

〈논 문〉 SAE NO. 953733

## 이중 모자형 단면부재의 압괴 연구

### A Study on the Crushing Theory of Double Hatted-section Tube

김 천 옥,\* 한 병 기\*\*  
C. W. Kim, B. K. Han

#### ABSTRACT

The present paper deals with the crushing characteristics of double hatted-section tube used in body structure of passenger car.

Being crushed, a double hatted-section tube shows symmetric or antisymmetric buckling mode according to section aspect ratio and flange size. Zone of buckling mode is shown by numerical methods.

It is supposed that crippling behavior of double hatted-section tube corresponds with rectangular tube without flange. Crippling plate coefficient is also calculated when section aspect ratio of tube is higher than one.

주요기술용어 : Double Hatted-Section Tube(이중 모자형 단면부재), Crushing(압괴), Buckling Mode(좌굴모드), Equivalent Rectangular Tube(등가 4각튜브), Section Aspect Ratio(단면종횡비), flange(플랜지)

#### 기 호 설 명

a	: Length of plate	f	: Height of flange
b	: Width of unstiffened plate	K	: Elastic buckling coefficient of tube
c	: Width of equivalent plate	$K_c$	: Elastic buckling coefficient of plate
d	: Width of stiffened plate	$K_p$	: Crippling plate coefficient
E	: Young's modulus	$K_{bc}$	: General elastic buckling coefficient
		$P_{max}$	: Maximum load carrying capacity
		t	: Thickness of plate
		$\alpha$	: Section aspect ratio of double hatted-section tube
		$\beta$	: Plastic hardening factor

\* 정회원, 연세대학교 기계공학과

\*\* 정회원, 홍익대학교 기계공학과

- $\nu$  : Poisson's ratio  
 $\sigma_{cr}$  : Critical buckling stress  
 $\sigma_{max}$  : Maximum crippling strength  
 $\sigma_y$  : Yield strength of material

## 1. 서 론

현대의 승용차는 프레임과 보디가 일체로 된 모노코크 구조로 이루어져 있다. 이 구조는 고생산성을 위하여 박강판을 프레스로 성형하고 점용점으로 접합시켜 강도와 강성이 뛰어난 차체구조를 완성한다. 그런데 모노코크 구조의 자동차는 정면충돌시 많은 에너지를 엔진레일 등에서 받게 되어 엔진레일의 충돌안전성이 요구된다. 이러한 구조물은 얇은 판들로 구성되어 있는 모자형 단면부재이므로 박판 모자형 단면부재의 압괴현상과 에너지 흡수능력 향상을 위한 연구가 중요하다.

1961년 Timoshenko 등<sup>(1)</sup>은 4변이 단순지지된 매우 얇은 4각판의 탄성좌굴응력은 4각튜브의 양단 단순지지 압축시험으로 구할 수 있다고 하였다. 이후 Gerard<sup>(2)</sup>는 압축하중을 받는 평판의 평형방정식을 구하였고, 4변이 단순지지된 판의 좌굴 거동시 압축응력의 분포가 균일하지 않음을 보여주어 좌굴하중을 넘어서 판이 지지할 수 있는 최대압괴하중을 구할 때 대변형에 의한 영향을 고려해야 한다고 하였다. 1952년 Bleich<sup>(3)</sup>은 다양한 경계조건을 고려하여 4각튜브를 이루는 판 하나에 대한 탄성좌굴계수를 구함으로써 박판 4각튜브의 탄성좌굴응력을 계산하는 식을 근사적으로 구하였고 좌굴판과 구속판의 개념을 고려하였다. 이때 모자형 단면부재의 플랜지는 압괴강도를 구할때 튜브의 경계조건만을 변화시키는 것으로 취급하고, 소성힌지가 생성될 때는 함께 거동되는 벽체로만 생각함으로써 플랜지의 강성을 무시하여 처리하였다. 1981년 Mahmood와 Paluszny<sup>(4)</sup>는 탄소성 좌굴강도에 재료의 항복강도와 가공경화현상을 고려하여 여러가지 단면종횡비를 갖는 박판 4각튜브의 최대압괴강도와 평균압괴강도에 관한 실험식을 제시하였다. 그리고 반경험적 접근을 통하여 부재의 압괴시 규칙적인

주름이 발생하는 compact 압괴형상과, 굽힘작용이 함께 일어나면 불규칙적 주름을 발생시키는 noncompact 압괴형상이 나타남을 보였다. 1983년에는 Kandil 등<sup>(5)</sup>이 직4각형 튜브에서 2쌍의 판이 나타내는 탄성좌굴계수가 서로 다름에 주목하여 튜브 전체의 통합된 새로운 탄성좌굴계수를 정의하였다.

김천욱 등<sup>(6)</sup>은 모자형 단면부재에 대하여 플랜지의 강성을 고려하여 4각튜브로 등가시키고 압괴해석을 하였다. 그 결과 이중 모자형 단면부재에서는 대칭 좌굴모드(symmetric buckling mode)와 비대칭 좌굴모드(antisymmetric buckling mode)가 나타나고 단일 모자형 단면부재에서는 대칭 좌굴모드만이 발생함을 확인하였다.

본 연구에서는 승용차차체에 많이 사용되는 이중 모자형 단면부재의 좌굴모드를 구하고 4각튜브의 등가시켜 등가 4각튜브의 단면종횡비와 플랜지의 강성이 압괴현상에 미치는 영향을 고찰하고 실험과 비교해 본다. 그리고 이를 바탕으로 임의의 단면종횡비에 따른 최대압괴강도 및 최대압괴하중을 구한다.

## 2. 이 론

### 2.1 등가 4각튜브 이론

박판을 접어 점용접한 이중 모자형 단면부재는 차체구조로써 널리 쓰이며, 그 측면과 단면의 모양은 Fig.1과 같다.

이중 모자형 단면부재는 좌굴시 플랜지의 강성에 따라 Fig.2에서 보여주는 대칭 좌굴모드와 비대칭 좌굴모드 중 하나의 좌굴모드를 나타내는데, 탄성좌굴계수와 탄성좌굴응력은 비례하므로 플랜지가 붙은 판은 2가지 좌굴모드중 낮은 탄성좌굴계수를 갖는 좌굴모드로 좌굴된다<sup>(6)</sup>.

이중 모자형 단면부재가 압축하중을 받을 때 부재를 이루는 각각의 판사이의 경계조건을 단순지지로 가정하여 단순화하면<sup>(1,3)</sup> 판을 독립적으로 분리시켜 각각의 판이 압축하중을 받는 것으로 볼 수 있다. 이때 플랜지가 있는 판은 중앙에 리브가 있는 판으로 이상화하여 해석할 수 있다<sup>(6)</sup>. 리브에 의한 강성의 증가는 탄성좌굴응력의

