0) + (3t^2-2t^3)\vec{r}(1) \\ &+ (t-2t^2+t^3)\alpha(\vec{r}^* - \vec{r}(0)) \\ &+ (-t^2+t^3)\beta(\vec{r}(1) - \vec{r}^*) \end{aligned} \quad (3)$$

식 (2), (3)에서  $\alpha, \beta$ 는 접선벡터의 크기에 관계되는 계수로서 본 논문에서는  $\alpha=\beta$ 로 가정했다. 그 이유는 계수  $\alpha, \beta$ 를 다르게 지정할 경우 한쪽 방향으로 치우친 곡선이 생성되며 이러한 곡선은 벡터  $(\vec{r}(0), \vec{r}(1), \vec{r}^*)$ 의 위치를 조정함으로써도 구성이 가능하기 때문이다. 식 (3)을  $t$ 에 관한 함수로 다시 쓰면 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= \vec{r}(0) + (\vec{r}^* - \vec{r}(0))\alpha t \\ &+ [3(\vec{r}(1) - \vec{r}(0)) \\ &- (\vec{r}^* - 2\vec{r}(0) + \vec{r}(1))\alpha]t^2 \\ &+ [2(\vec{r}(0) - \vec{r}(1)) + (\vec{r}(1) - \vec{r}(0))\alpha]t^3 \end{aligned} \quad (4)$$

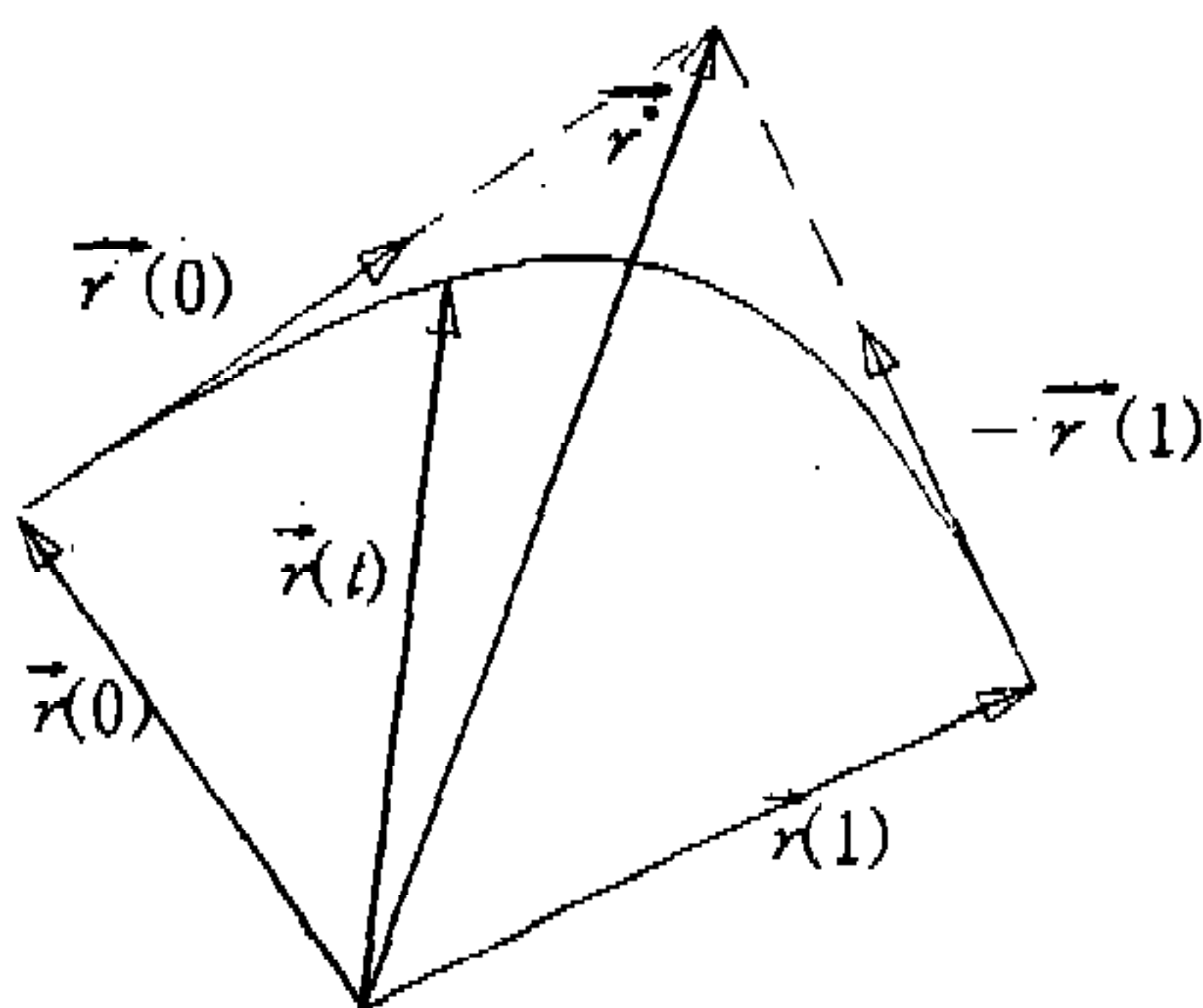


Fig.1 Hermite 곡선

식 (4)로부터 세 벡터  $(\vec{r}(0), \vec{r}^*, \vec{r}(1))$ 와 접선벡터의 크기에 관련된 값  $\alpha$ 가 주어지면,  $\vec{r}(0), \vec{r}(1)$ 을 지나고  $(\vec{r}^* - \vec{r}(0)), (\vec{r}(1) - \vec{r}^*)$ 에 접하는 2차원 평면 곡선이 합성된다. 매개변수  $t$ 는  $0 \leq t \leq 1$ 의 값을 가지며  $t=0$ 일 때  $\vec{r}(0)$  지점을  $t=1$ 일 때  $\vec{r}(1)$ 지점을 나타낸다.

### 2.2 Hermite 곡선의 수렴성

본 곡선은  $\alpha$ 값에 의해 곡선의 수렴 여부가 정해지는 특성을 가진다. 여기서 수렴이라 함은 구성하기를 원하는 캠 형상 곡선을 Hermite 곡선이 근사적으로 표현함을 의미한다. 그러므로 본 곡선을 사용하기 이전에 곡선의 수렴 여부를 판단하는 것은 중요한 문제이다. 다음 Fig.2는  $\vec{r}(0) = (0, 1), \vec{r}^* = (1, 1), \vec{r}(1) = (1, 0)$ 으로 정규화(Normalize)된 Hermite 곡선을  $\alpha$ 의 변화에 따라 나타낸 것이다.

Hermite 곡선으로 근사화된 곡선이 캠 형상 가속도 곡선이 되기 위해서는 가속도가 양인 부분에 의해서 둘러싸인 면적과 가속도가 음인 부분에 의해서 둘러싸인 면적이 반드시 같아야 한다.  $\alpha$  값은 원칙적으로 이 조건만 만족하도록 결정되면 되지만, Fig.2에서 보듯이  $\alpha$ 값이 지나치게 작거나 지나치게 커지면 애초에 구성하기를 원했던 형상으로부터 큰 편차를 나타내게 된다. Fig.2에서 보면  $\alpha$ 가 3이상인 경우부터 곡선이 접선벡터의 외부로 벗어나고,  $\alpha$ 가 4 이상인 경우에는 세 벡터와 접선벡터의 경계를 완전히 벗

