

株價의 非線型性和 時系列的 特性

李逸均*

1. 緒論

資本資産의 價格은 선형성(linearity)에 의하여 결정된다는 명제가 자본시장론에서 지배원리로 정착된 것 같다.¹⁾ 자본시장에서 투자는 제거 가능한 위험을 모두 제거하기 위하여 자본자산들의 포트폴리오 형성에서 그 출발점을 갖는다. 포트폴리오를 구성하는 자본자산들은 상호간에 선형의 관계를 갖는다. 여기에서 가치의 가산성(value additivity)이라는 중요한 원리를 얻는다.

자본자산의 가격을 결정하기 위하여 상정되는 공간은 주로 벡터공간(vector space)이다. 벡터공간은 선형공간(linear space)이라고 하는데, 이 공간에서 형성되는 수학적 조작(operation)이 일차식 또는 직선의 관계로 이루어지기 때문에 그와 같은 명칭이 사용되고 있다. 따라서 벡터공간에서 탄생되는 모형은 본질적으로 선형모형으로 정립이 된다. 여기에서 spanning set가 투자론에서 기본 원리로 정립된 것이다.

* 本學會 會長 · 明知大學校 經商大學長

** 이 논문은 한국재무관리학회 회장자격으로 학회에서 발표한 논문임.

1) 자본시장론에서 뿐만 아니라 재무관리를 비롯한 경제학 전반에서 정립되어 그 가치가 인정된 모형은 거의 모두 일차식의 모형이다. 이와 같은 현상은 우리 눈에 보이는 자연을 모두 직선으로 파악하기 때문에 일어난 것 같다. 자연은 일정한 거리를 두고 보면 모두 직선의 형태를 갖는 객체로 인식된다. 예컨대 나무가 직선으로 보인다. 숲(삼림)은 자를 대고 그런 듯한 사각형으로 인식된다. 자연의 형태가 직선이면 자연을 탐구하여 그 본질은 밝히는 이론이나 모형이 직선관계로 표현되는 것은 당연한 귀결이다. 그러나 나무를 충분히 가깝게 접근하여 관찰하면 직선이 아니라 곡선의 형태를 갖고 있다는 것을 곧 알 수 있다. 직선은 곡선의 근사치로서 무리없이 받아들이고 있어 자연적 사물을 직선의 형태로 파악하고 있는 것이다.

Redundant security가 존재하면 이 증권은 basis로 부터 생성시킬 수 있고, 그 가격은 basis를 구성하는 증권들이 가격의 선형관계에 의하여 결정할 수 있다. redundant security로 파악되는 option이 대표적으로 이 경우에 해당된다고 할 수 있다.²⁾ Spanning set는 본질적으로 선형성에 의하여 형성되는 집합이다. 자본자산의 가격결정에 있어서 여러가지의 성질을 파악하기 위하여 Banach 공간이나 Hilbert 공간이 자주 사용되는데 이 공간들도 역시 선형공간이다.³⁾

시장에서 특정시점에서 거래되는 자산의 집합을 시장자산(marketed assets)이라 하면⁴⁾ 이 시장자산이 삽입된 공간을 시장공간 M이라 할 수 있다. 시장공간이 Hilbert 공간이라 하자. 시장공간 M이 閉集合이고 M 위에서 정의된 선형가격범함수(linear

2) Redundant security가 존재하고 basis로 부터 이 증권을 형성시킬 수 있다고 해서 이 증권의 가격이 basis의 구성증권으로 부터 간단히 유도될 수 있는 경우도 있을 수 있고 복잡한 과정을 거쳐야 비로서 가격을 결정할 수도 있다.

3) 이 공간을 사용한 논문들이 대개 까다로워 대학원 강의실에서 힘이 드는 경우가 많다. Closed form solution이 나오는 경우는 그리 흔하지 않고 대개 자본자산이나 자본시장의 성질을 정리의 형태로 제시하는 경우가 일반적인데, 그것도 건조한 수식으로 표현되어 초학자가 경제적 의미를 옳바로 파악하지 못하는 경우도 발생할 수 있어 난감하게 보인다. 그러나 이와 같은 공간에서는 보다 고차원의 수학을 사용할 수 있어 다양한 성질을 파악할 수 있는 장점이 있다. 이 공간을 살펴 보면 다음과 같다.

노름(norm)은 벡터공간 V에 정의된 實函數 $\| \cdot \|$ 로 다음의 성질을 갖는다. 즉, V의 임의의 x와 y와 스के일라(Scalar) α 에 대하여 (i) $\|x\| > 0$; (ii) $\|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|$;

(iii) $\|x+y\| \leq \|x\| + \|y\|$; (iv) $\|x\| = 0 \Leftrightarrow x=0$. 이 노름이 장치된 공간이 노름공간(normed space)이다. Banach 공간은 V내에 있는 모든 Cauchy 수열이 수렴한다는 성질을 갖고 있는 노름공간이다. Cauchy 수열은 임의의 스के일라 ϵ 에 대하여 정수 N이 존재하여 모든 $n > N$ 과 $m > N$ 에 대하여 $\|x_n - x_m\| < \epsilon$ 의 성질을 갖는 수열이다.

