

〈논 문〉 SAE NO. 953772

비균일 온도분포를 가지는 공기/연료분무 혼합기에서의 화염전파

Flame Propagation in the Air/Fuel Spray Mixture with Temperature Nonuniformity

김 용 모,* 김 성 준**
Y. M. Kim, S. J. Kim

ABSTRACT

The initiation and propagation of detonation waves in the air/fuel spray mixture has been numerically analyzed. An improved pressure-based method has been applied to predict the transient heterogeneous reacting flows at all speeds. Numerical results indicate that variations in the temperature gradient, the droplet size, and the fuel vapor concentration have the significant effects on the development of detonation wave in the multi-phase reactive media. The interaction mechanism between the flame-generated pressure wave and the combustion wave is discussed in detail.

주요기술용어 : Ignition(점화), Detonation Wave(데토네이션 연소파), Temperature Nonuniformity (비균일 온도분포), Fuel Sprays(연료분무)

1. 서 론

화염장에서 발생한 연소파와 압력파간의 상호작용은 연소모델링에서 중요한 연구분야 중의 하나이다. 압력파와 연소파간의 결합메카니즘은 이음속으로 전파하는 정상연소파(deflagration wave)에서 초음속으로 전파하는 데토네이션 연소파로의 천이, 데토네이션 연소파의 전파, 그리고 연소불안정현상 등에 중요한 역할을 한다. 이러한 결합메카니즘에 대한 이해는 자동차 연소기

관의 노킹(knocking)현상, 연소기 및 로켓엔진의 연소불안정성 해석을 위한 필수적 요소이다.

혼합기내 온도 혹은 농도의 비균일분포에 의한 데토네이션 연소파의 형성에 대한 많은 연구가 수행되었다. Zel'dovich등¹⁾⁻³⁾은 일단계 화학반응모델을 사용하여 온도와 농도가 비균일 분포가 압력파의 형성에 미치는 영향을 연구하였다. Klein과 Peters⁴⁾는 큰 화학반응 활성화에너지를 가지는 일단계 비가역반응모델을 이용하여 정상연소파로부터 데토네이션연소파로의 천이현상을 점근전개법으로 해석하였다. He와 Clavin⁵⁾은 해석해를 이용하여 데토네이션연소파의 형성가능영역을 판정할 수 있는 상세한 기준을 제시하

* 정회원, 한양대학교 기계공학과

** 한양대학교 대학원 기계공학과

였고 Short와 Dold⁶⁾는 압축파와 팽창파가 자연 점화(autoignition)조건 근방에서 발생하는 자발적인 화염전파 현상에 미치는 영향을 해석하였다. Kapila와 Roytburd⁷⁾는 일단계 화학반응모델을 이용하여 충격파가 없는 약한 데토네이션 연소파로부터 ZND 데토네이션파로의 천이현상을 수치적으로 해석하였다. Goyal등⁸⁾과 Weber등⁹⁾은 상세한 화학반응모델을 이용하여 온도의 비균일분포에 의한 데토네이션 연소파의 형성 및 전파과정을 수치해석 하였다. Eidelman등¹⁰⁾은 강한 블라스트파(blast wave)에 의한 이상혼합기속의 데토네이션파의 형성과 전파에 관한 연구를 수행하였다. Clavin과 Sun¹¹⁾은 Zel'dovich 수의 극한값 영역에서 복수척도 점근전개해석을 수행하여 연료분무 혹은 고체입자와 기체로 된 혼합기 속을 전파하는 화염의 음향장과 연소장의 결합메카니즘을 해석하였다. Edwards등¹²⁾이 수행한 최근의 실험결과는 액체연료제트주위에 산재한 연료분무가 디젤엔진같은 연소기에서의 자연점화와 불안정연소파의 발생을 위한 조건을 조성한다는 것을 잘 나타내고 있다.

본 연구는 디젤엔진에서 일어날 수 있는 노킹 현상과 일반적인 액체연료연소기의 연소불안정 해석을 위한 예비적단계로서 비균일 온도분포를 갖는 연료분무와 공기 혼합기에서의 자연점화, 데토네이션 연소파의 형성과 전파, 그리고 데토네이션 연소파에서 안정연소파로의 천이현상등을 수치적으로 해석하였다. 수치계산은 초기 연료분무조건, 당량비, 비균일 온도 영역의 온도기울기, 그리고 초기연료증기의 질량분율 등을 포함한 다양한 연소기의 조건에 대하여 수행되었다. 본 연구의 다상유동에 대한 수학적 모델은 Eulerian-Lagrangian 방식에 기반을 두고 있으며 모든 마하수 유동영역의 비정상 다상 연소유동해석에 적용할 수 있는 개선된 PISO 알고리즘^{13, 14)}을 사용하였다. 수치안정성과 정확성에 큰 영향을 미치는 화학반응 생성항은 유체역학적 연산자와 화학반응 연산자가 동일한 예측 및 복수교정 수치절차내에서 처리되게 하여 두 연산자간에 강한 수치적결합을 갖게 하였다.

2. 지배 방정식

다상연소유동에 대한 Eulerian-Lagrangian 모델은, 기체유동장의 보존방정식은 Eulerian 좌표계에서 표현되고 연료액적의 운동방정식은 Lagrangian 좌표계에서 표현된다. 기상과 액상간의 수학적결합은 이상간의 질량, 운동량, 에너지변화율을 나타내는 상호작용 생성항으로 나타난다.

2.1 기상보존 방정식

일차원 비정상 다상 연소유동에서 기상의 유동장은 질량, 운동량, 에너지 그리고 화학종에 관한 보존방정식에 의해 지배된다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = S^m \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u^2 + P - \mu \frac{\partial u}{\partial x}) = S^u \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u e + P u - k \frac{\partial T}{\partial x}) = S^e + H_R W_f R_f \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho Y_f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u Y_f - D \frac{\partial Y_f}{\partial x}) = S^m - W_f R_f \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho Y_o}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u Y_o - D \frac{\partial Y_o}{\partial x}) = -s W_o R_f \quad (5)$$

여기서,

$$S^m = \sum_k n_k m_k / dV \quad (6)$$

$$S^u = \sum_k (n_k m_k U_k - \frac{4\pi}{3} \rho_k r_k^3 n_k \frac{dU_k}{dt}) / dV \quad (7)$$

$$S^e = \sum_k n_k m_k (C_{p,f} (T_f - T_{ref}) - H_{v, eff}) / dV \quad (8)$$

여기서 u 는 속도, p 는 압력, ρ 는 혼합기의 밀

도, E 는 전기에너지, Y_f 와 Y_o 는 연료와 산소의 질량분율, H_R 은 반응열, $H_{v,eff}$ 는 유효 증발잠열, s 는 화학당량계수이다. 질량보존 방정식의 S^m 은 연료액적의 증발로 인한 질량생성항이고 운동량 및 에너지 보존방정식의 S^v 와 S^e 는 각각 두 상간의 상호작용 생성항이다. dV 는 계산요소체적이고 n_k 와 m_k 는 액적 parcel의 숫자와 연료액적 parcel의 증발율을 나타낸다. 화학반응률 R_f 는 Arrhenius반응식¹⁵⁾에 의하여 결정된다.

