

실제기체의 물성을 이용한 Stirling 냉동기 단열해석 Adiabatic Analysis of Stirling Refrigerator with Real Gas Properties

백 종 훈*, 장 호 명**
J. H. Baik, H. M. Chang

Key words : Stirling Refrigerator(Stirling냉동기), Adiabatic Analysis(단열해석), Real Gas(실제기체), Coefficient of Performance(성능계수), Helium(헬륨)

Abstract

A Finkelstein adiabatic analysis is performed for Stirling refrigerator with real gas properties of helium. The mass balance and the energy balance equations are formulated into the form that is convenient for incorporating an available computer code of the helium properties. The differential equations are solved numerically. The calculated coefficient of performance(COP) and the pressure variation are compared with the results obtained when helium is assumed to be an ideal gas. The relative errors in COP are presented as functions of the refrigeration temperature and the maximum cycle pressure.

기 호 설 명

그리스 문자

- COP : 성능계수
- C_p : 정압비열
- h : 비엔탈피
- m : 질 량
- P : 압 력
- Q : 열 전 달
- r : 이동질량비
- T : 온 도
- V : 체 적
- ν : 비 체 적
- W_m : 입력일전달
- x : 재생기에서 유동방향 거리

- α : 체적팽창계수
- β : 등온압축율
- θ : 크랭크각
- ϕ : 압축기와 팽창기의 위상각

하 첨 자

- C : 압 축 기
- D : 고온 열교환기, 재생기, 저온 열교환기의 합
- E : 팽 창 기
- H : 고온 열교환기, 열을 방출하는 온도
- L : 저온 열교환기, 냉동온도
- R : 재 생 기

* 홍익대학교 대학원
** 홍익대학교 기계공학과

1. 서 론

Stirling냉동기는 재생형(regenerative) 극저온 냉동기로 공기액화용이나 고진공생성용으로 상당히 널리 사용되고 있다. 냉동온도는 보통 150K이하이며 2단이나 3단팽창을 하는 경우 10K까지 내려갈 수 있다고 보고되어 있다.

역사적으로 볼 때, Stirling사이클은 19세기에 동력사이클로 시작되었으나 내연기관의 출현과 함께 더 이상 사용되지 않았다. 20세기 중반에 극저온용 냉동기로 응용되면서 다시 연구개발이 시작되었다. 특히 최근에는 연료의 다변화를 위한 외연기관중의 하나로 Stirling엔진에 대한 연구가 진행되고 있다. 또한 Stirling냉동기의 냉매로는 비열비와 열전도도가 큰 헬륨을 가장 많이 사용하므로 CFC계 냉매를 사용하지 않는 냉동기와 열펌프로도 응용가능성이 타진되고 있다. 동시에 Stirling엔진과 Stirling냉동기의 조합으로는 전력수급의 균형을 위한 열구동냉동기나 열구동열펌프로도 사용될 수 있다.

이상적인 Stirling사이클은 두 개의 등온과정과 두 개의 등적과정으로 구성되어 있으나, 임의의 체적변화에 대해서도 등온열전달이 이루어지면 가역적인 사이클구성을 할 수 있게 된다. 따라서 Stirling사이클은 실제 구성에 있어서도 다른 유사한 사이클에 비해 월등히 우수한 효율을 나타내게 된다.

Stirling냉동기는 같은 온도범위에서 사용되는 GM(Gifford-McMahon)냉동기에 비해 냉동효율은 매우 높으나 설계, 제작, 운전면에서는 어려운 점이 많으므로 상업적으로 시장성이 낮다고 할 수 있다. 반면에 Stirling냉동기의 해석 및 설계방법은 학문적으로나 기술적으로 재생형 사이클의 기본이 되는 중요한 분야이므로 지난 30여년간 꾸준히 연구되어 왔다.

재생기를 중심으로 양단에 등온압축기와 등온팽창기가 있는 이상적인 Stirling냉동기의 해석은 소위 Schmidt의 방법으로 매우 간단히 수행될 수 있다. 그러나 상당히 빠른 속도로 운전되는 냉동기에 대하여 일의 교환과정은 단열과정으로 간주하는 것이 현실에 가까우므로 소위 단열해석(adiabatic analysis)이 Stirling냉동기 설계의 기본방법으로 이미 알려져 있다.

Stirling사이클의 단열해석은 1960년대에 Finkelshtein¹⁾에 의하여 그 방법이 제시되었다. 이 방법에서 Stirling냉동기는 Fig.1과 같이 단열압축기와 재생기 사이, 그리고 단열팽창기와 재생기 사이에 각각 열교환기가 위치하여 주위와 열교환하는 구성을 갖고 있다. 이 방법의 핵심은 압축기 또는 팽창기에서 유출되는 유체는 압축기 또는 팽창기의 내부의 유체상태와 같으며, 반대로 유입되는 유체는 인접한 열교환기의 온도를 갖고 있다는 모델을 사용하는 데 있다.

이 해석방법은 그 후, Qvale, Rios, Smith등²⁻⁵⁾에 의하여 보완되었고, 극저온냉동기에 적용하여 실험적인 검증을 통하여 거의 완성되었다고 할 수 있다. 이 내용들은 Stirling엔진에 관하여는 Walker⁶⁾, Martini⁷⁾, Urieli등⁸⁾, West⁹⁾에 의해 정리되어 있고, Stirling냉동기에 관하여는 Walker¹⁰⁾에 의해 정리되어 있다. 또한 최근에는 압축기 및 팽창기에서의 열전달량을 고려하여, 단열과 등온인 두 극한과정 사이의 임의의 과정에 대한 해석방법도 시도된 바 있다.¹¹⁾

국내에서도 위의 방법을 인용하여 Stirling엔진의 해석 및 설계방법이 연구된 바가 있으며¹²⁻¹³⁾ Stirling냉동기의 해석방법에 대한 종합적인 내용이 정리¹⁴⁾되어 있다.

