

유압관로에서 원통형 초크의 비정상  
유동의 주파수 특성에 관한 연구

Frequency Characteristics of Unsteady Flow of  
Cylindrical Choke in a Hydraulic Pipe

박 선 증,\* 유 영 태,\* 위 광 환\*\*

S. J. Park, Y. T. Yoo, K. H. Wee

Abstract

A new instantaneous flowmeter for hydraulics by means of cylindrical chokes is developed. In this method the instantaneous flowrate through chokes is predicted in real time from measurement of pressure difference on both sides of cylindrical choke. The experimental study for the flowrate of pulsating flow in a pipe is carried out to measure differential pressure drop by using a strain gauge pressure transducer with data acquisition and processing system. A pulsating flow is verified by a visualization method. In the present study, the flow characteristic variables of laminar pulsating flow are investigated analytically and experimentally in a circular pipe. Characteristic parameters of ratio of inertia term to pressure term ( $\Phi_{1,1}$ ) and ratio of viscous term to pressure term ( $\Phi_{2,1}$ ) are introduced to describe the flow pattern of laminar pulsating flow.

기 호 설 명

$D_h$  : 수력직경 (m)

$t$  : 시간(sec)

$u, v$  : 유속(m/sec)

$p$  : 압력( $kg_f/m^2$ )

$l$  : 초크의 길이(m)

$Re$  : 레이놀즈수

$d$  : 초크의 직경(m)

$D$  : 관경(m)

$q$  : 유량( $m^3/sec$ )

$f$  : 진동수(Hz)

$\bar{f}$  : 무차원 진동수( $=fd^2/4\nu$ )

그리스 문자

$\rho$  : 밀도( $kg/m^3$ )

$\tau_w$  : 벽전단응력( $kg/m^2$ )

$\omega$  : 각속도(rad/sec)

$\lambda$  : 마찰계수

$\mu$  : 점성계수( $kg/m \cdot sec$ )

$\nu$  : 동점성계수( $m^2/sec$ )

$\omega'$  : 무차원 각속도( $=r\sqrt{\omega/\nu}$ )

$\beta$  : 직경비( $=d/D$ )

하첨자

$m$  : 단면평균값

$O$  : 기본진폭값

$ta$  : 시간평균값

$os$  : 진동유동

$s$  : 정상유동

1. 서 론

\* 조선대학교 공과대학 정밀기계공학과

\*\* 조선대학교 대학원 기계공학과

정확하게 동력을 제어할 필요성이 높아지고 있다. 동력은 유량과 압력의 곱으로 표시되므로 동력을 제어하는 관로에서 압력과 유량을 정확하게 해석하는 것이 절대적으로 필요하다. 산업현장에 설치되어 있는 관로내 유동의 대부분이 비정상 유동이므로 원관으로 구성된 관로를 통과하는 비정상 변동 유량의 순간압력 및 유량값을 정밀하게 측정한다는 것은 공학 또는 과학기술 분야에 있어서 대단히 중요하다. 또한 기계공업의 발달로 인하여 기계장치가 고성능화 및 정밀화됨에 따라 유체기계의 유동 해석에 필요한 관로계의 정확한 유동해석은 장치효율의 안정성 및 경제성에 큰 영향을 미친다. 유체 기계에 연결된 관로의 비정상유동은 시간에 따라 변화하는 유동이므로 이 유동에 대한 해석은 유체 기계 설계의 기초자료가 될 뿐만 아니라 열교환기, 압축기, 제트엔진 및 로켓의 맥동연소 등에 대한 유동해석과 설계에 응용할 수 있다.

반복운동을 하는 유압기계에서는 관로내의 대부분의 유동이 비정상유동이고, 비정상유동중 맥동유동은 시간의 경과에 따라 유동특성이 바뀌게 되므로 이에 대한 연구가 계속적으로 이루어지고 있다. 유압기계에서 동력을 제어하는 부분의 대부분이 초크로 이루어져 있기 때문에 동력을 정확하게 예측하고 제어하기 위해서는 초크내의 유동상태를 분석할 필요가 있다. 박 등<sup>2)</sup>은 공기를 작동유체로 하여 사각덕트내에서의 맥동유동의 관성항에 대한 압력항과 점성항의 비를 특성변수로 하고, 시간평균 레이놀즈수를 변수로 하여 각각의 특성변수에 대한 변화를 연구하였고, 비정상유동의 유동영역을 준정상 상태, 중간영역, 관성영역으로 분류하여 발표하였다.

관로에서의 유량측정 방법으로 측정조건에 따라 벤츨리미터, 오리피스 및 로터미터를 사용하고 있는데, 비정상유동에 대해서는 응답성이 별로 좋지 않다. 그러나 유압제어 요소에 널리 사용되고 있는 원통형초크는 통과하는 유량과 그 압력강하 사이의 동특성이 정립되어 있고, 소형이고 간단하기 때문에 임의의 관로중에 용이하게 설치할 수 있다. 열선풍속계를 이용하여 관내 비정상 층류유동의 유량을 측정할 경우 관로에 미립자가 있으면 이로 인하여 검출부의 센서가 부러질 우려가 있어 측정이 곤란할 뿐만 아니라 새로운 센서로 교환했을 경우에

도 이를 다시 보정해야 하는 번거로움이 발생하게 된다. L. D. V.를 사용하면 관내에 미립자가 존재하더라도 유속을 측정할 수 있지만, 이 경우에는 L. D. V.의 빔이 투과할 수 있는 투과창을 만들어야 하는데, 이 투과창을 유리나 아크릴로 제작할 경우 고온, 고압에는 견디기 어려운 단점이 있다. 그러므로 본 연구에서는 물을 작동유체로 하여 비교적 높은 압력을 받는 원관에서 맥동유동이 정현파적으로 변화하는 진동유동의 주파수를 변수로 하여 초크에서의 유동특성과 관성항에 대한 압력항과 점성항의 비가 원통형 초크의 직경에 대한 길이비 ( $l/d$ )에 따라 각각 정량적으로 어떻게 변화하는가를 연구하고자 한다.

## 2. 이론해석

완전히 발달한 유동영역에서 시간에 따라 변화하는 비정상유동의 유량을 계측하기 위하여 관로의 물리적 모델을 제시하고 동특성을 해석하였다.

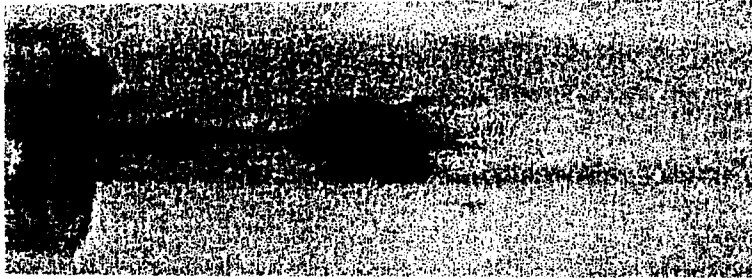
Fig.2와 같은 원통좌표계에서  $x$ 축과  $r$ 축 방향의 속도성분은 각각  $u$ 와  $v$ 이고, 비정상유동인 맥동유동의 속도성분은 정상유동과 진동유동의 속도성분의 합으로 정의된다. Fig.3은 맥동유동을 나타내는 속도곡선으로, 여기서 속도  $v$ 는  $u$ 에 비하여 매우 작으므로 이를 무시할 수 있다. 그러므로 관로에서의 맥동유동에 대한 운동량식은 다음과 같다.

$$\rho \frac{du_m}{dt} + \frac{4}{D_h} \tau_w = \frac{\Delta p}{l} \quad (1)$$

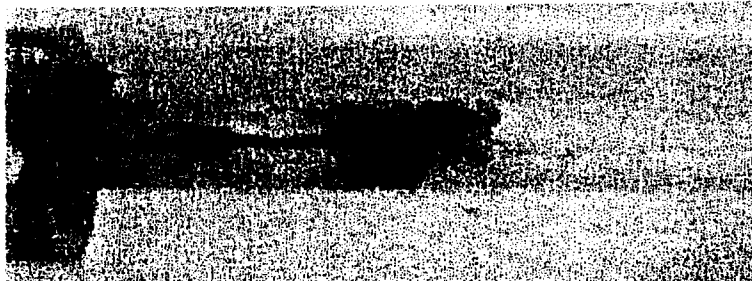
여기서 왼쪽의 첫번째와 두번째 항은 각각 관성항과 점성항이고, 오른쪽 항은 압력항이다. 정상유동의 경우에는 점성항과 압력항만으로 표시할 수 있지만, 본 실험에서는 비압축성 유체의 비정상유동이 때문에 압력항을 관성항과 점성항의 합으로 나타내었다.