2.2 액상운동 방정식

항력을 제외한 외력을 무시했을 때 k 번째 연료액적 parcel을 지배하는 운동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{dv^k}{dt} = \frac{3}{16} \frac{C_D \mu Re_k}{\rho_k r_k^2} (u - v^k) \quad (5)$$

여기서 v_k 는 k 번째 액적 parcel의 속도이고 항력 계수, C_D 와 액적의 Reynolds수, Re_k 는 다음식으로 표현된다.

$$C_D = \frac{24}{Re_k} \left(1 + \frac{1}{6} Re_k^{\frac{2}{3}} \right) \text{ for } Re_k \leq 1000$$

$$C_D = 0.424 \quad \text{for } Re_k > 1000 \quad (6)$$

$$Re_k = \frac{\rho |u - v^k| d_k}{\mu} \quad (7)$$

식(7)에서 $|u - v^k|$ 는 기상과 액상의 상대속도의 크기이다. 항력계수, C_D 는 구형의 액적주변의 유동이 인접액적의 영향을 받지 않는다고 가정하고 실험적으로 결정하였으므로 밀집된 연료분무(dense spray)의 경우에 이 실험식의 적용은 한계가 있다. 식(5)를 적분하면 액적 parcel에 대한 속도성분을 구할 수 있고 k 번째 액적 parcel의 위치, x^k 는 다음식을 적분하여 결정된다.

$$\frac{dx^k}{dt} = v^k \quad (8)$$

액적증발율과 액적온도는 다음과 같은 Frossling 관계식¹⁶⁾과 무한전도 액적가열모델¹⁷⁾에 의해 결정된다.

$$\dot{m}_k = 4\pi r_k \rho_g D_g C_b \ln(1 + B_m) \quad (9)$$

$$\frac{dT_k}{dt} = \frac{Q_L}{m_k C_{Pk}} \quad (10)$$

여기서

$$C_b = 1 + \frac{(Sh_o/2 - 1)}{F(B_m)} \quad (11)$$

$$Q_L = m \left[\frac{C_{Pf}(T - T_k)}{B_m} - H_v \right] \quad (12)$$

$$F(B_m) = (1 + B_m)^{0.7} \frac{\ln(1 + B_m)}{B_m} \quad (13)$$

식(9)~(13)에서 \dot{m}_k 는 증발율, C_b 는 대류에 의한 질량전달을 고려하기 위한 교정계수, Q_L 은 액적내부로 전달되는 총열량, C_{Pk} 는 액적의 비열, C_{Pf} 는 연료증기의 비열, Sh 는 Sherwood수, B_m 은 질량전달계수, H_v 는 증발의 잠열, 그리고 ρ_g 와 D_g 는 가스필름내의 혼합기의 밀도 및 질량 확산계수를 나타낸다. 이 액적가열모델¹⁷⁾은 가스필름 영역에서 준정상상태로 가정하였으나 증발시 Lewis수와 Prandtl수가 크게 변하므로 $Le = 1$ 과 $Pr = 1$ 의 가정은 배제하였다. Clift등¹⁸⁾에 의해 제안된 관계식에 의해 대류의 영향을 고려하였고 가스필름 두께에 따른 교정식을 사용하여 기체유동과 액적표면사이의 열전달 및 질량전달에 미치는 Stefan유동의 영향을 고려하였다. 액적증발계산의 정확성에 많은 영향을 미치는 가스필름에서의 평균물리적상태치는 Hubbard등¹⁹⁾의 해석결과에 따라 1/3법칙을 사용하여 계산하였다. 온도 혹은 압력에 따라 변하는 열화학적 상태치들은 JANAF data bank²⁰⁾를 사용하여 계산하였다.

3. 수치 모델링

Eulerian 좌표계에서 기상보존방식들은 개선된 PISO알고리즘^{13, 14)}과 유사한 유동해석법으로 다루어지나 본 연구에서 사용된 수치모델은 분리오차(splitting error)를 줄일 수 있는 알고리즘을 사용하였다. 밀도, 온도 그리고 질량분율에 있어서의 급격하고 큰 변화를 반영하기 위해 화학종 질량분율과 에너지의 보존방정식은 속도-압력-밀도장의 결합을 다루기 위해 예측/복수교정 계산절차내에서 계산하였고, 비정상계산시 반복계산을 피하기 위해 교정계산 후 계수행렬을 다시 계산하였다. 그러므로 본 연구의 수치모델¹⁾은 모든 마하수의 비정상 화학반응 유동에서 반복계산을 필요로하지 않는다. 충격파가 존재할 때의 대류항을 치분하기 위해 공간에 대한 2차 정확도를 가지는 TVD(Total Variation Diminishing) 풍상차분법²⁰⁾을 사용하였다. 수치안정성과 정확성에 큰 영향을 미치는 화학반응 생성항은 유체역학적 연산자와 화학반응연산자가 동일한 예측 및 복수교정 수치절차내에서 처리되게 하여 두 연산자간에 강한 수치적 결합을 갖게 하였다. 본 연구의 다상유동의 비정상 계산절차는 액상과 기상간의 전체적인 반복계산이 요구되는 PSIC해법²²⁾과 다르며 Lagrangian 좌표계에서 수식화된 액적운동방정식은 기상방정식과 동일한 예측/교정계산 절차내에서 계산되며 액적의 상미분방정식들은 시간에 대한 2차정확도를 갖는 explicit Runge-Kutta법을 사용하여 적분하였다.

4. 결과 및 토의

Fig.1은 열점과 비균일 온도분포를 가지는 초기조건을 나타낸다. 연소기의 초기혼합기는 공기와 n-decane 연료분무로 되어있다. 연소기의 좌측벽면부근의 열점의 온도가 자연점화 온도보다 높기 때문에 이 부분의 혼합기는 자연점화되어 미연된 공기/연료분무 혼합기속을 전파하여 연소파와 압력파를 발생시킨다. 데토네이션 연소파의 형성과 전파에 중요한 영향을 미치는 연소초

기조건은 열점부위의 온도(T_H), 균일한 온도분포를 가지는 미연 혼합기부분의 온도(T_C), 초기 연료액적의 반경(r_o), 비균일 온도분포를 가지는 혼합기부분의 온도구배($\frac{\partial T}{\partial x}$), 그리고 연료중기의 초기질량분율($Y_{f,i}$)이다. 연료분무혼합기에서 전체적인 당량비(ϕ)는 다음식으로 결정된다.

$$\phi = \frac{(m_l + Y_{f,i} \rho L)}{\left(\frac{W_o}{W_{air}}\right) \rho L (1 - Y_{f,i})} \left(\nu \frac{W_o}{W_f}\right) \quad (14)$$

여기서 ρ 는 초기혼합기의 밀도, L 은 연소실 길이, ν 는 산소와 연료의 몰당량비, m_l 은 액체연료질량, $Y_{f,i}$ 는 초기연료중기의 질량분율, W_f , W_o , W_{air} 는 연료, 산소, 공기의 분자량을 나타낸다. 여기서 고려한 연소조건들은 액체연료를 사용하는 연소기에서 일어날 수 있는 비정상 연소현상을 수치해석하기 위하여 설정하였고 모든 계산에서 800개의 균일한 수치격자를 사용하였다.