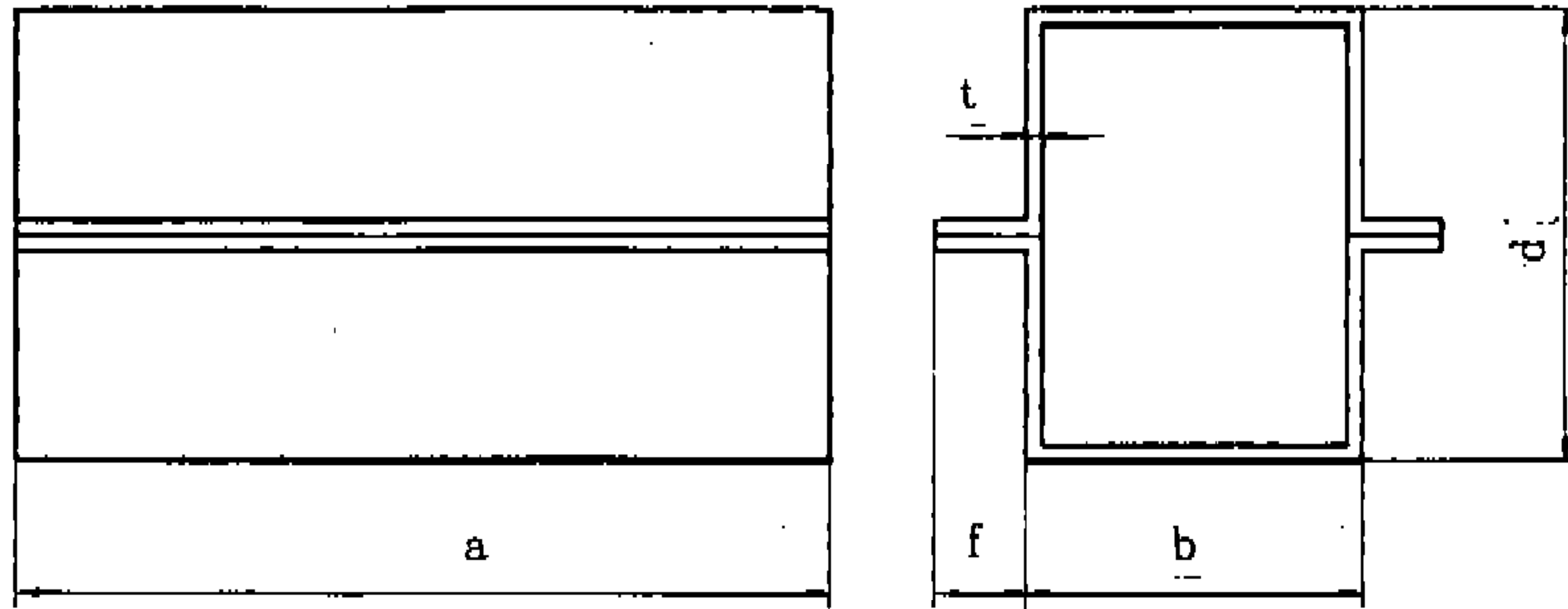


Fig.1 Double hatted-section tube

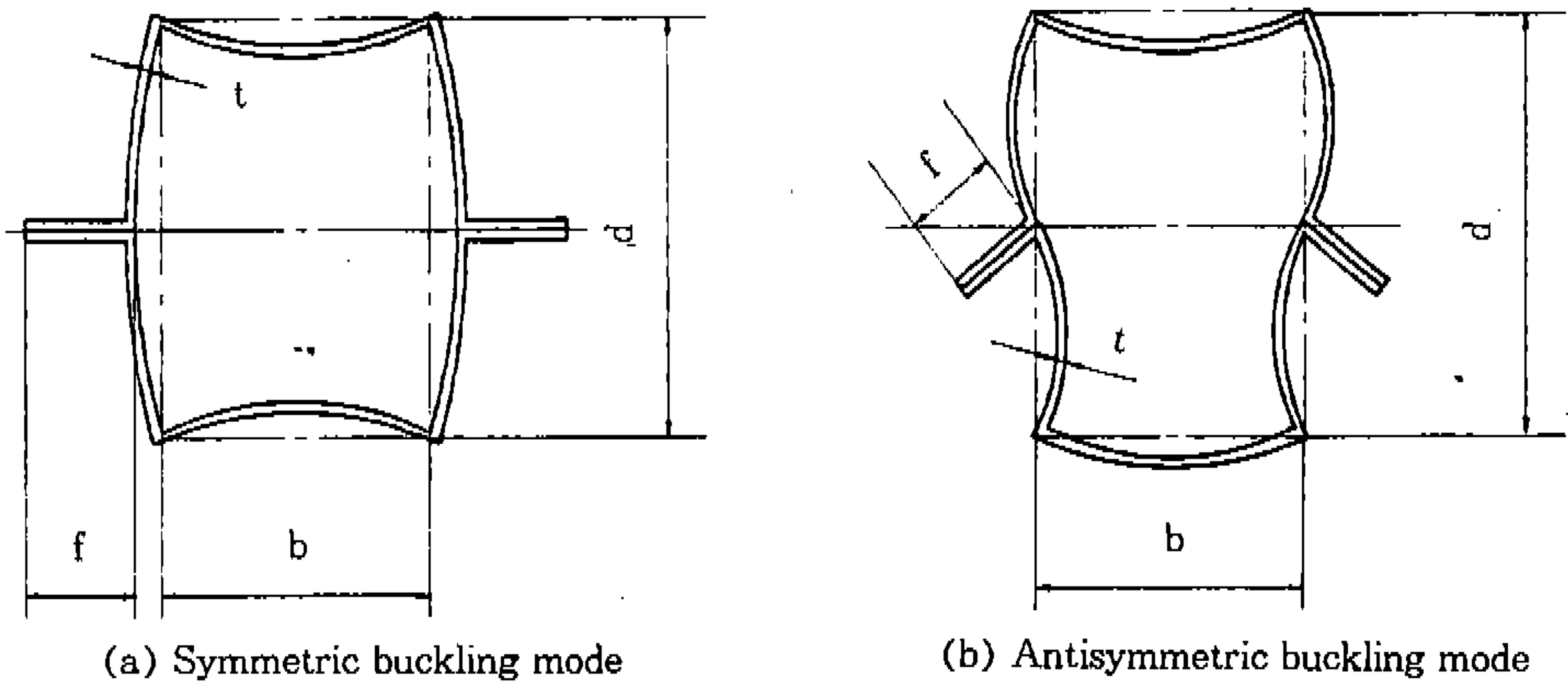


Fig.2 Buckling mode for double hatted-section tube

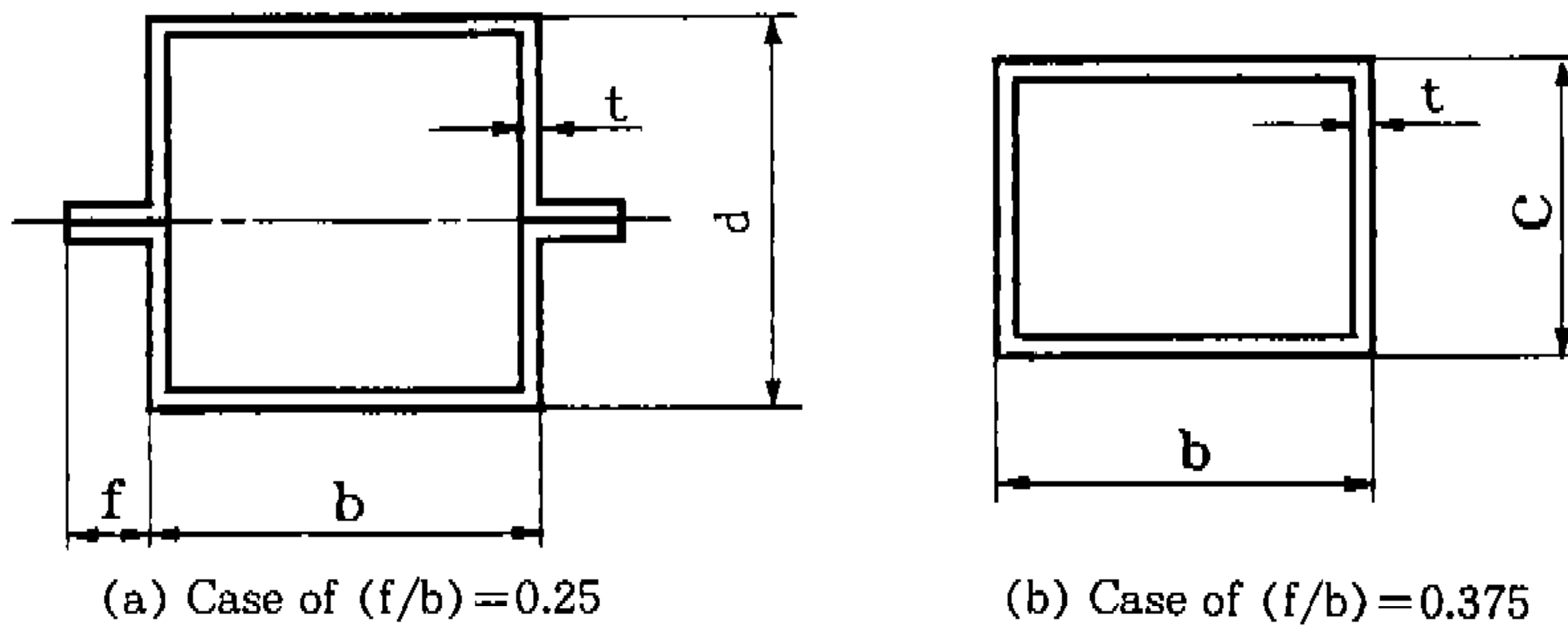


Fig.3 Equivalent rectangular tube for double hatted-section tube

증대를 가져온다. 이러한 리브보강효과를 고려하여 보강판을 리브가 없는 4각튜브로 등가치환하며, 리브가 있는 판의 탄성좌굴계수  $K_c$ 와 등가치환 후의 리브가 없는 판의 폭  $c$ 와의 관계를 구한다<sup>(6)</sup>.

$$\frac{c}{d} = \frac{2}{\sqrt{K_c}} \quad (1)$$

Fig.3에는 식(1)에 의하여 이중 모자형 단면 부재가 같은 두께의 4각튜브로 등가치환된 단면의 모양을 나타낸다.

플랜지의 강성이 크면 이중 모자형 단면부재는 플랜지가 회전하게 되어 단순히 판의 경계조건만을 변화시키는 비대칭 좌굴모드를 나타낸다. 즉, 비대칭 좌굴모드의 경우 플랜지를 중심으로 한 양쪽 판은 폭이  $d/2$ 인 단순지지 경계조건을 갖

는 판이 되며 탄성좌굴계수  $K_c = 16$ 을 식(1)에 구할 수 있다. 아울러 대칭좌굴모드는 탄성좌굴계수가  $K_c < 16$ 에 해당된다.

2.2 좌굴모드의 영역

탄성좌굴계수  $K_c$ 값에 따라 이중 모자형 단면 부재의 좌굴모드는 예측될 수 있다. 단면종횡비에 따른 좌굴모드의 영역을 살펴보기 위해 단면종횡비를 다음과 같이 정의한다.

$$\alpha = \frac{d}{b} \tag{2}$$

플랜지가 없는 판의 폭  $b$ 와 플랜지의 크기  $f$ 의 비( $f/b$ )에 의하여 단면종횡비  $\alpha$ 에 따른 좌굴모드를 구분하는 영역은 Fig.4와 같이 수치해석으로 얻어진다.