그러나 이상의 모든 해석에서는 작업유체를 이상기체로 간주하여 계산하였다. 작업유체인 헬륨은

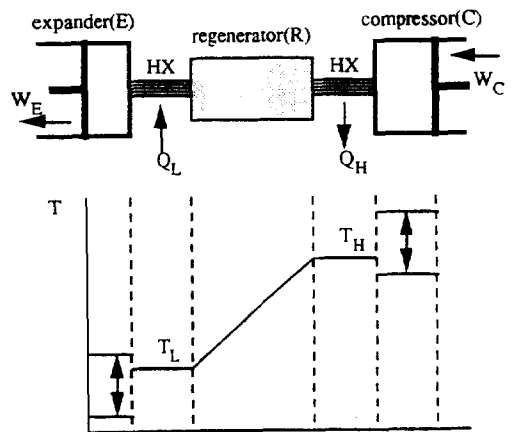


Fig.1 Schematic of Stirling refrigerator for adiabatic analysis and typical temperature distribution

임계온도가 5.19K로 매우 낮으므로 10K이상의 온도에서는 대체로 이상기체로 간주해도 무방하다. 그러나 헬륨은 임계압력이 0.227MPa로 또한 매우 낮으므로 약 2MPa이상의 압력이 되면 압축성인자 (compressibility factor)가 1보다 커지는 비이상성이 나타난다. 따라서 Stirling냉동기의 단열해석에서 헬륨의 압력이 높아지면 이상기체의 모델에 의한 결과는 상당한 오차를 가질 수 있다.

실제기체의 물성을 이용한 Stirling냉동사이클의 해석은 저자들이 알고 있는 한, 한가지도 없었다. 저자들이 수행하고 있는 Stirling사이클과 유사한 VM사이클 열펌프에 관한 최근의 연구¹⁵⁾에서, 이상기체의 물성을 이용한 사이클해석 결과는 실제기체의 물성을 이용한 결과와 매우 큰 오차를 나타내고 있어서 본 연구를 수행하게 되었다. 물론 VM 사이클의 경우는 Stirling사이클보다 더욱 큰 압력범위에서 운전되므로 그 결과들 사이에 오차가 많으나, Stirling사이클의 경우도 상당한 오차를 예상할 수 있다.

본 논문에서는 이미 알려진 Stirling냉동기의 단열해석방법에 최근에 개발된 헬륨의 전산화된 물성프로그램¹⁶⁾을 이용하여, 수치적 방법으로 사이클 해석을 수행하려 한다. 그 결과는 이상기체의 물성을 이용한 경우와 비교하고 이상기체모델을 통한 단열해석의 오차를 정량화하는데 사용될 수 있을 것이다.

2. 해석모델 및 지배방정식

2.1 해석모델

본 논문에서는 Fig.1과 같은 Stirling냉동기에 대해 단열해석을 수행하기 위하여 단순한 해석모델을 채택하였다. 이러한 모델들은 모든 단열해석에서 채택하는 다음과 같은 일반적인 가정들로 이루어진다.

- 1) 열교환기와 재생기의 유용도(effectiveness)는 100%이다.
- 2) 열교환기와 재생기에서 압력강하는 없다.
- 3) 압축기와 팽창기내부에서 유체는 신속한 혼합이 이루어져 공간적으로 균일한 물성을 갖는다.
- 4) 압축기, 팽창기 재생기는 외부와 단열되어

있다.

5) 사이클은 주기적 정상상태(periodically steady state)에 있다.

가정 1)에 의하여 열교환기 출구의 유체온도는 열교환기의 벽온도와 같게 된다. 가정 2)에 의해 냉동기전체를 통해 유체는 공간적으로 같은 압력을 갖는다. 가정 3)에 의해 압축기 및 팽창기 출구의 유체는 각각 압축기 및 팽창기 내부유체의 물성을 갖고 있다.

이상기체의 물성을 사용하는 일반적인 Stirling 사이클의 단열해석은 입력변수의 수를 최소화하기 위하여 무차원변수들을 정의하여 지배방정식을 유도한다. 그러나 실제기체의 물성을 이용하기 위해서는 무차원변수를 사용할 수 없으며 변수의 실제량을 그대로 사용하여야 한다.

2.2 압축기 및 팽창기

이러한 가정하에 압축기 및 팽창기에 대하여 질량보존과 에너지보존의 원리를 적용하면

$$m \cdot dh = (h^* - h)dm + V \cdot dP \tag{1}$$

와 같다. 여기서 m , V , h 는 각각 압축기 및 팽창기 내부유체의 질량, 체적, 비엔탈피이며, P 는 냉동기 전체의 공간에 대해 균일한 압력이다. h^* 는 유입되거나 유출되는 유체의 비엔탈피이다.

2.2.1 유입되는 경우($dm > 0$)

유체가 유입되는 경우, 즉 $dm > 0$ 인 경우에는 h^* 는 인접한 열교환기의 온도와 압력 P 에서의 엔탈피가 된다. 즉 압축기(C)에 대해서

$$h^*_c = h(T_H, P) \tag{2}$$

이며 여기서 T_H 는 냉동기에서 열을 방출하는 온도이다. 마찬가지로 팽창기(E)에 대해서

$$h^*_E = h(T_L, P) \tag{3}$$

이며 여기서 T_L 은 열을 흡수하며 냉동을 수행하는 온도이다.