Fig.2는 연소기의 초기조건($T_H=1600K$, $T_C=1100K$, $r_o=5\mu m$, $\frac{\partial T}{\partial x}=25K/cm$, $Y_{f,i}=0.02$)에 대한 데토네이션 연소파의 형성과 전파시의

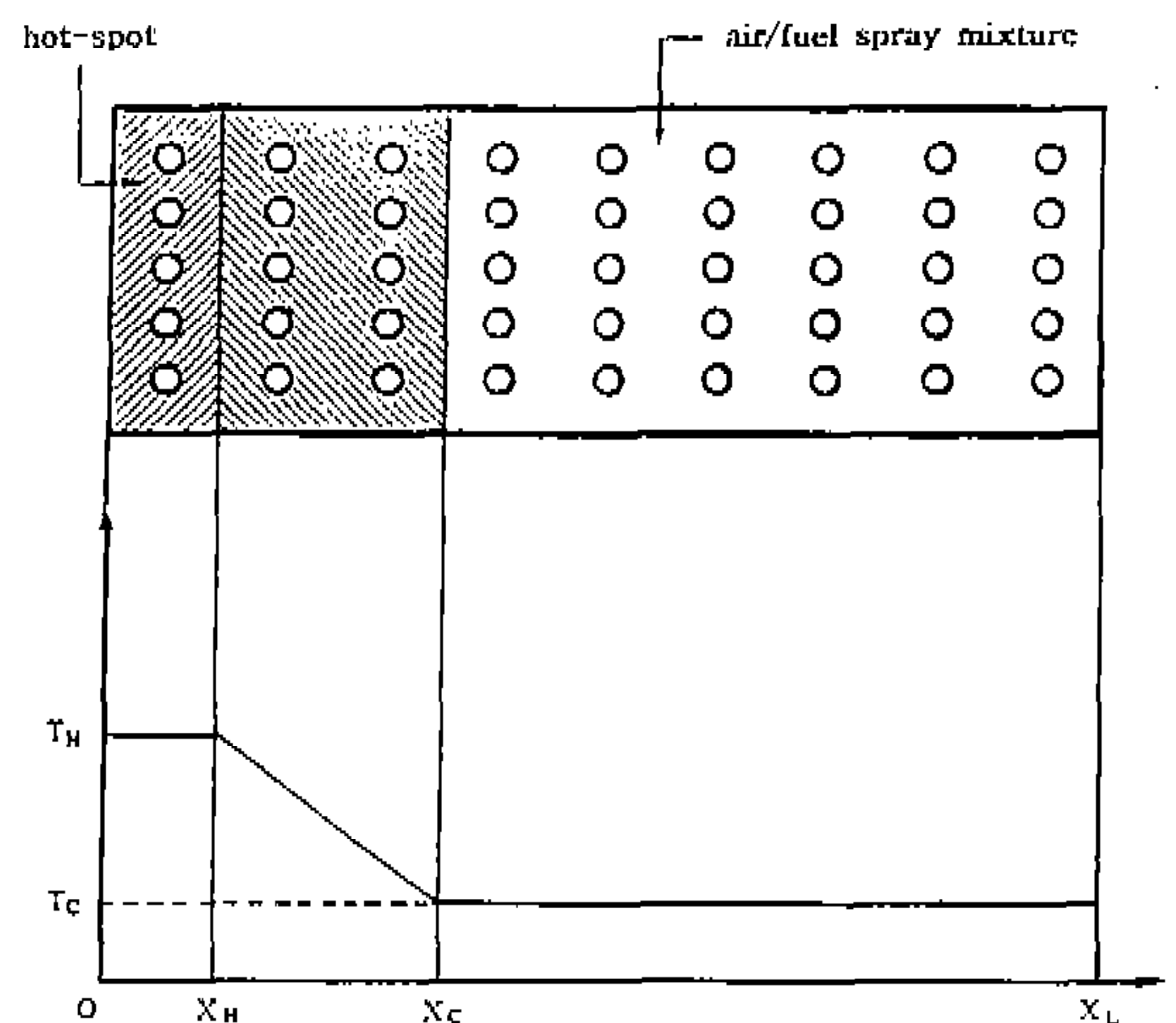


Fig.1 Hot-spot ignition and combustion wave propagation generated by the temperature nonuniformities

기상과 액상유동장의 순간적인 분포를 나타내고 있다. $t=50\mu s$ 근방에서 연소파가 압력파와 강한 상호작용을 일으켜 압력이 6.3bar까지 도달함을 보여주고 있다. 이 경우 연소시간 척도가 음향장의 시간척도에 근접하게 되며 압력파의 전파에 의한 온도증가가 연소에 의한 에너지방출을 증가시키고 과도하게 방출되는 연소에너지가 부분적으로 압력파가 충분한 강도를 가지고 전파하

는데 필요한 에너지로 되돌아가게 되어 연소파와 압력파간의 상호결합 메커니즘이 형성된다. 분무연소의 화염전파에서의 층상연소현상(stratification)때문에 $t=30.9\mu s$ 이후에 화염장에서 국부적으로 확산화염이 나타나며 이는 일차적인 연소파의 후면에서 계속해서 증발하는 소량의 잔류연료액적에 의해 이차적인 화염구조가 형성되기 때문이며 $t=173.23\mu s$ 이후에는 점차적인 증