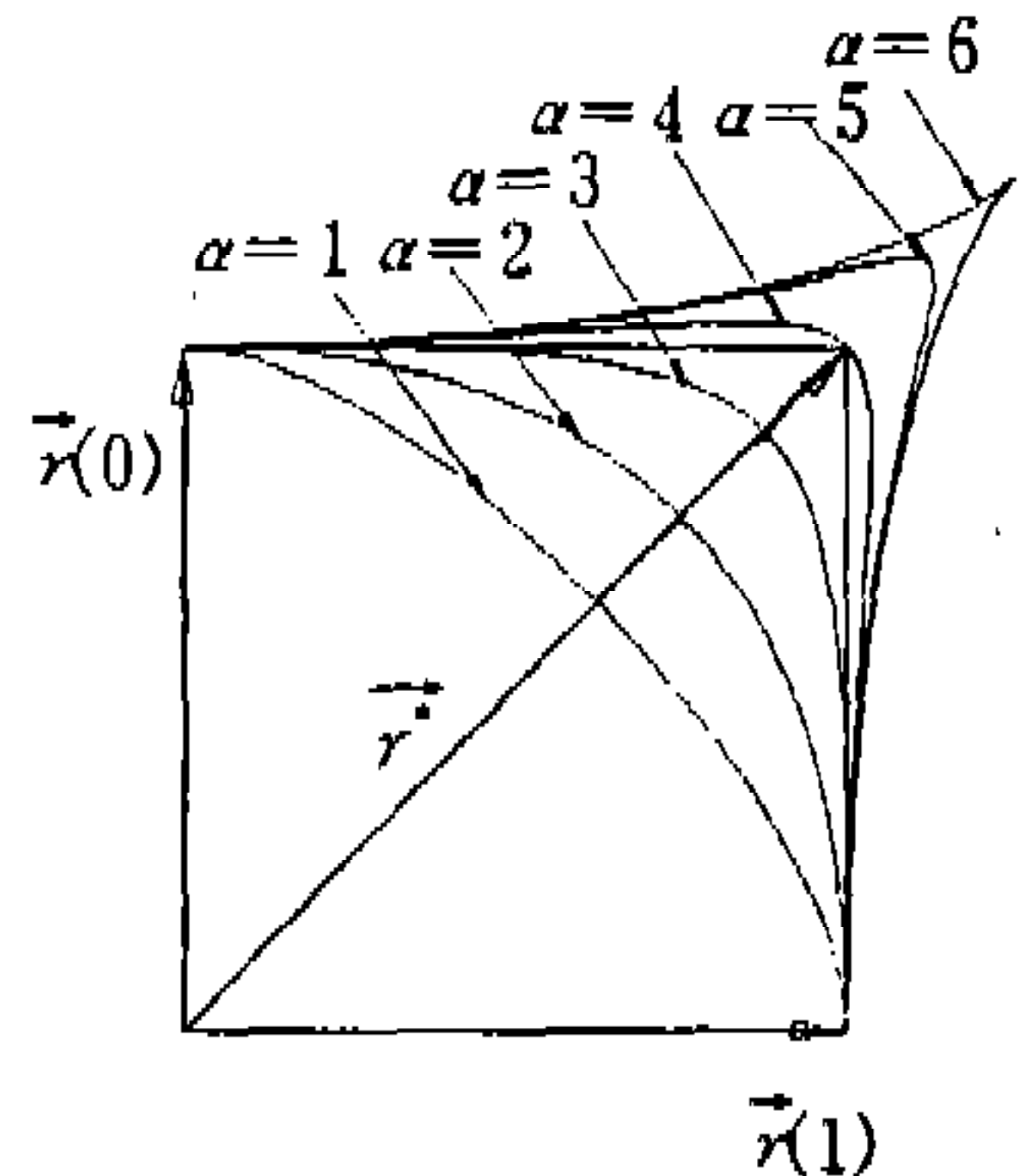


Fig.2 Hermite 곡선의 수렴성

어난다. 또한  $\alpha$ 가 1.5미만이 되면 곡선과  $\vec{r}^*$  벡터와의 거리가 지나치게 멀어지므로, 본 연구에서는  $\alpha$ 값의 범위가 1.5에서 3.5 사이의 곡선만을 사용하기로 한다.

### 2.3 Hermite곡선을 이용한 캠 가속도 곡선의 합성

캠 형상 합성시 가속도 곡선을 합성하는 방법은 속도나 변위곡선을 기준으로 합성하는 방법에 비하여 많은 장점이 있다. 벨브트레인의 기구학적, 동적 특성들이 캠 형상의 가속도 곡선과 밀접한 관계가 있으며 속도나 변위 곡선으로 합성할 경우 미소 변화에 따른 속도나 저크의 변화를 예측하기 어렵기 때문이다. 그러나 가속도 곡선이 상당한 변화를 한다 할지라도 적분값인 속도나 변위는 작은 변화에 그친다. 그러므로 본 연구에서는 캠 형상의 가속도 곡선을 Hermite 곡선으로 합성하는 방법을 선택한다. 이것을 수치적분이 아닌 해석적인 적분으로 속도, 변위의 일반화된 형태를 구하고 캠 곡선이 만족해야 할 조건식들을 유도했다.

가속도 곡선을 Hermite 곡선으로 합성하기 위해 Fig.3과 같은 방법을 사용한다. Fig.3은 열림 구간(Opening Side)에서 가속도 곡선을 램프(Ramp)구간은 제외하고 합성한 예이다. 화살표

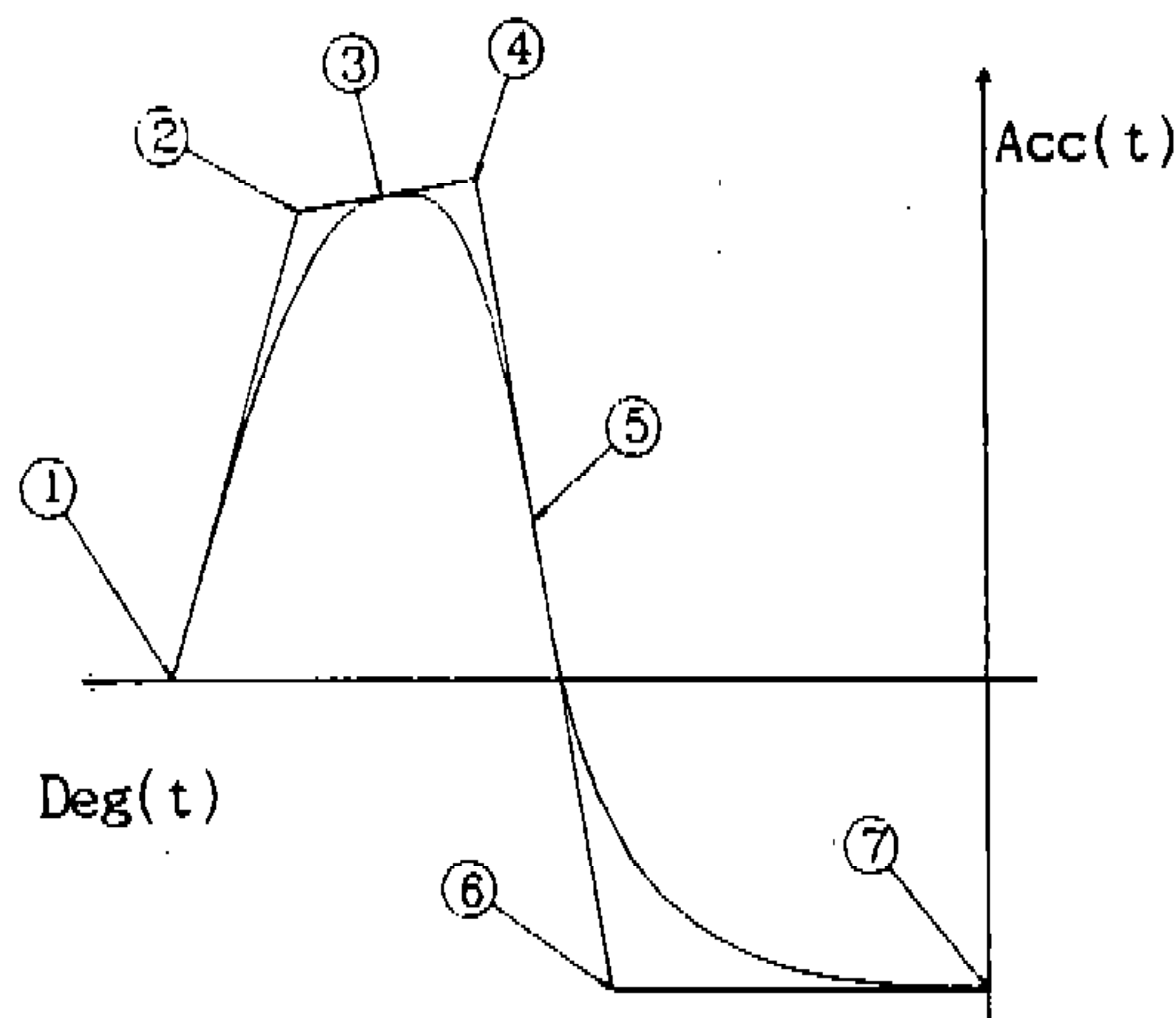


Fig.3 Hermite 곡선을 이용한 캠 가속도 곡선의 합성

가 가리키고 있는 곳은 점의 위치이며 선분 ①②, ②④, ④⑥, ⑥⑦로 구성된 다각형을 Hermite 곡선으로 근사화 시킨다. 점을 정의할 때 최대 변위 지점의 속도가 0이라는 조건을 만족하기 위해서는 가속도가 양인 부분에 의해 둘러싸인 면적과 음인 부분에 의해 둘러싸인 면적이 반드시 일치해야 하는데, 이는 각 구간에 대한  $\alpha$ 값들을 조정함으로써 구속조건을 만족시킬 수 있다.

Hermite 곡선으로 가속도 곡선을 합성하기 위해 기본점 ①, ②, ④, ⑥, ⑦을 정의하고, 선분 ②④의 중점 ③과 선분 ④⑥의 중점 ⑤를 구한다. 본 합성법은 세 개의 벡터와  $\alpha$ 값으로 곡선이 정의되므로, Fig.3의 곡선은 아래와 같이 세 구간으로 분할될 수 있다.

구간 I : 점 ①, ②, ③으로 구성되는 곡선

구간 II : 점 ③, ④, ⑤로 구성되는 곡선

구간 III : 점 ⑤, ⑥, ⑦로 구성되는 곡선

각 구간에서 첫 번째 점을  $\vec{r}(0)$ , 두 번째 점을  $\vec{r}^*$ , 세 번째 점을  $\vec{r}(1)$ 으로 하고  $\alpha$ 를 조절하며 구간 연속인 곡선을 얻을 수 있다. Fig 3.은 간단한 예제이며, 실제로는 원하는 어떠한 모양의 캠 가속도 곡선도 직선으로 근사화 시킨 후 위와 같은 방법으로 연속적인 가속도 곡선을 합성할 수 있다.

Hermite 곡선으로 표현된 식(4)를 각도와 가속도에 대하여 t에 관한 함수로 쓰면 식 (5), (6)과 같다. 여기서  $Deg(t)$ 는  $\vec{r}(t)$ 의 가로축 성분이고  $Acc(t)$ 는  $\vec{r}(t)$ 의 세로축 성분이다.

$$Deg(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \quad (5)$$

$$Acc(t) = b_0 + b_1t + b_2t^2 + b_3t^3 \quad (6)$$

임의의 캠 각도에 대한 가속도 값을 구하기 위해서는 식 (5)로부터 캠 각도에 대응되는 t값을 구하고, 이를 식(6)에 대입하면 된다.