한편 압축기 및 팽창기 내부의 온도(T), 압력(P), 체적(V)의 변화에 따른 질량의 변화는 일반적인

로

$$dm = -(\alpha dT - \beta dP)m + \frac{dV}{\nu} \quad (4)$$

으로 표현될 수 있다. 여기서 α 와 β 는 각각 체적 팽창계수(volume expansion coefficient)와 등온압축율(isothermal compressibility)로

$$\alpha \equiv \frac{1}{\nu} \left(\frac{\partial \nu}{\partial T} \right)_P \quad (5)$$

$$\beta \equiv -\frac{1}{\nu} \left(\frac{\partial \nu}{\partial P} \right)_T \quad (6)$$

으로 정의된다. 또 성질간의 관계식으로 온도와 압력의 변화에 따른 비엔탈피의 변화는 함수로

$$dh = C_p dT + \nu(1 - \alpha T)dP \quad (7)$$

으로 표현될 수 있으며 여기서 c_p 는 정압비열이다. 식 (4)를 dT 로 정리하고 식 (7)의 dh 와 함께 식 (1)에 대입하면

$$dm = \frac{m \left(\beta - \frac{\alpha^2 \nu T}{C_p} \right) dP + \frac{dV}{\nu}}{1 + \frac{\alpha}{C_p} (h^* - h)} \quad (8)$$

으로 정리된다. 따라서 압축기와 팽창기에 대해 질량이 유입되는 경우, 압력의 변화와 체적의 변화에 대한 질량의 변화는 식 (8)로 계산할 수 있다. 식(8)에서 체적팽창계수, 등온압축율, 정압비열이 온도와 압력의 함수로 주어지면, 체적과 엔탈피에 대한 수치적미분을 전혀 수행하지 않고 질량의 변화를 계산할 수 있다는 점에서 유용하다.

2.2.2 유출되는 경우($dm < 0$)

반대로 유체가 유출되는 경우, 즉 $dm < 0$ 인 경우에는 가정 3)에 의해 h^* 는 압축기 및 팽창기의 내부의 엔탈피 h 가 되어 간단히 식 (1)은

$$m \cdot dh = V \cdot dP \quad (9)$$

로 정리된다.

압축기 및 팽창기 내부의 질량의 변화와 비엔탈피의 변화도 유입되는 경우와 같이 식 (4)와 식 (7)로 표현된다. 식 (4)를 dT 로 정리하고 식 (7)의 dh 와 함께 식 (9)에 대입하면

$$dm = m \left(\beta - \frac{\alpha^2 \nu T}{C_p} \right) dP + \frac{dV}{\nu} \quad (10)$$

으로 정리된다. 따라서 압축기와 팽창기에 대해 질량이 유출되는 경우, 압력의 변화와 체적의 변화에 대한 질량의 변화는 식 (10)로 계산할 수 있다.

2.3 열교환기 및 재생기

두 개의 열교환기와 재생기에서 유체가 차지하는 공간은 일정하고 가정 1)에 의해 각 지점의 온도도 시간적으로 일정하다. 따라서 열교환기내의 유체 질량은 압력만의 함수가 되며, 재생기내의 유체 질량은 압력과 위치만의 함수가 된다.

압력의 변화에 따른 두개의 열교환기내의 질량의 변화는 각각

$$dm = \frac{\beta V}{\nu} dP$$

로 표현된다. 여기서 등온압축율을 비체적으로 나눈 값은 두 개의 열교환기에 대해 근사적으로 상수로 간주할 수 있다.

재생기의 경우 등온압축율과 비체적은 모두 압력과 온도의 함수이며 이 때 온도는 재생기의 길이방향의 함수가 된다. 그러므로 주어진 압력에서의 재생기내 유체질량은 미소체적에 따라 변화하는 온도를 수치적분하여 구할 수 있고 이를 식으로 나타내면, 다음과 같다.

$$dm_R = \left[\int_0^{V_R} \frac{\beta(T(x), P)}{\nu(T(x), P)} dV_R \right] dP \quad (12)$$

2.4 전체질량보존

누설이 없는 냉동기에서 전체 질량은 일정하므로, 압축기, 팽창기, 두 개의 열교환기, 재생기등 다섯 부품에서의 질량변화의 합은 0이 되어야 한다.

$$dm_E + dm_D + dm_C = 0 \tag{13}$$

여기서 하첨자 E 와 C 는 각각 팽창기와 압축기를 의미하며 하첨자 D 는 두 개의 열교환기와 재생기의 합을 의미한다. 여기에서 dm_D 는 압력과 온도의 함수로

$$dm_D = \left[\left(\frac{\beta V}{\nu} \right)_L + \int_0^{V_R} \frac{\beta(T(x), P)}{\nu(T(x), P)} dV_R + \left(\frac{\beta V}{\nu} \right)_{II} \right] dP \equiv A_D \cdot dP \tag{14}$$

으로 표현된다. 여기서 L, R, H 는 각각 저온열교환기, 재생기, 고온열교환기를 나타낸다.

압축기와 팽창기의 경우는 유체가 유입되거나 유출되는 상황에 따라 식 (8) 또는 식 (10)을 사용해야 하므로 네 가지 다른 경우가 발생한다. 식 (14)와 각 경우에 해당되는 질량변화식을 식 (13)에 대입한 후 압력의 변화로 정리하면 다음의 네 식을 얻을 수 있다.

1) $dm_E > 0, dm_C > 0$

$$dP = - \frac{\frac{dV_E}{\nu_E} + \frac{dV_C}{\nu_C}}{\frac{m_E \left(\beta_E - \frac{\alpha_E^2 \nu_E T_E}{C_{pE}} \right)}{1 + \frac{\alpha_E}{C_{pE}} (h_E^* - h_E)} + A_D + \frac{m_C \left(\beta_C - \frac{\alpha_C^2 \nu_C T_C}{C_{pC}} \right)}{1 + \frac{\alpha_C}{C_{pC}} (h_C^* - h_C)}} \tag{15}$$

2) $dm_E > 0, dm_C < 0$

$$dP = - \frac{\frac{dV_E}{\nu_E} + \frac{dV_C}{\nu_C}}{\frac{m_E \left(\beta_E - \frac{\alpha_E^2 \nu_E T_E}{C_{pE}} \right)}{1 + \frac{\alpha_E}{C_{pE}} (h_E^* - h_E)} + A_D + m_C \left(\beta_C - \frac{\alpha_C^2 \nu_C T_C}{C_{pC}} \right)} \tag{16}$$