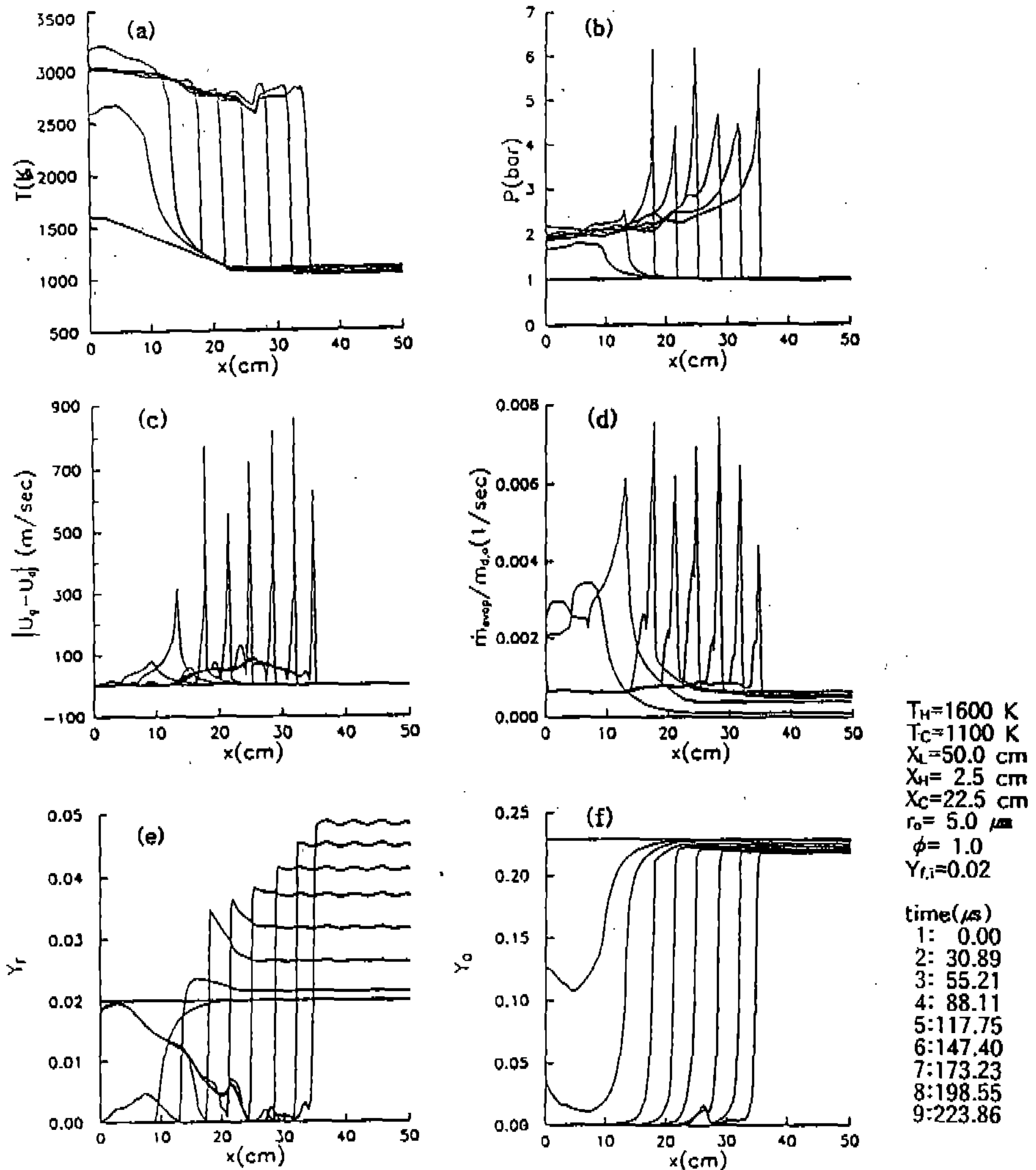


Fig.2 Instantaneous profiles of gas and droplet phase flow field($r_o=5\mu m$, $\frac{\partial T}{\partial x}=25K/cm$, $Y_{f,i}=0.02$);
 (a) temperature, (b) pressure, (c) relative velocity, (d) evaporation rate,
 (e) fuel mass fraction, (f) oxygen mass fraction

발로 인하여 잔류액적의 질량은 더욱 감소하므로 이러한 이차적인 확산화염 영역은 감소해감을 알 수 있다. Fig.2(c)와 2(d)는 기상과 액상간의 상대속도와 연료액적의 증발율을 각각 나타내며 연료액적의 증발율이 상대속도에 따라 민감하게 변하고 있음을 잘 나타내고 있다. Clavin과 Sun¹¹⁾에서의 최근에 수행된 분무화염장의 일차원 연소불안정해석에서도 비슷한 경향이 예측된 바 있다. 그리고 상대속도가 감소하는 연소파 후면에서 발생하는 액적증발은 기연 혼합기의 높은 온도에 의해 주로 영향을 받는 것으로 보인다. 미연 혼합기 영역에서 연료증기의 질량분율은 액적의 증발로 인해 서서히 증가되며 기상의 온도는 액적증발에 의한 냉각으로 조금씩 감소한다. 연소파의 전면의 이러한 축적된 연료 증기는 데토네이션 연소파가 미연 혼합기 영역으로 전파될때 필요한 에너지를 공급하는데 기여하게 된다.

Fig.3은 초기 연소기조건 ($T_H=1600K$, $T_C=1100K$, $\tau_o=5\mu m$, $\frac{\partial T}{\partial x}=50K/cm$, $Y_{f,i}=0.02$)에 대응하는 기상의 순간적인 유동장의 분포를 나타낸다. 초기온도구배를 두배로 증가시키므로 해서 화염전파속도는 약간 감소하나 데토네이션 연소파의 강도는 비슷한 정도를 유지하고 있다. Fig. 4는 혼합기의 온도 T_C 를 약간 낮추고 비균일 온도분포영역의 온도구배를 조금 증가시킨 초기 연소 조건($T_H=1600K$, $T_C=1100K$, $\tau_o=5\mu m$, $\frac{\partial T}{\partial x}=60K/cm$, $Y_{f,i}=0.02$)에 대응하는 순간적인 기상의 유동장을 나타낸다. 연소파가 비균일 온도분포영역을 전파하는 동안 연소파와 압력파간의 상호결합 메카니즘이 형성됨을 알 수 있다. 압력파와 연소파간의 상호작용으로 $t=86.12\mu s$ 에서 최고의 정점 압력치 3.4bar에 도달한다. 그