주파수의 변화에 따라 진동하는 유동은 파동함수이므로 이를 지수함수로 표시할 수 있다. 압력강하중 시간평균값을 제외하고 진동값만을 고려하면 식 (1)에서 진동유동의 압력파(plane wave)는 관로내의 유동이므로 다음과 같은 평면파로 표시된다.

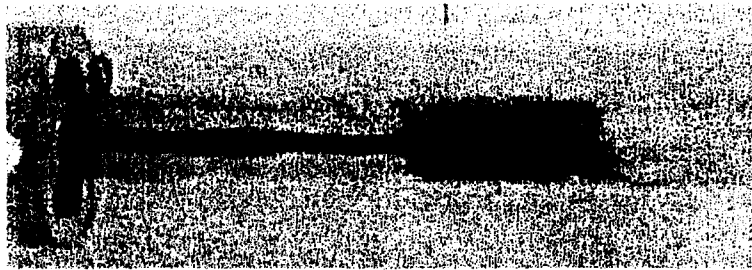
$$p(x, t) = p_0 e^{i(kx - \omega t)} \quad (2)$$



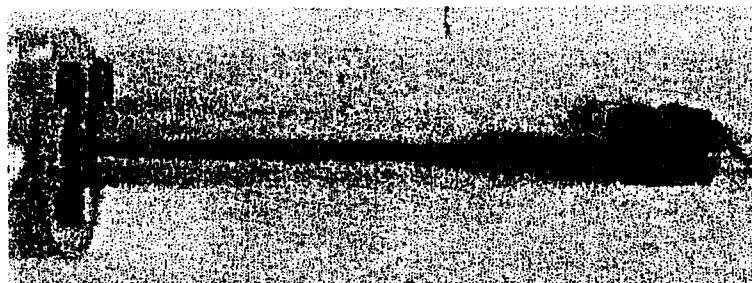
(a)  $l/d=2$



(b)  $l/d=6$



(c)  $l/d=10$



(d)  $l/d=26$

Fig. 1 1 Flow Visualization of Cylindrical Choke at  $l/d=2, 6, 10, 26$

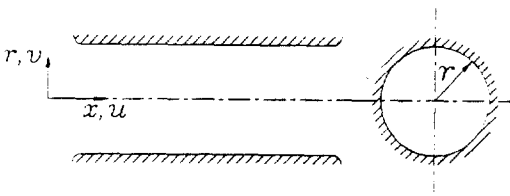


Fig.2 Cylindrical Coordinates

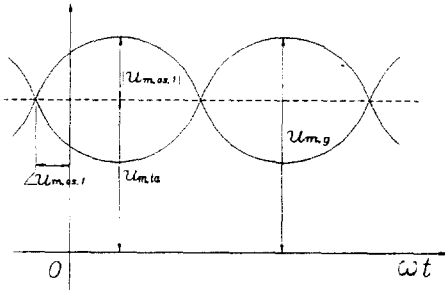


Fig.3 Group Velocity Curves of Pusating Flow

T를 주기라 하고 이를 다시 정리하면 다음식과 같다.

$$p(x, t) = p_0 e^{i(kx - \omega t - \omega T)} = p_0 e^{i\phi} \tag{3}$$

여기서  $\phi$ 는 진동파의 위상이고, 에너지 전달을 나타내는 진동파의 강도 또는 세기(intensity)는  $|p(x, t)|^2$ 이다. 맥동유동중지수함수로 표시된 진동유동의 파동함수에서 물리적 의미를 갖는 것은 실수항이므로 반사파 허수항은 무시하였다. 관로내에서 유동하는 맥동유동은 시간평균 압력파성분과 진동유동성분의 합으로 표시되므로 식(1)에서의 압력항은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\Delta p}{\ell} = \frac{\Delta p_{ta}}{\ell} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_{0,n}}{\ell} e^{in(k'x - \omega t)} \tag{4}$$

같은방법으로 속도와 전단응력도 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u_m = u_{m,ta} + \sum_{n=1}^{\infty} u_{m,0,n} e^{in(k'x - \omega t)} \tag{5}$$

$$\tau_{\omega} = \tau_{w,ta} + \sum_{n=1}^{\infty} \tau_{w,0,n} e^{in(k'x - \omega t)} \tag{6}$$

여기서  $k$ 는 시간이 고정되었을 때의 단위길이당 위상의 변화량을 나타내고, 진동유동의 위상이 일정할 경우

$$kx - \omega t = C \tag{7}$$

이다. 이식을 미분하여 정리하면 다음과 같은 속도를 얻을 수 있고, 이 속도를 위상속도(phase velocity)라고 한다.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = u_{m,\phi} \tag{8}$$

이것을 다시 한번 미분하면 다음과 같이 나타낼 수 있는데, 이는 비정상유동중 맥동유동의 입상속도를 나타내는 群速度(group velocity)이다.

$$\frac{d\omega}{dk} = u_{m,g} \tag{9}$$

군속도는 언제나 위상속도보다 작으며<sup>5),6)</sup> 실험에 의한 측정값이고, Fig.3과 같이 맥동의 최대진폭으로 나타난다. Fig.3에서  $|u_{m,\phi}|$ 과  $\angle u_{m,\phi}$ 는 각각 속도를 기준으로 한 기본진폭과 위상각이고,  $u_{m,g}$ 는 맥동유동의 순간속도값인 군속도이다.

압력파가 정현파상으로 초크내를 통과할 때 식(2)로 표시된 압력진폭이 변화하므로 투과파에 대하여 다음과 같이 정리하였다.<sup>5),6)</sup>

$$p(x, t) = p_0 e^{i(k'x - \omega t)} \tag{10}$$

여기서  $i(k'x - \omega t)$ 로 표시되는 투과파수에 대하여 다음과 같이 정리된다.<sup>6)</sup>

$$p(x, t) = p_0 e^{-\alpha \ell} e^{i(k'x - \omega t)} \tag{11}$$

여기서  $\alpha$ 는  $\omega \vec{k}/c$ 로 주어지는 각 주파수 변화값이고,  $\vec{k}$ 는 파수벡터를 나타내는 양으로  $2\pi$ 를 주파

수로 나눈 값이고,  $c$ 는 물질속에서의 빛의 속도가기 때문에  $\alpha$ 는 언제나 양(+)  
의 값을 갖는다. 식(2)와 식(11)을 비교해 보면 투과진폭이 지수함수적으로 감소한다는 것을 알 수 있다.