3) $dm_E < 0, dm_C > 0$

$$dP = - \frac{\frac{dV_E}{\nu_E} + \frac{dV_C}{\nu_C}}{m_E \left(\beta_E - \frac{\alpha_E^2 \nu_E T_E}{C_{pE}} \right) + A_D + \frac{m_C \left(\beta_C - \frac{\alpha_C^2 \nu_C T_C}{C_{pC}} \right)}{1 + \frac{\alpha_C}{C_{pC}} (h_C^* - h_C)}} \tag{17}$$

4) $dm_E < 0, dm_C < 0$

$$dP = - \frac{\frac{dV_E}{\nu_E} + \frac{dV_C}{\nu_C}}{m_E \left(\beta_E - \frac{\alpha_E^2 \nu_E T_E}{C_{pE}} \right) + A_D + m_C \left(\beta_C - \frac{\alpha_C^2 \nu_C T_C}{C_{pC}} \right)} \tag{18}$$

식 (15), 식 (16), 식 (17), 식 (18)은 압축기와 팽창기의 체적의 변화가 주어지면 적분하여 압력의 변화를 계산할 수 있는 미분방정식이다. 이 미분방정식에는 압축기 및 팽창기에서의 질량과 유체 온도, 비체적, 비엔탈피, 체적팽창계수, 등온압축율, 정압비열등의 물성이 포함되어 있음을 주의해야 한다.

많은 경우에 dV 의 부호와 dm 의 부호가 일치하겠지만, 압력의 변화에 따라서는 두 변화량의 부호가 반대일 수도 있다. 따라서 네 식중에서의 선택은 반드시 dm 의 부호에 따라 결정되어야 함을 또한 주의하여야 한다.

식 (15), 식 (16), 식 (17), 식 (18)은 이상기체의 경우와 비교하여 검증할 수 있다. 이상기체의 경우

$$P\nu = RT \tag{19}$$

$$\alpha = \frac{1}{T} \tag{20}$$

$$\beta = \frac{1}{P} \tag{21}$$

$$h^* - h = C_p(T^* - T) \quad (22)$$

의 관계가 성립한다. 식 (22)은 단원자기체인 이상기체 헬륨의 비열이 온도에 따라 변화하지 않기 때문에 항상 성립한다. 이 관계식들을 식 (15), 식 (16), 식 (17), 식 (18)에 각각 대입하여 정리하면 Rios⁵⁾의 결과와 일치함을 확인할 수 있다.

2.5 성능계수

냉동기의 성능계수(COP : coefficient of performance)는

$$COP = \frac{Q_L}{W_m} \quad (23)$$

로 정의된다. 실제기체의 물성을 이용한 Stirling 냉동기에서는 압력과 팽창기질량이 모두 계산된 후에 적분을 통해 계산할 수 있다. 식 (23)의 분모의 한 사이클당 입력일은 압축기의 입력일에서 팽창기의 출력일을 빼서 얻을 수 있다. 분자의 한 사이클당 냉동량은 팽창기와 저온열교환기를 시스템으로 설정하여 계산할 수 있다.

$$Q_L = \oint P \cdot dV_E - \oint h^* \cdot dm \quad (24)$$

여기서 dm 은 팽창기와 저온열교환기내의 유체질량의 변화이고 h_E^* 는 식 (3)에 정의된 비엔탈피이다. 이상기체의 경우에는 엔탈피가 온도만의 함수이므로 h_E^* 가 상수가 되고 식 (24)의 두번째 사이클적분값이 0이 된다. 따라서 팽창기의 출력일이 곧 냉동량이 된다. 그러나 실제기체의 경우에는 압력의 변화에 따른 엔탈피의 변화가 냉동일에서의 손실로 나타나게 된다. 경우에 따라서 이러한 손실을 엔탈피dump라고 부르기도 한다.¹⁵⁾

식 (24)에서 dm 은 팽창기내 질량의 변화와 저온열교환기내 질량의 변화의 합이므로

$$dm = dm_E + dm_L = dm_E + \left(\frac{\beta V}{\nu}\right)_L dP \quad (25)$$

이다. 실제로 식 (24)의 두번째 항은 첫째항에 비해 무시할 만큼 작다. 따라서 냉동기의 성능 계수는

$$COP = \frac{|\oint P \cdot dV_E| - \oint h^* \cdot dm_E - \oint h_L \left(\frac{\beta V}{\nu}\right)_L dP}{|\oint P \cdot dV_C| - |\oint P \cdot dV_E|} \quad (26)$$

으로 계산된다.

3. 수치해법

압축기와 팽창기의 체적이 주어지면, 냉매의 전산프로그램과 함께 위의 미분방정식인 식 (15), 식 (16), 식 (17), 식 (18)은 수치적으로 적분할 수 있다. 앞서 언급한 바와 같이 이 네 식의 적분에서 온도와 압력의 함수로 계산되는 냉매의 전산프로그램을 이용하며 일체의 수치적 미분은 포함되지 않는다는 장점이 있다. 이 수치해법에는 몇가지 중요한 점이 있다.

첫째, 압축기와 팽창기에서 질량이 유입되는가 유출되는가에 따라 네 개의 식중에서 한 개를 선택하여 적분하여야 한다. 그러나 유입과 유출은 압력의 변화를 계산한 후 질량의 변화를 계산해야 결정이 된다. 따라서 네 식중 한 식의 선택은 시행착오의 방법으로 수행되어야 한다. 앞서 언급한 바와 같이 질량변화의 부호는 체적변화의 부호와 많은 경우에 일치하는 점을 감안하면 시행착오의 횟수를 줄일 수 있다.