Hilbert 공간은 노름 $\| \cdot \|$ 에 의한 Banach 공간으로 평행사각형 부등호가 등호로 형성되는 성질을 갖는다. 즉, 이 Hilbert 공간 H의 모든 x와 y에 대하여 $\|x+y\|^2 + \|x-y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$.

이 Hilbert 공간은 Euclid 공간의 성질을 많이 공유하고 있는데 그 중 하나가 self-dual이다. 모든 $x \in H$ 에 대하여 $p \cdot x = (\pi | x)$ 를 만족시키는 유일한 $x \in H$ 가 존재한다. 그리고 $(\pi | x) = E(\pi x)$ 이다.

4) 시장자산 M은 다음과 같이 정의된다. $x, y \in M$ 이고 $\alpha, \beta \in R$ 이면 $\alpha x + \beta y \in M$ 이다. 이것은 곧 벡터공간이다.

price function) p 가 연속이면 M 에 유일한 자산 π 가 존재하여 모든 자산 $\pi \in M$ 에 대하여 $p \cdot z = E(z\pi) = E(\pi)E(z) + \text{cov}(z, \pi)$ 가 형성된다. 이 관계는 시장공간 M 이 Hilbert 공간이면 간단히 유도할 수 있다. 각주 (3)에서 Hilbert 공간의 성질 중 하나로서 self-duality를 소개한 바 있는데, 이 자체 쌍대성에 의하여 이 공간위에 시장집합 M 에 유일한 자산 π 가 존재하여 모든 $z \in M$ 에 대하여 $p \cdot z = (\pi | z) = E(\pi z)$ 이다. 그런데 $E(\pi z)$ 는 분산의 정의에 의하여 $E(\pi)E(z) + \text{cov}(\pi, z)$ 가 된다. 이 경우 $E(\pi) \neq 0$ 이고 $\text{var}(\pi) \neq 0$ 이고 $\beta_{z\pi} = \text{cov}(R_z, R_\pi) / \text{var}(R_\pi)$ 라 하고 $r = 1 / E(\pi)$ 라 하면 임의의 자산은 $(\mu_z - r) = \beta_{z\pi}(\mu_\pi - r)$ 의 관계가 성립함을 쉽게 알 수 있다. 이 관계가 자본 자산의 가격을 결정하는 기본 모형이다.

위의 논의에서 두가지 중요한 사실을 알 수 있다. 하나는 가격이 선형관계에서 결정된다는 사실이고, 하나는 위에서 제시한 방정식이 자본자산의 가격을 결정하는 기본이 된다는 사실이다. r 에 대한 가정이나 모형에 따라서 이 기본 모형은 현실에 대한 밀착성을 증가시켜 나간다. 예컨대 μ_π 를 시장 수익률이라고 정의하면 r 가 무위험 이자율일 때 Sharpe, Linter와 Mossin의 모형을 얻고 r 가 영의 베타이면 Black의 모형을 얻는다.⁵⁾ 마찬가지로 π 에 대한 가정이나 모형에 따라 자본자산의 가격을 결정하는 여러가지 형태의 모형을 얻는다. 자본자산의 가격결정이나 자본시장 또는 증권시장의 움직임과 행동(behavior)을 설명하기 위하여 기본적으로 정립된 원리는 위에서 본 바와 같이 선형관계이다. 이 선형관계에 의하여 자본자산의 결정과정과 자본시장의 행동을 심도있게 분석해 올 수 있었다. 이 선형성은 뿌리 깊게 정착되어 있다. 따라서 모든 것을 이 선형성의 근저 위에서 해결하려는 시도가 진행되어 왔다.

5) Euclid 기하학에서 해명하지 못하고 있는 점을 해명하려는 시도로서 비유클리드 기하학이 탄생하였다. 유클리데이스의 평행선 정리(선분 L 이 존재하고, 이 선분 밖에 점 P 를 찍을 때 이 점 P 를 통과하는 선분 가운데 L 과 나란한 선분은 오직 하나 밖에 존재하지 않는다)에 반기를 들면서 평행선이 하나도 존재하지 않는다는 증명과 무한히 존재한다는 증명이 각각 제시되었는데, 이것들이 모두 받아들여져 비유클리드 기하학이 탄생되었다.