정현파상의 유량변동값에 대하여 그 압력강하 변동값의 위상에 차이가 있고, 이 위상차는 주파수 및 초크계수로부터 기인한다. 진동유량값에 대하여 같은 위상에서의 압력강하값에 대하여 같은 위상에서의 압력강하값을 점성저항값이라고 하고, 진동유량에 비하여 위상이  $\pi/2$ 만큼 빠른 것을 관성값이라고 한다.

식(4), (5), (6)을 식(1)에 대입하여 시간평균값과 진동유동의 변동성분으로 분리하면 다음과 같다.<sup>3) 4)</sup>

$$\frac{\Delta p_{in}}{l} = \frac{4\tau_{w,0.1a}}{D_h} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & -\rho\omega u_{m,0.1} \sin(\omega t + \angle u_{m,0.1}) \\ & + \frac{4\tau_{w,0.1}}{D_h} \cos(\omega t + \angle \tau_{w,0.1}) \quad (13) \\ & = \left(\frac{\Delta p_{0.1}}{l}\right) \cos\left(\omega t + \angle \frac{\Delta p_{0.1}}{l}\right) \end{aligned}$$

여기서 첨자 (0,1)은 푸리에 급수 전개에서 주로 기본진폭값이 큰 영향을 미치므로 진동유동의 기본진폭값을 표시한 것이고,  $\angle u_{m,0.1}$ ,  $\angle \tau_{w,0.1}$ ,  $\angle \frac{\Delta p_{0.1}}{l}$ 은 각각 속도, 전단응력, 압력을 기준으로 한 위상각이다.

원관에서 맥동유동의 속도성분과 전단응력성분은 진동유동성분의 합으로 표시되므로 다음과 같은 식을 이용할 수 있다.<sup>3)</sup>

$$\begin{aligned} u_m &= \frac{R^2}{8\mu} \frac{\Delta p_{in}}{l} + \frac{R^2}{\mu} \frac{1}{\omega'} \frac{\Delta p_{0.1}}{l} \\ & \frac{M_2(\sqrt{\omega'})}{M_0(\sqrt{\omega'})} \cos[\omega t + \theta_2(\sqrt{\omega'})] \quad (14) \\ & - \theta_0(\sqrt{\omega'}) - 3\pi/4] \end{aligned}$$

$$\tau_w = \frac{R}{2} \frac{\Delta p_{in}}{l} + \frac{R^2}{\sqrt{\omega'}} \frac{\Delta p_{0.1}}{l}$$

$$\begin{aligned} & \frac{M_2(\sqrt{\omega'})}{M_0(\sqrt{\omega'})} \cos[\omega t + \theta_1(\sqrt{\omega'})] \quad (15) \\ & - \theta_0(\sqrt{\omega'}) - 3\pi/4] \end{aligned}$$

식(14)와 (15)를 기준으로 맥동유동의 유동상태를 규정하는 특성함수를 각각 관성항에 대한 압력항의 비와 점성항에 대한 압력항의 비로 다음과 같이 나타낸다.

$$\Phi_{i,n} = \rho n \omega u_{m,0.1} / (|\Delta p_{0.1}| / l) \quad (16)$$

$$\Phi_{v,n} = (4|\tau_{w,0.1}| / D_h) (|\Delta p_{0.1}| / l) \quad (17)$$

특성함수의 결과식은 식(16)과 (17)에 대입하여 정리한 다음식을 이용하였다.<sup>3)</sup>

$$\Phi_{i,1} = M_2(\sqrt{\omega'}) / M_0(\sqrt{\omega'}) \quad (18)$$

$$\Phi_{v,1} = (2/\sqrt{\omega'}) M_1(\sqrt{\omega'}) / M_0(\sqrt{\omega'}) \quad (19)$$

여기서 첨자 1은 관내유동이 정현파적으로 변동하고 있을 때 진동유동을 푸리에 급수 전개하면 첫 번째항이 유동에 미치는 영향이 두 번째항 이하와 비교해서 매우 크기 때문에 첫 번째항만을 고려한 것임을 나타낸다.  $M_0$ ,  $M_1$  및  $M_2$ 는 베셀함수의 0차, 1차 및 2차 함수의 절대값이다. 준정상상태에서의 층류유동일 경우 전단응력과 관마찰계수식은 다음과 같다.

$$\tau_w = \lambda \frac{\rho u_m^2}{8} \quad (20)$$

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (21)$$

$$Re = \frac{u_m d}{\nu} \quad (22)$$

식(5)에서 기본진동파만을 고려하고  $n=1$ 이라고 간단하게 하기 위해서 위상각의 차이가 없다고 가정하고 정리하면 다음과 같다.

$$u_m = u_{m,0a} + u_{m,0.1} \cos \omega t \quad (23)$$

여기서  $u_{m,0.1}/u_{m,ia}$ 를 속도진폭비  $A_1$ 이라 하고 이식을 식(20)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\tau_w &= 8\rho \frac{\nu}{d} (u_{m,ia} + u_{m,0.1} \cos \omega t) \\ &= \frac{\rho}{8} \lambda_s^2 u_{m,ia}^2 (1 + A_1 \cos \omega t)\end{aligned}\quad (24)$$

여기서  $\lambda_s$ 는 시간평균속도  $u_{m,ia}$ 를 변수로 하여 다음과 같이 정리한 마찰계수식이다.

$$\lambda_s = \frac{64}{Re_a} \quad (25)$$

여기서 레이놀즈수는 맥동유동의 각주파수가 증가하여 각주파수에 대한 영향을 고려할 때 맥동유동의 레이놀즈수  $Re_p$ 로 치환되는 값으로 진동유동의 레이놀즈수  $Re_{os}$ 와 정상유동의 레이놀즈수  $Re_s$ 의 합으로 표시되는 값이다. 즉,

$$Re_p = Re_{os} + Re_s \quad (26)$$

이다. 식(26)에서 진동유동의 레이놀즈수  $Re_{os}$ 는 다음식을 이용하여 구하였다.

$$Re_{os} = \frac{2450}{\sqrt{\eta(\sqrt{\omega'})} + \xi(\sqrt{\omega'})} \quad (27)$$

여기서

$$\begin{aligned}\eta(\sqrt{\omega'}) &= \frac{\sqrt{\omega'} M_1(\sqrt{\omega'})}{4 M_2(\sqrt{\omega'})} \cos\left(\theta_1 \sqrt{\omega'} \right. \\ &\quad \left. - \theta_2 \sqrt{\omega'} + \frac{3}{4}\pi\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\xi(\sqrt{\omega'}) &= \frac{\sqrt{\omega'} M_1(\sqrt{\omega'})}{4 M_2(\sqrt{\omega'})} \sin\left(\theta_1 \sqrt{\omega'} \right. \\ &\quad \left. - \theta_2 \sqrt{\omega'} + \frac{3}{4}\pi\right)\end{aligned}$$

이다.

