

머신 컨피규레이션에 따른 자유곡면의 5 축 가공성과 셋업 자세

Determining Machinability and Setup Orientation for Five-axis NC Machining of
Free Surfaces

강재관*, 서석환

Jae-Kwan Kang*, Suk-Hwan Suh

Abstract

Five-axis NC machining is advanced machining technology by which highly geometrically complicated parts can be machined accurately with high machinability. In this paper, we investigate the problems of determining the machinability and part setup orientation for a given surface models. We first develop kinematic model of the five-axis machines based on the axis configuration, then develop algorithms for determining the feasibility of machining by one setup(machinability) and the part orientation for the C,A and A,B type configuration. The machinability is determined by computationally efficient procedure for finding the intersection between the feasible area on the sphere and the numerical map called binary spherical map(BSM), and the part setup is chosen such that the rotational range is minimized among the feasible configurations. The developed algorithms are tested by numerical simulations, convincing they can be readily implemented on the CAD/CAM system as an automated process planner giving the efficient machine type and setup for NC machining.

Key words : Five-axis machining, Machine configuration, Automated process planning, CAD/CAM, Computational Geometry.

* 포항공과대학교 산업공학과 *(겸) 경남대학교 산업공학과

1. 서론

5축 머신은 기존의 3축 머신과 달리 공구 또는 공작물을 회전 시킬 수 있는 회전축을 2개 보유하고 있다. 2개의 축은 2개의 운동 자유도를 제공하며, 5축 머신은 증가된 운동 자유도를 이용하여 1) 복잡한 형상의 가공, 2) 플랫 엔드밀을 이용한 高精度의 가공, 3) 최소 셋업 횟수의 가공 등을 가능케 한다. 따라서 복잡한 형상에 대한 가공의 필요성과 고정밀 가공에 대한 수요로 말미암아 최근 들어 5축 가공에 대한 수요가 점점증하고 있다.

5축 머신 컨피규레이션은 5개의 제어 축의 조합에 따라 구성되므로 기존의 3축머신과 달리 다양한 머신 컨피규레이션이 가능하다. Sakamoto et. al[1]은 3개의 선형 운동 축과 2개의 회전 운동 축으로 구성할 수 있는 5축 머신 컨피규레이션의 종류를 162개로 정의한 바 있다.

이론적으로 5축 머신에서 두 개의 회전 축의 운동 범위에 제한이 없다고 가정하면 어떠한 복잡한 형상도 5축 머신으로 가공 가능하다. 그러나 실제 5축 머신은 회전축의 운동 범위에 제한이 있으며, 운동 범위의 제한과 머신 컨피규레이션의 다양성은 각 머신으로 하여금 서로 상이한 작업 영역(work space)을 갖게 한다. 따라서 5축 가공시에는 가공에 앞서 가공 형상과 머신의 작업 영역으로부터 가공물의 가공성 여부를 판정하는 것이 필요하다.

가공성과 더불어 또한 필요한 것이 셋업 자세의 결정이다. 최적의 셋업 자세는 가공의 성패 뿐만 아니라 가공 생산성을 결정하는 중요한 요소이다. 다양한 공구 자세가 가

능한 5축 가공에 있어 최적의 셋업 자세는 제어축의 운동 범위를 최소로 하는 것이 바람직하다. 따라서 본 연구는 주어진 5축 머신의 가공성과 회전 축의 운동 범위를 최소로 하는 셋업 자세를 결정하는 문제에 관한 다.

지금까지 5축 가공에 관한 연구들은 대부분 머신과 셋업 자세가 주어졌다는 가정하에서 가공 경로 산출에 관한 내용이었다[2,3,4]. 5축 가공에 필요한 공정 계획에 관한 연구로는 Woo의 일련의 연구들이 있다[5,6,7]. 여기서는 복잡한 형상의 다축 가공시 필요한 최소 셋업 횟수 문제들이 다루어져 있으며, 문제의 해결을 위해서 구(sphere)상에서 발생하는 computational geometry 문제를 2차원 평면 상으로 투영시키는 접근 방법을 사용한다. 그러나 제시된 방법론은 가공물의 local visibility cone을 사용함으로써 가공 컨피규레이션에 대한 정확한 해를 구할 수 없으며, 알고리즘의 2차원 평면으로의 투영 속성 때문에 실제 컴퓨터 상에 구현시에는 numerical complexity에 빠질 가능성이 매우 높다. 또한 다축 머신은 다양한 머신 컨피규레이션이 존재함에도 불구하고 5축 머신을 한가지 컨피규레이션으로 제한 시킨 문제점도 있다.

본 연구자들[8]은 자유곡면의 다축 가공시 필요한 공정계획의 제 요소를 가공 컨피규레이션(machining configuration)으로 정의하고, 이를 결정하는 통일된 방법론을 제시한바 있다. 곡면 상의 임의의 점에서 간섭없는 공구 자세 영역인 PVC(Point Visibility Cone) 개념을 이용하여 곡면의 다축(3축, 4축, 5축) 가공성 여부와, 3축 4축 가공시 필요한 기계와 공작물간의 셋업자세 및 회전 축의 최소 운

동 범위를 계산하였다.

따라서 본 연구는 앞서의 연구의 확장으로서 5축 가공을 대상으로 가공 컨피규레이션의 결정, 즉 주어진 가공 형상과 머신간의 가공 가능성 여부의 판정과 가공에 필요한 최적 셋업 자세를 계산하는데 그 연구의 목적을 둔다.

2. 가공 컨피규레이션과 문제의 정의

본 연구의 주제인 5축 가공 컨피규레이션 문제는 기본적으로 본 연구 팀의 앞선 연구의 방식[8]을 확장하는 방식으로 접근한다. 따라서 이 연구에서 도입된 PVC, Spherical map 과 FTM^k 에 관한 기본 개념을 먼저 설명한다.

PVC(Point Visibility Cone) : PVC는 그림 1(a)와 같이 곡면의 임의의 점에서 간섭없이 접근할 수 있는 공구의 자세 집합이다.

Spherical Map : 곡면 상의 모든 점에서 정의된 PVC들을 그림 1(b)와 같이 공통의 원점 상으로 이동 시킨 것을 spherical map이라 한다.

$FTM^k(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_{k-3})$: FTM^k ($k \geq 3$) (Feasible Tool Motion)는 회전 축 운동 범위에 제한이 있는 경우 k -축 머신의 “가능한 공구 축 자세 영역”을 나타낸다. 따라서 3축 머신의 FTM^3 는 그림 2(a)와 같이 구 상의 한 점으로 표현되고, 4축 머신의 경우 $FTM^4(\Theta)$ 는 great arc로 표현된다(그림 2(b)). 이 때 great arc의 크기가 회전 축의 회전 범위(Θ)를 나타냄을 유의한다. 5축인 경우에는 앞서 언급한 바와 같이 머신 컨피규레이션의 다양성에 따라 그 형태가 여러가지로 나타날 수

있다. 따라서 $FTM^5(\Theta_1, \Theta_2)$ 는 다음 장에서 상세히 정의한다.

A. 가공성 문제 (Machinability problem) : 5축 머신에서 각 축의 운동 범위에 제한이 없다고 가정하면 이론적으로 어떠한 형상도 가공 가능하다. 그러나 각 축의 운동 범위에 제한이 있을 경우에는 주어진 형상과 머신간에는 가공성 문제가 발생한다. 가공물과 머신간의 가공성은 PVC와 FTM^k 를 이용하여 다음과 같이 정의되고,

$$PVC(u,v) \cap FTM^k(\Theta_1, \Theta_2) \neq \emptyset, \forall u,v \quad (1)$$

이를 이용하여 가공성을 판정하기 위해서는 가공물에 대한 spherical map과 주어진 5축 머신에 대한 정확한 FTM^k 계산이 필요하다.