그런데 문제는 선형관계로 파악된 모형들이 현실과 일치하지 않는 성향이 보인다는데 있다. 이에 대한 원인을 규명하고 시장의 행동양태를 보다 심도있게 파악하기 위하여 여러 방면에서 시도가 이루어지고 있다. 가장 뚜렷하게 연구가 진행되어 오고 있으며 성과를 거두고 있는 것이 변동성(volatility)에 대한 연구와 ARCH 계통 모형등에 대한 천착이다. 이 두 종류의 연구도 선형성을 기본 전제로 하여 진행되어 오고 있는 것 같다. 예컨대, 증권의 수익률은 두부분으로 구성되어 되어 있는데, 결정론적 부분(deterministic)과 확률적 부분(stochastic)으로 구성되어 있다. 그런데 회귀모형에서 확률교란항으로 정의되는 확률적 부분에 분석의 초점이 주어지고 있다. 예컨대 ARCH 계통 모형에서는 조건부 이분산성(conditional heteroscedasticity)을 파악하는 방법에 따라 ARCH라는 글자 앞에 G (generalized), E (exponential) 등과 같은 글자를 붙이거나 뒤에 M (mean)과 같은 글자를 첨가한다. 글자가 변형될 때 마다 상당한 성과를 거양한 것을 부인할 수 없다. 특히 재무관리의 실증분석에서 인기를 얻고 있는 ARCH 계통의 모형들은 비선형모형이나 경제시계열 내에 존재하는 異分散을 기술하는데 유용하다. 명칭에서 보여 주는 바와 같이 통상 회귀모형(ordinary least square)에서 가정으로 사용하고 있는 同分散이 실제에 있어서 지켜지고 있지 않는 경우가 있는데, 이점을 해결하기 위하여 정립된 것이 ARCH 모형이다. 따라서 초점이 이분산성에 맞추어 있다. 조건부 확률이 자본자사의 가격을 결정해 주는 중요한 인자라는 점은 그 이론적 근거가 명확하다. 왜냐하면 대부분의 이시적 자산가격 결정모형은 자산간의 그리고 기간(time period) 간의 한계효용의 조건부 기대값을 내포하고 있는 Euler 방정식을 모형의 형태로 갖고 있기 때문이다. ARCH 계통의 모형이 분산의 운동과정을 해명하는데 주안점이 주어져 있으므로 결정론적 부분의 해명 보다는 확률적 부분에 초점을 맞춘 모형이라 할 수 있다. 물론 이와 같은 연구방법은 중요한 가치를 갖고 있다는 점을 부인할 수 없는 것은 사실이며, 이에 대한 탐구가 지속적으로 이루어져야 한다.

MacKinlay (1995)는 표준적인 자본자산 가격결정모형(CAPM)의 유효성(validity)을 기각하고 있는 실증분석의 증거에 유념하고 이 점을 해결하기 위하여 多變量 資本 資産 價格決定模型(multifactor asset pricing model)을 그 대안으로 제시하고 연구를

진행시켰다. 이와 같은 설정은 CAPM의 계량경제학적 모형의 절편이 실증분석에서 0과 다른 값을 갖는다고 하는 증거가 통계적 유의성을 얻고 있다는 실증분석의 결과에 주목하고, 이것을 해결하기 위하여, Ross (1976)의 아비트리지 가격이론과 Merton (1973)의 이시적 자산가격 결정모형에 의한 다변량 가격결정모형을 CAPM의 대안으로 상정하는 것은 당연한 귀결이라고 할 수 있다. 그는 대안으로 제시된 이 모형의 분석을 통하여 다변량 모형이 CAPM으로 부터 현실이 일탈된 점을 설명해 주지 못하고 있다는 증거를 제시하고 있다. 다변량 모형도 CAPM과 마찬가지로 선형모형이다.

전통적인 선형성에 기초하여 자본자산의 가격을 결정하는 모형의 예측과 현실의 괴리를 해명하려는 시도와는 달리, 결정론적 계(deterministic system)를 근본적으로 잘못 상정하고 있다는 입장을 견지한 연구가 진행되어 오고 있다. Chaos 이론에 입각한 연구가 이에 해당된다. 결정론적 계에 있어서 확률적 운동(stochastic motion in a deterministic system)을 발견하려는데 목적을 두고 있는 chaos 이론은 그러므로 재무관리에서 지금까지 노력을 경주해 이룩해 놓은 성과에 근본적 회의를 야기시키고 있다고 해도 과언이 아니다.⁶⁾

그렇다면 결정론적 계의 확률적 운동은 어떻게 파악해야 할까? ARCH 계통의 모형들에서 시사점을 찾을 수 있다. 이 모형들에서는 조건부 이분산을 단순한 선형관계에서 부터 이차형 형태, 지수형 형태 등으로 파악하고 있다. 요컨대 비선형성도 존재할 수 있다는 가설을 배제하지 않는다. 이 가설을 chaos 이론에서 받아들일 수 있다면 결정론적 계의 확률적 운동은 비선형성으로 파악할 수도 있을 것이다.

본 논문은 증권시계열의 비선형성을 실증분석을 통하여 검정하는데 그 목적이 있

6) 비유클리드 기하학의 발전의 결과로 뉴턴의 고전물리학에서 아니슈타인의 현대물리학으로 발전하는 성과가 이룩되었다. 비유클리드 기하학 중에서 위상수학이 있는데, 이미 이 위상수학은 재무관리를 비롯하여 경제학에서 오랜 기간 동안 사용해 오고 있다. 특히 일반균형 이론에서 애용해 오고 있는 실정이다. 위상수학에 측도론(measure theory)을 가하면 쪽거리(fractal)를 얻을 수 있으며 chaos 이론에서 쪽거리는 중요한 위치를 차지한다. 쪽거리의 개념에 의하여 비로서 해안선을 정확히 파악할 수 있게 되었다. 재무관리와 경제학에서 측도론과 위상수학을 오랜 기간 동안 사용해 오고 있는 만큼 chaos 이론이 재무이론의 발전에 공헌할 수 있다. 그러나 비유클리드 기하학이 유클리드 기하학을 내포하고 있듯, chaos 이론에 의하여 전개된 재무이론은 지금까지 이룩해 놓은 재무이론을 내포하리라고 생각한다.