이 그림에서 각각의 ( $f/b$ ) 경우에 대한 선도의 위쪽은 대칭 좌굴모드 영역이고 아래쪽은 비

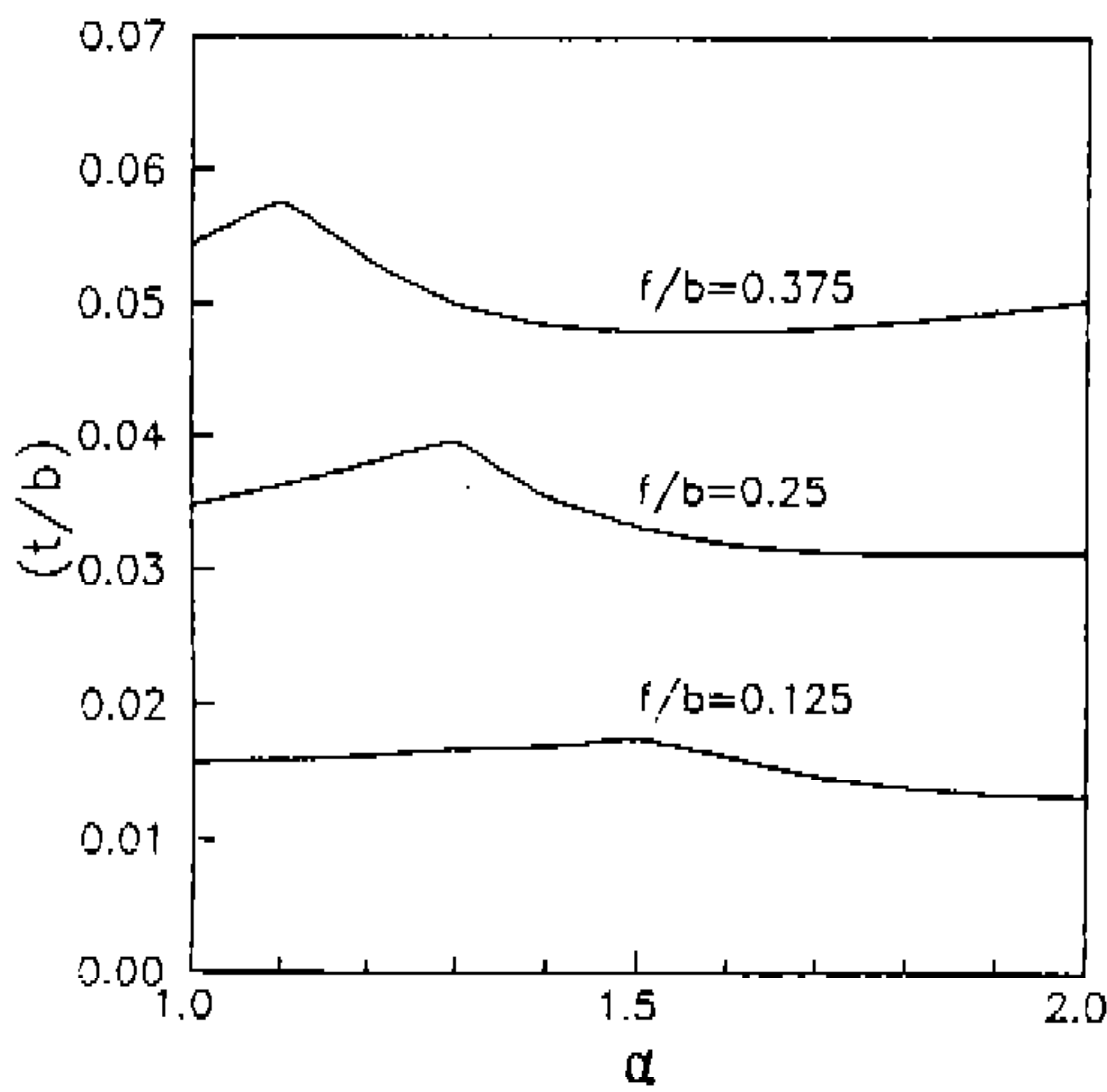


Fig.4 Zone of symmetric and antisymmetric buckling mode

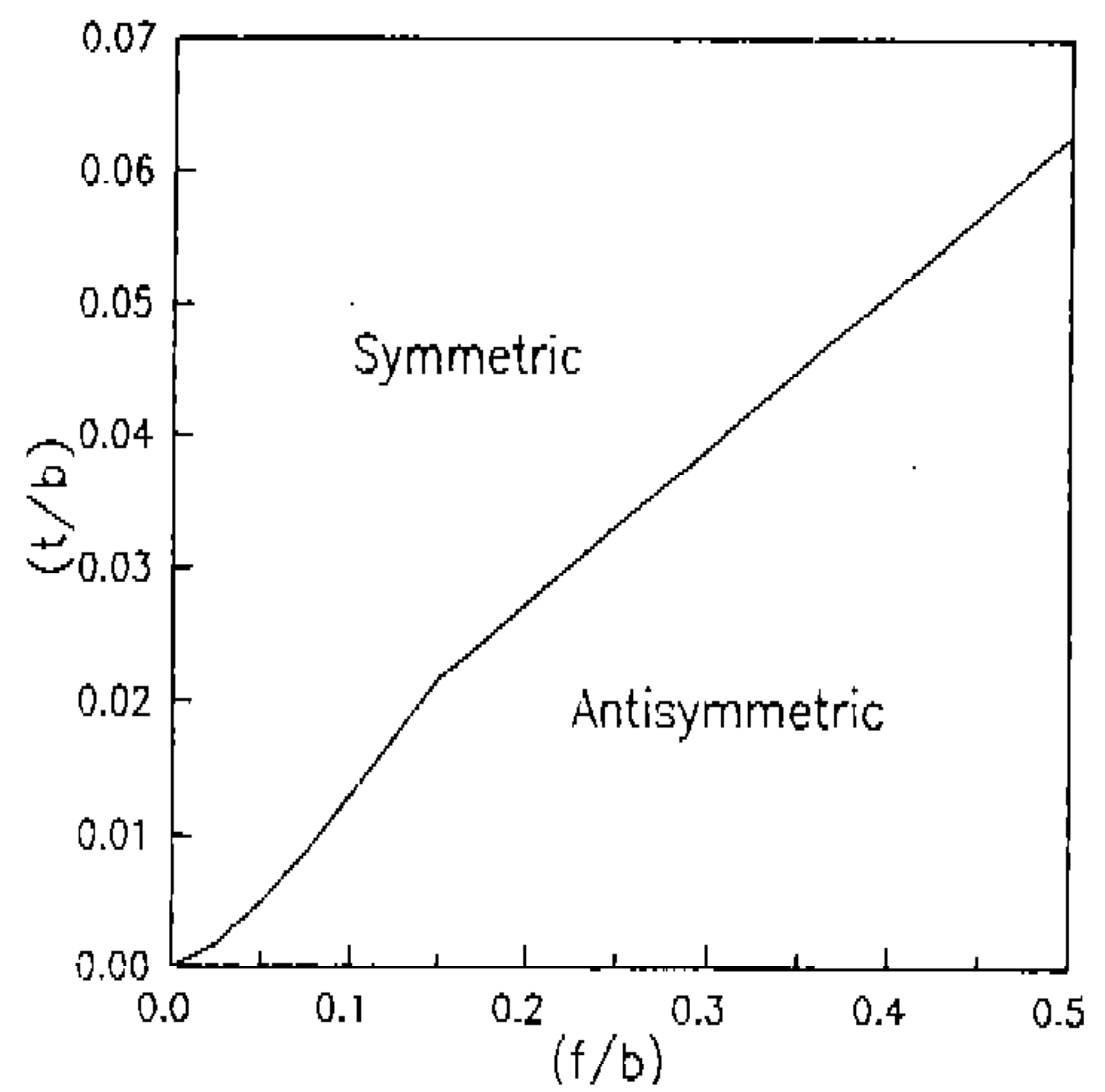


Fig.5 Bifurcation of buckling mode for  $\alpha = 1.5$

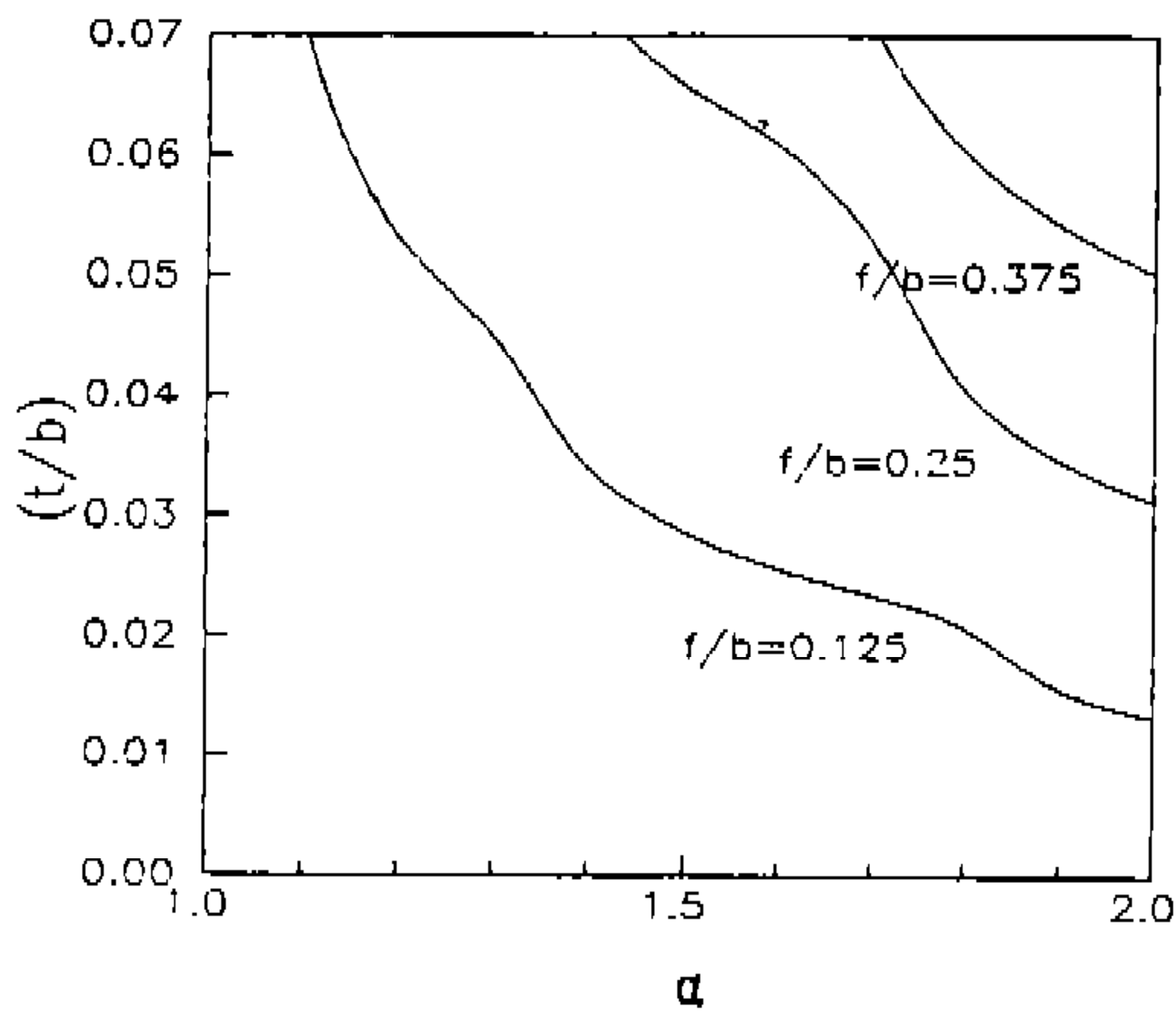


Fig.6 Change of bifurcation between buckling plate and restraining plate

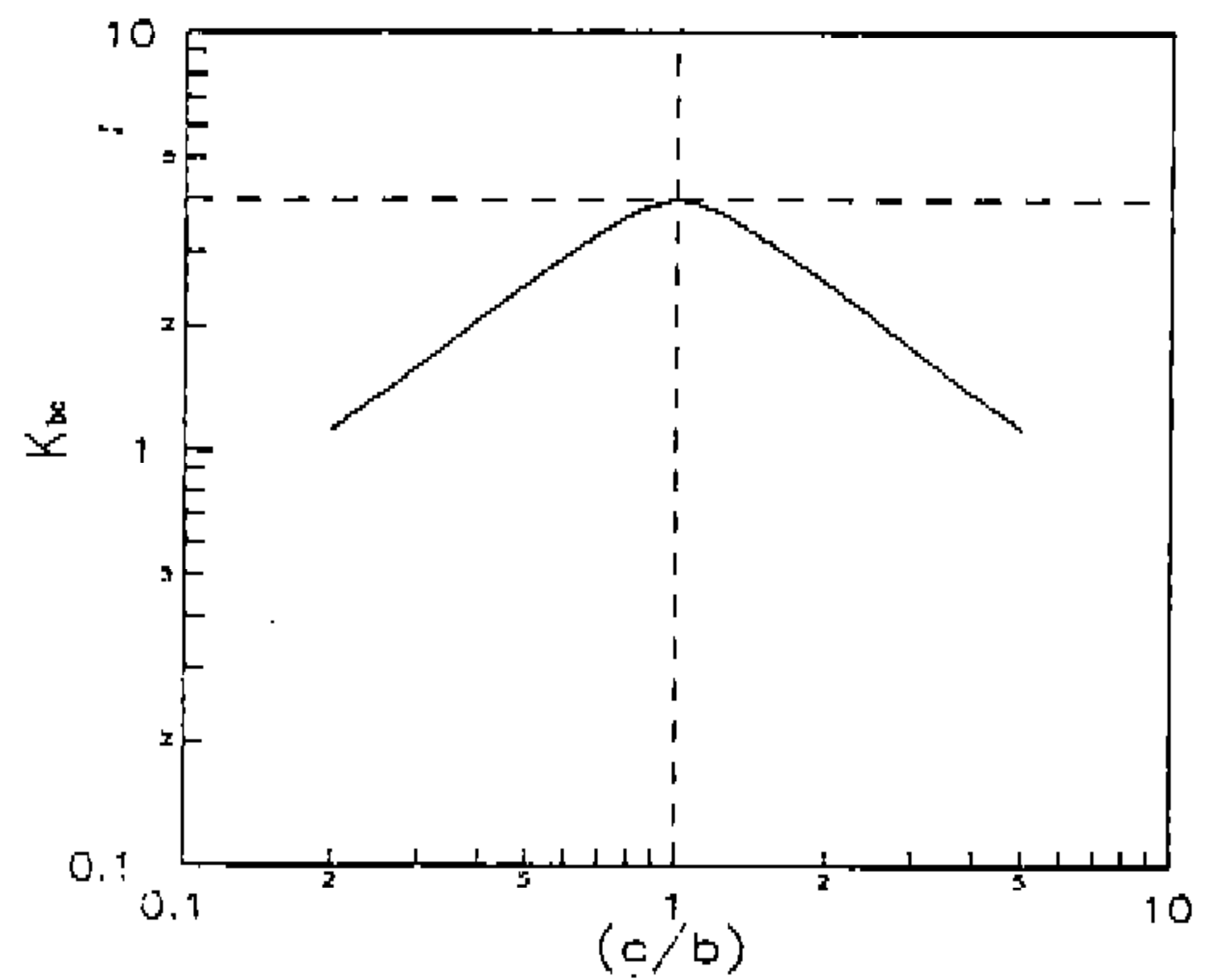


Fig.7 Buckling coefficient  $K_{bc}$  in the symmetrical form

대칭 좌굴모드 영역이다. 그리고 두 영역을 나누는 경계선은 단면종횡비에  $\alpha$ 에 대하여 거의 수평적으로 변함을 알 수 있다.

한편  $(f/b)$ 가 클수록 플랜지의 강성이 커지므로 플랜지는 경계조건을 변화시키는 역할을 하게 되어 비대칭 좌굴모드가 나타나는 영역에 넓어지며,  $(f/b)$ 가 작아지면 플랜지의 강성이 작아져 대칭 좌굴모드의 영역이 넓어진다.

플랜지의 영향을 고려하는 예로써  $\alpha=1.5$ 인 경우의  $(f/b)$ 에 따른 좌굴모드의 영역을 나타내면 Fig.5와 같다. 임의의 후폭비  $(t/b)$ 에 대하여  $(f/b)$ 가 한계값 이상으로 커지면 플랜지의 강성이 커지므로 대칭 좌굴모드에서 비대칭 좌굴모드로 바뀌게 된다.