B. 셋업 자세 문제 (Setup orientation problem) : 주어진 가공물과 머신간의 가공성이 판정되고 나면 가공에 필요한 셋업 자세를 결정하는 것이 필요하다. 다양한 공구 자세를 요구하는 5축 가공에서는 “회전축 운동량의 최소화”를 최적성의 한 기준으로 삼을 수 있다. 따라서 본 연구에서는 가공에 필요한 두 회전 축의 회전 운동의 크기를 최소로 하는 방향으로 셋업 자세를 설정한다. 이는 곧 spherical map 상에서 모든 PVC를 포함하는 FTM^k 의 크기와 자세를 계산하는 문제가 된다.

3. 5축 머신의 가능 공구축 자세영역

2장에서 설명한 바와 같이 5축 가공 컨피규레이션 문제를 해결하기 위해서는 주어진

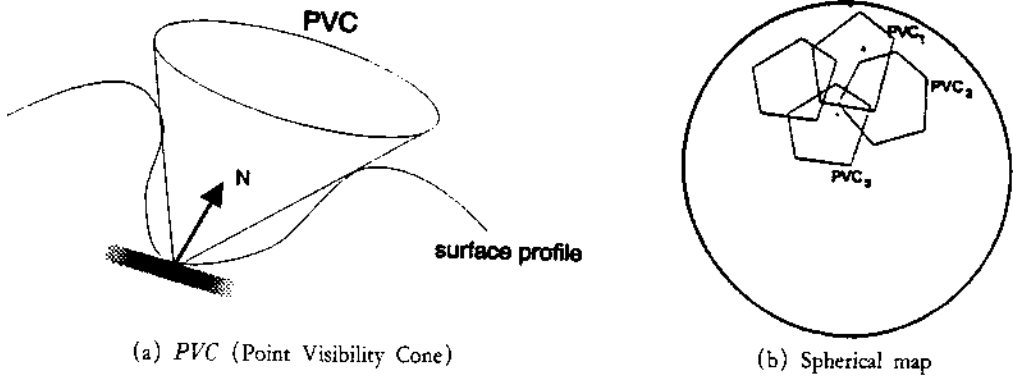


그림 1. PVC와 Spherical map

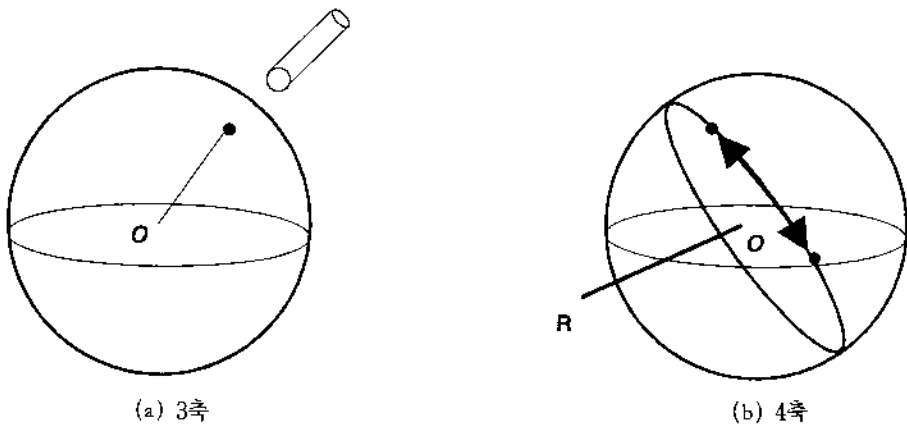


그림 2. FTM^3 와 FTM^4

5축 머신의 FTM^5 에 대한 정확한 계산이 필요하다. 다양한 머신 컨피규레이션이 존재하는 5축 머신에서 FTM^5 는 각 머신 컨피규레이션의 타입과 두 회전 축의 회전 운동 범위 (Φ, Θ)에 따라 각기 다르게 된다.

3.1 머신 컨피규레이션의 분류

앞서 언급한 바와 같이 Sakamoto et. al[1]은 3개의 선형 운동 축과 2개의 회전 운동 축에 의해서 구성할 수 있는 5축 머신 컨피규레이션의 종류를 162개로 정의하였다. 각 머신 컨피규레이션은 그림 3과 같이 선형 운

동 축을 X, Y, Z로 표시하고, 회전 운동축을 A, B, C로 표시한 후 공구 축 방향과 stationary element(머신 베드)를 고려하여 이들의 순서 쌍에 의해 분류한다. 그리고 분류된 각 컨피규레이션은 공작물에서 공구까지 베드를 포함한 축의 순서에 따라 표기한다.

$$W/K_1K_2 \cdots K_n/T$$

분류된 머신 컨피규레이션들의 예가 그림 4에 나타나 있다. 그림 4(a)는 스피들에 회전 축이 부가된 타입이고(W/xyBzca/T : 스피들

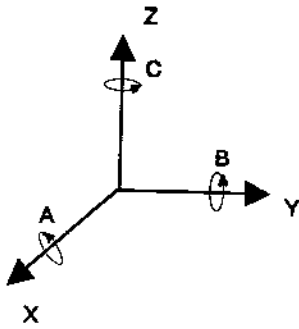


그림 3. 선형운동축과 회전운동축

틸팅 타입이라 부른다), 그림 4(b)는 스펀들과 테이블에 회전 축이 추가된 타입(W/cxyBza/T: 스펀들 틸팅 타입)이며, 그림 4(c)는 테이블에 두 개의 회전 축이 추가된 타입(W/caxyBz/T: 스펀들 틸팅 타입)이다. 그림 4(d) 역시 테이블에 두 개의 회전 축이 추가된 테이블 틸팅 타입(W/baxzBy/T)이지만 그림 4(c)는 C, A 를 두개의 회전 운동으로 하는 반면 그림 4(d)는 A,B를 두 개의 회전 운동으로 하는 점에서 서로 다르다.

3.2. 머신 컨피규레이션에 따른 FTM^5 의 분류

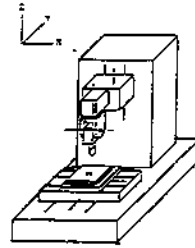
FTM^5 는 공작물 좌표계에서 공구 좌표계 Z 축의 자세 영역으로 정의된다.

$$FTM^5 = {}^W T \cdot Z \quad (2)$$

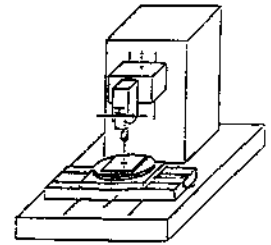
여기서 ${}^W T$ 는 공작물 좌표계에 대한 공구 좌표계를 나타내는 변환행렬이고, Z는 공구 축 방향을 나타내는 $(0,0,1,0)^T$ 벡터이다. 그런데 FTM^5 는 회전 축의 운동에 의해서 정의되므로 선형축의 구성 순서와는 관계없다. 따라서 FTM^5 는 회전축의 조합과 순서에 의해

서만 결정되며 그 종류는 아래와 같이 총 18 가지이다.