식(24)를 푸리에 급수전개했을 때 진폭값이 가

장 크게 작용하는 전단응력의 기본진폭값은 다음과 같다.

$$|\tau_{w,0.1}| = (\rho/8) \lambda_s^2 u_{m,ia}^2 A_1 \quad (28)$$

식(23)과 (28)을 식(1)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\frac{\Delta p}{\ell} &= -\rho \omega u_{m,0.1} \sin \omega t \\ &\quad + \rho \frac{\lambda_s}{2D_h} u_{m,ia}^2 (1 + A_1 \cos \omega t)\end{aligned}\quad (29)$$

식(28)과 같은 이유로 식(29)를 기본주파수 진폭만을 고려하여 정리하면 다음과 같다.

$$\left| \frac{\Delta p}{\ell} \right| = \rho u_{m,0.1} \sqrt{\omega^2 + \left( \frac{\lambda_s}{2D_h} u_{m,ia} \right)^2} \quad (30)$$

식(18)과 식(19)를 준정상상태로 했을 경우와 비교하기 위하여 식(28)과 (30)을 식(16)과 (17)에 기본주파수만을 고려하여 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\Phi_{1,1} &= \frac{\rho u_{m,0.1}}{\rho u_{m,0.1} \sqrt{\omega^2 + \left( \frac{\lambda_s}{2D_h} u_{m,ia} \right)^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{8}{\omega'} \right)^2}}\end{aligned}\quad (31)$$

$$\begin{aligned}\Phi_{s,1} &= \frac{\frac{4}{D_h} \frac{\rho}{8} \lambda_s^2 u_{m,ia}^2 A_1}{\rho u_{m,0.1} \sqrt{\omega^2 + \left( \frac{\lambda_s}{2D_h} u_{m,ia} \right)^2}} \\ &= \frac{8 \frac{Re_a}{\omega'}}{\sqrt{1 + \left( \frac{8}{\omega'} \right)^2}}\end{aligned}\quad (32)$$

식(31)과 (32)는 준정상상태일 경우의 관성항에

대한 압력강의 비 ( $\Phi_{i,1}$ )와 점성항에 대한 압력강의 비( $\Phi_{v,1}$ )를 특성함수로 나타낸 식이다. 원형단면에서 층류유동일 때 식(16)과 같이 준정상 상태에서의  $\Phi_{i,1}$ 은 무차원 각진동수  $\omega'$ 만의 함수로 나타나지만,  $\Phi_{v,1}$ 는 무차원 각진동수와 시간평균 레이놀즈수의 함수로 나타나고 있다.

원통형 초크에서의 유량특성은  $Re$ 와  $l/d$ 를 이용해서 다음과 같이 무차원화한  $Re \cdot d/l$ 이 중요한 부분을 차지한다.

$$\frac{Re \cdot d}{l} = \frac{u_m d}{\nu} = \frac{4 u_m \pi d^2 / 4}{\pi \nu l} = \frac{4 q}{\pi \nu l} \quad (33)$$

여기서  $Re \cdot d/l$ 과  $qv/l$ 는 물리적으로 내용이 완전히 같고, 전자는 평균유속  $u_m$ 을 변수로 사용한 반면 후자는 유량  $q$ 를 변수로 사용한다.  $Re \cdot d/l$ 은 레이놀즈수를 변수로 사용하기 때문에 유체역학적 고찰에 유용하고,  $qv/l$ 은 유량을 이용하고 구경  $d$ 를 포함하고 있지 않기 때문에 실제의 유압기술에 응용하기에 편리한 형태이다.  $qv/l = \sigma$ 를 choke number라 하고, 이를 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$C_m = \frac{1}{D_p l} \frac{\partial p_b}{\partial q} = \frac{1}{D_p \nu l^2} \frac{\partial p_d}{\partial \sigma} \quad (34)$$

여기서  $D_p$ 는 단위길이당 포이제르 마찰계수이다. 임의의 동작점에서의 유량  $q_0$ 를 기준으로 하여 진동하고 있는 진동유량을 고려할 때 이 진동유량  $q_{os}$ 에 대한 압력강하의 저항값을  $P_{os, d}$ 라고 하면,  $q_{os}$ 와  $P_{os, d}$ 는 위상이 같기 때문에 이때 정상유동에서의 초크수정계수<sup>10)</sup>  $C_m$ 에 해당하는 초크계수  $C_{os, m}$ 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$C_{os, m} = \frac{1}{D_p l} \frac{p_{os, d}}{q_{os}} \Big|_{q=q_0} \quad (35)$$

일반적으로  $C_{os, m}$ 은 무차원주파수  $f$ 의 함수이다.

만일 유량  $q$ 와 압력강하  $p_d$ 의 관계가 약간 비선형적이면 정상유동 특성곡선상의 임의의 동작점의 유량  $q_0$ 에서의 압력 강하에 대한 압력구배계수  $C_{md}$ 는 다음과 같다.

$$C_{md} = \frac{1}{D_p l} \frac{p_d}{q} \Big|_{q=q_0} \quad (36)$$

진동유량에 대한 압력강하값을 저항값과 관성값으로 분리해서 고찰한 결과 원통형 초크에 대한 압력-유량과의 주파수 특성을 다음과 같은 관계식으로 쓸 수 있다. 정상유동과 진동유동이 중첩된 유동인 맥동유동은 다음과 같다.<sup>11), 12)</sup>

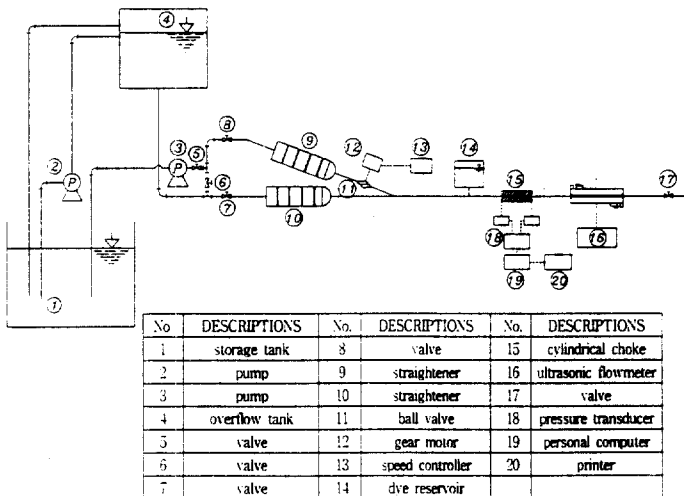


Fig.4 Schematic Diagrams of Experimental Apparatus

$$Z(i, \bar{f}, \sigma) = \frac{p_{os, d}(\bar{if})}{D_p l q_{os}(\bar{if})} = C_{os, m}(\bar{f}, \sigma) + M(\bar{f}, \sigma) \frac{\pi}{4} \bar{f} \tag{37}$$

윗식에서  $C_{os, m}(\bar{f}, \sigma)$ 와  $M(\bar{f}, \sigma)$ 는 일반적으로 무차원 주파수  $\bar{f}$ 와  $\sigma$ 함수로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$C_{os, m}(\sigma) = \frac{1}{D_p l} \frac{\partial p_d}{\partial q} \Big|_{q=q_0} = \frac{1}{D_p \nu l^2} \frac{\partial p_d}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=\sigma_0} \tag{38}$$

여기서  $p_d$ 는 다음과 같다.

$$p_d = D_p l M \frac{dq_c}{dt} + D_p l q_c \left( 1.25 + 0.036 \frac{q_c}{\nu l} - 0.000024 \frac{q_c^2}{\nu^2 l^2} \right) \tag{39}$$

식 (39)에서 단위길이당 포이제르 마찰계수  $D_p$ 와 관성항계수  $M$ 은 다음과 같다.

$$D_p = \frac{128\mu}{\pi d^4} \tag{40}$$

$$M = \frac{1.1d^2}{32\nu} \tag{41}$$

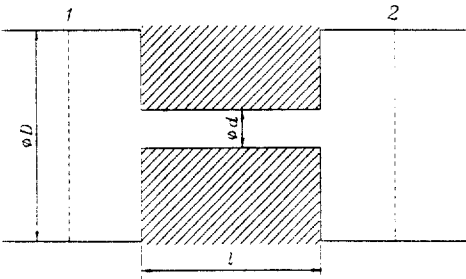


Fig.5 Cylindrical Choke

### 3. 실험

본 실험에서는 정류한 물을 작동유체로 사용하였으며, Fig.4에서 보는 바와 같이 저장탱크로부터 펌프를 이용하여 오버플로우탱크로 물을 올려 보내 수위가 언제나 일정하게 유지되도록 하였다. 유동 상태를 가시화하기 위하여 아크릴로 제작된 시험관을 사용하였으며, 염료를 투입하여 유동이 층류상태인지를 확인하였다. 비정상유동인 맥동유동은 볼밸브를 회전시켜 진동유동을 만든 다음 수두차, 즉 위치에너지에 의한 정상유동과 합성시켜 발생시켰다. 유량은 밸브 ⑤와 ⑦로 조절하였으며, 정류기를 설치하여 유동을 정상상태로 유지하였다.