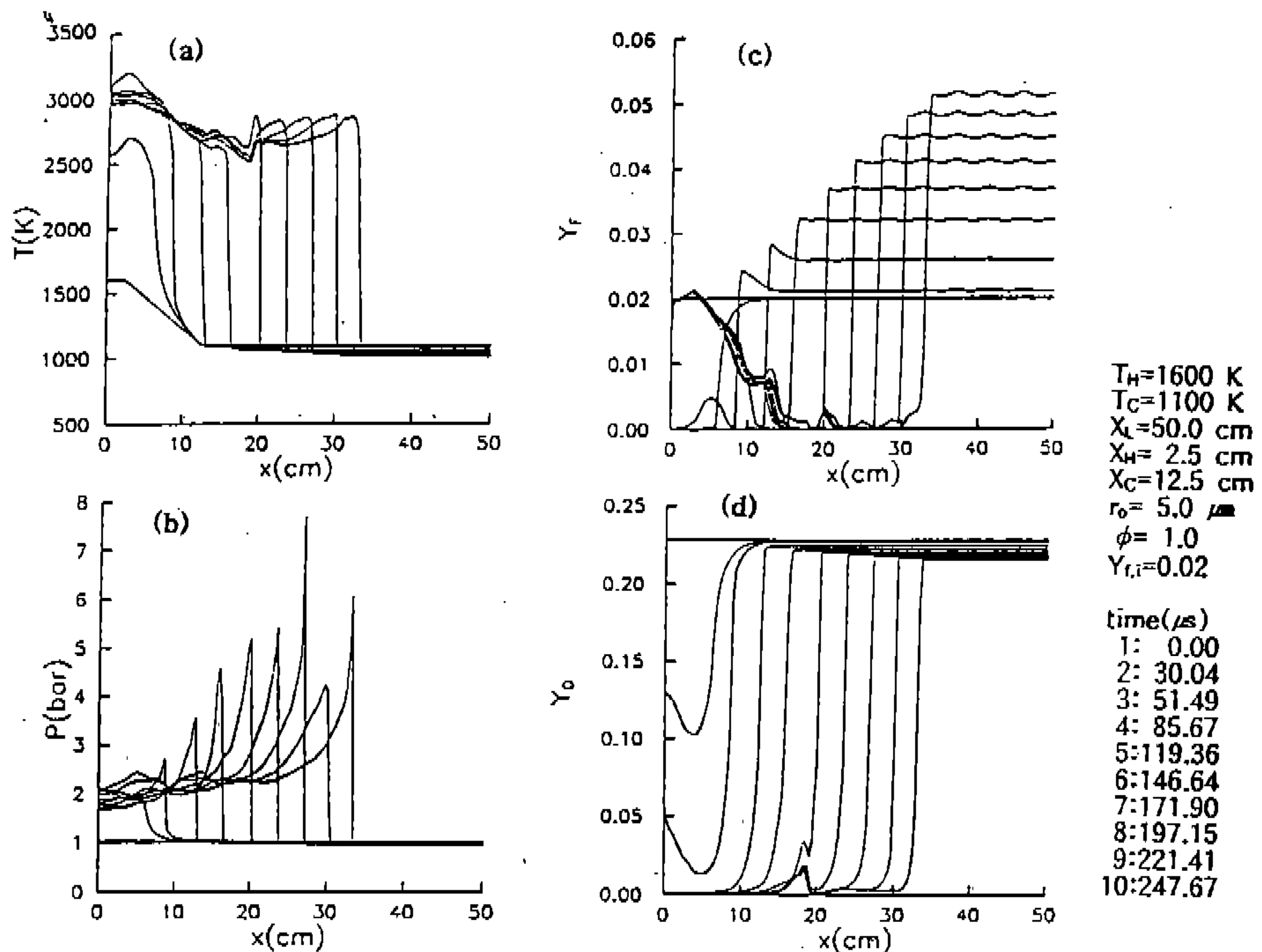


Fig.3 Instantaneous profiles of gas-phase flow field. ($\tau_o=5\mu m$, $\frac{\partial T}{\partial x}=50K/cm$, $Y_{f,i}=0.02$);
 (a) temperature, (b) pressure, (c) fuel mass fraction, (d) oxygen mass fraction

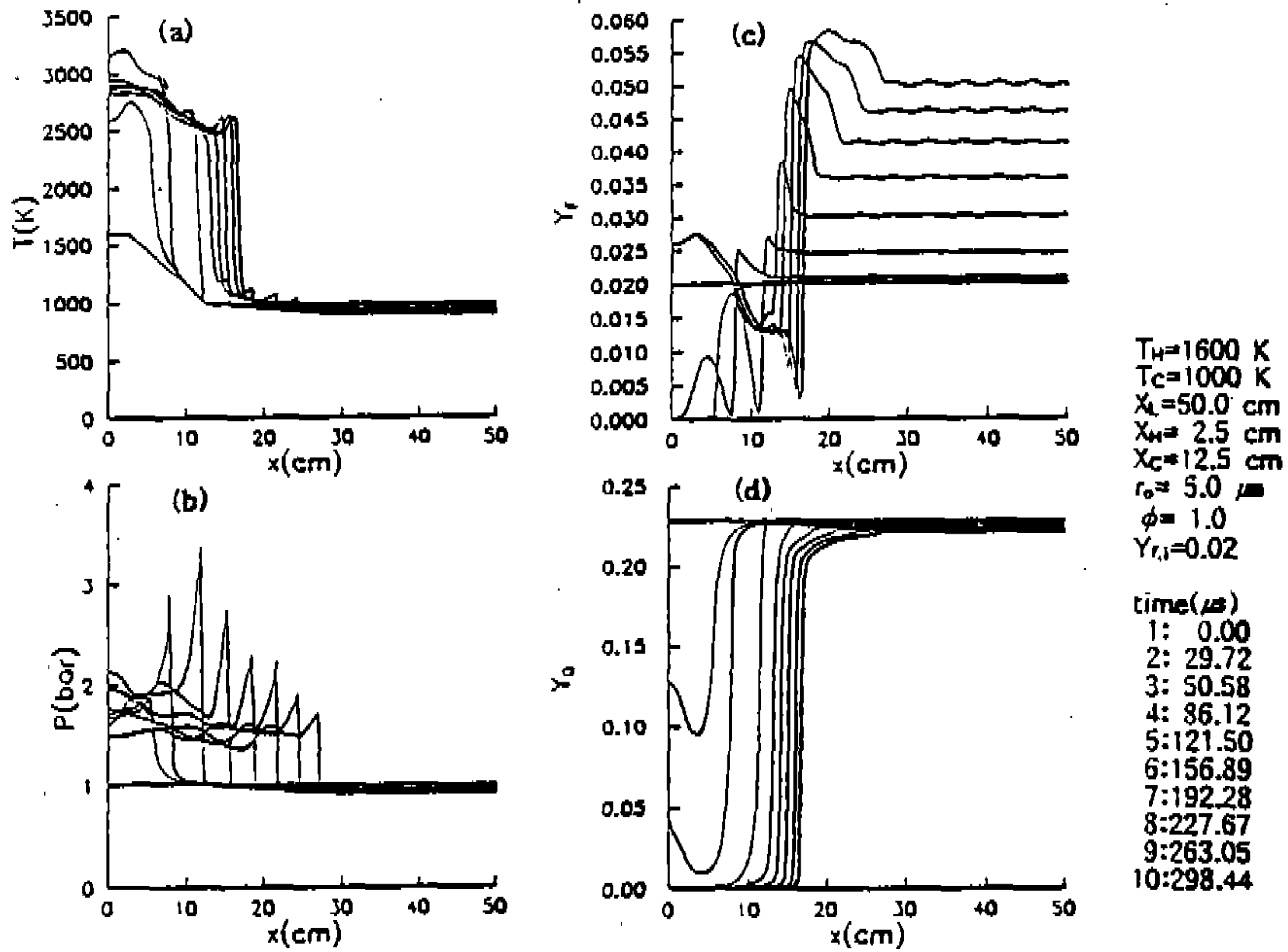


Fig.4 Instantaneous profiles of gas-phase flow field ($r_o=5\mu\text{m}$, $\frac{\partial T}{\partial x}=60\text{K/cm}$, $T_C=1000\text{K}$, $Y_{f,i}=0.02$);
 (a) temperature, (b) pressure, (c) fuel mass fraction, (d) oxygen mass fraction