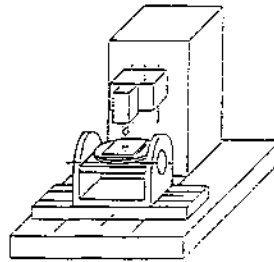
A,B	B,C	C,A
abB, baB, aBb,	bcB, cbB, bBc,	caB, acB, cBa,
bBa, Bab, Bba	cBb, Bbc, Bcb	aBc, Bca, Bac



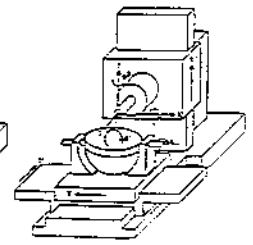
(a) W/xyBzca/T



(b) W/cxyBza/T



(c) W/caxyBz/T



(d) W/baxzBy/T

그림 4. 여러가지 5축 머신 컨피규레이션

이들 중 bcB, bBc, Bbc, acB, aBc, Bac는 5 축 머신 컨피규레이션을 구성할 수 없는 조합이다. 즉, Bac의 경우를 예를 들면 다음과 같이

$$FTM^5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\Phi & -s\Phi \\ 0 & s\Phi & c\Phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\Theta & -s\Theta & 0 \\ s\Theta & c\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -s\Phi \\ c\Phi \end{pmatrix}$$

x 방향으로의 운동이 정의되지 않는다. 따라서 이들을 순서 쌍에서 제외하면, FTM^6 는 총 12가지가 된다. 그러나 본 연구에서 필요로 하는 것은 FTM^6 가 구 상에서 정의되는 형태에 관한 분류이다. 12가지의 FTM^6 를 구상에 나타나는 모양에 따라 분류하면 크게 두가지 형태, 즉 C,A 또는 C,B 타입(이하에서는 C,A 타입으로 통칭함)과 A,B 타입으로 대별된다.

C,A 타입	A,B 타입
caB, cBb, caB	abB, baB, aBb,
cBa, Bca, Bcb	bBa, Bab, Bba

C,A 또는 C,B 타입(이하에서는 C,A 타입으로 통칭함)이란 두 회전 축의 운동 범위에 제한이 있을 때 FTM^6 의 형태가 그림 5(a)와 같이 표현되는 경우이고, A,B 타입일 경우에는 그림 5(b)와 같이 나타나는 경우를 말한다. 이 기준에 따르면 그림 4 (a),(b),(c)는 모두 C,A 타입이고 그림 4 (d)는 A,B 타입이다. 특히 이 예들은 모두 두 회전 축 중 회전 축의 운동 범위에 제한이 없으므로, (a),(b),(c)의 경우는 그림 6(a)과 같이 FTM^6 가 구상의 원판 형태로 표현되고, (d)의 경우는 그림 6(b)와 같이 구 상의 밴드가 된다.¹⁾

결론적으로, 5축 머신에서 가능한 공구 축의 자세 영역(FTM^6)의 형태는 머신 컨피규레이션을 구성하는 두 회전 축이 어떤 운동 조합인가에 따라 그 기본 형태가 달라짐을 알 수 있다. 즉, C를 회전 운동으로 가질 때

에는 C 운동이 그 속성상 공구 축 회전 방향과 동일하므로 공구 축 방향으로 두개의 부채꼴로 표현되며, A,B를 회전 운동으로 할 경우에는 각 축이 공구 방향과 수직을 이루기 때문에 spherical rectangle 형태로 표현된다.

3.3 두 FTM^6 의 표현 방식

FTM^6 의 형태는 머신을 구성하는 두 회전 축의 종류에 의해 결정되고 FTM^6 의 크기는 두 회전 축의 운동 범위에 의해 결정된다. 본 연구에서는 두 회전 축의 좌우 방향으로의 회전 운동 범위가 각각 다르다고 가정하고, 이 머신 파라미터의 값을 각각 $\Phi^L, \Phi^S, \Theta^L, \Theta^S$ 로 나타내기로 한다. Θ^L, Φ^L 은 운동 범위가 상대적으로 큰 머신 파라미터값을 나타내고, Θ^S, Φ^S 는 작은 값을 표현한다. 그리고 이 값들은 모두 양의 값으로 표현된다.

C,A 타입에서 A(또는 B) 축의 회전 운동에 따른 공구 축의 궤적을 나타내는 대원을 기준 대원(basis great circle)이라 한다. 두 부채꼴은 이 기준 대원과 초기 중심 P를 기준으로 대칭인 형태이다. 여기서 구 상의 부채꼴은 세개의 점(초기 중심과 각각의 부채꼴에서의 끝점)에 의해 정의 가능하다. 이 세개의 critical point를 각각 P, CR_1, CR_2 로 표기한다.

C,A 타입에서 FTM^6 의 자세가 결정되면 공구 축과 회전 축 C 축의 방향은 초기 중심 P 방향이고, 나머지 한 회전축 A (또는 B) 축의 방향은 기준 대원에 법선 방향이다.

A,B 타입에서도 R₁의 회전 운동에 따른 공구 축의 궤적을 나타내는 대원을 기준 대원

1) Woo의 연구들[5, 6, 7]은 이 경우만을 대상으로 하였다.

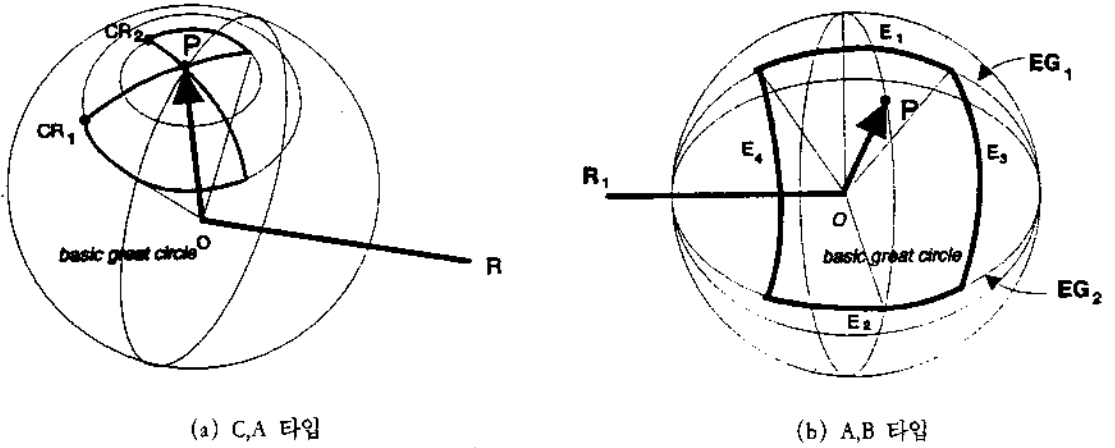


그림 5. FTM^p

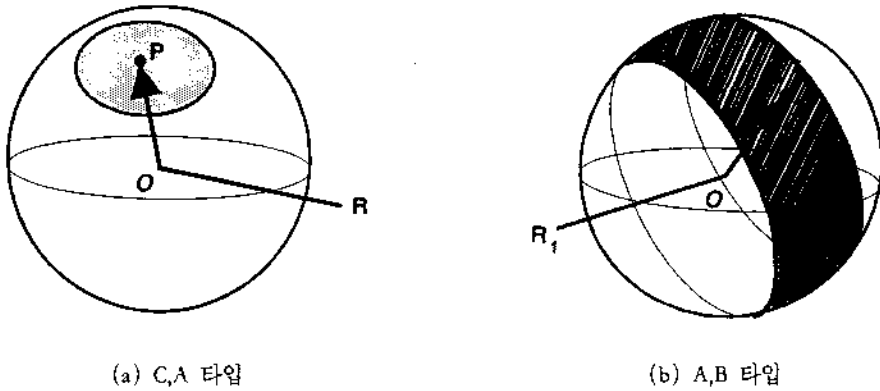


그림 6. 한 축의 회전 범위에 제한이 없는 경우의 FTM^p

이라 한다. Spherical rectangle은 4개의 edge들로 구성된다. 그 중 E_1, E_2 는 great circle에 의해 정의되고, E_3, E_4 는 기준 대원에 평행한 두 원(great circle이 아님)에 의해 정의된다. 이때 E_1, E_2 를 정의하는 두 대원을 각각 EG_1, EG_2 로 표기하기로 한다.