다. 이 논문에서는 chaos 이론이 제시하고 있는 결정론적 계의 확률적 운동을 비선형성으로 파악하고 이를 근거로 하는 실증검정을 수행하는데에는 목적을 두지 않는다. 그 보다는 우선 증권시계열이 비선형성을 갖고 있는지의 여부를 점검하는데 일차적 의의를 두고, 비선형성이 존재하면 그 비선형성이 어떤 현상에서 기인하는가를 천착해 보는데 이차적 의의를 두고자 한다. 우리나라의 증권시계열의 성질을 파악하는데 우선점을 두고, 파악된 성질이 chaos적 성질을 구비하고 있음이 판명되거나, 또는 그 결과에 따라 chaos 이론을 적용할 수 있는 가능성이나 잠재성이 충분히 발견될 경우에 chaos 이론에 따라 가격결정모형을 정립할 수 있기 때문에, 먼저 주식시계열의 성질을 비선형에서 규명해 보고자 하는, 이와 같은 방법을 택한 것이다.⁷⁾

본 논문은 다음과 같이 진행시킨다. 제2절에서 시계열의 비선형성의 검정방법을 탐구하고, 제3절에서는 이 방법에 따른 실증분석의 결과를 제시하고 해석한다. 제4절에서는 시계열 상관분석을 통하여 증권시계열의 성질을 밝히고 나아가 비선형성이 어떠한 원인에 의하여 또는 어떤 원천에서 연유하는가를 파악하고자 한다. 제5절에서 결론을 제시한다.

II. 非線型 檢定

주가를 비롯한 금융자산의 시계열을 포함하여 미시·거시 경제를 표상하는 경제시계열이 선형의 형태를 갖는가 또는 비선형의 형태를 취하는가는 경제모형을 정립하는데 관건적 중요성을 갖는다.⁸⁾ 시계열의 비선형을 검정하기 위한 방법론을 Keenan(1985)

7) 물론 chaos 이론에 입각하여 직접적으로 모형을 정립하고 이 모형을 실증분석을 통하여 검증할 수 있다는 점을 부인하는 것은 아니다. 필자는 이와는 다른 방법을 택하고 있을 뿐이다.

8) 경제현상을 기술하고 설명하고 나아가 예측하기 위한 이론을 정립하기 위한 전통적 연구방법에서는 경제 시계열이 선형의 형태를 갖는다는 가정을 기본 전제로 삼고 있다. 이 방법론에 입각하여 정립된 이론이나 모형을 실증적으로 검정하는데 사용되는 계량 경제학적 모형은 확률 교란항(stochastic disturbance)에 대한 분포적 가정(보통 정규분포가정)을 부과한 후 결정계적 부분(deterministic part)의 계수추정을 중심적 축으로 하는 모형이 일반적

이 제시한 바 있다. Tsay(1986)는 Keenan의 simulation을 면밀히 검토한 후 Keenan의 방법에는 검정력이 약하다는 결론을 얻고 시계열의 비선형성을 검정하는, 새로운 방법을 제시하고 있다. 그의 소론을 간략하게 살펴 본다.⁹⁾

定常的 時系列(Stationary time series) Y_t 는 일반적 형태로서 다음과 같이 쓸 수 있다 하자.

$$Y_t = \mu + \sum_{i=-\infty}^{\infty} b_{ie_{t-i}} + \sum_{i,j=-\infty}^{\infty} b_{ij}e_{t-i}e_{t-j} + \sum_{i,j,k=-\infty}^{\infty} b_{ijk}e_{t-i}e_{t-j}e_{t-k} + \dots,$$

위에서 μ 는 Y_t 의 평균이고 시계열 $\{e_t, -\infty < t < \infty\}$ 는 독립적이고 동일하게 분포된(independently and identically distributed; iid) 확률변수들의 엄한 정상과정(strictly stationary process)이다. 위 식에서 高次의 係數들인 $\{b_{ij}\}, \{b_{ijk}\}, \dots$ 중 어느 하나가 0(zero)이 아니면 시계열 Y_t 는 비선형이다. 예를들어 b_{12} 가 0이 아니라고 하자. 선형모형의 잔차가 2차형 비선형항인 Y_t, Y_{t-1} 과 상관관계를 맺고 있으면, 非線型性은 추정된 선형모형(fitted linear model)의 diagnostics에 분포적으로 반영이 될 것이다. 고차원 계수들의 차수들 중 어느 하나라도 알지 못하게 되면, 선형모형에 입각한 Y_t 의 추정값의 제곱인 \hat{Y}_t^2 을 사용하여 잔차들의 상관관계를 맺는 이차항의 항(quadratic term)을 얻어 不可算性을 정할 수 있다. 이와 같은 생각은 소표본에서는 자유도가 1이면 되므로 가치가 있다. 그러나 이와 같이 하여 총량화하면 총량화 과정에서 유용한 정보를 잃게 되는 단점이 있다. 따라서 대표본이나 중간 표본에서는 disaggregated variable들을 사용하는 것이 바람직하다. 이와같은 개념에 입각하여