### 2.4 속도, 변위, 저크(Jerk) 곡선

캠의 가속도 곡선을 적분하면 속도곡선이 얻어지고 다시 적분하면 변위 곡선이 얻어진다. 이를 t에 대한 함수로 나타내면 식 (7), (8)과 같다.

$$\begin{aligned}
 Vel(t) &= \int Acc(t) dDeg(t) & (7) \\
 &= c_0 + c_1t + c_2t^2 + c_3t^3 + c_4t^4 + c_5t^5 + c_6t^6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Dis(t) &= \int Vel(t) dDeg(t) \\
 &= d_0 + d_1t + d_2t^2 + d_3t^3 & (8) \\
 &\quad + d_4t^4 + d_5t^5 + d_6t^6 + d_7t^7 + d_8t^8 + d_9t^9
 \end{aligned}$$

저크는 가속도의 변화율이므로 식 (9)와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 Jerk(t) &= \frac{dAcc(t)}{dDeg(t)} \\
 &= \frac{b_1 + 2b_2t + 3b_3t^2}{a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2} & (9)
 \end{aligned}$$

내연기관의 캠 형상은 열림 구간의 시작점과 끝점에서 변위, 속도, 가속도 곡선이 Table 1과 같은 경계조건을 만족해야 한다.

경계 조건들 중 가속도 조건들은 조정점 ①과 ⑦을 정의할 때 이미 만족하도록 주어졌다. 시작점(지점①)의 속도, 변위 구속조건은 구간 I의 속도와 변위 곡선식에  $t=0$ 을 대입함으로써 적용시킬 수 있다. 끝점(지점⑦)의 속도와 변위 구속조건은 구간 III의 속도, 변위 곡선식에  $t=1$ 을 대입함으로써 적용시킬 수 있다. 끝점(지점⑦)의 적분값은 구간 I, II, III에서 누적된 적분값의 영향을 받으므로, 속도와 변위에 대한 구속조건은 각 구간의 곡선식을 정의하는  $\alpha_i$ 에 대한 방정식으로 정리될 수 있다. 열림 구간 가속도 형상을 나타내는 구간의 수를  $n$ 개라 할 때, 끝점에서의 속도 조건과 변위 조건은 다음식 (10), (11)과 같이 일반화된다.

Table 1. 열림 구간의 경계조건

	시작점	끝 점
변 위	열림램프높이	최대변위
속 도	열림램프속도	0
가속도	0	최저가속도

$$\begin{aligned}
 \Phi_1 &= \sum_{i=1}^n C_{i0} + C_{i1}\alpha_i + C_{i2}\alpha_i^2 \\
 &= V_{final} & (10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Phi_2 &= D_{10} + D_{11}\alpha_1 + D_{12}\alpha_1^2 + D_{13}\alpha_1^3 \\
 &\quad + (FA_1 + FB_1\alpha_1) V_0 \\
 &\quad + D_{20} + D_{21}\alpha_2 + D_{22}\alpha_2^2 + D_{23}\alpha_2^3 \\
 &\quad + (FA_2 + FB_2\alpha_2)(V_0 + C_{10} + C_{11}\alpha_1 + C_{12}\alpha_1^2) \\
 &\quad + D_{30} + D_{31}\alpha_3 + D_{32}\alpha_3^2 + D_{33}\alpha_3^3 \\
 &\quad + (FA_3 + FB_3\alpha_3)(V_0 + C_{10} + C_{11}\alpha_1 + C_{12}\alpha_1^2 \\
 &\quad + C_{20} + C_{21}\alpha_2 + C_{22}\alpha_2^2) & (11) \\
 &\quad + \vdots \\
 &\quad + D_{N0} + D_{N1}\alpha_N + D_{N2}\alpha_N^2 + D_{N3}\alpha_N^3 \\
 &\quad + (FA_N + FB_N\alpha_N) \left\{ V_0 + \sum_{i=1}^{n-1} (C_{i0} + C_{i1}\alpha_i \right. \\
 &\quad \left. + C_{i2}\alpha_i^2) \right\} = Dis_{max}
 \end{aligned}$$

구속조건들을 나타낸 미지수의 개수는 구간의 수(일반적으로 3이상)와 같으며 만족시켜야 할 방정식은 항상 두 개이다. 그러므로 식(10)과 (11)의 구속조건을 만족시키는  $\alpha_i$ 는 매우 다양하게 선택될 수 있다. Fig.2에서 주어진 Hermite 곡선의 형상으로부터 판단할 때,  $\alpha$ 값이 2.0 정도의 값을 가지면 부드러운 곡선이 얻어진다. 벨브 트레인이 고속으로 운전될 때, 벨브트레인의 내부 진동은 캠 형상의 가속도 곡선과 밀접한 관계가 있다. 일반적으로 캠 형상의 가속도 곡선이 부드러운 형상을 가지면 고주파 가진 성분이 줄어들게 되어 고속 운전 성능이 개선되는 것으로 알려져 있다.<sup>12)</sup> 그러므로 본 연구에서는  $\alpha_i^*$ 을 2.0으로 정하고, 각 구간의  $\alpha_i$ 값이  $\alpha_i^*$ 에 가까운 값으로 수렴하기 위해서는, 식 (10), (11)의 구속조건을 만족하며 아래 식(12)와 같이  $\alpha_i^*$ 와의 오차를 최소로 하는  $\alpha_i$ 값을 구하면 된다.

$$\text{minimize } f = \sum_{i=1}^n (\alpha_i - \alpha_i^*)^2 & (12)$$

식 (10), (11), (12)는 제한조건을 갖는 최적화 문제(Constrained Optimization Problem)로서 라그랑지 연산자(Lagrange Multiplier)를 사용하여 풀 수 있다. 식 (10)과 (11)에 해당하는

라그랑지 연산자를 각각  $\lambda_1, \lambda_2$ 라 하면 식 (12)가 최소가 되기 위한 필요조건은 아래 식(13)과 같다.

$$\nabla f - \lambda_1 \nabla \phi_1 - \lambda_2 \nabla \phi_2 = 0 \quad (13)$$

식 (10), (11), (13)은 미지수  $n+2$ 개 ( $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \lambda_1, \lambda_2$ )에 대한  $n+2$ 개의 비선형 방정식이며, 방정식의 해는 Newton-Rapson 방법을 이용하여 수치적으로 구했다.

[곡선①: ..... , 곡선②: —, 곡선③: —]