A,B 타입에서도 FTM^p 의 자세가 결정되었을 때 공구 축의 방향은 spherical rectangle의 초기 중심 P 방향이고, 기준 대원과 법선 방

향을 R_1 방향으로 공구 축과 R_1 에 각각 수직인 방향을 R_2 방향으로 정의한다. 단, A,B 타입의 경우에는 A, B 두 축 중 어떤 축이 R_1, R_2 축에 해당하는지를 결정하는 것이 필요하다. 머신 컨피규레이션에 따른 R_1, R_2 의 관계는 다음과 같다.

	abB	baB	aBb	bBa	Bab	Bba
R ₁	A	B	A	B	A	B
R ₂	B	A	B	A	B	A

4. 가공 컨피규레이션의 결정

2장에서 가공성 판정과 셋업 자세의 결정이 주어진 곡면에서의 PVC의 집합인 spherical map과 FTM^s 와의 관계에 의해 정의됨을 보였다. 따라서 본 장에서는 이를 구현하는 구체적인 알고리즘에 대하여 상술한다. 앞서 언급한 바와 같이, 본 연구에서 사용하는 방법은 기본적으로 앞선 연구의 방식[8]을 확장하는 접근 방식이다. 즉, PVC에 관한 기하학적인 정보를 대수적 정보로 변환한 BSM(Binary Spherical Map)으로 spherical map을 표현한뒤, 분할된 구의 각 셀을 공구 축 방향으로 가정하여 순차적으로 가공 컨피규레이션의 해를 탐색해 나가는 방법을 사용한다. BSM이란 구를 그림 12와 같이 일정한 크기의 삼각형 셀로 분할하고 이것이 PVC_j 에 속하는 셀이면 0, 그렇지 않으면 1의 값을 갖도록 하여 spherical map에 관한 모든 정보를 2차원 행렬 형태의 대수적 정보로 표현하는 것을 말한다.

PVC 분류: 분할된 구의 임의의 셀 $C_i, i \in [1, m]$ 를 공구축의 자세로 가정하면 spherical map 상의 모든 PVC는 다음의 두 그룹으로 나누어진다.

$$\begin{aligned}
 Group_I &: \{PVC_j | BSM(j,i) = 0, \forall j \in [1:n]\} \\
 Group_{II} &: \{PVC_j | BSM(j,i) = 1, \forall j \in [1:n]\} \quad (3)
 \end{aligned}$$

여기서 $BSM(j,i)$ 는 j 번째 곡면 patch에 분

할 된 i 번째 구의 셀 방향으로 접근 가능한지 유무를 나타내는 binary spherical map의 값이다.

따라서 $Group_I$ 는 공구 축의 회전 운동 없이도 접근 가능한 PVC들을 나타내며, $Group_{II}$ 은 공구 축의 회전 운동이 필요한 PVC들을 나타낸다. 이는 곧 가공성 판정과 셋업 자세 계산시에 Spherical map 상의 모든 PVC를 대상으로 하지 않고, $Group_{II}$ 에 속하는 PVC들만을 고려 대상으로 할 수 있음을 의미한다. 여기서 $Group_{II}$ 에 속하는 PVC의 갯수를 $I_{Group_{II}}$ 로 표기하기로 한다. 그리고 임의의 PVC_j 를 구성하는 구의 셀 갯수를 I_{PVC_j} 로 표현하기로 한다.

MD(minimally distanced point): 최소면적의 FTM^s 를 계산하기 위하여 PVC를 구성하는 모든 셀에 대하여 알고리즘을 적용하게 되면 알고리즘 수행시간이 지나치게 커지게 된다. 따라서 계산 시간의 단축을 위하여 현 공구의 자세 C_i 로부터 PVC_j 까지의 구 상에서의 거리(각도)가 최소인 점을 찾아내고 이 점으로 PVC_j 를 대표한다. 이 점을 MD_j 라 부른다.

$$MD_j = \text{Min}_{i \in [1, I_{PVC_j}]} (\cos^{-1}(C_i, PVC_{ji})) \quad (4)$$

그러므로 각 알고리즘은 구 상의 모든 MD_j 를 포함하는 최소 크기의 FTM^s 를 구하는 문제로 단순화 시킬 수 있다.

4.1 C,A 타입 알고리즘

이 타입의 경우 가공성 판정은 앞서 언급한 바와 같이 FTM^s 인 두개의 부채꼴이 $Group_{II}$ 에 속하는 PVC들의 대표점인 MD_j 을

모두 포함하는지 여부에 의해 결정된다. 부채꼴은 부채의 길이를 나타내는 Φ^L, Φ^S 와 부채의 폭을 나타내는 Θ^L, Θ^S 네개의 값에 의해 정의되며 (그림 5), 이 값은 주어진 5축 머신의 회전 축 운동 범위를 나타내는 머신 파라미터 값이다.

임의의 공구 자세에서 모든 MD_j 를 커버하는 최소 크기의 부채꼴을 찾아내기 위해 본 연구에서 접근하는 방법은 각 MD_j 를 부채꼴을 결정하는 critical point (CR_1)로 가정한 뒤 계산된 부채꼴을 차례로 비교해 나가는 방법이다. 이를 위하여 먼저 모든 $MD_j, j \in [1, I_{Group}]$ 를 MD_1 을 기준으로 경도 값에 따라 반시계 방향으로 정렬한뒤, 정렬된 각 점을 S_j 로 나타내고, 각 점의 극 좌표계 값 α_j, β_j 를 계산한다(그림 7).

$$\begin{aligned} \beta_j &= \cos^{-1}(C_i, S_j) \\ \alpha_j &= \Theta(N_{C_i, S_1}, N_{C_i, S_j}). \end{aligned} \quad (5)$$

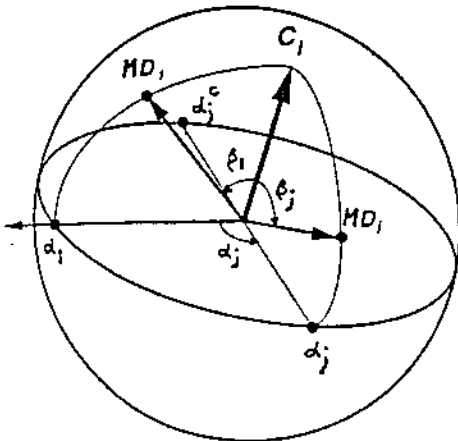


그림 7. C,A 타입의 α_1, β_1

여기서 $N_{u,v}$ 는 두 단위 벡터 u, v 의 공통 법

선 벡터를 나타내고, $\Theta(u,v)$ 는 시계 반대 방향으로 계산된 두 벡터 u, v 간의 각을 나타낸다. 따라서 $\Theta(u,v)$ 는 $[0, 2\pi]$ 의 범위를 갖는다. 그리고 부채꼴의 대응점을 계산하기 위하여 단위원 상에서 α_j 의 대칭점을 α_j^c 로 표기하기로 하자($\alpha_j^c = (\alpha_j + \pi) \bmod 2\pi$).