### 2.3 좌굴판과 구속판의 경계

동가치환 후의 판의 폭  $c$ 는 플랜지가 없는 판의 폭  $b$ 보다 클 수도 있고 작을 수도 있다. 단면종횡비와 플랜지의 크기에 따른 좌굴판과 구속판이 바뀌는 분기점의 변화를 살펴보기 위해 식 (1)에 단면종횡비  $\alpha$ 를 대입하면 다음 관계식을 얻는다.

$$\frac{c}{b} = \frac{2\alpha}{\sqrt{K_c}} \quad (3)$$

$(c/b > 1)$ 이면 폭  $b$ 인 판이 구속판이 되고 폭

$c$ 인 판이 좌굴판이 되며,  $(c/b < 1)$ 인 경우는 그 반대이다.

$(f/b)$ 에 의하여 단면종횡비  $\alpha$ 에 따른 좌굴판과 구속판을 구분하는 경계는 Fig.6과 같이 수치 해석으로 얻어진다. 각각의  $(f/b)$ 를 나타내는 선도에서 경계선의 위쪽은  $(b < c)$ 이므로 폭  $c$ 인 판이 좌굴판이 되고 경계선의 아래쪽은  $(b > c)$ 이어서 폭  $b$ 인 판이 좌굴판이 된다. 적절한 후폭비  $(t/b)$ 에서 단면종횡비  $\alpha$ 가 증가하여 경계치에 이르면 좌굴판과 구속판이 서로 바뀔 수 있다. 또한  $(f/b)$ 의 값이 커지면 플랜지의 강성이 커지므로 폭  $c$ 인 판이 구속판이 되는 영역이 넓어진다. 즉, 이중 모자형 단면부재의 단면종횡비  $\alpha$ 와 플랜지는 좌굴판과 구속판을 결정함으로써 좌굴판의 폭에 영향을 미치게 되고 따라서 최대압괴강도에도 큰 영향을 준다.