둘째, 적분을 수행하는 초기값의 문제이다. 이 수치해법은 사이클에 대한 적분에 관한 문제이므로, 임의의 한 상태에서 시작하여 한 사이클의 적분이 수행되어 시작한 상태로 돌아와야 한다. 따라서 초기의 상태량(예 : 압력)을 가정하여 한 사이클이 지난 후 같은 상태량이면 계산이 완료되고, 그렇지 않으면 새로운 초기 상태량으로 계산을 계속한다. 그러나 임의의 초기 상태량으로 계산을 시작했을 때, 한 가지의 결과가 출력되지 않는다. 그 이유는 지배방정식에는 전체 질량의 변화가 0이라는 내용만 포함되어 있을 뿐, 그 전체 질량이 나타나지 않기 때문이다. 따라서 초기 상태량들이 그 냉동시스템의 전체 질량을 결정하게 된다. 이러한 문제는 무차원변수를 이용한 경우에는 발생하지 않으나, 본 논문에서와 같이 실제 물성을 이용하는 경우에는 명백히 발생한다. 이 문제는 초기 상태량등을 설정하기 전에 먼저 전체 질량을 정하고 그 질량에 맞는 초기 상태량들을 사용함으로써 해결할 수

있다.

마지막으로 압축기와 팽창기 내부의 유체온도의 계산이다. 매번의 계산단계에서 체적의 변화는 주어지고 압력의 변화와 질량의 변화가 계산되면 식 (4)에 의해 온도의 변화도 계산될 수 있다. 그러나 Stirling사이클의 단열해석에서 압축기나 팽창기의 체적이 최소가 되는 시점부근에서는 유체가 유출되다가 다시 유입되기 시작하면서 온도가 급격히 변화하여 수치적 안정성이 낮아지게 된다. 따라서 이 문제를 해결하기 위해서는 식 (4)로 계산하지 않고 계산된 압력과 질량을 이용하여 실제기체의 전산화된 상태방정식

$$T = T(P, v) = T\left(P, \frac{V}{m}\right) \quad (26)$$

으로 계산하면 된다.

이러한 방법으로 계산되는 과정을 Fig.2의 유동도로 나타내었다. 미분방정식의 적분은 4차 Runge-Kutta의 방법을 사용하였고, 계산프로그램은 Fortran-77언어로 작성하여 Hewlett Packard Workstation으로 계산하였다. 압력과 질량의 상대오차가 10^{-3} 이하가 될 때까지 계속하였는데 그 이유는 사이클 해석의 오차가 헬륨물성치 전산프로그램인 HEP-ROP¹⁶⁾의 오차보다 작을 수 없기 때문이다. 적절히 가정된 초기 조건에 대해, 약 3회이내의 반복으로 주기적 정상상태에 수렴하였다. 같은 계산을 이상기체의 경우와 실제 기체의 경우에 대하여 수행하였다.

4. 결과 및 고찰

작성된 해석프로그램은 임의의 냉매와 임의의 Stirling냉동기에 대하여 적용이 가능하다. 본 논문에서는 그 결과를 제시하기 위하여 냉매는 헬륨으로 한정하고 압축기와 팽창기의 체적이 정현(sinusoidal)파인 경우에 한정된 결과만을 다루기로 한다.

이 경우 압축기와 팽창기의 체적은 크랭크각(θ)의 함수로 각각

$$V_c = \frac{V_{CM}}{2} \{1 + \cos(\theta - \phi)\} + V_{CC} \quad (28)$$

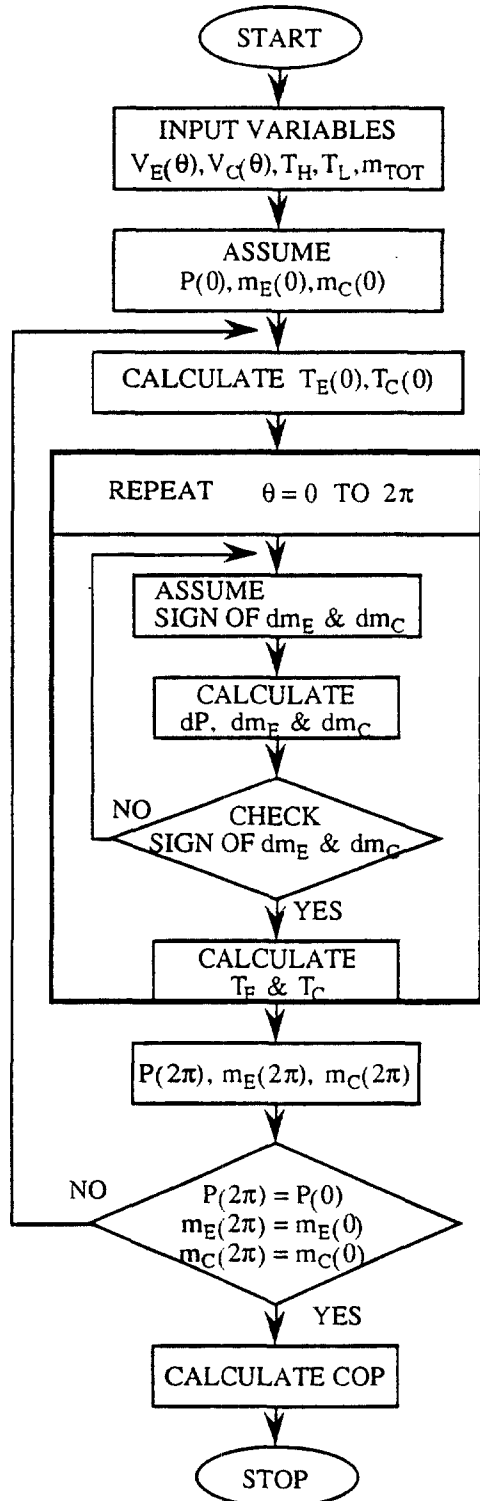


Fig.2 Flowchart of adiabatic analysis with real gas properties

$$V_E = \frac{V_{EM}}{2}(1 + \cos\theta) + V_{EC} \quad (29)$$

으로 주어진다. 여기서 V_{CM} 과 V_{EM} 은 각각 압축기와 팽창기의 행정체적을 나타내며, V_{CC} 와 V_{EC} 는 각각 압축기와 팽창기의 간극체적을 나타낸다. 또 ϕ 는 압축기와 팽창기의 위상각의 차이이며 보통 $\pi/2$ 정도의 크기를 갖는다. Fig.3은 간극체적이 행정체적의 5%일 때 두 체적을 최대체적으로 무차원화 하여 크랭크각의 함수로 나타낸 그래프이다.