임의의 α_j 에 부채꼴을 정의하는 critical point CR_1 을 가정하면 CR_2 는 부채꼴의 크기를 최소화하기 위해 그림 8과 같이 두 점 α_{j+1}, α_i 중 형성되는 부채꼴로 모든 점을 다 포함할 수 있는 점이 선택된다. 단, 여기서 α_i 은 α_j 의 대칭점 α_j^c 값 보다 큰 α_j 들 중에서 최소값을 나타낸다. ($\alpha_i = \text{Min}_k(\alpha_k)$, 단 $\alpha_k > \alpha_j^c$).

$$\begin{aligned} CR_2 &= \alpha_{j+1}, \text{ if } \alpha_{j+1} \leq \alpha_i^c \\ &\alpha_i, \text{ if } \alpha_{j+1} > \alpha_i^c \end{aligned} \quad (6)$$

계산된 두 부채꼴로 부터 두 부채꼴 폭의 구간 ∇^0, ∇^1 은

$$\begin{aligned} \nabla^0 &= [\alpha_{j+1}^c, \alpha_j], \nabla^1 = [\alpha_{j+1}, \alpha_j^c] \text{ if } CR_2 = \alpha_{j+1} \\ \nabla^0 &= [\alpha_i, \alpha_j], \nabla^1 = [\alpha_i^c, \alpha_j^c] \text{ if } CR_2 = \alpha_i \end{aligned} \quad (7)$$

부채꼴 폭의 크기를 θ_j 로 정의하면,

$$\begin{aligned} \theta_j &= (\alpha_j^c - \alpha_{j+1}) \equiv (\alpha_j - \alpha_{j+1}^c), \text{ if } CR_2 = \alpha_{j+1} \\ &(\alpha_j - \alpha_i) \equiv (\alpha_j^c - \alpha_i^c), \text{ if } CR_2 = \alpha_i \end{aligned} \quad (8)$$

필요한 부채꼴의 폭 θ_j 가 계산되면 Θ^L, Θ^S 의 비율에 따라 필요한 회전 축의 최소 운동 각 θ_L, θ_S 을 계산한다.

$$\begin{aligned} \theta_L &= \theta_j \cdot (\Theta^L / (\Theta^L + \Theta^S)) \\ \theta_S &= \theta_j \cdot (\Theta^S / (\Theta^L + \Theta^S)) \end{aligned} \quad (9)$$

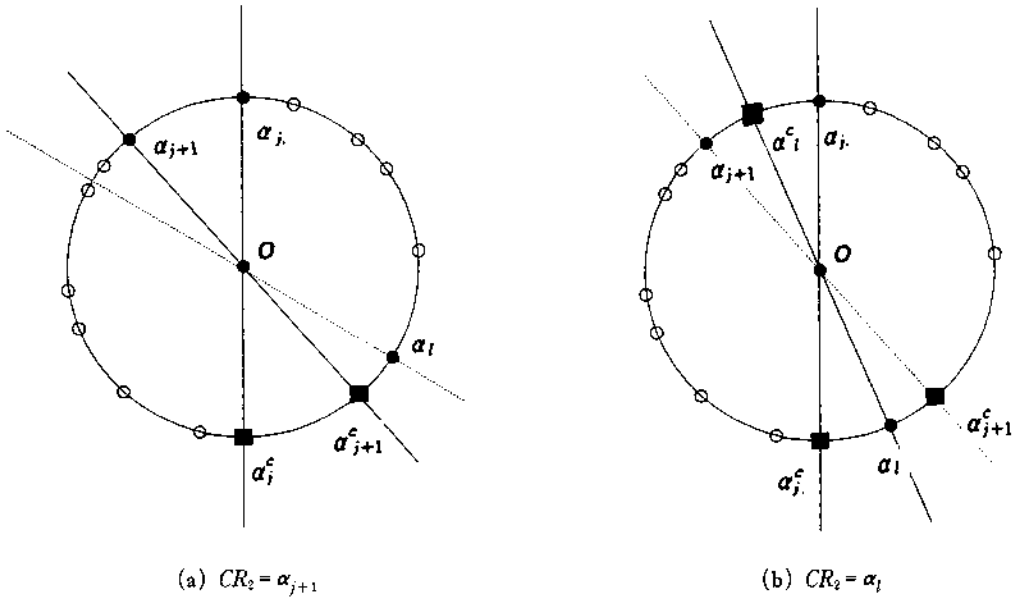


그림 8. 부채꼴 계산

여기서 계산된 θ_L, θ_S 는 차후 recommended 머신 파라미터 값으로 사용된다.

식 (6)에 의해 두 부채꼴의 자세가 결정되고, 식 (8)에 의해 필요한 부채꼴의 폭이 계산되었다. 이제 필요한 각 부채꼴의 길이를 구하는 방법을 설명한다. 먼저 β_j 를 다음과 같이 두개의 그룹으로 분류한다.

$$F_I = \{\beta_j | \alpha_j \in \nabla^0, j \in [1, I_{Group\ II}]\}$$

$$F_{II} = \{\beta_j | \alpha_j \in \nabla^1, j \in [1, I_{Group\ II}]\} \quad (10)$$

그리고 F_I, F_{II} 의 크기를 각각 $I_{F_I}, I_{F_{II}}$ 로 표기한다. F_I, F_{II} 로 부터 필요한 두 부채꼴의 최소 길이 ϕ_L, ϕ_S 는 다음과 같이 정의된다.

$$\phi_L = \max(\text{Max}_{k \in I_{F_I}}(\beta_k), \text{Max}_{k \in I_{F_{II}}}(\beta_k))$$

$$\phi_S = \min(\text{Max}_{k \in I_{F_I}}(\beta_k), \text{Max}_{k \in I_{F_{II}}}(\beta_k)) \quad (11)$$

식 (8)과 (11)에 의해 주어진 공구축 자세 C_i 와 부채꼴 방향 α_j 에서 필요한 두 축의 최소 회전 운동량 $\theta_L, \theta_S, \phi_L, \phi_S$ 을 계산하였다. 따라서 현 조건(C_i, α_j)에서 주어진 가공물과 머신 간의 가공성 판정을 위한 조건은 다음과 같다.

$$\phi_L \leq \Phi^L$$

$$\phi_S \leq \Phi^S$$

$$(\theta_L + \theta^S) \leq (\Phi^L + \Phi^S) \quad (12)$$

또한 셋업 자세로서 C축은 C_i 방향, 나머지 한 회전축(A 또는 B축)은 기준 대원에 수직인 방향으로 잠정적으로 설정한다.

최소 면적의 F_{TM} 를 계산하기 위하여 $\phi_L, \phi_S, \theta_L, \theta_S$ 으로 부터 부채꼴의 크기 F_{∇} 를 계산한다.

$$F_{\nabla} = (\phi_L + \phi_S) \cdot (\theta_L + \theta_S) \quad (13)$$

지금까지의 과정을 모든 α_j 와 또 모든 C_j 에 대하여 시행하여 가공성을 판정하고, F_{∇} 가 최소 값을 갖는 경우를 계산한다. 이 때가 F_{TM} 의 크기를 최소로 하는 공구축과 회

전 축의 자세이다.

만약 가공 불능으로 판정될 경우에는 계산된 최소 크기(MAR : Minimum Axis Range)의 F_{∇} 로 부터 최소한 $\phi_L^{MAR}, \phi_S^{MAR}, \theta_L^{MAR}, \theta_S^{MAR}$ 이상의 머신 컨피규레이션이 필요하다는 결론을 내린다.

지금까지의 알고리즘을 요약하면 다음과 같다.

procedure CA_Type()

```
(
    flag = 'infeasible'; MAR = ∞;
    while i ∈ {1, m} {
        Classify PVCj, j ∈ [1, n] into two groups by Eqn.(3);
        Compute MDj, j ∈ GroupII by Eqn.(4);
        Sort MDj, j ∈ GroupII according to logitude angle, and compute αj, βj by Eqn.(5);
        while j ∈ [1, IGroupII] {
            CR1 = αj; αjc = (αj + π) mod 2π;
            αl = Mink(αk), where αk > αjc;
            If αj+1 ≤ αjc then CR2 = αj+1, and θj = (αjc - αj+1) ≡ (αj - αj+1);
            Else CR2 = αj, and θj = (αj - αj) ≡ (αjc - αj);
            Compute θL = θj · (θL / (θL + θS)), θS = θj · (θS / (θL + θS)) by Eqn.(9);
            Classify αj, j ∈ [1, IGroupII] into two groups FI, FII by condition(10);
            φL = max(Maxk ∈ Ir(αk), Maxk ∈ Ir(αk));
            φS = min(Maxk ∈ Ir(αk), Maxk ∈ Ir(αk));
            If (φL < φL and φS < φS and θL < θL and θS < θS) flag = 'feasible';
            F∇ = (φL + φS) · (θL + θS);
            If (F∇ < MAR) {
                MAR = F∇, and compute the direction of a rotational axis R(A or B axis);
                φLMAR = φL, φSMAR = φS, θLMAR = θL, θSMAR = θS
            }
            j++;
        }
        i++;
    }
    If flag = 'feasible' then exit with 'Feasible' and optimal setup orientation;
    Otherwise, exit with 'Infeasible' and recommended machine parameter :
    φLMAR, φSMAR, θLMAR, θSMAR;
)
```

4.2 A,B 타입 알고리즘

이 타입의 경우 가공성 판정 역시 FTM^S 인 spherical rectangle이 $Group_{II}$ 에 속하는 PVC 들을 모두 포함할 수 있는지에 따른다. Spherical rectangle은 R_1 축의 운동범위를 나타내는 Φ^L, Φ^S 와 R_2 축의 운동 범위를 나타내는 Θ^L, Θ^S 네 개의 머신 파라미터에 의해 정의된다.