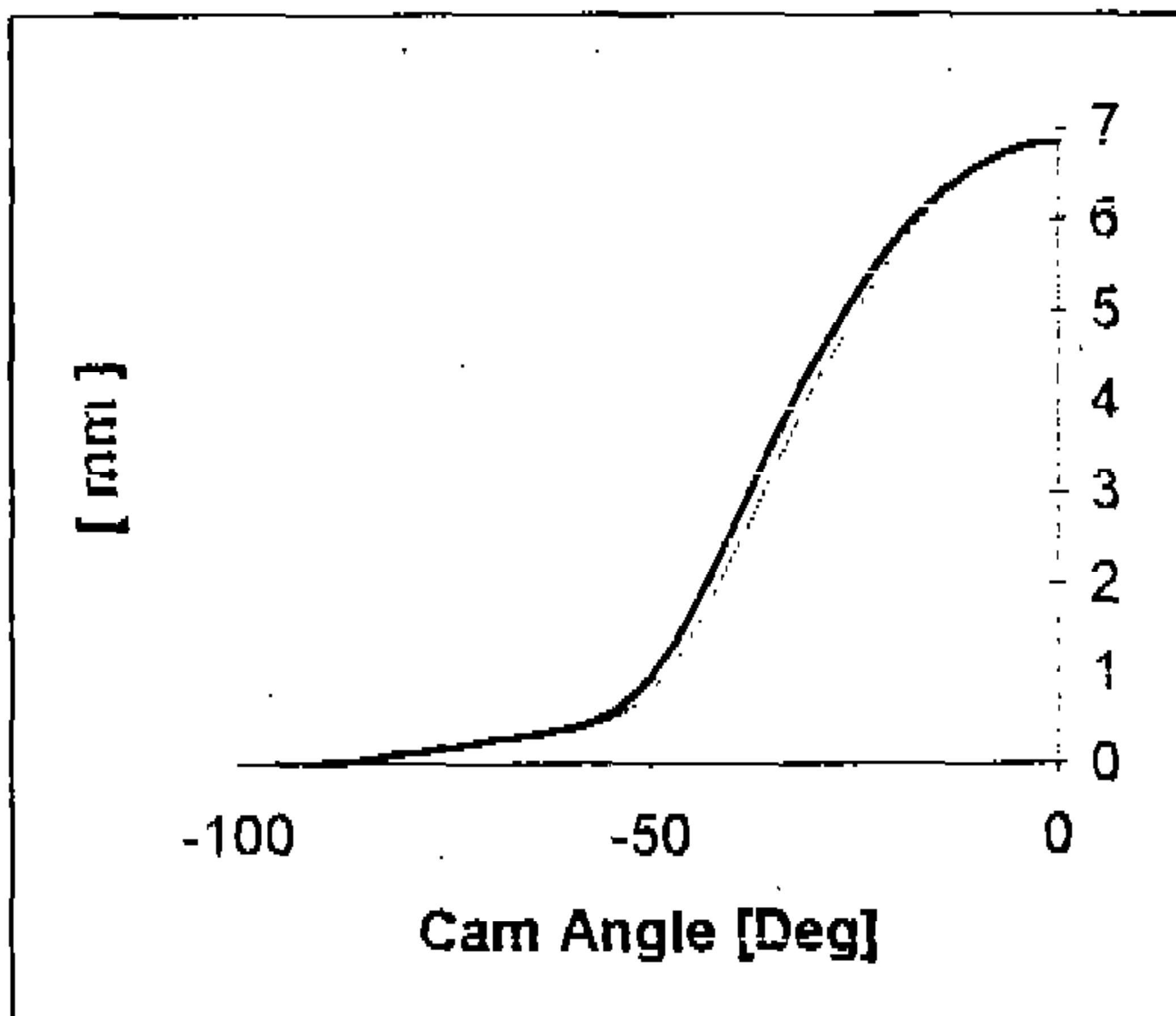


Fig.4 Cam Displacement

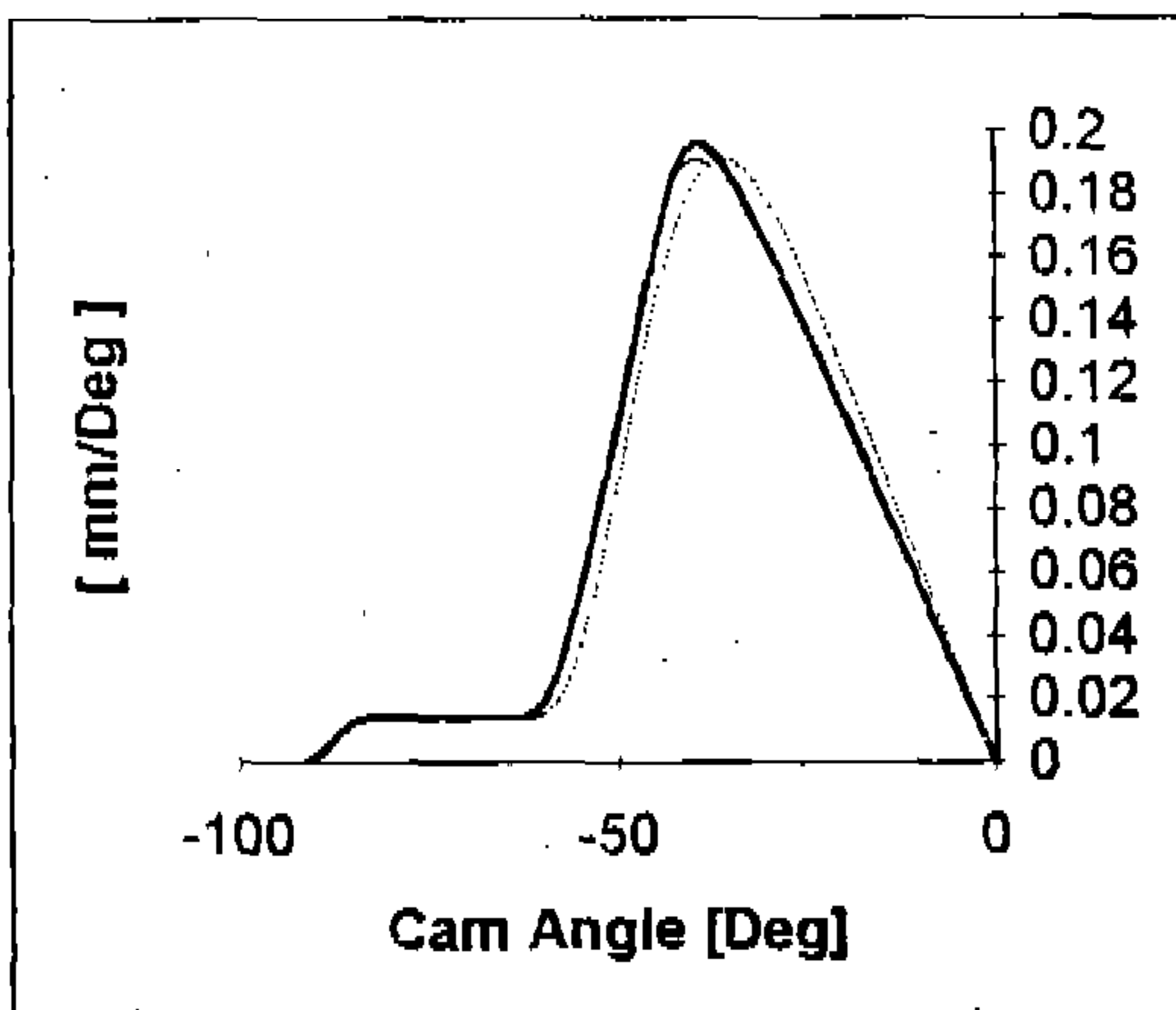


Fig.5 Cam Velocity

### 2.5 램프구간의 합성

램프(ramp) 구간은 밸브가 열리고, 닫히는 순간의 과도한 충격 속도를 줄이기 위하여 밸브트레인의 정적, 동적 변형들을 캠 형상 설계시 보상해 주는 구간으로 정변위 램프(Constant Displacement Ramp)와 정속도 램프(Constant Velocity Ramp)가 있다. 자동차 엔진 밸브트레인의 캠에서는 일반적으로 정속도 램프가 사용되는데, 이는 정속도 램프가 정변위 램프에 비하여 밸브트레인 마모에 의한 간극 변형, 정적 동적 변형량의 계층간 변동량, 밸브트레인의 열팽창 등을 쉽게 고려할 수 있기 때문이다.

램프의 정속도 구간과 캠 기초원을 잇는 접속 구간은 4-5-6-7 다항식을 이용하여 표현했다. 램프 접속 구간에서 다항식을 사용하고 또 지수를 고정시킨 이유는 이 구간의 합성 방법이 다른 구간에 비해 캠 성능에 상대적으로 적은 영향을 미치기 때문이며, 다항식의 사용만으로도 원하는 성능을 충분히 얻을 수 있기 때문이다.

### 3. Hermite 곡선의 적용

#### 3.1 OHV(Over Head Valve)형 밸브 기구

본 절에서는 OHV형 밸브 기구에 본 합성법을 적용하여 얻을 수 있는 개선 효과 및 캠 곡선의

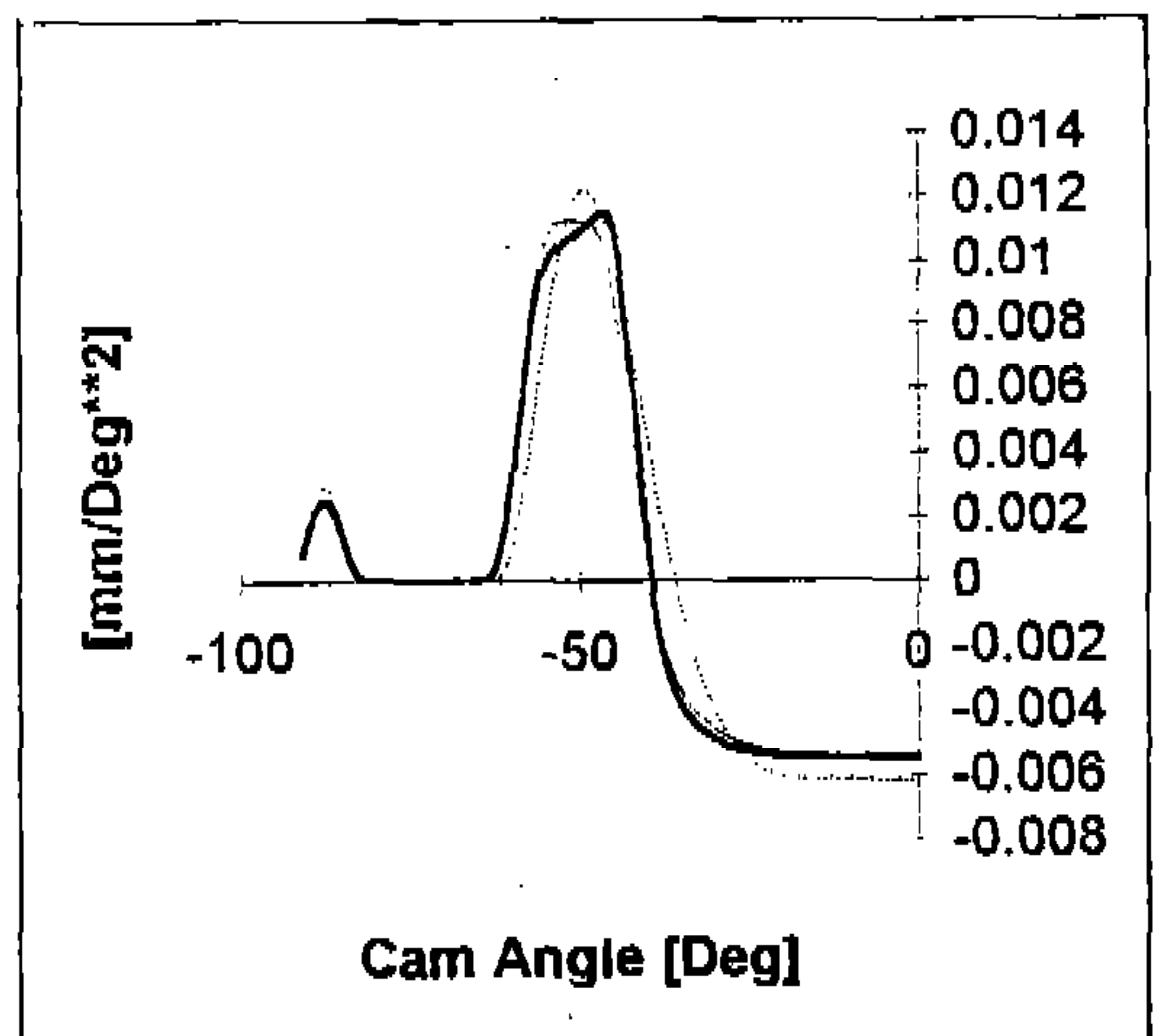


Fig.6 Cam Acceleration

유연성에 대해 서술한다.