이었다. 그러나 결정론적 계내의 확률적 운동(stochastic motion in a deterministic system)을 해명하려는 chaos 이론에 대한 관심이 높아지면서 경제현상의 관심이 선형모형에서 비선형모형으로 옮겨가고 있다.

9) Tsay (1986)의 자세한 방법은 그의 논문을 참조하기 바란다. 여기에서는 본 논문의 전체 흐름을 용이하게 이해할 수 있도록 Tsay (1986)의 방법을 제시하도록 한다.

Tsay(1986)는 다음과 같은 절차에 의하여 시계열의 비선형성을 검정하는 것이 바람직하다는 결론을 제시하고 있다. 즉,

(1) Y_t 를 종속변수로, $\{1, Y_{t-1}, \dots, Y_{t-M}\}$ 을 독립변수로하여 회귀 자승법에 의하여 계수를 추정하고 $t = M+1, \dots, n$ 에 대한 잔차 $\{\hat{e}_t\}$ 을 얻는다. 이 회귀 모형은 다음과 같이 표시하도록 한다.

$$Y_t = W_t \phi + e_t. \quad (1)$$

위에서 $W_t = \{1, Y_{t-1}, \dots, Y_{t-M}\}$ 이고 $\phi = (\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_M)^T$ 이다. 이때 M 은 연구자가 미리 정한 정수이고, n 은 표본의 크기이며 T 는 행렬의 잔차를 의미한다.

(2) $\{1, Y_{t-1}, \dots, Y_{t-M}\}$ 을 독립변수로, 다음에 정의되는 Z_t 를 종속 변수로하는 회귀모형을 정립한 후, $t = M+1, \dots, n$ 에 대한 잔차 벡터 $\{\hat{X}_t\}$ 를 얻도록 한다. 이 경우 회귀모형은 다변량 회귀모형(multivariate regression model)으로 다음의 형태를 갖는다.

$$Z_t = W_t H + X_t.$$

위에서 종속변수로 사용되고 있는 Z_t 는 $m = (1/2)M(M+1)$ 차원의 벡터이다. 그리고 $Z_t = \text{vech}(U_t^T U_t)$ 이며 $U_t = (Y_{t-1}, \dots, Y_{t-M})$ 이다. vech 는 half stacking vector 이다.¹⁰⁾

10) vech , 즉 half stacking vector는 각 열(column)의 주대각선 위에 있는 원과 주대각선 아래에 있는 원으로 구성되는 column stacking operator이다.

(3) 잔차 \hat{X}_t 를 독립변수로, 잔차 \hat{e}_t 를 종속변수로하는 회귀모형을 정립하고 회귀의 평균자승과 오차의 평균자승의 F비율을 \hat{F} 로 한다. 즉 회귀모형은 다음과 같다.

$$\hat{e} = \hat{X}_t \beta + \varepsilon_t \quad (t = M+1, \dots, n) \quad (2)$$

그리고 \hat{F} 를 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{F} = \{(\sum \hat{X}_t \hat{e}_t) (\sum \hat{X}_t^T \hat{X}_t)^{-1} (\sum \hat{X}_t^T \hat{e}_t) / m\} / \{\sum \hat{\varepsilon}_t^2 / (n - M - m - 1)\}. \quad (3)$$

위 식(3)에서 t 는 $M+1$ 로부터 n 까지로 이에 대하여 합산토록한다. $\hat{\varepsilon}_t$ 는 식(2)의 회귀잔차값이다.

[定理] Y_t 가 다음의 모형을 만족시키는, 차수 M 의 정상적 자기회귀과정이라 하자

$$(Y_t - \mu) = \sum_{i=1}^M \phi_i (Y_{t-i} - \mu) + e_t$$

위에서 e_t 가 iid 확률변수들로서 평균이 0이고 분산이 σ_e^2 이며 4차적률이 유한하다. n 이 큰 경우 식 (3)으로 정의된 통계량 \hat{F} 는 근사치적으로 F분포를 따른다. 이때 F 확률변수의 자유도는 $\{(1/2)M(M+1), n - (1/2)M(M+3) - 1\}$ 이다.

위의 정리는 Tsay (1986, p.463)가 [정리 1]로 증명하였다. 이 정리는 F 분포에 대한 증명으로, 잘 알려진 바와 같이, $\{(1/2)M(M+1)\} \hat{F}$ 의 극한은 χ^2 확률변수로 자유도는 $1/2M(M+1)$ 이다.