따라서 가공성 판정은 공구 축의 초기 위치 C_j 로부터 임의의 MD_j 점에 접근하기 위한 회전 축 R_1, R_2 축의 운동범위 α_j, β_j 가 머신의 최대 운동범위 Φ^L, Φ^S 와 Θ^L, Θ^S 이내에 포함되느냐에 의해 판정된다. 그러나 C_j 로부터 임의의 MD_j 점에 접근하기 위한 회전 축 R_1, R_2 의 필요 운동각 α_j, β_j 는 R_1, R_2 의 방향에 따라 각기 달라진다. 따라서 우선 R_1, R_2 의 방향을 결정하는 것이 필요하다.

R_1, R_2 의 방향 설정 : R_1, R_2 축의 방향은 FTM^S 사이징가 최소가 되도록 설정되어야 한다. 그러나 일반적으로 구 상의 임의의 점들을 둘러싸는 최소 크기의 spherical rectangle을 계산하는 것은 매우 어려운 문제이다.

따라서 본 연구에서는 MD_j 점들의 convex hull을 이용한 근사 최적(near optimal) 알고리즘을 제시한다. 즉, convex hull의 hull edge에 spherical rectangle의 한 edge를 가정함으로써 (이는 곧 R_1, R_2 의 방향을 설정하는 것과 동일하다) 탐색 회수를 대폭 감소시키는 알고리즘을 개발한다. 구 상에서 convex hull을 계산하는 방법은 다음과 같다.

구 상에서의 convex hull : $MD_j, j \in [1, I_{Group II}]$ 점들을 C_j 를 중심으로 거리(= $\cos^{-1}(C_j, MD_j)$)에 따라 정렬하고 정렬된 점들을 $S_j, j \in [1, I_{Group II}]$ 로 표시한다.

C_j 를 포함하여 colinear 하지 않는 세점을 S_j 로 부터 선택한 뒤 이 세점으로 초기 convex hull을 구성한다. 이 때 convex hull의 hull edge는 두 꼭지점을 잇는 great circle에 의해 정의된다. 초기 convex hull에 대하여 나머지 S_j 점에서 차례로 한 점씩을 선택하여 convex hull을 갱신한다. Convex hull을 갱신하는 dynamic 알고리즘은 다음과 같다.

임의의 convex hull을 구성하는 꼭지점들을 차례로 V_1, V_2, \dots, V_c 라 하고, $HE_1, HE_2, \dots, HE_{c-1}$ 은 이 convex hull의 hull edge를 나타내도록 한다. Hull edge HE_k 는 convex hull의 두 꼭지점 V_k, V_{k+1} 을 지나는 대원에 의해 정의되고, 이는 곧 hull edge를 대원의 법선 벡터로 정의할 수 있음을 의미한다. 이 법선 벡터를 $N_{V_k, V_{k+1}}$ 로 표시하기로 한다.

임의의 S_j 가 선택되었을 때 convex hull의 갱신은 그림 9와 같이 convex hull의 꼭지점들로부터 두 개의 supporting point[10]를 찾는 것이다. Supporting point란 convex hull을 구성하는 모든 vertex가 S_j 와 supporting point로 정의되는 half plane의 한쪽 편에만 위치하는 경우를 말한다. 따라서 convex hull의 임의의 꼭지점 V_k 가 supporting vertex가 되기 위한 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} N_{S_j, V_k} \cdot V_k &\geq 0 \quad \forall k \in [1, I_c] \text{ or} \\ N_{S_j, V_k} &\leq 0 \quad \forall k \in [1, I_c] \end{aligned} \quad (14)$$

V_s 와 V_t 가 supporting vertex가 되면 S_j, V_s 와 S_j, V_t 로 정의되는 두 edge가 새로운 convex hull edge로 등록된다. 아울러 V_s 와 V_t 사이의 hull edge들과 꼭지점들은 convex hull에서 탈락한다. 이와 같이 초기 세 점으로 시작된

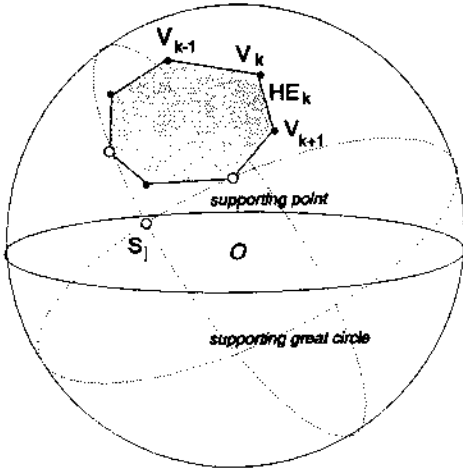


그림 9. Supporting points

convex hull을 마지막 S_j 점까지 차례로 갱신시켜 나가면 모든 MD_j 점을 둘러싸는 convex hull을 얻게 된다.

가공성 판정과 셋업 자세 : Convex hull이 계산되면 최적해를 찾기 위한 검색은 convex hull의 HE_j 을 정의하는 great circle들을 차례로 FTM^0 의 EG_1 (E_1 을 정의하는 대원)으로 가정함으로써 이루어진다. 여기서 유의할 것은 EG_1 을 가정하는 것은 회전 축 R_1, R_2 의 방향을 설정하는 것과 동일하다는 사실이다. 즉, FTM^0 의 기준 대원은 C_i 를 지나고 대원 EG_1 에 수직인 대원이다. 따라서 회전 축 R_1 은

$$\begin{aligned} R_1 \cdot C_i &= 0 \\ N_{v_j, v_{j+1}} \cdot R_1 &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

로 정의되고, 회전 축 R_2 의 초기 방향은

$$R_2 = C_i \times R_1 \quad (16)$$

로 정의된다. R_1, R_2 의 방향이 정해지면, R_1, R_2

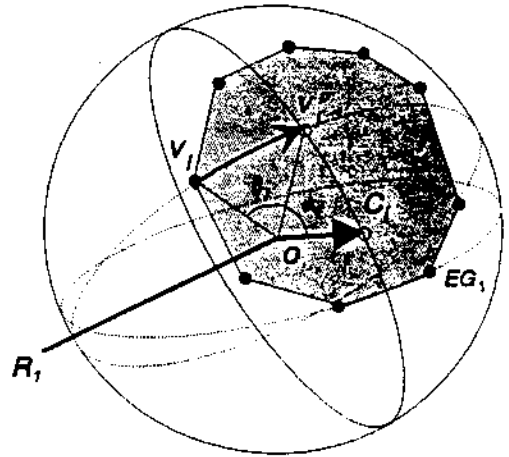


그림 10. A, B 타입의 α_j, β_j

축의 운동각 α_j, β_j 는 그림 10과 같이 C_i, V_j 그리고 V_j 의 기준 대원 상의 투영점 V_j^0 으로부터 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \alpha_j &= \text{Ang}(C_i, V_j^0, R_1) \\ \beta_j &= \text{Ang}(V_j, V_j^0, R_2) \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 투영점 V_j^0 은 다음의 벡터 방정식을 만족시키는 단위 벡터이고,