Fig 4, 5, 6, 7은 Hermite 곡선으로 설계할 때의 유연성과 이점을 기존 합성법과 비교해 본 것이다. Fig. 4, 5는 Fig.6에서 합성한 가속도 곡선의 변위와 속도 그래프이다. 곡선 ①은 Polydyne 방법으로 설계된 것이고 곡선 ②는 곡선 ①과 램프구간 및 최대변위를 같게 하고 플랭크 가속도는 낮고 로브(Lobe) 면적은 넓게 Hermite 곡선으로 설계한 예이다. 플랭크 가속도를 낮게 하면서 로브(Lobe) 면적을 넓히는 것은 기하학적으로 서로 상충되지만 Hermite 곡선으로 합성할 경우 구속조건이 만족하는 범위에서 개선된 캠을 설계할 수 있다. 그리고 곡선 ①과 거의 유사한 캠 가속도 곡선을 합성할 때 플랭크 가속도 크기를 변화시키지 않고도 최대변위를 증가시킬 수 있다. 이것은 Hermite 곡선을 이용할 경우 기존의 캠 형상 설계법에 비하여 더 많은 유연성을 갖는 보다 다양한 형태의 캠 형상을 합성할 수

있음을 의미한다.

Fig.6의 곡선 ③은 곡선 ②로 설계된 밸브 기구가 롤러 종동자(Roller Follower)를 가질 경우 Under-Cutting현상을 방지할 수 있도록 곡선 ②의 플랭크 가속도 모양을 부분 조정한 것이다. Fig.7에서 세 곡선을 비교해 볼 때 곡선 ③은 이러한 부분 조정으로 인하여 음의 곡률반경의 크기가 커졌다. 이러한 부분 조정은 Hermite 곡선을 이용한 본 합성법의 최대 장점이며 특징이기도 하다. Under-Cutting현상이란 캠 가공 시 음의 곡률 반경이 캠 그라인더의 반경보다 작아서 가공할 수 없는 상황이다. 일반적으로 양산 캠 그라인더의 반경은 175mm 이상이므로 음의 곡률 반경이 더 작을 때는 가공이 불가능하다. 그러므로 본 논문에서는 200mm를 제한선으로 정하고 음의 곡률이 200mm 부근이 되도록 임계 롤러 종동자 반경을 설정하여 해석한 것이다.

Table.2는 Fig.6의 세 가지 캠 곡선에 대한 최고 플랭크 가속도, 최저 가속도, 로브(Lobe)면적 및 최소 음의 곡률 반경의 크기를 나타낸 것이다. Table.2에 의하면 실제로 곡선 ②, ③은 곡선 ①에 비하여 플랭크 각속도의 최대값이 감소하고 최저 가속도 값이 증가하였음에도 불구하고 로브(Lobe) 면적이 5%이상 늘어났으며 최소 음의 곡률반경의 크기도 증가했음을 알 수 있다. 이 사실은 Hermite 곡선을 사용하여 캠 형상을 설계함으로써 밸브 기구의 동특성과 엔진의 출력이 동시에 개선될 수 있음을 의미한다.

Fig.8은 4,000rpm에서 스프링에 의한 복원력 및 밸브 기구에 의한 관성력을 고려한 캠/종동자 사이의 접촉 응력을 Hertz접촉으로 가정하고 계산한 것이다.<sup>13), 14)</sup> Hermite 곡선으로 설계된 캠(곡선 ②와 곡선③)이 Polydyne방법으로 설계된 캠(곡선 ①)에 비하여 동일 회전 속도에서

[곡선①: —, 곡선②: —, 곡선③: —]

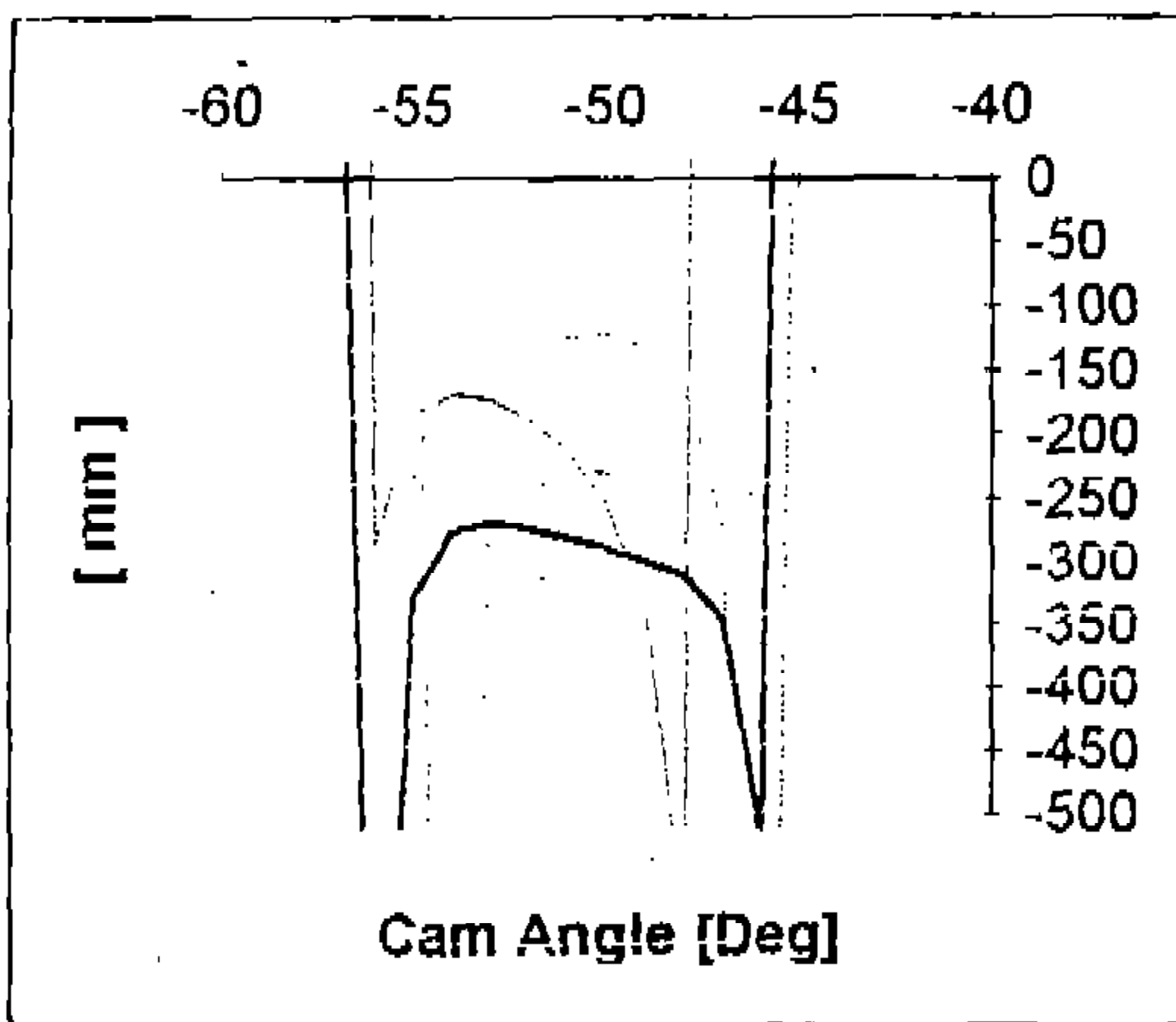


Fig.7 Negative Radius of Curvature

Table. 2 캠 특성의 비교

	곡선 ①	곡선 ②	곡선 ③
최고 플랭크 가속도 [ $mm/Deg^2$ ]	0.01218	0.01125	0.01149
최저 가속도 [ $mm/Deg^2$ ]	-0.0062	-0.0055	-0.0055
Lobe 면적 [ $mm-deg$ ](lash=0.4mm)	411.8	432.3	430.0
최소 음의 곡률 반경[mm]	-119.8	-167.6	-268.6

최대 접촉응력이 상대적으로 더 작다.

Fig.9는 롤러 종동자(Roller follower)의 반경 변화에 따른 음의 최소 곡률반경의 크기를 나타낸 것이다. ■로 나타난 것은 곡선 ①로 표현된 캠 형상에 대한 것이고 ▲로 나타난 것은 곡선 ③으로 표현된 캠 형상에 대한 것이다. 일반적으로 롤러의 크기가 작아지거나 플랭크 가속도가 커짐에 따라 음의 곡률 반경이 작아진다. 하지만 음의 곡률 반경이 문제가 되는 부분에서 곡선 ③과 같이 가속도 곡선을 부분 조정할 경우 곡률 반경을 Fig.9에서와 같이 개선시킬 수 있다.