작동유체의 온도는 열전대를 이용하여 EasyLogger 900으로 받아들이며 순간순간의 값을 측정할 수 있도록 하였다. 볼밸브가 최대로 개방된 상태의 위치를 0으로 하여 1주기 동안의 회전각을 30° 간격으로 구분하고 속도조절기로 밸브의 회전속도를 변화시켜 가면서 주파수특성을 실험하였고, 이때 순간순간 측정된 압력값과 비교하여 일치시켰다.

Fig.5는 원통형 초크를 나타낸 것으로, 직경에 대한 길이비 ( $l/d$ )는 각각 2, 6, 10과 26이고 초크의 내경 ( $d$ )은 5mm, 관의 내경 ( $D$ )은 20mm이다. 원통형 초크를 교환할 수 있도록 플랜지형태로 만들었으며 물이 새는 것을 방지하기 위하여 원통형 초크와 플랜지 사이에는 고무패킹을 삽입하였다.

원통형 초크의 전후의 압력을 측정하기 위하여 독일 Druck사 제품으로 정밀도가 0.04%인 고정밀도 압력변환기(DPI 420)를 이용하였다. 저장탱크에 접속하고 있는 원관의 입구길이를 지나서 관

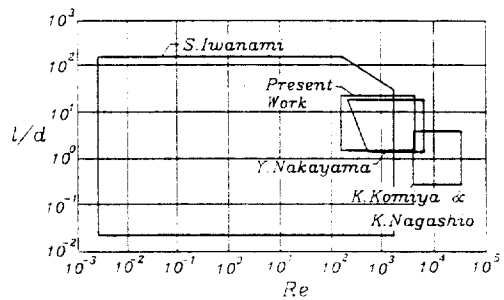


Fig.6 Scopes of Experimental concerned with Sharp Edge Choke



전히 발달된 유동영역의 관단면의 중심축상 압력차는 차압변환기로서 압력측정범위가 0~2kg/cm<sup>2</sup>인 것을 사용하였으며, 압력변환기의 압력값이 매우 미소한 값이므로 증폭기를 이용하여 그 값을 측정하였다. 압력변환기의 검출부가 스트레인게이지로 되어 있기 때문에 이것을 보정하기 위해 밸브 7와 17을 동시에 잠근 상태에서 두 압력변환기의 압력값이 같은 값을 가질 수 있도록 하였다. 압력변환기의 측정점은 원통형 초크의 상류와 하류쪽으로 각각 초크내경의 2배(2d), 즉 10mm인 곳으로, Fig.5에서의 1과 2점에 해당된다. 압력변환기에 의해서 받아들여진 데이터들이 컴퓨터로 전송되어 처리될 수 있도록 하였다. 압력강하값에 의하여 원통형 초크의 실험계수를 결정한 다음 유량을 보정하기 위하여 초음파 유량계와 베스실린더로 체적유량을 측정했다.

실험에서의 직경비, 레이놀즈수, 초크계수의 영역은 각각  $\beta$ ,  $Re=200\sim 4,000$ ,  $\sigma=20\sim 200$ 으로 Fig.6에 나타내었다.

4. 결과 및 고찰

레이놀즈수 400에 대한 실험과 식(11)의 결과는 Fig.7에 나타내었으며, 그림에서 실선은 横田 등<sup>10)</sup>의 속도에 대하여 해석한 식의 곡선, 점선은 압력파에 대하여 해석한 식(11)의 이론곡선, o은 실험에 의한 측정값이다. 여기서 속도에 대하여 해석한 것보다는 압력파에 대하여 해석하는 것이 실험값에 더욱 잘 일치함을 알 수 있다. 또한 식(11)은 각주파수와 초크의 길이가 증가할수록 펄스의 진폭이 작아짐에 따라 확률밀도(probability density)가 감소하고 있음을 의미한다. 즉, 초크를 통과함에 따라 에너지 손실이 진폭의 제곱에 비례하여 지수함수적으로 감소하고, 이 에너지의 감소가 재부착거리의 증가로 나타나는 현상을 설명하고 있다. 이 현상은 원통형 초크를 통과한 맥동유동에 대한 군속도(group velocity)의 모형을 가시화한 Fig.1에서 확인할 수 있다. 사진에서 (a), (b), (c) 및 (d)는 각각 길이비가 2, 6, 10, 26인 경우이다. 그리고 초크의 세관부의 출구로부터의 거리가 2d인 하류 근방에서의 반경방향 속도를 무시할 수 있음을 알 수 있다.

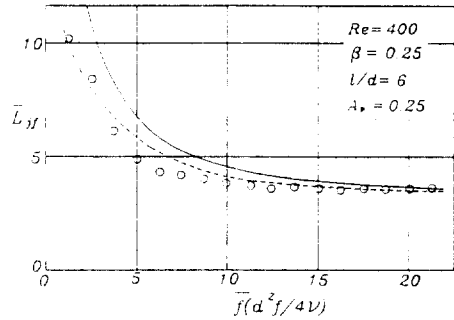


Fig.7 Collapse Length of Pulsating Flow

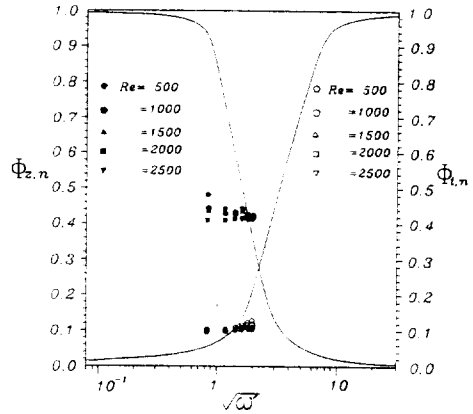


Fig.8 Characteristic Parameters  $\Phi_{z,n}$ ,  $\Phi_{l,n}$  according to  $Re_{ta}$  at  $l/d=2$

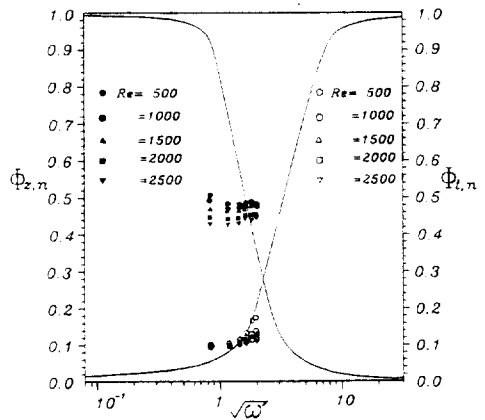


Fig.9 Characteristic Parameters  $\Phi_{z,n}$ ,  $\Phi_{l,n}$  according to  $Re_{ta}$  at  $l/d=6$

압력항  $\Delta p/l$ 와  $u_{m,ls}$ 의 실험값에 대하여 식(4)와 식(5)를 푸리에 급수 전개한 다음 식(1)에 대입하여  $\tau_\omega$ 를 식(6)과 같은 형태로 만들고, 이값들을 이용하여 특성함수  $\Phi_{z,n}$ ,  $\Phi_{l,n}$ 를 구했다. Ohmi와 Iguchi등의 연구·발표에 의하면  $u_{m,ls}$ 값은 맥동유동일 경우 시간평균속도는 정상유동의 단면평균속도와 같으므로, 본 연구에서도 맥동유동중 시간평균속도  $u_{m,ls}$ 는 맥동유동중 정상유동의 값을 wide beam형식의 초음파 유량계로 측정된 단면평균속도를 대입하였다. 이와 같은 방법으로 얻은 특성함수의 값들을 무차원 주파수  $\omega'$ 로 표시하여 Fig.8

~16에 나타내었다. 이들 그림에서의 실선은 식(31)과 식(32)의 결과곡선이다. 이 곡선들은 식(18)과 식(19)로 발표한 Ohmi와 Iguchi<sup>(3),4)</sup>의 결과 곡선과도 일치하고 있다.