### 2.4 최대압괴하중

Kandil등<sup>(5)</sup>은 박판 4각튜브의 탄성좌굴계수를 식(4)와 같이 정의하고 4각튜브의 단면종횡비에 따른 탄성좌굴계수를 Fig.7과 같이 대칭으로 나타내었다.

$$K_{bc} = \left(\frac{bc}{t^2}\right) \frac{\sigma_{cr}}{\pi^2 E / 12(1-\nu^2)} \quad (4)$$

Fig.7에서  $K_{bc}$ 는  $c/b=1$ 을 기준으로 대칭이며 4각튜브의 탄성좌굴계수  $K$ 와 다음과 같은 관계

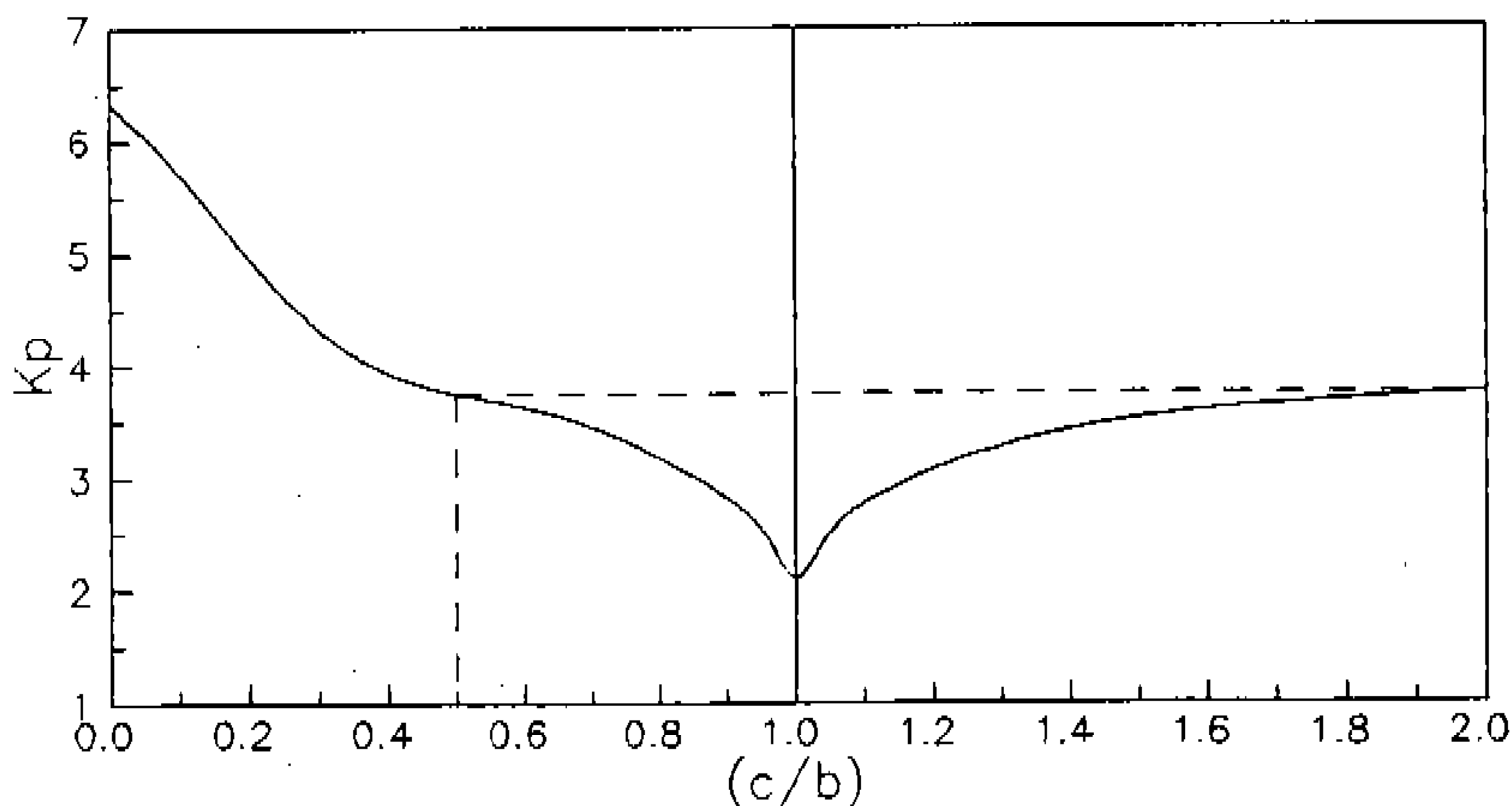


Fig.8 Crippling plate coefficient  $K_p$ .

를 가진다.

$$K_{bc} = \frac{c}{b} K \quad (5)$$

그리고 4각튜브의 탄성좌굴계수와 판압괴계수 사이에는<sup>(7)</sup>

$$\left(\frac{K_P^{0.75}}{K^{1.75}}\right)^{0.5} = 0.40 \quad (6)$$

의 관계를 가지므로 임의의 단면형상에 관한 판압괴계수  $K_p$ 를 구하면 Fig.8과 같다.

결국 ( $c/b > 1$ )인 경우에는 ( $b/c$ )의 값으로  $K_p$ 를 구할 수 있다. 예로써 ( $c/b = 0.5$ )인 경우와 ( $c/b = 2.0$ )인 경우의  $K_p$ 는 서로 같음을 알 수 있다. 따라서 등가치환된 4각튜브의 단면종횡비에 따라 Fig.8로부터 판압괴계수  $K_p$ 를 구하고, 식(7)로부터 이중 모자형 단면부재의 최대 압괴강도를 구한다<sup>(4)</sup>.

$$\sigma_{max} = \left[ \frac{K_p E \left(\frac{t}{b}\right)^2}{(1-\nu^2)\beta} \right]^{0.43} \sigma_y^{0.57} \quad (7)$$

따라서 최대압괴하중은 최대압괴응력과 플랜지부를 제외한 단면적의 곱으로 주어진다.

$$P_{max} = 2\sigma_{max}t(b+d) \quad (8)$$

### 3. 실험결과 및 검토

#### 3.1 등가치환에 의한 최대압괴응력과 최대압괴하중

시험편의 양단 모서리부만을 압력판에 점용접으로 접합시키고 만능재료시험기로 압축시키면서 실험한다. Table 1에 각 시험편의 최대압괴하중을 구한 후 실험값과 비교하고 이중 모자형 단면부재의 플랜지가 붙은 판에 대한  $K_p$  등가치환 후의 단면종횡비( $c/b$ ), 최대압괴하중의 이론값

Table 1 Maximum load carrying capacity and buckling mode of double hatted-section tube specimens ( $E = 21,000 \text{kgf/mm}^2$ ,  $\sigma_y = 20.3 \text{kgf/mm}^2$ ,  $\sigma_u = 30.0 \text{kgf/mm}^2$ )

No.	b (mm)	d (mm)	t (mm)	f (mm)	$K_c$	c/b	$P_{max}(\text{kgf})$		buckling mode
							Eq.(8)	Experiment	
S 1	40	40	1.0	10	16	0.5	4456	4250	Antisymmetric
S 2	35	85	1.0	10	16	1.22	5998	5700	"
S 3	80	80	1.0	15	16	0.5	5341	4925	"
S 4	40	60	1.0	15	16	0.75	5306	5110	"
S 5	80	80	1.2	15	16	0.5	7500	6400	"
S 6	40	54	1.5	10	16	0.68	10028	9150	"
S 7	40	58	1.5	10	15.20	0.74	10172	9770	Symmetric
S 8	47	74	1.6	10	12.93	0.88	11759	9500	"
S 9	40	74	1.6	10	12.93	1.03	11108	9260	"
S10	41	83	1.6	10	12.59	1.14	12051	9700	"
S11	40	70	1.6	15	16	0.88	12123	9850	Antisymmetric
S12	51	70	2.0	10	11.63	0.81	17037	14550	Symmetric
S13	41	84	2.0	10	10.57	1.26	17600	14200	"
S14	40	50	2.0	15	16	0.63	16553	13820	Antisymmetric
S15	40	64	2.0	15	15.37	0.82	18125	15030	Symmetric

과 실험값, 좌굴모드 등을 나타내었다.