### 3.2 OHC(Over Head Cam)형 밸브 기구

Fig.10과 같은 직접 구동형(Direct Acting Type) 밸브 기구가 롤러 종동자를 사용하는 경우 Under-Cutting 현상으로 인해 밸브의 최대 변위를 증가시키는 것이 용이하지 않다. 밸브의 최대 변위를 증가시키려면 밸브의 가속도 역시 커지고, 가속도가 커지게 되면 음의 곡률반경의 크기가 작아지므로 Under-Cutting 현상이 발생하게 된다. 그러므로 롤러 종동자를 갖는 밸브 기구에서는 음의 곡률 반경의 크기가 커지려면 플랭크 가속도가 낮아지거나 3-1. 절에서와 같이 플랭크 가속도의 모양을 부분 조절해야 한다. 하지만 Polydyne 방법으로 합성할 경우 종동자의 변위를 증가시키려면 플랭크 가속도가 높아지게 된다. 이에 본 연구에서는 Hermite 곡선을 사용하여 캠 형상을 설계함으로써 플랭크 가속도는 일정하게 유지하고, 또한 Under-Cutting 현상도 발생하지 않는 범위에서 밸브의 변위를 크게 할 수 있는가를 알아보았다.

Fig.11, 12, 13은 음의 곡률과 플랭크 가속도는 유지하면서 종동자의 변위를 증가시킨 예이다. 곡선 ①은 Polydyne 방법으로 합성한 캠형상 곡선이고, 곡선 ②는 플랭크 가속도를 곡선 ①과 같이 하고 변위는 0.5mm 증가시켜 Hermite 곡선으로 합성한 것이다. Fig.13을 보면 곡선 ②의 음의 곡률 반경의 크기가 곡선 ①보다 작지 않다. 이것은 플랭크 가속도가 증가하지 않았기 때문이며 곡선 ②의 음의 곡률 반경의 크기가 곡선 ①보다 오히려 커진 것은 곡선 ②의 플랭크 가속도 곡률이 완만해졌기 때문이다. 위와