Fig.8~11은  $l/d$ 를 고정시킨 다음 레이놀즈수를 증가시켜가면서 측정한 실험값을 표시하였다.  $l/d$ 가 작을 경우에는 Fig.1의 (a)처럼 맥동압력과의 진폭의 감쇠가 적기 때문에 상대적으로 압력항의 값이 커서 압력항에 대한 관성항의 비( $\Phi_{z,n}$ )가 작게 나타나고 있다. 그러나 레이놀즈수가 작을 때에는 점성의 영향과 맥동하는 압력항의 감소로 인하

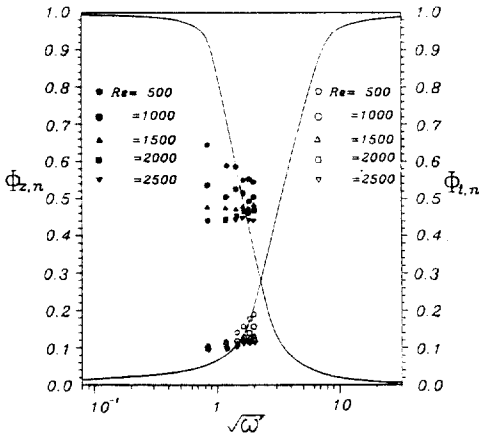


Fig.10 Characteristic Parameters  $\Phi_{z,n}$ ,  $\Phi_{l,n}$  according to  $Re_{l/d}$  at  $l/d=10$

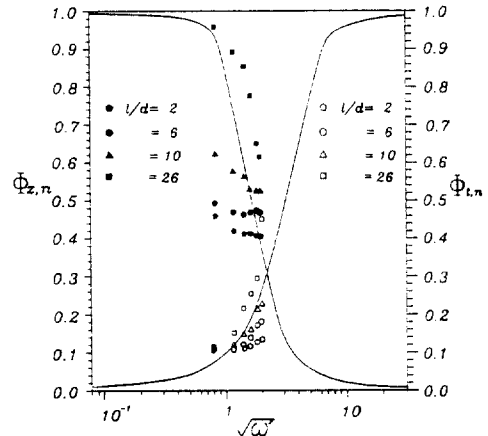


Fig.12 Characteristic Parameters  $\Phi_{z,n}$ ,  $\Phi_{l,n}$  according to  $l/d$  at  $Re=500$

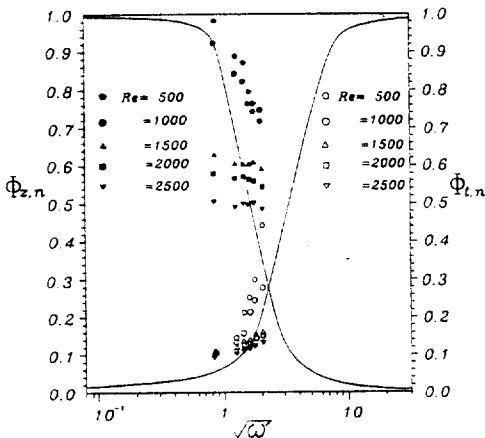


Fig.11 Characteristic Parameters  $\Phi_{z,n}$ ,  $\Phi_{l,n}$  according to  $Re_{l/d}$  at  $l/d=26$

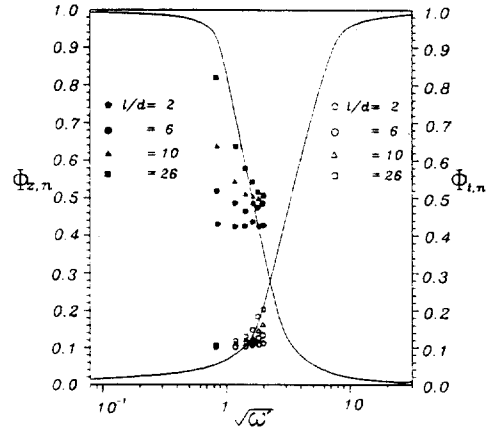


Fig.13 Characteristic Parameters  $\Phi_{z,n}$ ,  $\Phi_{l,n}$  according to  $l/d$  at  $Re=1,000$

여 같은  $l/d$ 에서는 압력항에 대한 점성항의 비( $\Phi_{z,1}$ )가 약간 크게 나타나고 있다. 즉,  $l/d$ 가 작을 경우에는 관성항에 대한 압력비나 점성항에 대한 압력비의 변화율이 작게 나타나지만  $l/d$ 가 커질수록 그 변화율도 증가하고 있다. 그 이유는 맥동유동에서 맥동압력파가 초크를 통과하는 동안의 에너지 전달량으로 표시할 수 있는 맥동압력파의 진폭의 제공이 지수함수적으로 감소하기 때문에 점성항과 관성항에 대한 비율이 상대적으로 커져서 생기는 결과로 분석된다. 이 결과곡선에 대한 이론식과 실험값의 결과에 약간의 차이가 있는 것은 이 이론식이 Ohmi와 Iguchi처럼 준정상상태로 가정하여 이론식을 전개하였기 때문이다. 즉 각주파수의 증가를 맥동유동에서는 무시할 수가 없는데 이 맥동유동의 레이놀즈수를 나타내는 식(26)을 식(24)에 대입하여 계산하였기 때문에 발생하는 오차이다. 초크의 길이에 대한 맥동압력파의 진폭이 지수함수적으로 감소하기 때문에 상대적으로 생기는 점성항에 대한 압력항의 비로 나타내는 특성함수 ( $\Phi_{z,1}$ )는 매우 급격하게 변화하고 있지만, 관성항에 대한 압력항의 비( $\Phi_{t,1}$ )의 증가는 관성항의 감소로 인하여 그 증가율이 상대적으로 매우 작음을 알 수 있다. 그러나 레이놀즈수와 무차원 각진동수가 증가하면 이들의 유동이 평형상태로 되어 그 변화율이 둔감해진다.