본 연구에서 최대압괴하중의 이론값과 실험값은 5%에서 19%까지의 오차를 보이는데, 이는 초기결함에 의한 탄성좌굴용력의 저하로 인해 차이가 난다고 볼 수 있다. 그리고 실제로 이중 모자형 단면부재에서는 플랜지가 판과 판을 접은 후 점용접을 함으로써 형성된 것이나 이론 모델은 완벽하게 접합된 판에 리브가 있는 것으로 가정하였기에 차이가 난다고도 할 수 있다. 특히 시편 S8~S15는 시편의 끝단에서부터 좌굴이 일어나지 않고 끝단에서 약간 떨어진 곳에서부터 국부적 좌굴이 발생하였기 때문에 full load에 도달하지 못하고 접합이 발생하였다.

시편 S8과 S10, 시편 S12와 S13은 등가 4각 튜브 치환하였을 때, 좌굴판과 구속판이 서로 바뀌었으나 등가치환 후의 단면치수가 서로 같은 시편들의 조합이다. 따라서 판압괴계수  $K_p$ 의 값

Table 2 Equivalent section and comparison of maximum crippling stress

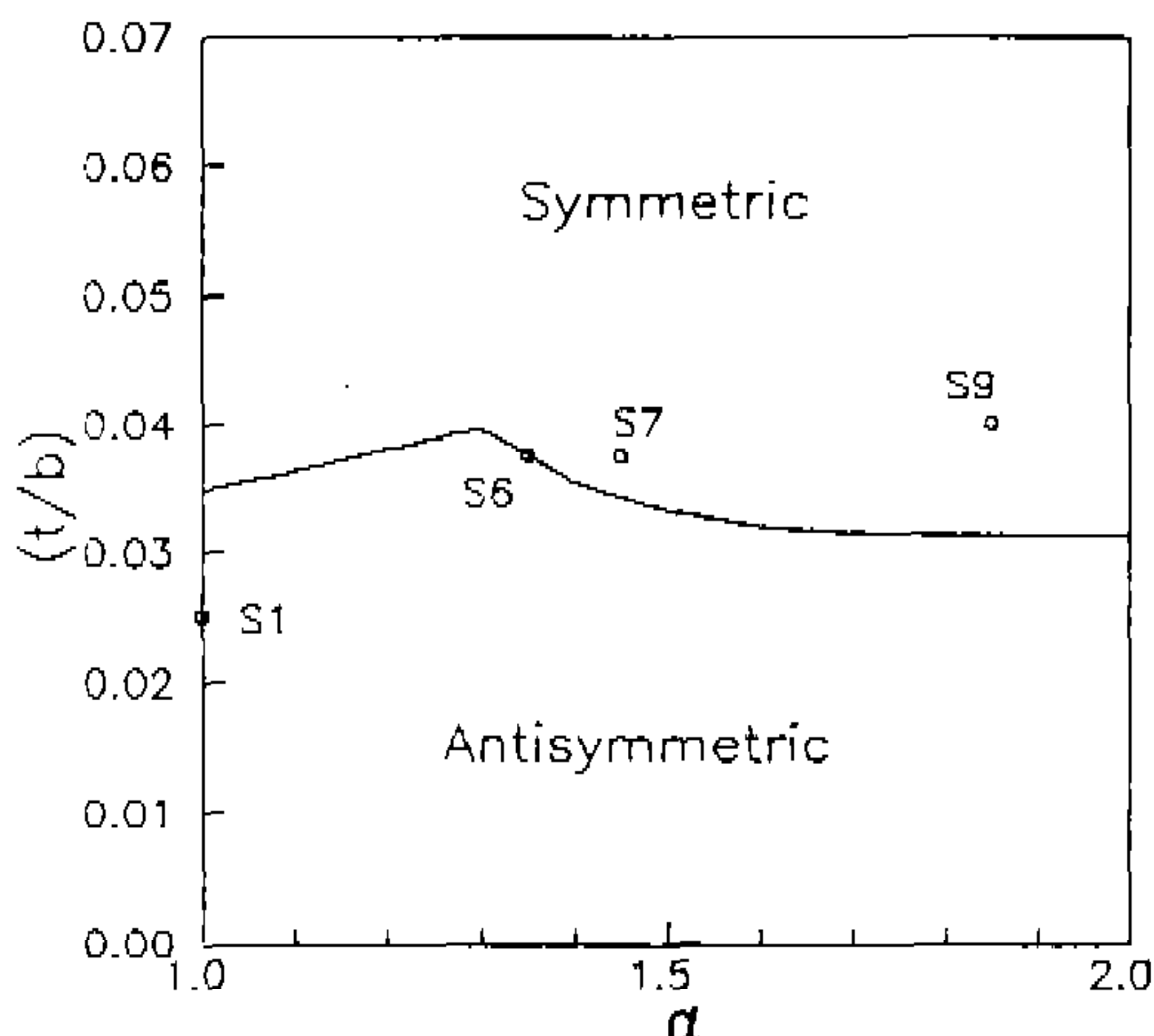
	$b \times d$	$b \times c$	$\sigma_{max, t}$	$\sigma_{max, e}$
S 8	47 × 74	47 × 41	30.37	24.54
S10	41 × 83	41 × 47	30.37	24.45
S12	51 × 70	51 × 41	35.20	30.06
S13	41 × 84	41 × 51	35.20	28.40

이 서로 같고 최대압괴강도도 같아야 한다. 이를 Table 2에서 실험과 비교하였다. 여기서  $\sigma_{max, t}$ 는 최대압괴강도의 이론값이고,  $\sigma_{max, e}$ 는 최대압괴강도의 실험값이다. 실험결과를 보면 시편 S8과 S10, S12와 S13의 최대압괴용력의 차이는 0.4%, 5.5%이다. 따라서 최대압괴강도를 계산할 때 ( $c/b > 1$ )인 경우에도 ( $b/c$ )의 값으로 Fig.8에서 판압괴계수  $K_p$ 를 구할 수 있음이 증명된다.