일반적으로 Stirling냉동기에서 가장 중요한 변수로는 압축기와 팽창기의 상대적인 크기인 이동질량비(displaced mass ratio)이다. 이동질량비 r 은

$$r \equiv \frac{\left(\frac{V_{CM}}{T_H}\right)}{\left(\frac{V_{EM}}{T_L}\right)} = \frac{V_{CM}}{V_{EM}} \frac{T_L}{T_H} \quad (30)$$

으로 정의되는데 보통 1정도의 값을 갖는다. 즉 압축기와 팽창기의 행정체적의 비는 대체로 고온과 저온의 비와 같도록 한다.

해석에 앞서 프로그램의 수행이 적절히 이루어지고 있는지의 여부를 확인하기 위하여 작동압력이 100kPa이하로 낮은 경우, 즉 이상기체로 간주할 수 있는 경우에 대해 위상각의 차이, 이동질량비, 간

극체적등의 변수와 운전되는 냉동온도를 변화시키면서 실제기체의 물성프로그램을 이용한 해석을 수행하였다. 그리고 같은 조건에 대해 실제기체의 물성프로그램 대신 이상기체의 물성관계식인 식 (19)에서 식 (22)을 이용하여 해석을 수행하였다. 그 결과 실제기체 경우의 압력, 온도, COP 등의 결과가 이상기체의 단일해석의 결과와 상대오차로 0.5% 이내로 계산되었다. 따라서 작성된 전산프로그램은 적절히 수행되고 있다고 판단될 수 있었다.

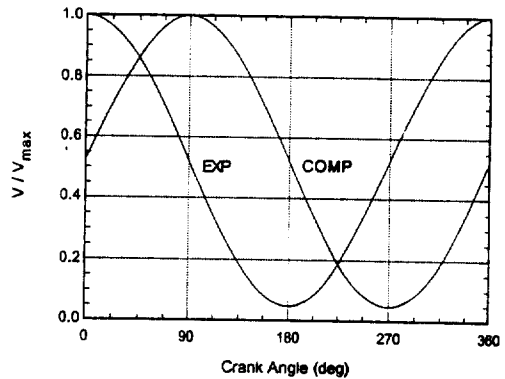


Fig.3 Dimensionless volume vs crank angle for compressor and expander ($\phi = \pi/2$, clearance volume/swept volume = 0.05)

Table 1 Specifications of Stirling refrigerator analyzed

Working fluid		Helium-4
Phase angle		$\pi/2$ rad
Displaced mass ratio		1.0
Temperature where heat is rejected		300K
Compressor	Swept volume	$7.85 \times 10^{-4} \text{m}^3$
	Clearance volume	$3.93 \times 10^{-5} \text{m}^3$
	Maximum volume	$8.24 \times 10^{-4} \text{m}^3$
Expander	Swept volume	$2.62 \times 10^{-4} \text{m}^3$
	Clearance volume	$1.31 \times 10^{-5} \text{m}^3$
	Maximum volume	$2.75 \times 10^{-4} \text{m}^3$
Dead Volumes	Hot heat exchanger	$7.85 \times 10^{-5} \text{m}^3$
	Regenerator	$7.85 \times 10^{-5} \text{m}^3$
	Cold heat exchanger	$7.85 \times 10^{-5} \text{m}^3$
	Total dead volume	$2.36 \times 10^{-4} \text{m}^3$

본 논문은 실제기체의 거동을 고려한 Stirling냉동기의 단열해석결과를 정확히 구하고 기존의 이상기체를 가정한 단열해석결과와 비교함을 목적으로 하고 있다. 이를 위하여 비교하고자 하는 두 해석의 입력조건을 동일하게 하여야 한다.

본 논문에서 예시하는 경우의 냉동기 제원은 Table.1에 나타내었다. 우선 열을 방출하는 온도가 300 K, 냉동을 수행하는 온도가 150K이며 헬륨의 전체질량이 약 5.58g인 경우에 대하여, 실제기체와 이상기체의 성질을 이용하여 해석을 수행하였다. 그 결과를 Fig4에서 Fig7까지 나타내었다. 모든 그래프에서 실선은 실제기체의 경우를, 점선은 이상기체의 경우를 나타낸다.

Fig4는 압축기와 팽창기 내부유체의 P-V선도를 나타내고 있으며 Fig5는 크랭크각의 함수로 압력의 변화를 나타내고 있다. 실제기체와 이상기체 경우의 최고 압력은 각각 4.68MPa, 4.57MPa로 실제 기체의 경우가 약간 더 큰 값을 보여주고 있으며 사이클 평균 압력도 2.79MPa, 2.73MPa로 실제기체의 경우가 약간 더 큰 결과를 얻었다. 이는 헬륨의 임계온도와 임계압력이 사이클의 작동온도와 작동압력보다 매우 낮은 범위에 있기 때문에 압축성인자가 1보다 큰 값을 갖고 있으므로 당연한 결과로 판단된다. P-V선도상의 폐곡선 내부면적을 살펴보면, 실제기체의 경우 이상기체보다 압축기의 입력일도 더 크고 팽창기의 출력일도 더 큼을 알 수 있다.