Fig. 12~17은 시간평균 레이놀즈수를 각각

500, 1,000, 1,500, 2,000, 2,500으로 고정하고, 이때의  $l/d$ 의 변화에 따른 관성항에 대한 압력항의 비 ( $\Phi_{t,1}$ )와 점성항에 대한 압력항의 비( $\Phi_{z,1}$ )를 나타내었다. Fig.12에서 보는 바와 같이 낮은 레이놀즈수에서는  $l/d$ 가 커질수록 맥동유동의 진동압력파의 진폭이 지수함수적으로 감소하여 압력항의 값이 점성항에 비하여 상대적으로 크게 감소하므로 점성항에 대한 압력항의 비( $\Phi_{z,1}$ )가 무차원 각진동수의 증가에 따라 급격하게 감소하고 있다. 그러나  $l/d$ 가 감소하면 맥동유동의 맥동압력파의 진폭도 역시 작게 감소하므로 상대적으로 감소율도 둔화되고 있다. 그러나 이 이론곡선도 역시 준정상상태로 가정하여 해석한 값이고, 실제로 맥동유동의 각진동수의 증가에 따른 변화율을 무시할 수가 없기 때문에 이론곡선이 약간의 차이가 있으나 감소하는 경향은 같게 나타나고 있다. 그러나 레이놀즈수가 증가함에 따라 각진동수가 증가할지라도 각각의 특성변수에 대한 변화율은 작아지고 있다. 그 이유는 식(11) 아래부분에서 설명한 것처럼 맥동유동중 진동유동의 각진동수가 증가함에 따라 압력파의 진폭값에 따른 위상차가 점점 줄어들기 때문이다. 그림에서 전체적으로 관성항에 대한 압력항의 비( $\Phi_{t,1}$ )가 점성항의 비보다 작게 나타나는 이유는 초크의 내경이 작기 때문에 상대적으로 점성항의 값은 크고, 맥동(pulse)압력파의 진폭은 감소가 심하기 때문이다.

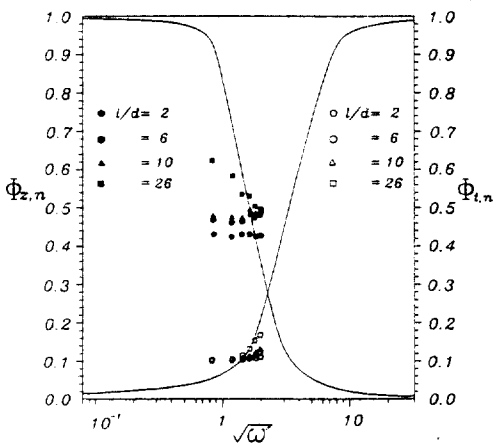


Fig.14 Characteristic Parameters  $\Phi_{z,n}$ ,  $\Phi_{t,n}$ , according to  $l/d$  at  $Re=1,500$

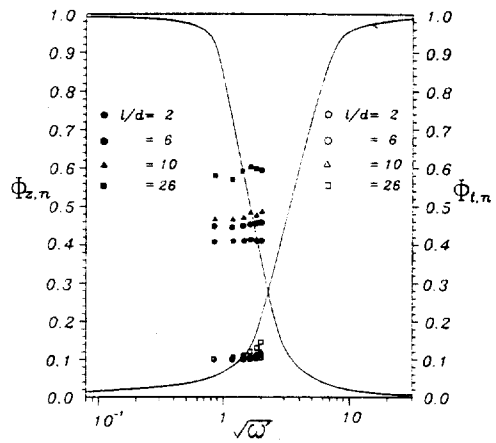


Fig.15 Characteristic Parameters  $\Phi_{z,n}$ ,  $\Phi_{t,n}$ , according to  $l/d$  at  $Re=2,000$

Fig.17은 맥동유량에 대한 압력강하의 주파수 특성을 표시하였다. 횡축은 무차원주파수  $f$ 이고 종축은

$$Z(i\bar{f}, \sigma) = \frac{p_{d,os}(i\bar{f})}{D_p l q_{os}(i\bar{f})}$$

의 gain 및 위상차를 표시했다. 여기서  $p_{d,os}(i\bar{f})$ 와  $q_{os}(i\bar{f})$ 는 각각 맥동유동 중의 진동성분을 주파수 영역으로 표시한 것이다.

Fig.18은  $l/d$ 가 26인 경우의 실험값을 나타낸 것이다. 그림에서 보면 입력신호값에 대한 출력신호의 비를 나타내는 gain값은 무차원 주파수가 약 3정도까지는 일정하게 나타나다가 급격하게 변화하고 있다. 본 실험의 결과는 원통형 초크의 주파수 특성을 표시한 수학적 모델인

$$Z(i\bar{f}, \sigma) = 1.25 + 7.2 \times 10^{-2} \sigma - 7.3 \times 10^{-5} \sigma^2 + \frac{1.1\pi}{4} \bar{f} i$$

로 표시되는 값과 잘 일치하고 있다. 윗식은 유량계수와 무차원 주파수에 대한 실험값을 최소자승법에 의해 구한 값으로 横田 등의 실험식과 잘 일치하고 있으며, 본 실험의 결과와 동일하다. Fig.19는  $\beta$ 가 0.25인 경우  $l/d=2$ 일 때  $Re$ 를 변화시켜가면서 실험한 결과를 나타낸 것으로, 횡축은 무차원주파수  $\bar{f}$ 를 나타내고,  $Z(i\bar{f}, \sigma) = \frac{p_{d,os}(i\bar{f})}{D_p l q_{os}(i\bar{f})}$ 의

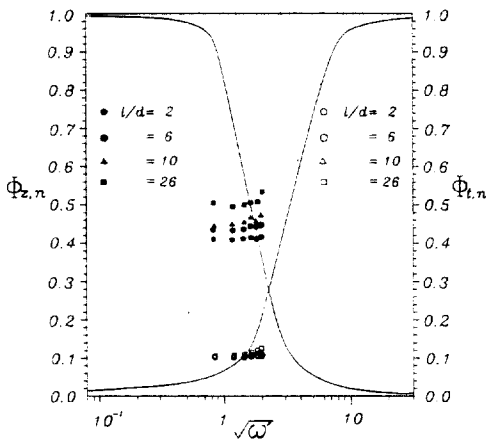


Fig.16 Characteristic Parameters  $\Phi_{e,n}, \Phi_{t,n}$  according to  $l/d$  at  $Re=2,500$

값이다. 실험결과, 레이놀즈수가 클수록 gain의 값이 크게 나타나고 있다. 그러나 위상차는 레이놀즈수가 클수록 작게 나타나고 있다. 그 이유는 레이놀즈수가 증가할수록 관성력에 대한 점성력의 영향이 작아지기 때문이다. Fig.20은  $l/d$ 가 10일 때  $\sigma$ 가 39와 75에 대해 나타낸 것으로, gain값은 초크계수가 클수록 크게 나타난 반면, 위상차는 초크계수가 작을수록 크게 나타나고 있다. Fig.21은  $Re$ 를 950으로 고정하고  $l/d$ 를 2, 6, 10으로 변환시킨 경우의 실험값 및 이론식을 표시한 것이다. 이 그림에서  $l/d$ 가 작을수록 gain의 값이 크게 나타나고 있는데, 그 이유는  $l/d$ 가 큰 경우에는 식 (11)

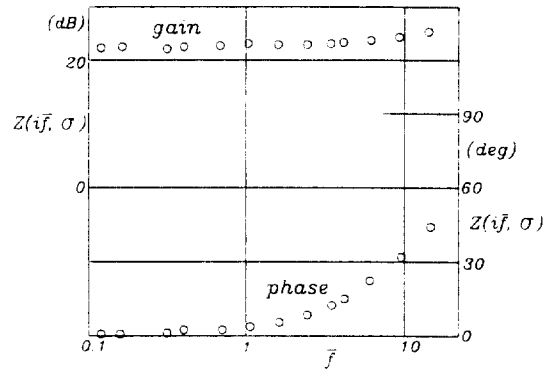


Fig.17 Cylindrical Choke Frequency Characteristics ( $l/d=26, \sigma=189$ )

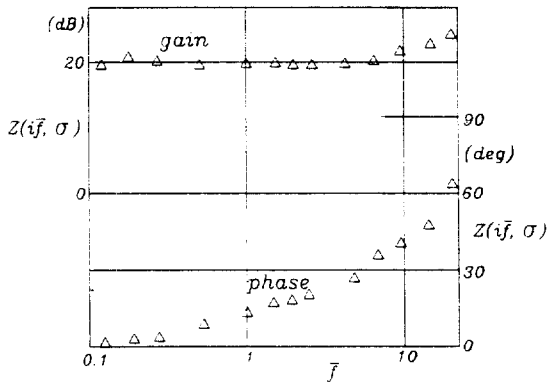


Fig.18 Cylindrical Choke Frequency Characteristics ( $l/d=26, \sigma=124$ )

에서 나타낸 압력진폭이 지수함수적으로 감소하기 때문에 에너지 전달량도 감소되기 때문이라고 생각된다. 그러므로 위상각차도  $l/d$ 가 클수록 크게 나타나고 있다.