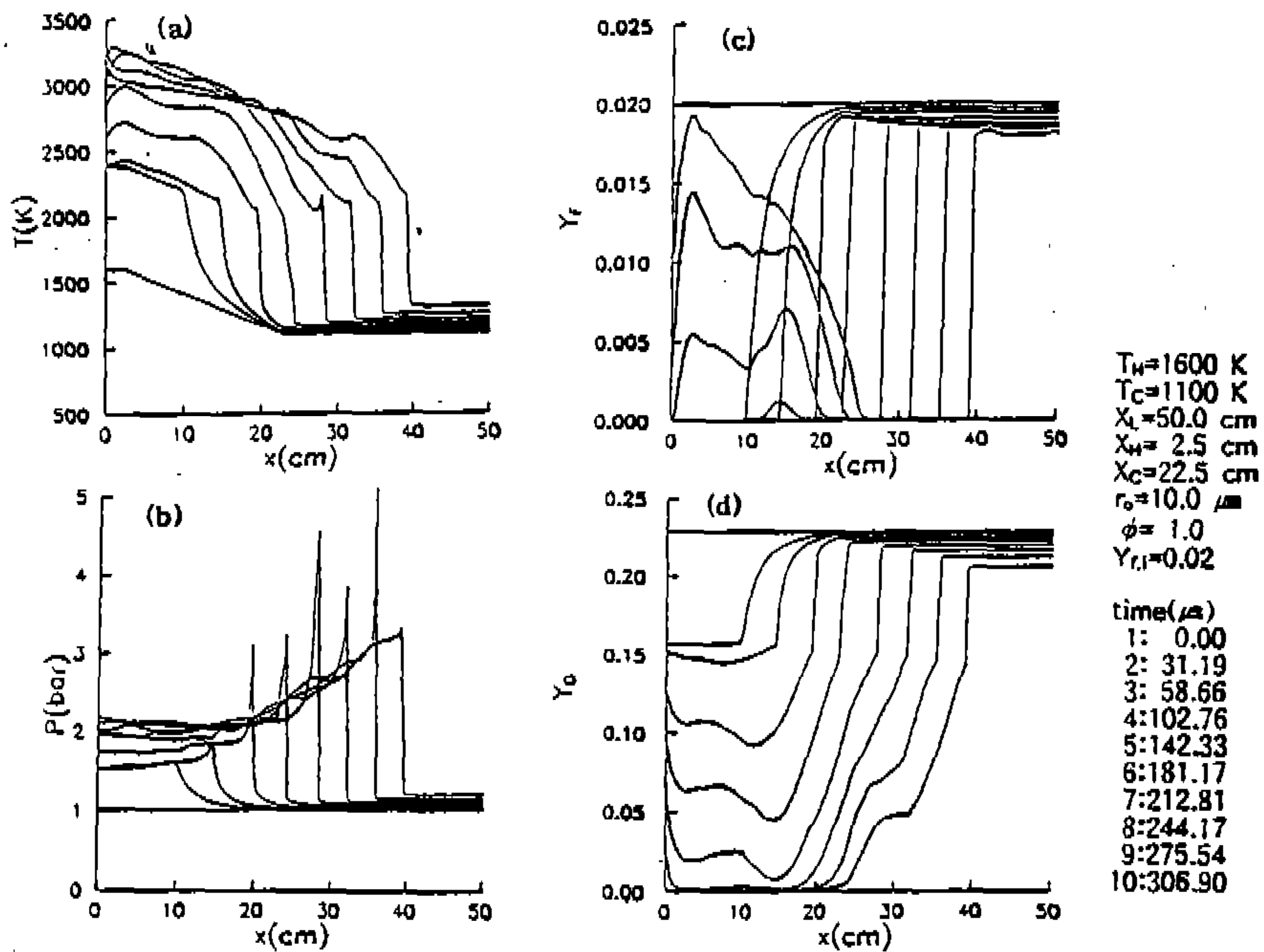


Fig.5 Instantaneous profiles of gas-phase flow field ($r_o=10\mu\text{m}$, $\frac{\partial T}{\partial x}=25\text{K/cm}$, $Y_{f,i}=0.02$);
 (a) temperature, (b) pressure, (c) fuel mass fraction, (d) oxygen mass fraction

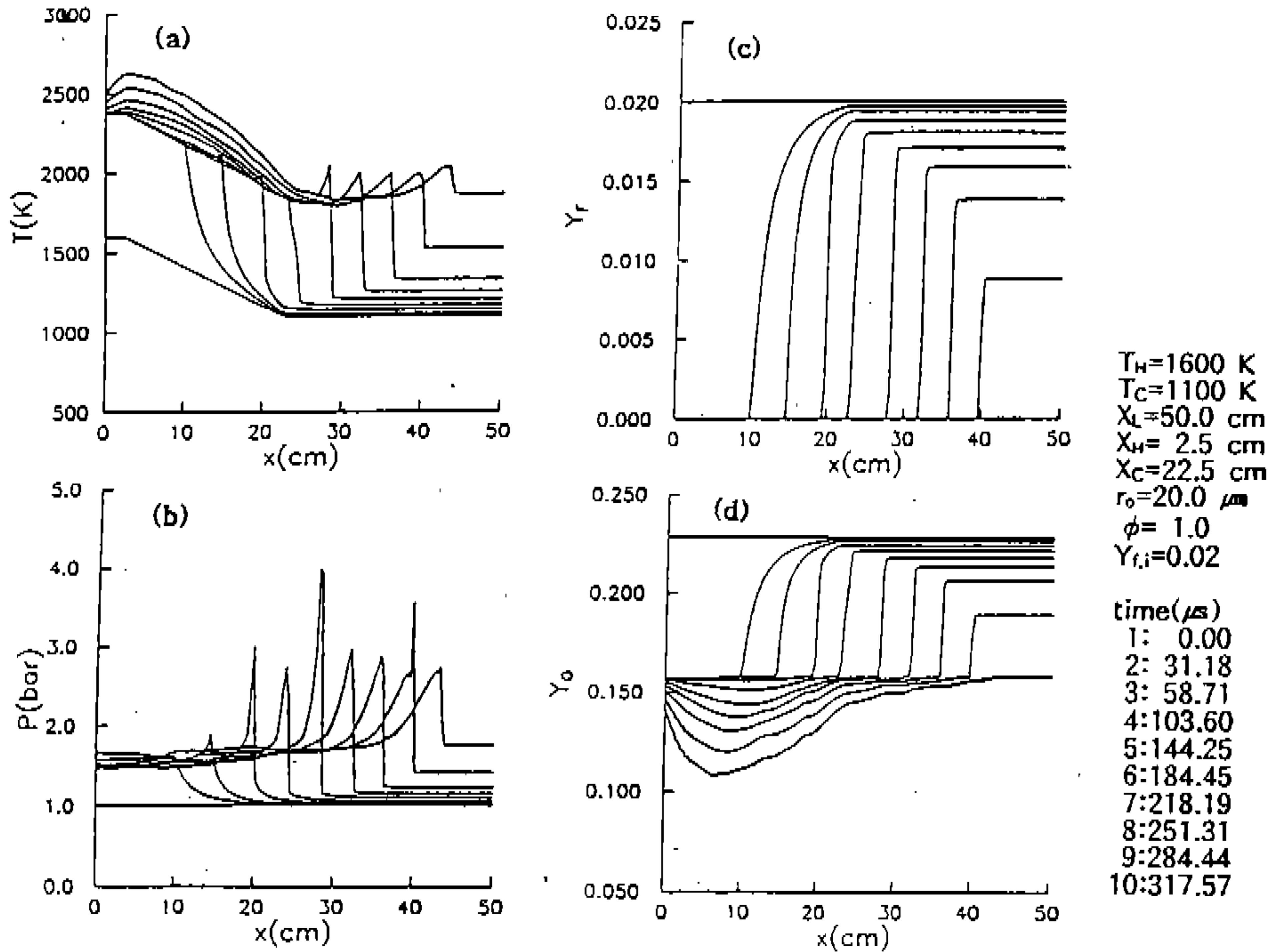


Fig.6 Instantaneous profiles of gas-phase flow field($r_0=20\mu\text{m}$, $\frac{\partial T}{\partial x}=25\text{K/cm}$, $Y_{f,i}=0.02$);
 (a) temperature, (b) pressure, (c) fuel mass fraction, (d) oxygen mass fraction