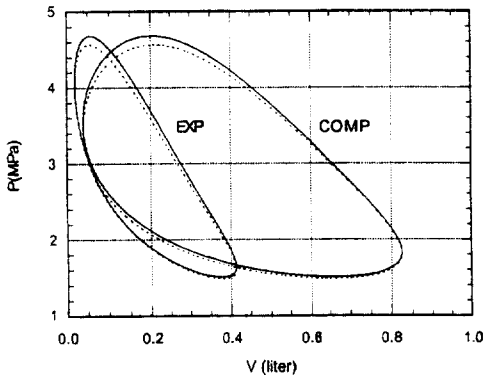


Fig.4 Pressure vs volume diagrams for compressor and expander
($T_L=150K$, $m=5.58g$, solid line : real gas, dotted line : ideal gas)

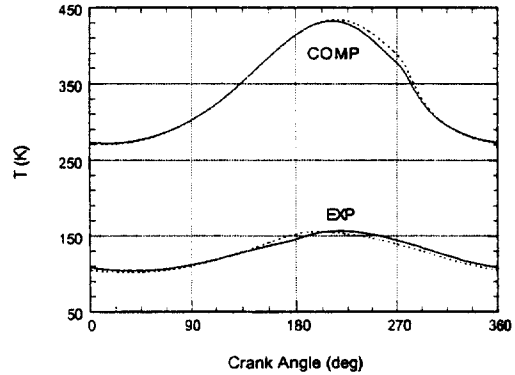


Fig.6 Temperature vs crank angle for compressor and expander
($T_L=150K$, $m=5.58g$, solid line : real gas, dotted line : ideal gas)

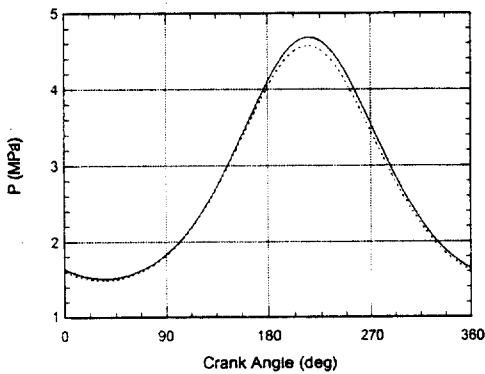


Fig.5 Pressure vs crank angle
($T_L=150K$, $m=5.58g$, solid line : real gas, dotted line : ideal gas)

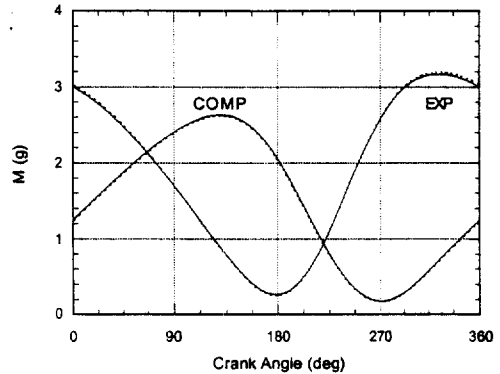


Fig.7 Mass vs crank angle for compressor and expander
($T_L=150K$, $m=5.58g$, solid line : real gas, dotted line : ideal gas)

각 경우에 대해 냉동기의 COP를 계산해 보면 이상기체의 경우 0.556이고 실제기체의 경우 0.578로 약 3.8% 정도의 상대오차를 보이고 있다. 즉, 질량이 결정된 경우 이러한 조건하에서 Stirling냉동기 해석을 이상기체의 가정하에 수행하면 약 3.8% 정도로 COP가 과소평가됨을 알 수 있다.

Fig.6은 압축기내 유체온도 및 팽창기내 유체온도를 각각 나타내고 있다. 실제 기체 경우의 사이클평균온도는 압축기와 팽창기의 경우 각각 340K, 128K이며 실제 기체 경우의 평균온도는 압축기와 팽창기의 경우 각각 341K, 127K로 거의 같은 값을 얻었다. 그러나 압축기와 팽창기의 체적이 최소가 되는 시점에서의 온도는 상대적으로 큰 차이를 보이고 있다. 이 시점에서는 질량의 유동방향이 바뀌면서 온도가 급격히 변화하기 때문이다. 그리고 압축기보다 팽창기에서의 상대오차가 약간 더 큰 것으로 관찰되는데, 이는 명백히 낮은 온도에서 실제기체와 이상기체의 거동에 차이가 더 많기 때문이다. Fig.7는 압축기내 유체질량 및 팽창기내 유체질량을 크랭크각의 함수로 보여주고 있다. 압력과 온도에 비해 질량은 실제기체와 이상기체의 차이가 매우 작은 점을 관찰할 수 있다.

이상은 냉동온도가 150K, 헬륨의 전체질량이 5.58g인 경우에 대해 Table 1의 자료를 이용한 결과이었다. 냉동온도를 250K에서 50K까지 변화시키고 헬륨의 전체질량도 여러 값에 대해 같은 작업을 반복하였다. 모든 경우에 대해 Table 1의 자료를 사용하였다. 각 경우에서 실제기체와 이상기체의 결과에 대한 COP의 상대오차를 구하여 Fig.8에 나

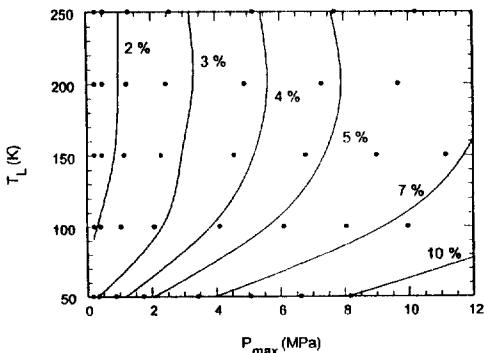


Fig.8 Relative Errors of ideal gas assumption in COP for various T_1 and P_{max}
(dot : calculation points)

타내었다. Fig.8에서 종축은 냉동온도, 횡축은 각 경우에 대한 사이클의 최대압력이며 점들은 계산이 수행된 위치이고 곡선들은 계산결과를 보간하여 얻은 상대오차선들이다. 명백히 냉동온도가 높을수록 그리고 압력이 낮을수록 이상기체와 실제기체사이의 상대오차가 작아지며 냉동온도가 낮을수록 그리고 압력이 높을수록 이상기체와 실제기체사이의 상대오차가 커짐을 알 수 있다. 또한 150K이상의 높은 냉동온도영역에서는 냉동온도가 상대오차에 큰 영향이 없으며, 냉동온도가 낮을수록 압력이 상대오차에 더 큰 영향이 있음을 알 수 있다.