<표 1> 주식의 시장수익률의 기술 통계량

평균	중위수	표준편차	첨도	왜도	최대	최소	Jacques-Bera	Studentized range
0.003 (0.001)	0.0005	0.030	1.762 (0.186)	0.623 (0.093)	0.143	-0.086	213.83	7.63

시계열 데이터의 비선형성 여부를 검정하기 위한 Tsay (1986)의 방법은 비선형 이 동평균 모형과 bilinear model에 비하여 검정력이 좋다는 점을 simulation을 통하여 그가 밝히고 있다. Tsay (1986)의 방법은 시계열의 모든 종류의 비선형성을 발견하기 위한 방법이다. 비선형성은 가산적 비선형성과 積(multiplicative)의 비선형이 존재할 수 있는데, Tsay는 이것을 모두 인지할 수 있는 방법론을 제시하고 있다. 이 양자를 구별하여 인식하고자 할 경우에는 별도의 방법이 필요하다.

III. 비선형성의 검정

주가가 비선형시계열 데이터를 생성시키는 함수에 의하여 형성되고 있는지의 여부를 분석하기 위하여 한국종합국가지수를 사용한다. 기간은 1980-1993년이다. 이 종합주가지수를 사용하여 일별 수익율을 산출하였다. 일별수익율에 의거하여 주별수익율을 산정하였으며 본 논문에서는 주별수익율을 사용하여 주가의 비선형성 여부를 검정한다.

종합주가지수의 수익율에 대한 기술통계량을 <표 1>에 제시하였다. 이 표에서 괄호안의 수치는 표준오차를 의미한다. 주당 평균 수익율이 0.3%이며 표준편차는 3%이다. 표준편차가 상당히 높다. 최대값이 14.3%이고 최소값이 -8.6%으로 격차가 크다. 그리고 그 값도 절대치에 있어서 상당히 크다. 첨도가 1.762로서 정규분포의 첨도 3보다 낮다. Jarque-Bera 정규분포 검정 통계량이 유의수준의 값을 훨씬 능가하고 있다. studentized range가 7.63으로 높은 편이다. 따라서 종합주가의 주별 수익율이 정규분포에 접근해 있다고 보기는 어렵다.

<표 2> 비선형성의 검정

\hat{F}	2.99**	2.22**	1.93**	2.27*	2.03*	0.55**
M	2	3	4	5	6	7
DF	3 682	6 677	10 671	15 664	21 656	28 647

* Significantly different from zero at the 1% level. (one-tailed test)

** Significantly different from zero at the 5% level. (one-tailed test)

주별 종합주가 수익율의 선형성 여부를 검정한 통계량이 <표 2>에 제시되어 있다. 이 표에 의하면 유의수준 5%에서는 주별수익율의 비선형성의 귀무가설이 M의 모든 값에서 기각되지 못하고 있다. M이 5와 6인 경우에는 유의수준 1%에서 주별수익율의 비선형성 귀무가설의 기각에 실패하고 있다. 유의수준 5%를 정당한 평가 기준으로 인정하고, 이를 유의수준 1%에서 2회에 걸쳐 기각에 실패하고 있다는 점이 유의수준 5%를 보완해주고 있다는 의미로 해석한다면, 주가수익율의 시계열이 비선형성을 형성하는 데이터생성 확률과정(data-generating process)에 의하여 생성되고 있다고 할 수 있다. 따라서 자본자산의 가격을 결정하는 모형은 1차식의 형태를 취하는 것이 아니라 비선형의 형태를 취해야 할 것이다.

자본자산 가격결정모형(capital asset pricing model)을 비롯하여 아비트리지 가격 결정이론(arbitrage pricing theory), 이시적 자본자산 가격결정모형, Breeden (1979)의 소비 베타모형, Lucas (1978)의 소비기저모형(consumption-based asset pricing model) 등이 선형모형이다. 이 모형들에 관한 실증검정에 의하면 이 모형들이 현실을 적절히 설명하지 못하고 있다.¹¹⁾ 이것은 주가 시계열을 생성시키는 확률과정이 비선형 과정으로 인식되는 만큼 비선형 모형이나 chaos 이론에 입각한 자본자산의 가격결정모형의 정립이 요청된다고 할 수 있다.

11) Mehra와 Prescott (1985)는 현실과 모형의 괴리현상을 equity premium puzzle이라 명명한 바 있으며, 이들이 문제를 제기한 이후 이 puzzle을 해결하기 위한 시도가 수행되어 오고 있지만 이 puzzle을 완벽하게 해결해 내지 못하고 있는 실정이다. 이 puzzle의 해결책의 강구는 선형성의 틀 속에서 천착되어 왔다. 주가시계열의 생성과정이 비선형 확률과정이라면 비선형의 모형의 정립에 의하여 이 puzzle을 해결하고자하는 시도가 이루어져야 하리라.