러나 연소파가 상대적으로 낮은 온도의 혼합기 속으로 전파해가면 기연 혼합기부분의 압력분포가 점차 균일해지고 최고압력치는 감소되며 압력파는 연소파로부터 분리되고 있음을 보여주고 있다. 이러한 압력파의 연소파로부터의 분리는 데토네이션 연소파의 안정연소파(deflagration wave)로의 전이를 초래하게 됨을 알 수 있다.

Fig.5는 상대적으로 큰 연료액적을 사용한 초기연소조건 ($T_H=1600\text{K}$, $T_C=1100\text{K}$, $r_0=10\mu\text{m}$, $\frac{\partial T}{\partial x}=50\text{K/cm}$, $Y_{f,i}=0.02$)에 대한 순간적인 분무화염장을 나타낸다. 이러한 연소조건에서는 상대적으로 큰 액적의 낮은 증발을 때문에 미연 혼합기 영역에서의 연료증기는 연소파가 미연 혼합기영역으로 전파되기 전에 초기 연료증기가 소모되어 연소파가 전파하는 데 필요한 충분한 에너지를 공급받을 수 없게 되어 정점압력치는 화염전파와 함께 계속적으로 감소됨을 알 수 있다.

또한 Fig.5(c)와 5(d)에서 보는 바와 같이 일차적인 연소경계면의 후면에 계속해서 증발하는 잔류 연료액적의 증가로 이차적인 화염구조를 가진 영역이 확대되어 감을 알 수 있다. Fig.6은 연료액적의 크기를 $r_0=20\mu\text{m}$ 로 증가된 초기연소조건에 대응하는 순간적인 분무화염장을 나타낸다. 이 경우에는 액체연료가 아주 낮은 증발을 때문에 연소파의 전파에 아무런 기여도 할 수 없고 오직 초기 연료증기만의 연소에 의하여 연소파가 전파됨을 알 수 있다.

다음으로는 초기 연료증기의 질량분율이 데토네이션 연소파의 형성과 전파에 미치는 영향을 분석하였다. Fig.7은 연료증기의 질량분율을 낮춘 초기조건 ($T_H=1600\text{K}$, $T_C=1100\text{K}$, $Y_{f,i}=0.005$, $r_0=5\mu\text{m}$, $\frac{\partial T}{\partial x}=25\text{K/cm}$)에 대한 기상의 순간적인 온도분포, 압력분포, 연료 및 산소의 질량분율을 나타낸다. 화염전파의 초기에는 연소파

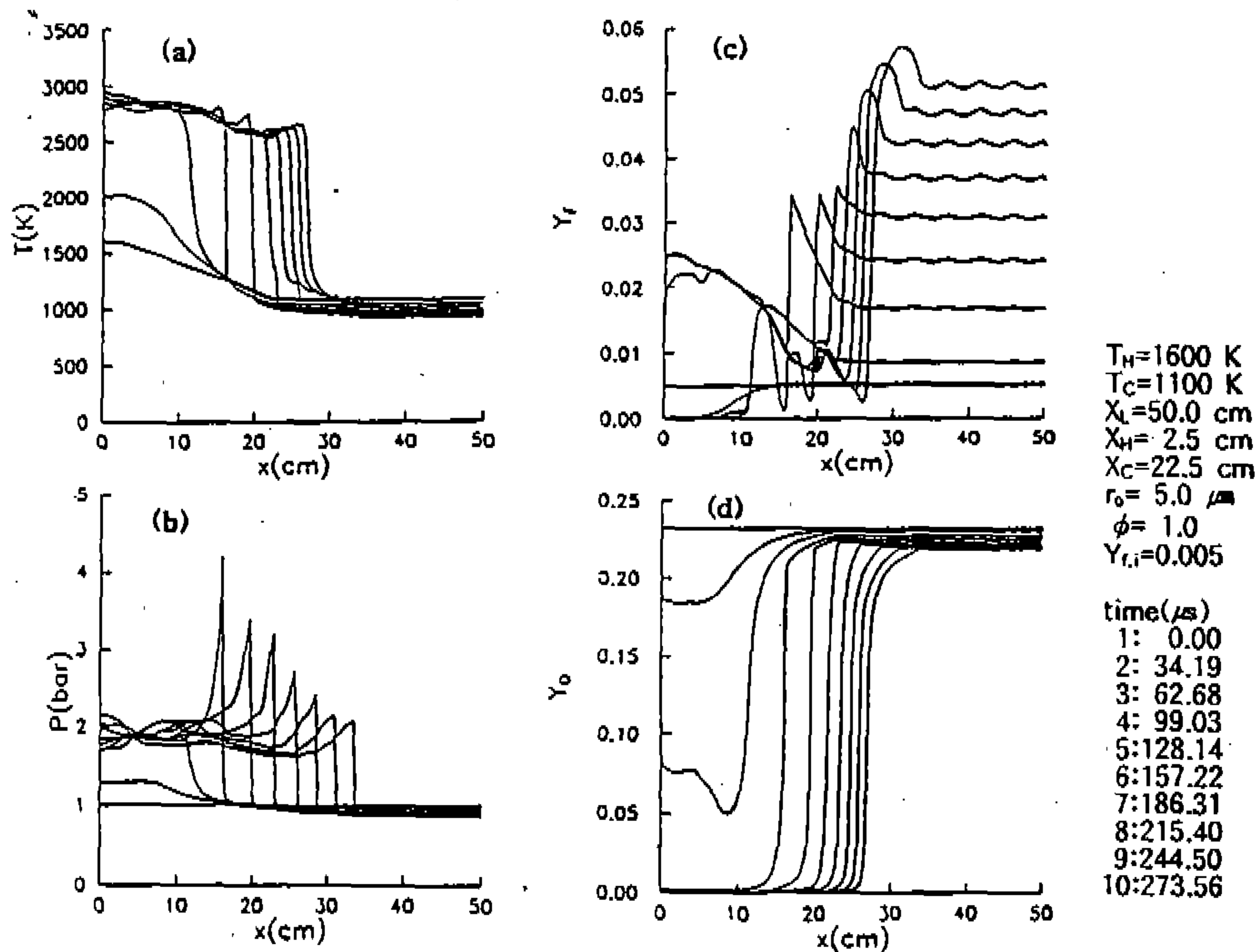


Fig.7 Instantaneous profiles of gas-phase flow field ($r_o=5\mu\text{m}$, $\frac{\partial T}{\partial x}=25\text{K/cm}$, $Y_{f,i}=0.005$);
 (a) temperature, (b) pressure, (c) fuel mass fraction, (d) oxygen mass fraction