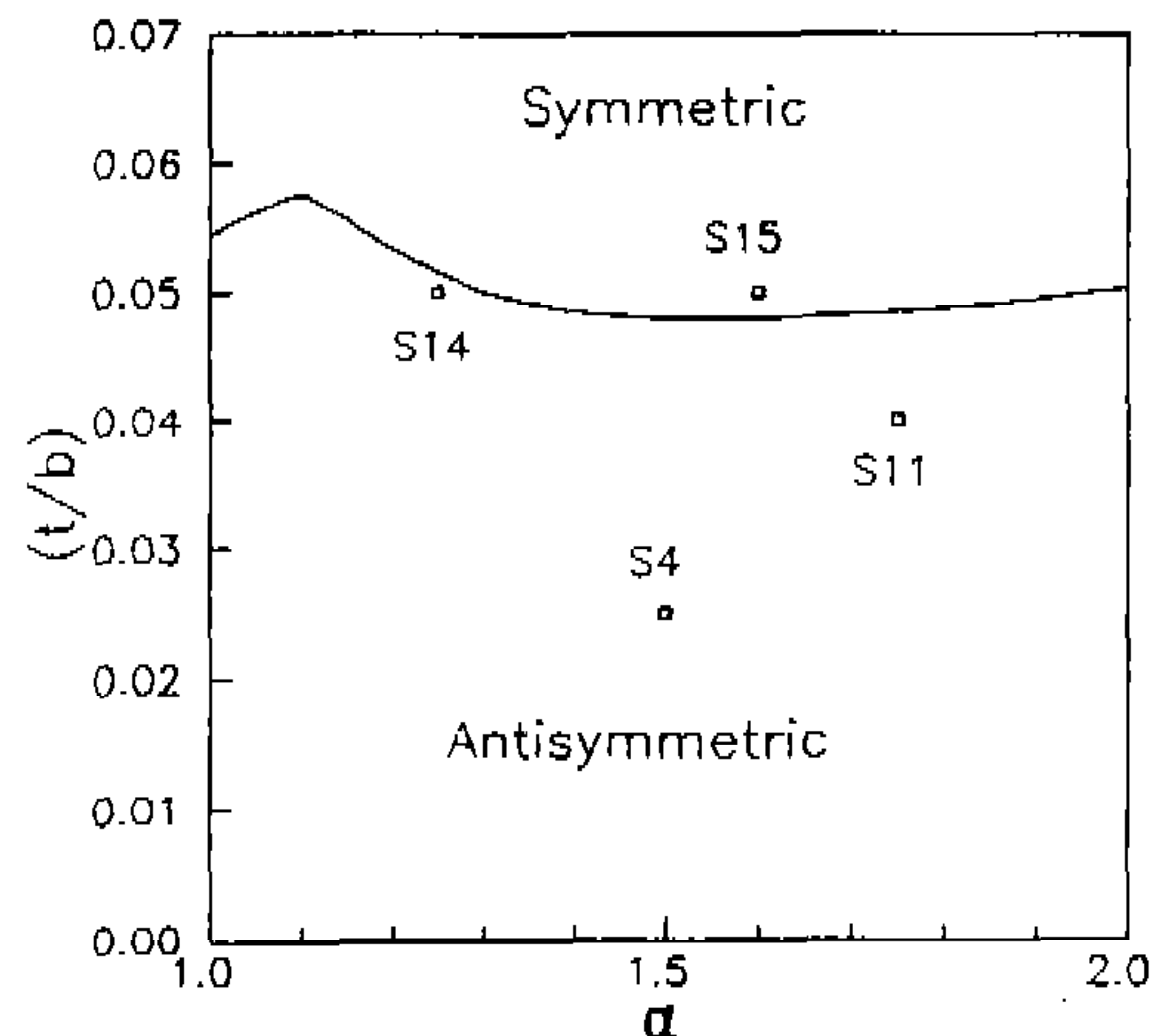
### 3.2 좌굴 모드의 구분

이중 모자형 단면부재의 좌굴모드는 단면종횡비  $\alpha$ 와 ( $t/b$ )의 조합에 따라 대칭 좌굴모드와 비대칭 좌굴모드가 구분된다. Fig.9에 여러가지 시편의 실험결과를 나타내었다.

선도의 위쪽 영역에 있는 시편 S7, S9, S15는 대칭 좌굴모드가 나타났고, 아래쪽 영역에 있는 시편 S1, S4, S11, S14와 경계선상의 시편 S6은 비대칭 좌굴모드가 나타났다. 시편 S6과 S7, S14와 S15를 보면 단면종횡비  $\alpha$ 에 따라 좌굴모드가 바뀌게 되고, 시편 S9와 S11을 보면 플랜지의 크기에 따라 좌굴모드가 바뀌게 됨을 알 수 있다. 반면 후폭비 ( $t/b$ )가 작은 시편 S1과 S4는 단면종횡비나  $\alpha$ 나 ( $f/b$ )에 의해서도 좌굴모드가 변하지 않는다. 따라서 적절한 두께의 시편에 대해서 단면종횡비  $\alpha$ 와 플랜지의 크기 ( $f/b$ )



(a) Case of  $(f/b) = 0.25$



(b) Case of  $(f/b) = 0.375$

Fig.9 Experimental result of buckling mode

는 이중 모자형 단면부재의 좌굴모드에 영향을 미친다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 승용차 차체구조에서 많이 사용되는 이중 모자형 단면부재의 압괴특성에 대하여 연구하였다. 이중 모자형 단면부재를 박판 4각튜브로 등가시키고 플랜지의 크기 및 단면종횡비에 따른 좌굴모드의 구분영역을 수치해석으로 제시하고 실험과 비교하였다. 또한 등가 4각튜브의 좌굴판과 구속판의 경계를 수치해석으로 구하고 이를 바탕으로 임의의 단면 종횡비에 따른 이중 모자형 단면부재의 최대압괴강도 및 최대압괴하중을 구하였다.

본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 이중 모자형 단면부재의 좌굴모드는 후폭비와 플랜지의 크기에 따라 대칭과 비대칭모드로 구분되며, 수치해석을 이용하여 좌굴모드의 구분영역을 제시하였다. 즉, 두께가 두껍고 플랜지의 크기가 작을수록 대칭모드가 발생하며 두께가 얇고 플랜지의 크기가 클수록 비대칭모드가 발생한다.
- 2) 등가치환 후의 단면치수가 같은 이중 모자형 단면부재는 좌굴특성이 같으며, 단면종횡비가 1보다 큰 경우에는 단면종횡비의 역수를 취하여 판압괴계수를 구할 수 있다.

#### 참 고 문 헌

1. Timoshenko, S.T. and Gere, J.M., Theory of Elastic Stability, 2nd Edition, McGraw-Hill Book Co., New York, 1961.
2. Gerard, G., Introduction to Structural Stability Theory, McGraw-Hill Book Co., New York, 1962.
3. Bleich, F., Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill Book Co., New York, 1952.
4. Mahmood, H.F. and Paluszny, A., "Design of Thin Walled Columns for Crash Energy Management-Their Strength and Mode of Collapse", SAE 811302.
5. Kandil, K.S. and Calladine, C.R., "Classical Local Buckling of Tubes Having Rectangular Cross Sections", Int. J. Mechanical Science, Vol.28, No.11, pp.789-797, 1986.
6. 김천욱, 한병기, "박판 상형 부재의 붕괴 특성연구", 한국자동차공학회 논문집 제 2권 제 1호, pp.65-72, 1994
7. Jones, N. and Wierzbicki, T., Structural Crashworthiness, Butterworths, pp.96-117, 1983.
8. 장경환, "모자형 단면부재의 일반압괴이론", 연세대학교 대학원 석사학위 논문, 1994. 2.