5. 결 론

초크의  $l/d$ 에 따른 맥동유동에서의 점성항에 대한 압력항의 비 ( $\Phi_{r,1}$ ), 관성항에 대한 압력항의 비 ( $\Phi_{i,1}$ )를 무차원 각진동수와 레이놀즈수의 변화에 따른 이론과 실험을 통하여 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) Ohmi와 Iguchi는 층류맥동유동에서 준정상

상태로 가정하였지만, 층류유동일지라도 원통형 초크에서의 유동일 경우에는 각진동수가 증가하면 각진동수에 따라 맥동유동중 진동유동의 압력항의 진폭이 지수함수적으로 감소한다는 사실을 고려해 주어야 함을 알았다.

2) 원통형 초크에서 맥동유동의 관성항에 대한 압력항의 비를 나타내는 특성함수 ( $\Phi_{r,1}$ )는 점성항에 대한 압력항의 비를 나타내는 특성함수 ( $\Phi_{i,1}$ )보다 변화율이 작게 나타났다.

3) 낮은 레이놀즈수에서는  $l/d$ 가 커질수록 맥동유동의 진동압력과의 진폭이 지수함수적으로 감소하므로 압력항의 값이 점성항에 비하여 상대적으로 크게 감소하므로 점성항에 대한 압력항의 비 ( $\Phi_{r,1}$ )가 무차원 각진동수의 증가에 따라 급격하게 감소하고,  $l/d$ 가 감소하면 맥동유동의 맥동압력과의 진폭도 역시 작게 감소하므로 상대적으로 감소율도 둔화되고 있다.

4) 원통형 초크를 통과하는 동력, 즉 에너지를 나타내는 진폭값이 초크를 통과함에 따라 지수함수적으로 감소하였다.

5) gain값은 레이놀즈수가 증가함에 따라 크게 나타나고 있으며, 무차원 주파수가 약 3까지는 일정하게 나타나다가 급격하게 변화한다. 그리고 위상차는 레이놀즈수가 작을수록 크게 나타나고 있다. 그 이유는 레이놀즈수가 증가할수록 관성력에 대한 점성력의 영향이

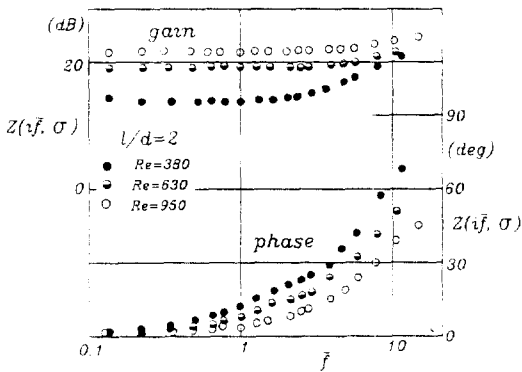


Fig.19 Cylindrical Choke Frequency Characteristics ( $\beta=0.25$ )

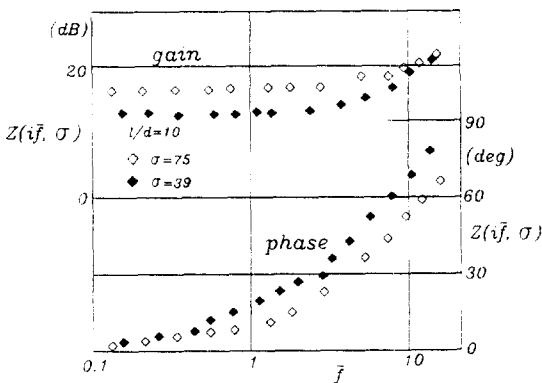


Fig.20 Cylindrical Choke Frequency Characteristics

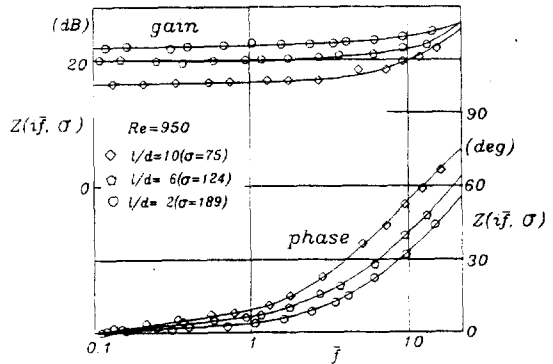


Fig.21 Cylindrical Choke Frequency Characteristics

작아지기 때문이다.

- 6)  $l/d$ 가 작을수록 gain값이 크게 나타나고 있는데, 그 이유는  $l/d$ 가 큰 경우 초크를 통과한 유량의 압력진폭이 지수함수적으로 감소하고, 따라서 에너지 전달량도 감소되기 때문이다.

#### 참 고 문 헌

1. Ohim, M., Iguchi, M., "Flow pattern and frictional losses in pulsating pipe flow, Part 4 General representation of turbulent frictional losses", Bulletin of the JSME, Vol. 24, No. 87, pp. 67~74, 1981.
2. 박길문, 유영태, 고희하, "정4각 덕트입구 영역에서 천이 맥동유동의 유동특성변수에 관한 연구", 한국우주항공공학회 논문집 제19권, 제2호, pp. 45~59, 1991.
3. Ohmi, M., Usui, T., "Numerical analysis of pressure and distributions for a pulsating turbulent flow in a circular tube containing a slightly compressible fluid", Bulletin of the JSME, Vol.24, No.187, pp. 60~66, 1981.
4. Ohmi, M., Iguchi, M., "Flow pattern and frictional losses in pulsating flow, Part 7 Wall shear stress in a turbulent flow", Bulletin of the JSME, Vol. 24, No. 196, pp. 1764~1771, 1981.
5. 송희성, "양자역학", 교학연구사, pp. 57~73, 1993.
6. S. Gasiorowicz, "Quantum physics", Univ. of Minnesota, pp. 26~39.
7. 喜多義範, 足立由紀夫, "圓管内亂流の脈動流れの研究", 日本機械學會論文集 45卷, 397回, pp. 1243~1256, 昭和 53年.
8. 최주호, "사각단면내에서 천이 비정상 유동특성에 관한 연구", 조선대학교 박사 학위논문, 1988.
9. 横田眞一, 中野和夫, "圓筒形 絞りの 壓力 流量 周波數特性", 油空壓學會誌, pp. 72~80, 1984.
10. 中野和夫, 横田眞一, 植山幹夫, "圓管内瞬間流量計測手法", 計測自動制御學會論文集, pp. 427~427, 1984.
11. 中野和夫, 横田眞一, 宮本 力, "油壓管路の動特性實驗による高周波用瞬間流量計測法の検討", 日本機械學會論文集, pp. 413~416, 1986.
12. Brown, F. T., S. E. Nelson, "Stepresponse of liquid lines with frequency dependent effects of viscosity", J. Basic Eng. Trans. ASME 87-2, pp. 504~510, 1965.
13. Dsouga, A. F., R. Oldenburger, "Dynamic response of fluid lines", J. Basic Eng. Trans. ASME 86-3, pp. 589~598, 1964.