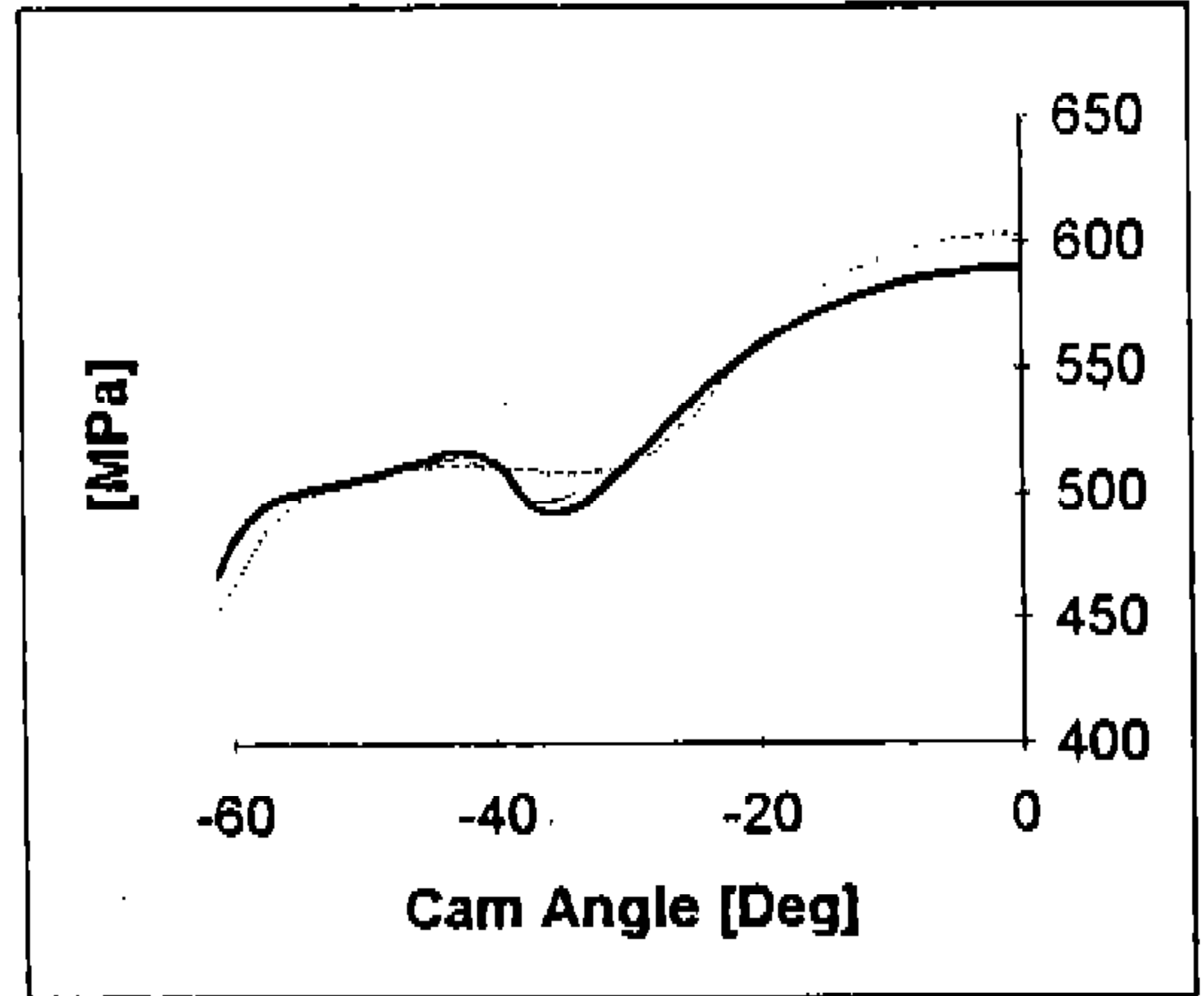


Fig.8 Cam/Tappet Contact Stress

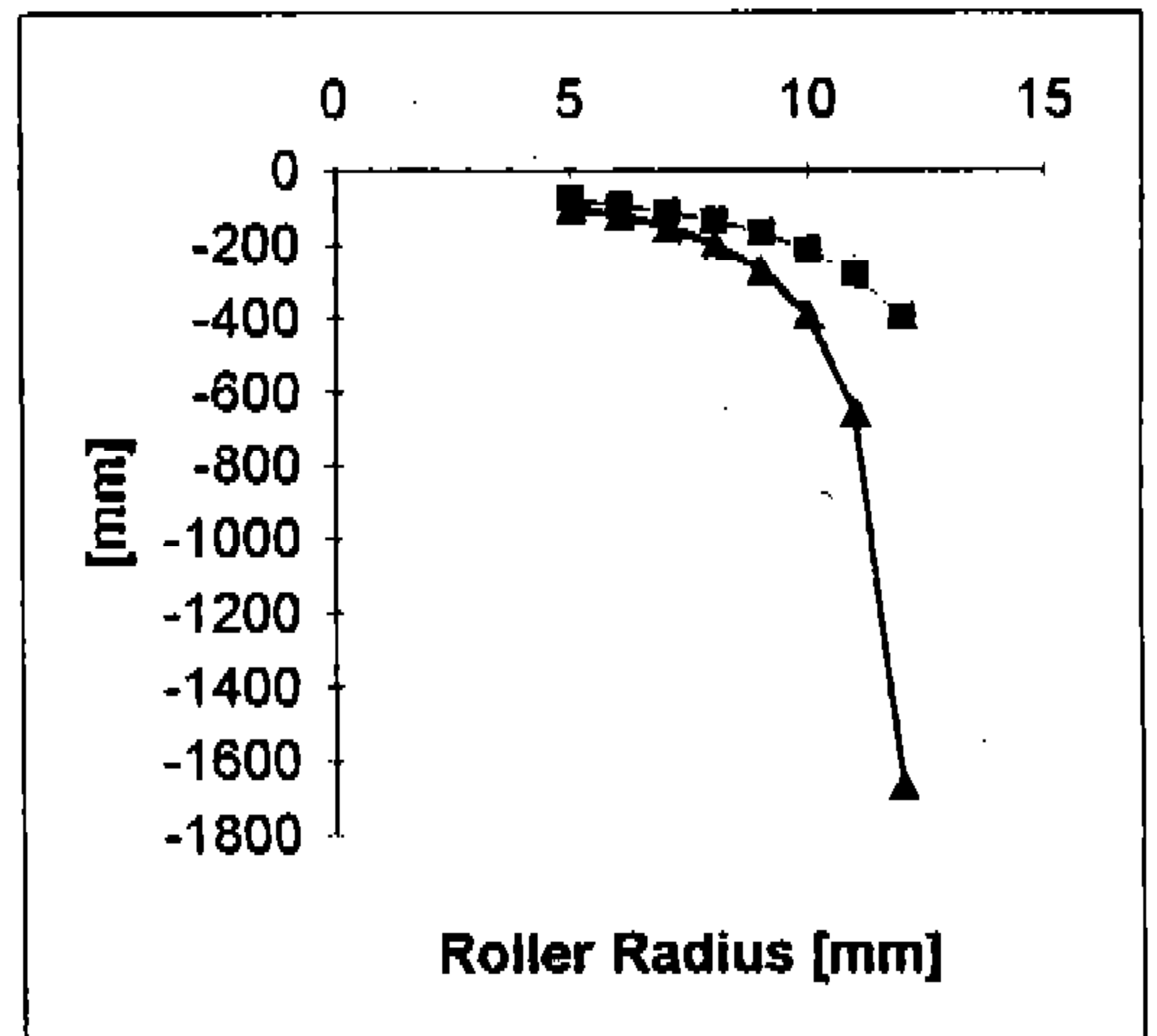


Fig.9 Minimum Radius of Curvature vs Roller Radius

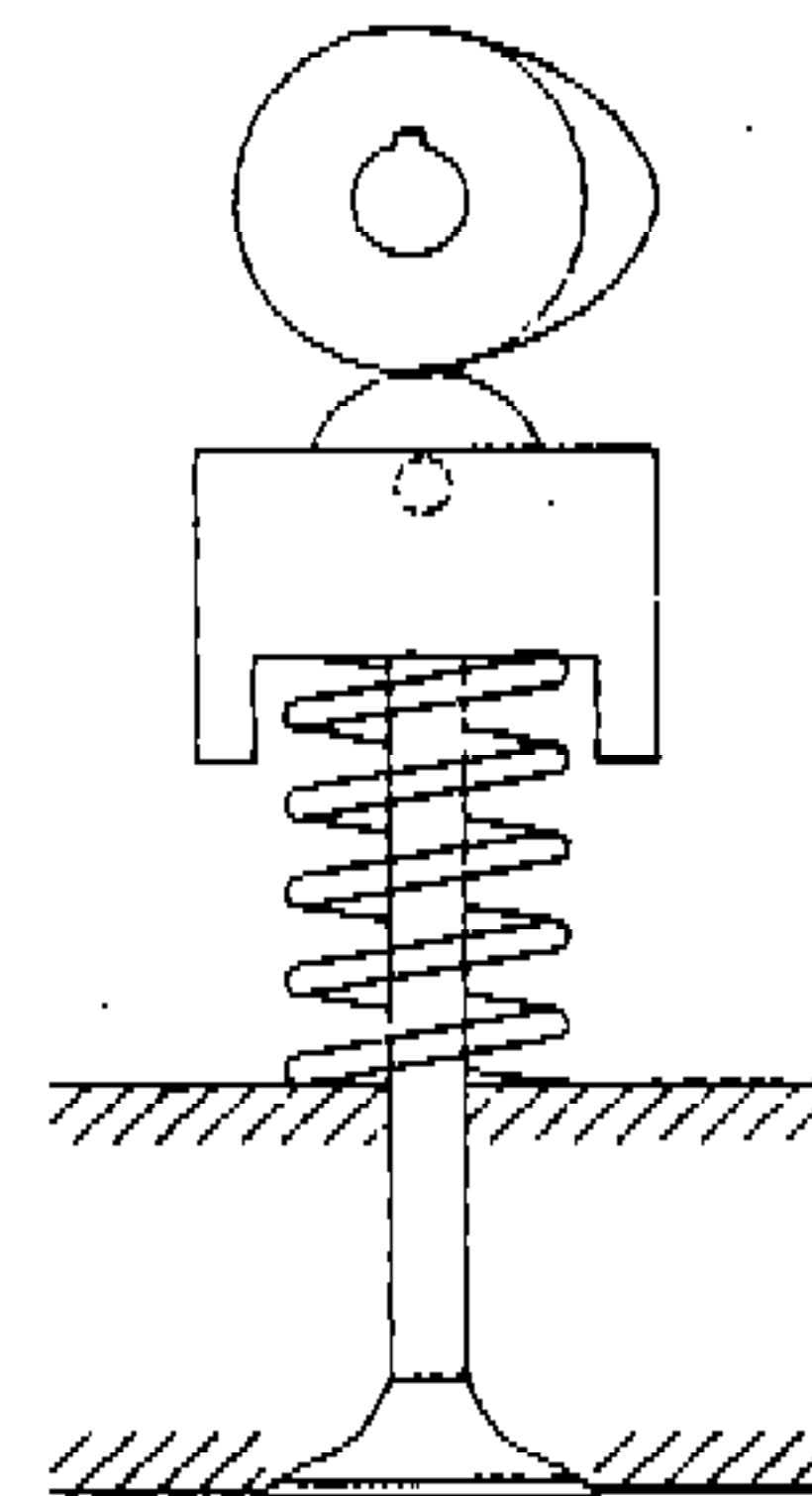


Fig.10 Schematic Diagram of Roller Follower



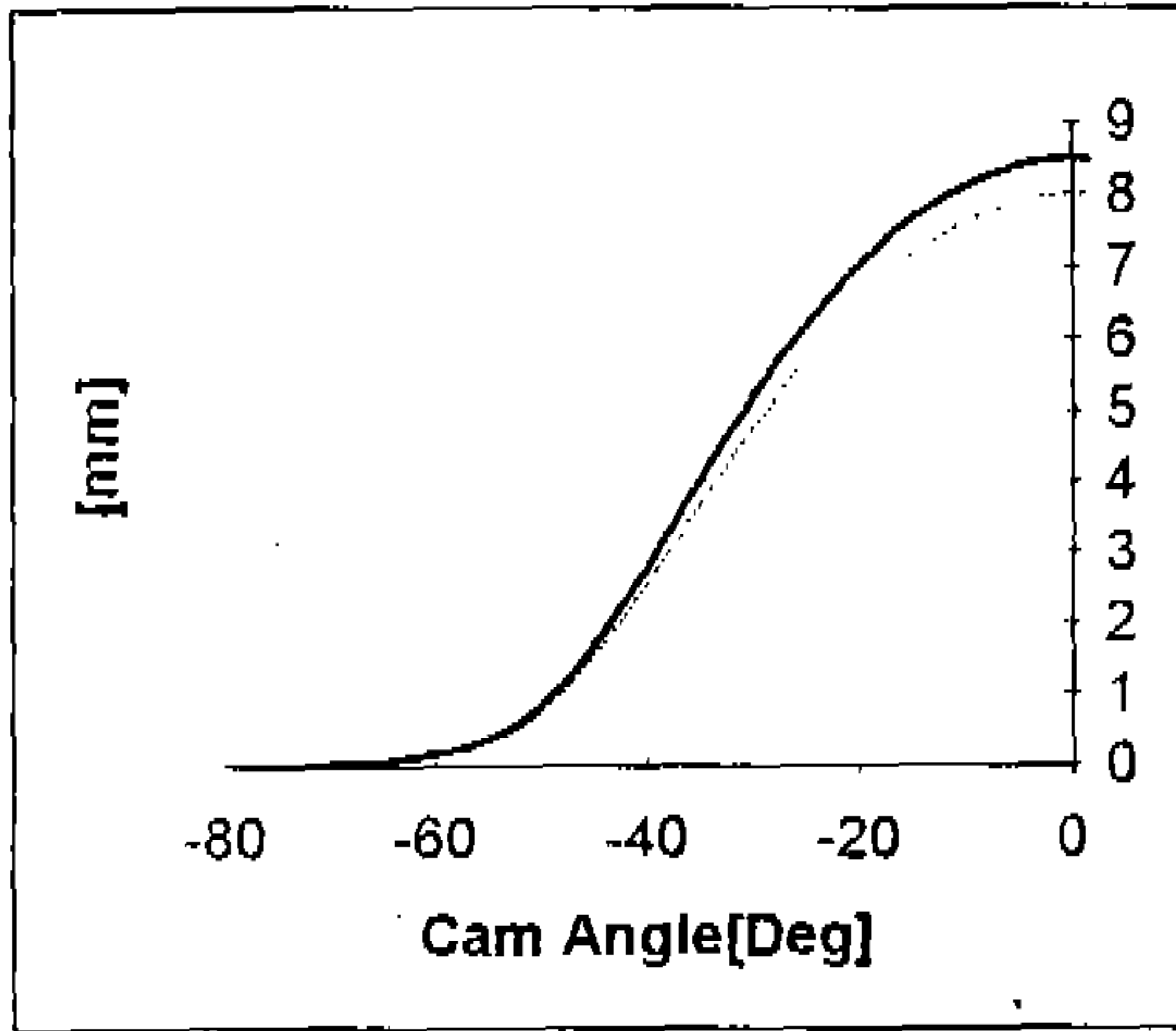


Fig.11 Cam Displacement

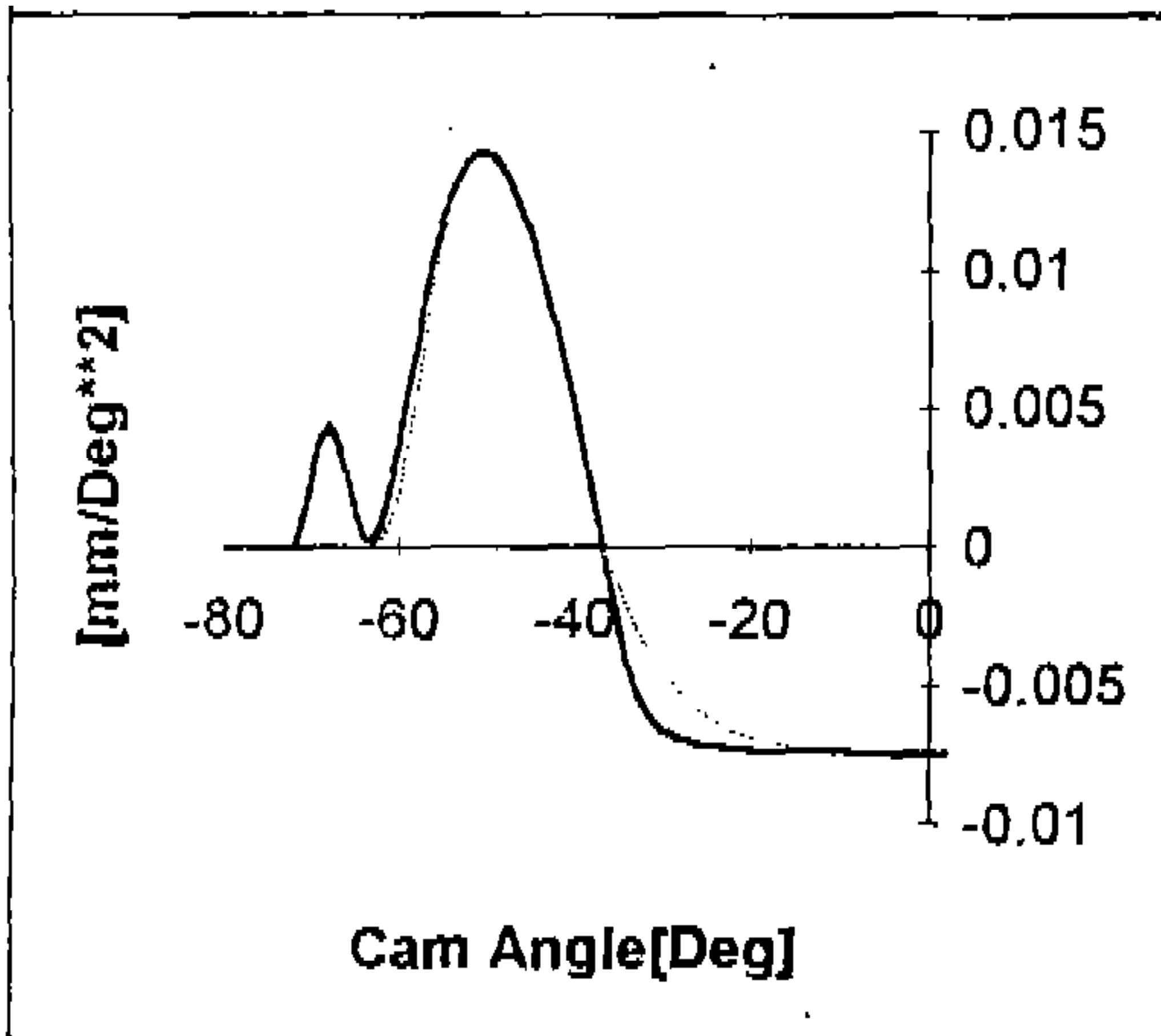


Fig.12 Cam Acceleration

[곡선①: —, 곡선②: - -]

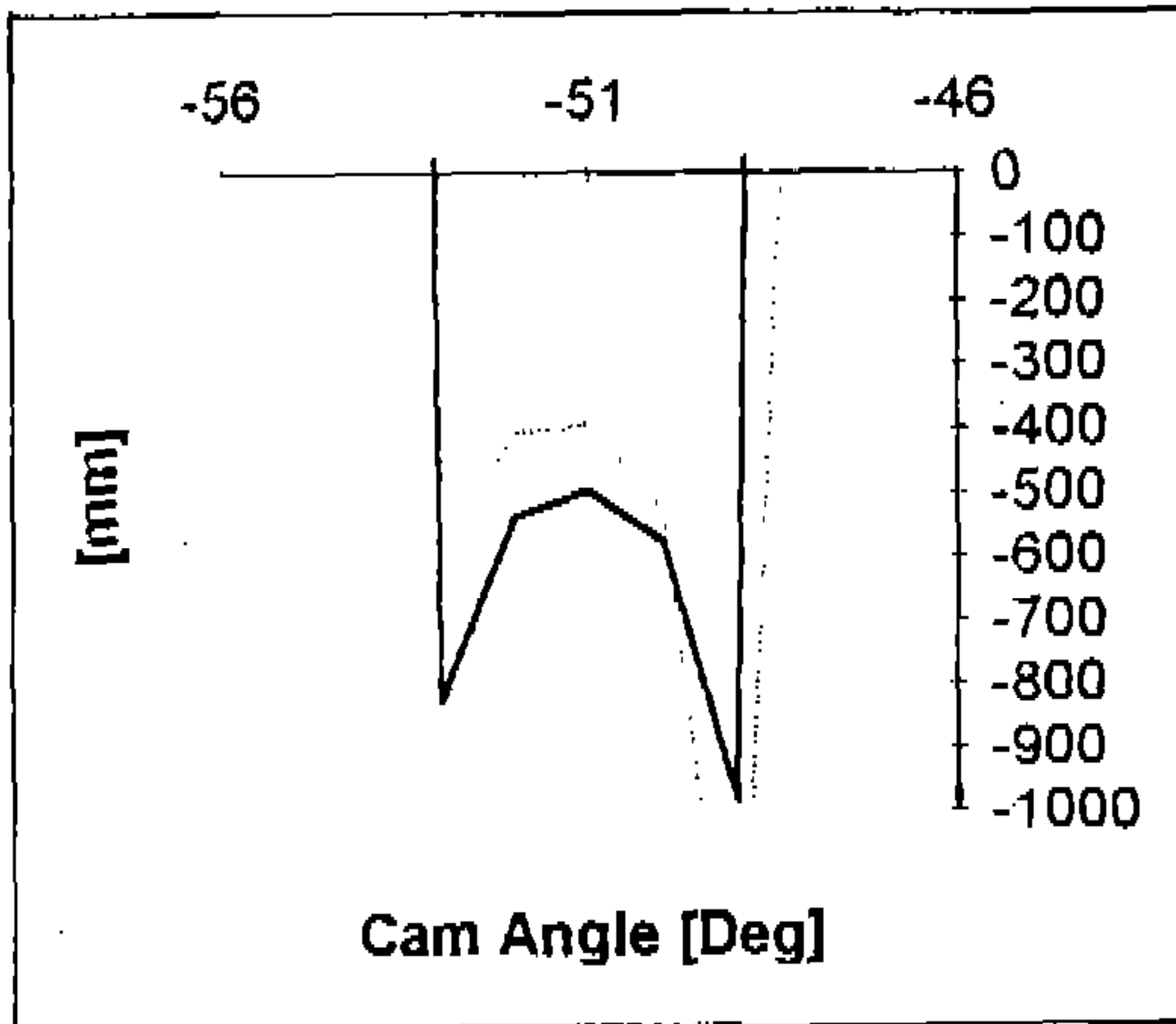


Fig.13 Radius of Curvature

같이 본 합성법을 사용할 경우 플랭크 가속도를 증가시키지 않고 캠 변위를 구속조건이 만족하는 범위에서 크게 할 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 스플라인 곡선의 일종인 Hermite 곡선을 이용한 캠 형상 합성법을 개발하였다. 기존의 합성법 보다 유연성을 가진 방법을 개발함으로써 보다 다양한 특성을 지닌 캠 형상을 설계할 수 있게 되었다. 제안된 합성법을 이용할 경우 기존 캠을 부분적으로 수정할 수 있으므로 문제점이 있는 캠의 특정 구간을 쉽게 개선시킬 수 있다.

특히, 톨러 종동자를 가지는 밸브 기구에서 음의 곡률 반경이 문제시되는 부분을 구간 조절함으로써 설계된 캠의 가공성 문제를 해결할 수 있다.

이밖에도 제안된 방법을 이용하면 밸브의 개폐 시기나 최고 변위를 고정하고도 기존의 캠 형상에 비하여 로우브 면적을 증대시키거나 캠/종동자 접촉 응력 및 플랭크 가속도를 낮추는 설계, 등이 가능하다.

참 고 문 헌

1. J. Bishop, "An analytical approach to automotive valve gear design", IMechEC427/107, Nov. 1991.
2. W.M. Dudley, "New methods in valve cam design", SAE 0. Trans. 2(7) : 19-33, 1948.
3. D. A. Stoddart, "Polydyne cam design", Machine Design, Jan. 1953.  
"Polydyne cam design II", Machine Design, Feb. 1953.  
"Polydyne cam design III", Machine Design, Mar. 1953.