물론 Fig.8의 결과는 Table 1에 나타난 냉동기의 조건에 대한 결과이며 이 결과만으로 아주 일반적인 결론을 도출하기는 어렵다. 그러나 대체로 보아, 전형적인 Stirling냉동기의 운전조건에서 사이클의 최대압력이 1MPa를 초과하는 경우가 많다면 이 경우 헬륨을 이상기체로 간주하여 냉동기의 COP를 계산하였을 때의 상대오차는 약 2%이상일 수 있다고 하겠다.

5. 결 론

본 연구에서는 전산화된 실제기체의 물성을 이용하여 Stirling냉동기에 대한 Finkelstein의 단열해석을 수행하였다. 이를 위하여 질량보전식과 에너지보전식을 미국 NIST에서 작성한 헬륨의 전산물성프로그램¹⁶⁾를 사용하기 쉬운 형태로 정리하였다. 여기에는 일체의 수치적 미분을 배제하고 등온압축율, 체적팽창계수, 정압비열등의 열역학물성만을 사용하도록 공식화하였다. 정리된 미분방정식을 수치적 방법으로 풀 수 있는 계산프로그램을 작성하였다. 결과를 예시하기 위하여, 선정된 조건하에서 일부 변수들을 변화시키며 사이클해석을 수행하였다. 계산된 결과들을 같은 조건에서 이상기체로 가정하였을 때의 해석결과와 비교하였다. 피스톤이 정현파운동을 하고 이동질량비, 간극체적, 압축기-팽창기의 위상각의 차이가 전형적인 값을 갖고 사이클의 최대압력이 1MPa에서 12MPa의 범위에 있을 때, 헬륨을 이상기체로 간주하면 실제 Stirling냉동기의 COP는 약 2~10% 정도의 상대오차를 나타내었다. 작성된 해석프로그램은 전산화된 물성이 있는 임의의 냉매와 임의의 Stirling냉동기에

대하여 적용이 가능하므로 일반적인 해석프로그램으로 활용될 수 있을 것이다.

본 연구의 결과는 이상기체의 단열해석이라는 소위 1차해석(first order analysis)에 실제기체의 물성만이 포함된 2차해석(second order analysis)의 결과라고 할 수 있다. 실제로 Stirling냉동기의 성능에 크게 영향을 미치는 열교환기 및 열재생기의 유용도에도 실제기체의 물성은 매우 중요한 역할을 하므로, 향후 이 부분에 대한 추가적인 연구가 필요하다고 하겠다.

후 기

이 논문은 1994년도 홍익대학교 교내연구비의 지원에 의하여 수행된 연구의 결과이다.

참 고 문 헌

- Finkelstein, T., 1960, "Generalized Thermodynamic Analysis of Stirling Engines", SAE Paper No. 188B.
- Qvale, E.B., 1967, "An Analytical Model of Stirling-Type Engine", M.I.T. Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering.
- Rios, P.A., Qvale, E.B. and Smith, J.L., Jr., 1969, "An Analysis of the Stirling Cycle Refrigerator", Advances in Cryogenic Engineering, Vol.13, pp. 332-342.
- Rios, P.A. and Smith, J.L., Jr., 1969, "An Analytical and Experimental Evaluation of the Pressure-Drop Losses in the Stirling Cycle", ASME Paper No.69-WA/Ener-8, Vol.92, Ser.A., No.2, pp.182-188.
- Rios, P.A., 1969, "An Analytical and Experimental Investigation of the Stirling Cycle", M.I.T. Sc.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering.
- Walker, G., 1980, "Stirling Engines", Clarendon Press, Oxford, pp.47-72.
- Martini, W.R., 1983, "Stirling Engine Design Manual", 2nd ed., DOE/NASA/3194-1, NASA CR 168088, pp.87-92.
- Urieli, I. and Berchowitz, D.M., 1984, "Stirling Cycle Engine Analysis", Adam Hilger Ltd., Bristol, pp.86-97.
- West, C.D., 1986, "Principles and Applications of Stirling Engines", Van Nostrand Reinhold Col., New York, pp.113-141.
- Walker, G., 1983, "Cryocoolers, Part 1: Fundamentals", Plenum Press, New York, pp.142-145.
- Wang, A.C.-M., 1989, "Evaluation of Gas Spring Hysteresis Losses in Stirling Cryocooler", M.I.T. M.S.M.E. Thesis, Department of Mechanical Engineering.
- 유호선, 1990, "스터링기관의 이상적인 단열모델에 대한 해석적 근사해", 대한기계학회논문집, 제14권, 제1호, pp.172-178.
- 유호선, 1990, "이상적인 단열모델에 의한 스텐링기관의 최적설계조건", 대한기계학회논문집, 제14권, 제3호, pp.656-663.
- 김영인, 장호명, 1991, "극저온 냉동기(III)", 공기조화 냉동공학회 학회지, 제19권, 제3호.
- 정은수, 장호명, 1994, "VM사이클 열펌프의 주요손실 해석 및 저감방법 연구", 위탁과제 중간보고서, 한국과학기술연구원.
- Arp, V.D. and McCarty, R.D., 1989, "Thermophysical Properties of Helium-4 from 0.8 to 1500K with Pressure to 2000MPa", National Institute of Standards and Technology, Technical Note 1334.