와 압력파가 형성되어 압력파는 정점압력 4.2bar까지 도달하지만 $t=99.3\mu\text{s}$ 이후부터 압력파의 강도가 연소파와 압력파간의 약한 상호결합 때문에 계속적으로 감소한다. Fig.7a와 7b에서 보여주는 것처럼 압력파는 $t=99.3\mu\text{s}$ 이후부터 연소파와 서서히 분리되어 안정연소파로의 전이 가 진행됨을 알 수 있다. 이러한 분리과정동안 연소파의 속도는 불충분한 연료증기량과 미연 혼합기영역에서의 증발에 의한 냉각효과때문에 계속 감소된다.

5. 결 론

본 연구의 수치모델은 공기/연료분무 혼합기에서의 데토네이션 연소파의 형성과 전파, 데토네이션 연소파의 전파시 연소파와 압력파간의 상호결합 메카니즘, 연료액적 증발율의 기상과 액

상간의 상대속도에 따른 강한 의존성등과 관련된 기본적인 물리적 특성을 잘 예측하였다. 수치해석결과로부터 비균일 온도분포장의 온도구배, 초기 미연혼합기의 온도, 초기액적의 크기, 초기 연료증기농도가 다상유동에서의 연소파의 형성과 전파에 지대한 영향을 미친다는 것을 규명할 수 있었다. 본 연구에서 사용한 수치모델의 예측능력을 향상시키기 위해 앞으로의 연구에서는 액체연료의 미립화, 액적분열, 액적과 충격파의 상호작용, 초임계증발과 같은 물리적 과정들에 관한 모델링을 단계적으로 수행할 예정이다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 94년도 목적기초 학술연구 지원으로 수행된 내용의 일부이며 관계자 여러분께 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

1. Y.B. Zel'dovich, "Regime Classification of an Exothermic Reaction With Nonuniform Initial Conditions", *Comb. Flame*, vol.39, pp.211-214, 1980.
2. Y.B. Zel'dovich, Gelfand, B.E., Borisov, A.A., Frolov, S.M., and Polenov, A.N., "The Reaction Zone in Low-Speed Detonation in Tubes with Rough Walls", *Soviet Journal of Chemical Physics, Y.B.*, vol. 4, 1985, pp.279.
3. Y.B. Zel'dovich, A.A. Borisov, Gelfand, B.E., and S.M. Frolov, "Nonideal Detonation Waves in Rough Tubes", *Progress in Astronautics and Aeronautics : Dynamics and Explosion*, vol.114, edited by A.L. Kuhl, AIAA, New York, 1988, p.211.
4. R. Klein, and N. Peters, "Cumulative Effects of Weak Pressure Waves during the Induction Period of a thermal explosion in a closed cylinder", *J. Fluid Mechanics*, pp. 197~230, 1988.
5. L.He, and P.Clavin, "Critical Conditions for Detonations Initiations in Cold Gaseous Mixtures by Nonuniform Hot Pockets of Reactive Gases", *24th Int. Symp. Comb.*, pp.1861-1867, 1992.
6. M. Short, and J.W. Dold, "Corrections to Zel'dovich's "Spontaneous Flame" and the Onset of Explosion via Nonuniform Preheating", A.L. Kuhl et al.(eds), *Progress in Astronautics and Aeronautics*, vol. 154, pp.59-74, 1993.
7. A. Kapila, and V.Roytburd, "Transition to Detonation : A Numerical Study", *Lecture Notes on Physics*, vol.351, pp.374-382, 1989.
8. G. Goyal, J.Warnatz, and U.Maas, "Numerical Studies of Hot Spot Ignition in H_2-O_2 and CH_4 -Air Mixtures", *23rd Int. Symp. Comb.*, pp.1767-1773, 1990.
9. H.J. Weber, A.Mack, and P.Roth, "Combustion and Pressure Wave Interaction in Enclosed Mixtures Initiated by Temperature Nonuniformities", *Comb. Flame*, vol. 97, 1994, pp.281-295.
10. S.Eidelman, and M.Sichel, "The Transitional Structure of Detonation Waves in Multi-Phase Reactive Media", *Comb. Sci. Tech.*, vol.26, 1981, pp.215-224.
11. P. Clavin, and J. Sun, "Theory of Acoustic Instabilities of Planar Flames Propagating in Sprays or Particle-Laden Gases", *Comb. Sci. and Tech.*, vol.78, pp. 265-288, 1991.
12. C.F. Edwards, D.L. Siebers, and D.H. Hoskin, "A Study of the Autoignition Process of a Diesel Spray via High Speed Visualization", *SAE Transactions, K. of Engines*, vol.101, pp.187-204, 1992.
13. C.P. Chen, H.M. Shang, and Y.Jiang, "A Novel Gas-Droplet Numerical Method for Spray Combustion", *Int. J. Numer. Meth Fluids*, vol.15, pp.233-245, 1992.
14. Y.M. Kim, C.P. Chen, J.P. Ziebarth, and Y.S. Chen, "Prediction of Fast Transient Spray-Combustion Flows", *Numerical Heat Transfer*, vol.25, 1994, pp.21-42
15. C.K. Westbrook and F.L. Dryer, "Chemical Kinetic Modelling of Hydrocarbon Combustion", *Prog. Energy Comb. Sci*, vol.10, pp.1-57, 1984.
16. N. Frossling, "On the Evaporation of Falling Droplets", *Gerlands Beitrage Zur Geo-physik*, vol.52, pp.170-216, 1938.
17. B. Abramzon and W.A. Sirignano, "Drop-let Vaporization Model for Spray Combustion Calculations", *AIAA Paper 88-0636*, 26th Aerospace Science Meeting, Reno, Nevada, 1988
18. R. Clift, J.R. Grace, and M.E. Weber,

- "Bubbles, Drops and Particles", Academic Press, 1978.
19. G.L. Hubbard, V.E. Denny, and A.F. Mills, "Droplet Vaporization : Effects of Transient and Variable Properties", Int. J. Heat and Mass Transfer, vol.18, pp. 1003-1008, 1975.
- 20 M.Chase, JANAF Thermodynamic Tables, 3rd edition, American Chemical Society and American Institute of Physics for the National Bureau of Standards, 1986.
21. S.R. Chakravarthy and S.Osher, "A New Class of High Accuracy TVD schemes for Hypersonic Conservation Laws", AIAA-85-0363, 23rd Aerospace Sciences Meeting, Jan., 1985, Reno, NV
22. C.T. Crowe, M.P. Sharma, and D.E. Stock, "The Particle Source in Cell Method for Gas-Droplet Flows", J. Fluid Eng, vol.99, p.325, 1977.