$$(V_j \times V_j^0) \cdot (C_i \times V_j^0) = 0 \quad (18)$$

$\text{Ang}(u, v, R)$ 은 회전 축 R 에 대하여 반시계 방향일 경우에는 양(+), 시계 방향일 경우에는 음(-)의 값으로 계산되는 두 단위 벡터 u, v 사이의 각을 나타낸다. 계산된 α_j, β_j 로부터 필요한 R_1, R_2 의 좌우 운동각 $\phi_L, \phi_S, \theta_L, \theta_S$ 는

$$\begin{aligned} \phi_L &= \max(\text{Max}_j(\alpha_j), |\text{Min}_j(\alpha_j)|) \\ \phi_S &= 0, \quad \text{if } \text{Max}_j(\alpha_j) \cdot \text{Min}_j(\alpha_j) \geq 0 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\min(\text{Max}_j(\alpha_j), |\text{Min}_j(\alpha_j)|),$$

$$\text{if } \text{Max}_j(\alpha_j) \cdot \text{Min}_j(\alpha_j) < 0$$

$$\theta_L = \max(\text{Max}_j(\beta_j), |\text{Min}_j(\beta_j)|)$$

$$\theta_S = 0, \text{ if } \text{Max}_j(\beta_j) \cdot \text{Min}_j(\beta_j) \geq 0$$

$$\min(\text{Max}_j(\beta_j), |\text{Min}_j(\beta_j)|),$$

$$\text{if } \text{Max}_j(\beta_j) \cdot \text{Min}_j(\beta_j) < 0$$

여기서 유의할 것은 앞서 언급한 바와 같이 $\phi_L, \phi_S, \theta_L, \theta_S$ 는 모두 양의 값으로 표현된다는 점이다. 따라서 주어진 머신 파라미터 $\Theta^L, \Theta^S, \Phi^L, \Phi^S$ 와 계산된 $\phi_L, \phi_S, \theta_L, \theta_S$ 로부터 주어진 머신 컨피규레이션과 공작물 간의 가공성 판정을 위한 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_L &\leq \Phi^L \\ \phi_S &\leq \Phi^S \\ \theta_L &\leq \Theta^L \\ \theta_S &\leq \Theta^S \end{aligned} \quad (20)$$

최소 면적의 FTM^s 를 계산하기 위하여 $\phi_L, \phi_S, \theta_L, \theta_S$ 로부터 부채꼴의 크기 F_{\square} 를 계산한다.

$$F_{\square} = (\phi_L + \phi_S)(\theta_L + \theta_S) \quad (21)$$

지금까지의 과정을 convex hull의 모든 hull edge와 모든 C_i 에 대하여 실시하여 가공성을 판단하고, F_{\square} 가 최소값을 갖는 경우를 계산한다. 이때가 FTM^s 의 크기를 최소로 하는 공구축과 회전 축 R_1, R_2 의 자세이다. 만약 가공불능으로 판정될 경우에는 계산된 최소 크기(MAR : Minimum Axis Range)의 F_{\square} 로부터 최소한 $\phi_L^{MAR}, \phi_S^{MAR}, \theta_L^{MAR}, \theta_S^{MAR}$ 이상의 머신 컨피규레이션이 필요하다는 결론을 내린다.

지금까지의 알고리즘을 요약하면 다음과 같다.

5. 적용 예

본 연구에서 개발된 알고리즘은 IBM-486 상에서 C 언어로 구현되었다. 알고리즘을 적용한 형상은 주전자 형태의 5축 가공 형상이다. 동일한 형상에 대하여 C,A 타입과 A,B 타입의 알고리즘을 각각 적용하였다. 탐색을 위해 구를 분할한 갯수는 1200개이고, 형상은 288개의 삼각형 셀로 분할하였다.

그림 11(a), (b)가 FTM^s 의 크기를 최소로 하는 최적 셋업 자세이다. 두 경우 모두 주전자의 주동이 쪽으로 셋업이 기울어져 있는 모습을 볼 수 있다. 또한 필요로 하는 최소 면적의 FTM^s 의 크기와 자세는 각각 그림 12(a), (b)와 같다.

그림 13(a)는 C,A 타입의 경우 2차원 원상에서 부채꼴의 자세와 F_{∇} 을 계산하는 과정을 보여주며, 그림 13(b)는 A,B 타입에서 최소 spherical rectangle과 F_{\square} 을 갱신하는 과정을 2차원 평면 상에 나타낸 것이다. 그리고 그림 14는 A,B 타입의 알고리즘 적용시 MD 점들을 둘러 싸는 convex hull의 계산 모습이다.

6. 결론

본 논문에서는 주어진 곡면 형상과 5축 머신 간의 가공성과 최적 셋업 자세에 관하여 연구하였다. 5축 머신은 컨피규레이션 타입과 제어 축의 운동 범위에 따라 그 작업 영역이 서로 다르다.

procedure AB_Type()

```
{
  flag='infeasible'; MAR=∞;
  while i∈[ 1, ..., m] {
    Classify PVCj, j∈[ 1, n] into two groups by Eqn.(3);
    Compute MDj, j ∈ GroupII by Eqn.(4);
    Sort MDj by the angle  $\phi = \cos^{-1}(C_i, MD_j)$ , j∈[ 1, IGroupII] .denote them Sj;
    Make initial convex hull by the three non-colinear points Ci, S1, S2; Set IC=3;
    while j ∈ [ IC, IGroupII] {
      pivot = Sj;
      while k ∈ [ 1, IC] {
        Check if Vk is supporting point by Eqn.(14);
        k++;
      }
      If two supporting points are obtained, update the convex hull and IC;
      j++;
    }
    while j ∈ [ 1, IC] {
      Compute Vjp by Eqn.(18);
      Compute  $\alpha_j = \text{Ang}(C_i, V_j^p, R_1)$ ,  $\beta_j = \text{Ang}(V_j, V_j^p, R_2)$  by Eqn.(17);
       $\phi_L = \max(\text{Max}_k(\alpha_k), |\text{Min}_k(\alpha_k)|)$ .
      If  $(\text{Max}_k(\alpha_k) \cdot \text{Min}_k(\alpha_k) \geq 0)$ ,  $\phi_S = 0$ ;
      else  $\phi_S = \min(\text{Max}_k(\alpha_k), |\text{Min}_k(\alpha_k)|)$ ;
       $\theta_L = \max(\text{Max}_k(\beta_k), |\text{Min}_k(\beta_k)|)$ .
      If  $(\text{Max}_k(\beta_k) \cdot \text{Min}_k(\beta_k) \geq 0)$ ,  $\theta_S = 0$ ;
      else  $\theta_S = \min(\text{Max}_k(\beta_k), |\text{Min}_k(\beta_k)|)$ ;
      If  $(\phi_L < \Phi^L$  and  $\phi_S < \Phi^S$  and  $\theta_L < \Theta^L$  and  $\theta_S < \Theta^S)$  flag='feasible';
       $F_{\square} = (\phi_L + \phi_S) \cdot (\theta_L + \theta_S)$ ;
      If  $(F_{\square} < \text{MAR})$  {
        MAR = F□, and compute the directions of rotational axes R1, R2;
         $\phi_L^{\text{MAR}} = \phi_L$ ,  $\phi_S^{\text{MAR}} = \phi_S$ ,  $\theta_L^{\text{MAR}} = \theta_L$ ,  $\theta_S^{\text{MAR}} = \theta_S$ ;
      }
      j++;
    }
    i++;
  }
  If flag='feasible' then exit with 'Feasible' and optimal setup orientation;
  Otherwise, exit with 'Infeasible' and recommended machine parameters
   $\phi_L^{\text{MAR}}$ ,  $\phi_S^{\text{MAR}}$ ,  $\theta_L^{\text{MAR}}$ ,  $\theta_S^{\text{MAR}}$ ;
}
```