4. 김도중, 박성태, "DRRD 캠 형상 최적설계를 위한 다항식 합성법과 캠 로우브 면적에 미치는 형상 계수들의 영향", 한국 자동차 공학회 논문집 제 2권 제14호, pp. 59~71,

- 1994.
5. F. Y. Chen, "Mechanics and design of cam mechanisms", Pergamon Press, N. Y., 1982.
  6. R. C. Johnson, "Method of finite differences provides simple but flexible arithmetical technique for cam design", *Machine Design*, 1955. pp. 195~204.
  7. J. Angeles, "Synthesis of plane curves with prescribed local geometric properties using periodic splines", *Computer Aided Design*, Vol. 15, No. 3, May 1983, pp. 147~155.
  8. B. L. MacCarthy, M. D. Burns, "An evaluation of spline functions for use in cam design", *IMEchE Proceedings* vol. 199 No. C3, 1985.
  9. Sandgren, E. "Shape optimization of cam profiles using a B-Spline representation", *J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, June, Vol. 111, 195~201, 1989.
  10. K. Yoon, "Cam motion synthesis using cubic splines", *J. Mechanical Design*, Sep, Vol 115, 441~446, 1993.
  11. M. E. Mortenson, "Geometric modeling", John Wiley & sons., 1985.
  12. J. L. Wiederrich, B. Roth, "Dynamic synthesis of cams using finite trigonometric series", *Transactions of the ASME, J. of Engineering for Industry*, Feb. 1975, pp. 276~293.
  13. J. R. Raymond, C. Y. warren, "Formulas for stress and strain", McGraw-Hill, 1986.
  14. 김성훈, 전혁수, 박윤식, "캠-밸브 기구에서 접촉력 최소화를 위한 캠과 종동자 형상 최적합성", *대한기계학회논문집*, 제14권 제3호, 1990, pp. 534~546.