<표 3> 주별종합주가지수 수익률의 시계열상관

시차	자기상관	표준오차	BOX-PIERCE	LJUNG-BOX
1	0.0284	0.0015	0.5562	0.5586
2	0.0648	0.0015	3.4574	3.4767
3	0.0676	0.0015	6.6111	6.6534
4	-0.0709	0.0015	10.0822	10.1548
5	-0.0365	0.0015	11.0003	11.0823
6	0.0323	0.0015	11.7185	11.8089
7	0.0334	0.0015	12.4868	12.5873
8	-0.0382	0.0015	13.4940	13.6092
9	0.0984	0.0015	20.1784	20.4017
10	0.0617	0.0015	22.8059	23.0755
11	-0.0455	0.0015	24.2371	24.5341
12	-0.0161	0.0015	24.4168	24.7175
13	0.0077	0.0014	24.4581	24.7597
14	0.0304	0.0015	25.0961	25.4128
15	-0.0142	0.0014	25.2359	25.5562

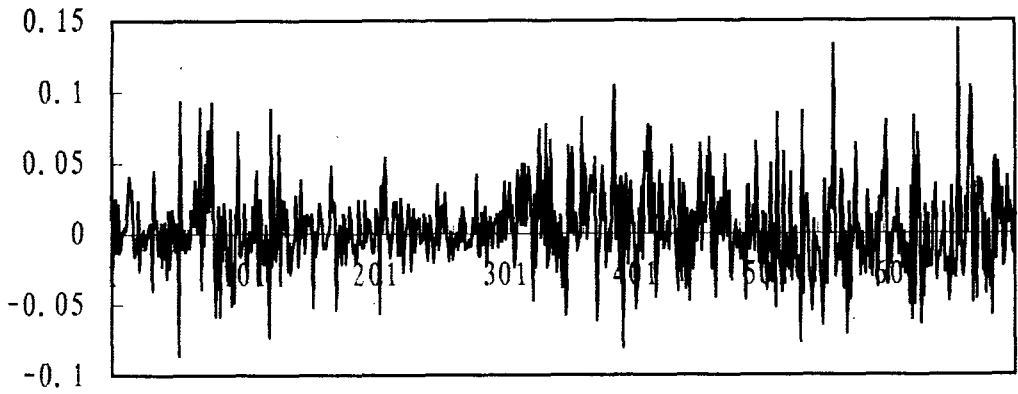
IV. 수익률 시계열의 자기상관 분석

주가수익율의 시계열이 비선형성을 갖고 있다는 결론이 앞절에서 제시되었다. 그러면 이 비선형성은 어떤 현상에 의하여 발생하는 것이냐에 대한 탐구가 절실히 요구된다고 할 수 있다. 이일균 (1995a, 1995b)은 우리나라의 주가수익율의 시계열이 장기기억을 갖고 있다는 점을 실증분석을 통하여 제시한 바 있고, 나아가 주가수익율의 시계

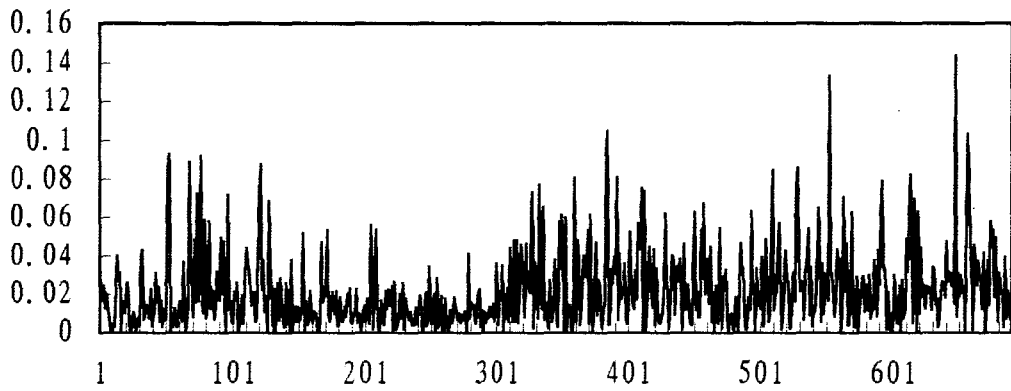
열의 형성이 chaos이론에 의하여 설명 될 수 있다는 주장을 실증분석을 통하여 강조하고 있다. 그런데 자기회귀 이분산(autoregressive conditional heteroscedasticity) 계통의 모형 가운데 Ding, Granger와 Engle (1993)이 제시한 asymmetric power ARCH (A-PARCH) 모형이 장기기억을 뒷받침하고 있다. 주가시계열의 비선형성과 장기기억은 관련이 있을 것으로 추측된다. 이 추측을 근거로하여 주가시계열의 자기상관을 살펴보고자 한다. Ding, Granger와 Engle (1993)은 주가수익율의 절대치와 이 수익율의 제곱을 갖고 자기상관 분석을 수행하여 시계열의 시간의 흐름에 따른 성질을 분석하고 있다. 이들의 분석 방법에 따라 주별 종합주가 수익율의 동태적 성질을 규명해 보도록 한다.