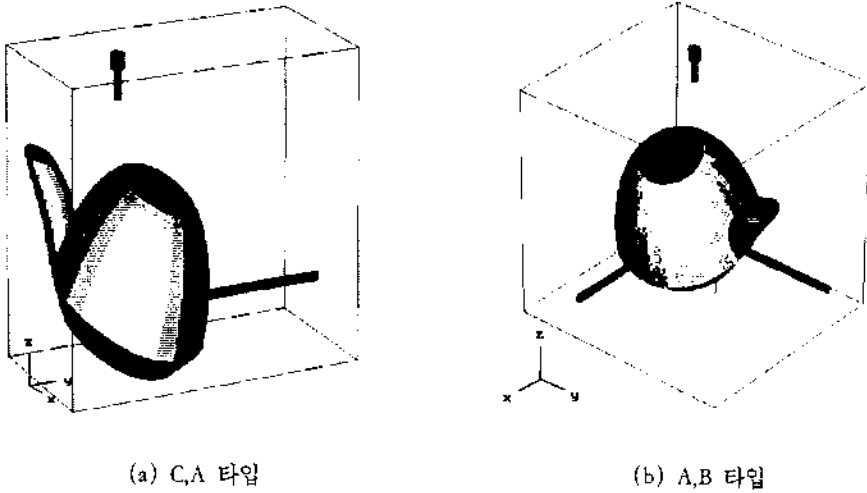


그림 11. 최적 셋업 자세

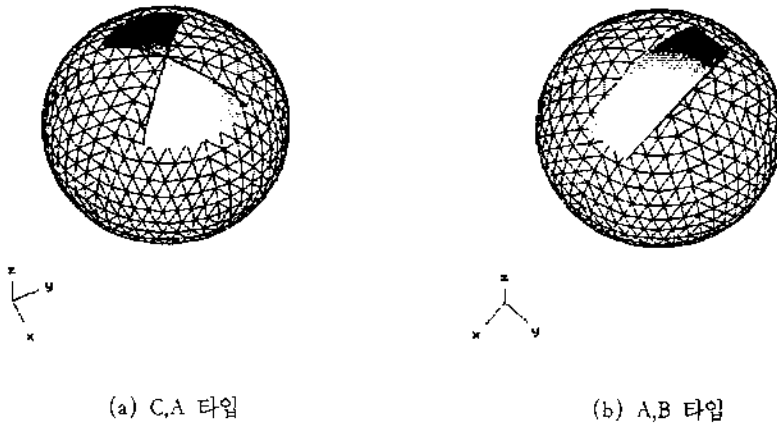


그림 12. 최소 면적의 FTM^5

따라서 본 연구에서는 다양한 머신 컨피규레이션이 존재하는 5축 머신에 대하여 가능공구축 자세 영역(FTM^5)을 수학적으로 계산하고, 그 형태에 따라 두가지 타입으로 분류하였다. C,A 타입은 공구 축과 한 회전 축의 방향이 동일한 경우로서 FTM^5 가 대칭 부채꼴 모습이고, A,B 타입은 회전 축과 공구 축

이 서로 수직인 경우로서 FTM^5 는 spherical rectangle로 나타난다.

FTM^5 와 spherical map 상의 PVC와의 교차 여부를 가공성 관점으로, 그리고 공구의 회전 운동을 최소로 하도록 회전 축의 방향을 설정하는 것을 최적 셋업 자세로 정의하여 분류된 두가지 타입에 따라 컴퓨터 상에 쉽

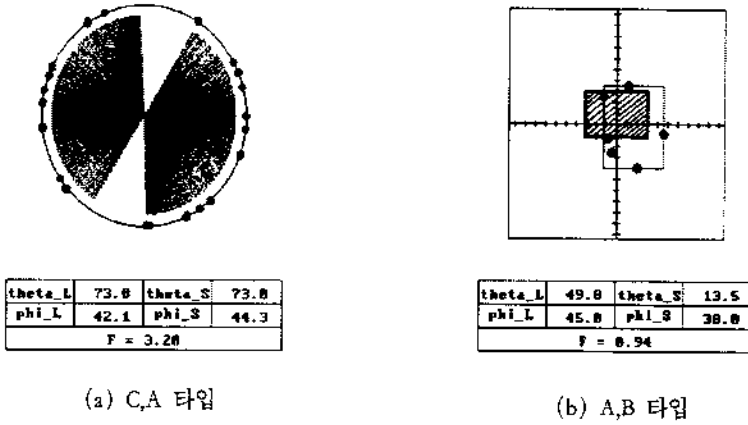


그림 13. MAR 계산과정

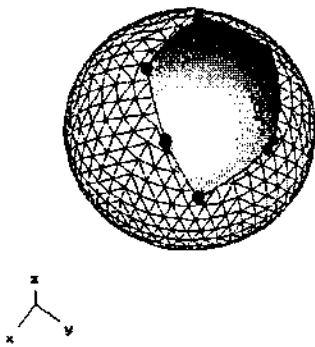


그림 14. MD 점들을 둘러싸는 convex hull

계 구현될 수 있는 알고리즘을 개발하였다.

개발된 알고리즘은 기하학적 정보를 대수적 정보로 변환하는 과정에서 해의 정밀도가 떨어질 수 있는 문제가 있으나 가공성 판정과 셋업 자세의 결정이라는 본 연구의 특성상 해의 정밀도는 큰 문제가 되지 않는다. 다만 본 연구는 회전축의 가공성만을 고려한 관계로 선형축의 가공성 문제가 해결 과제로 남아 있으며, 공구 볼륨의 고려, 탐색방법의 개선을 통한 알고리즘 수행시간의 단축등이

추후 연구과제이다.

본 연구에서 논의한 가공성 판정과 셋업 자세의 결정은 5축 가공에 필요한 공정계획의 중요한 기능이다. 따라서 본 연구에서 개발된 알고리즘은 5축 가공을 위한 컴퓨터 지원 공정 계획(CAPP)의 핵심적인 모듈로 사용될 수 있을 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

- [1] Sakamoto, S., and Inasaki, I., "Analysis of Generating Motion for Five axis Machining Centers," *JSME*, Vol. 59, No. 561, pp. 1553-1559, 1993.
- [2] Takeuchi, Y., and Idemura, T., "5-axis Control Machining and Grinding Based on Solid Model," *Annals of CIRP*, Vol. 40, No. 1, pp. 455-458, 1991.
- [3] Jo, H., Jun, Y., and Yang, M., "Five-axis CNC Milling for effective machining of sculptured surfaces", *INT.J.PROD.RES.*,

- Vol. 31, No.11, pp. 2559-2573, 1993.
- [4] Marciniak, K., "Influence of surface shape on admissible tool positions in 5-axis face milling," Computer-Aided Design, Vol. 19, No. 5, pp. 233-236, 1987.
- [5] Woo, T., and Turkovich, B., "Visibility Map and Its Application to Numerical Control," Annals of CIRP, Vol.39, No. 1, pp. 451-454, 1990.
- [6] Woo, T., Tang, K. and Gan, J., "Maximum Intersection of Spherical Polygons and Workpiece Orientation for 4- and 5-Axis Machining," J. of Mech. Design, Vol. 114, pp. 477-485, 1992.
- [7] Chen, L., and Woo, T., "Computational Geometry on the Sphere With Application to Automated Machining," J. of Mech. Design, Vol. 114, pp. 288-295, 1992.
- [8] Suh, S., and Kang, J., "Process planning for multi-axis NC machining of free surfaces," to appear on INT.J.PROD.RES.
- [9] Craig, J., Introduction to Robotics, Addison-Wesley, 1986.
- [10] Preparata, F.P., and Shamos, M.I., Computational Geometry-An Introduction, Springer Verlag, 1985.