주식의 시장수익율은 Fama (1970)와 Taylor (1986)에 의하면 시계열 상관이 별로 없다. 이것은 효율적 시장가격과 일치하는 결론이다. 이와같은 주장은 <표 3>에 의하여 뒷받침되고 있다. 이 표에 의하면 시계열상관이 거의 0(Zero)에 접근해 있으며 검정통계량 역시 이점을 지지하고 있다. 주가시계열이 자기상관을 갖고 있지만 상호의존적(dependent)일 가능성은 존재한다. Ding 등 (1993)에 의하면 시장이 효율적인 경우 정보의 도착과 더불어 주가는 변화하는데, 정보가 다량 입하하게 될 때, 차기수익의 분포는 차기수익과 전기수익의 상관성이 존재하지 않아도 전기의 수익에 의존하게 된다.

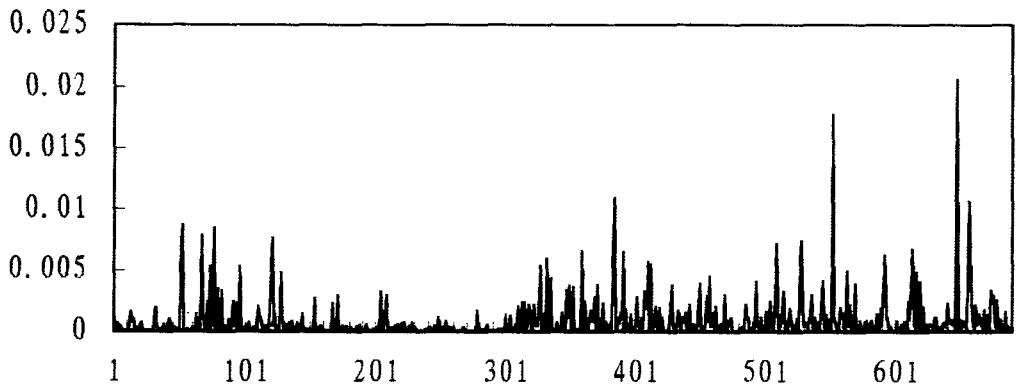
주식의 시장수익률의 행태를 보다 잘 파악하기 위하여 주별 종합주가지수 수익률을 그래프로 표시한 것이 [그림 1]이다. 이 수익률은 <표1>에 제시된 바와 같이 평균이 0.03인데, 이 평균주위에서 안정적 과정(stable process)을 형성하고 있지 못하고 상당한 변동성을 보이고 있다. 불안정적(unstable)인 양태를 띄고 있다. 시계열의 특성을 보다 더 잘 살펴 보기 위하여 주별 종합주가지수 수익률의 절대값인 $|r_t|$ 를 그래프로 표시해 보았다. 이것이 [그림 2]이다. [그림 2]에서 수익률의 값이 크면 차기에도 수익률의 절대치가 크게 되는 경향을 보이고 있음을 알 수 있다. 이점을 보다 선명하게 보기 위하여 주별 수익률 시계열의 제곱 r_t^2 를 그래프화한 것이 [그림 3]이다.



[그림 1] 주별종합주가지수 수익률



[그림 2] 주별종합주가지수 수익률의 절대값



[그림 3] 주별수익률의 제곱

<표 4> 주식시장수익률의 시계열 상관

시 차	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
r_t	0.0284	0.0648	0.0676	-0.0709	-0.0365	0.0323	0.0334	-0.0382	0.0984	0.0617	-0.0455	-0.0161	0.0077
$ r_t $	0.1477	0.1023	0.0951	0.0412	0.0825	0.1015	0.0983	0.0809	0.1567	0.0510	0.0256	0.0351	0.0134
r_t^2	0.1372	0.0377	0.0419	-0.0165	0.0303	0.0460	0.0443	0.0787	0.1476	0.0271	0.0039	0.0003	-0.0377

시 차	14	15	20	25	30	35	40	50	60	70	80	90	100
r_t	0.0304	-0.0142	0.0629	0.0088	0.0022	0.0041	0.0402	0.0273	0.0746	-0.0347	0.0144	-0.0513	-0.0228
$ r_t $	0.0360	0.0710	0.0765	0.1156	0.0914	0.0910	0.0710	0.0379	0.0482	-0.0248	0.0051	-0.0009	-0.0145
r_t^2	-0.0001	0.0301	0.0274	0.0992	0.0127	0.0542	0.0488	-0.0019	0.0286	-0.0149	-0.0135	-0.0228	-0.0173

수익률의 제곱이 크면 다음에도 수익률의 제곱이 크게 되는 가능성이 이 제곱이 작게 되는 가능성 보다 높다는 것을 이 그래프를 통하여 보다 분명하게 볼 수 있다. [그림 1], [그림 2]와 특히 [그림 3]을 통하여 시장 변동성(market volatility)이 시간의 흐름에 걸쳐 변화하고 있음을 알 수 있다. time varying volatility structure의 양태를 갖고 있으므로 주가수익률 시계열은 ARCH 계통의 모형에 의한 설명이 그 가능성을 갖게 된다. 시간의 흐름에 걸쳐 변동하는 변동성 구조(volatility structure)에 대한 모형화가 다방면에서 탐구되어야 할 것이다.

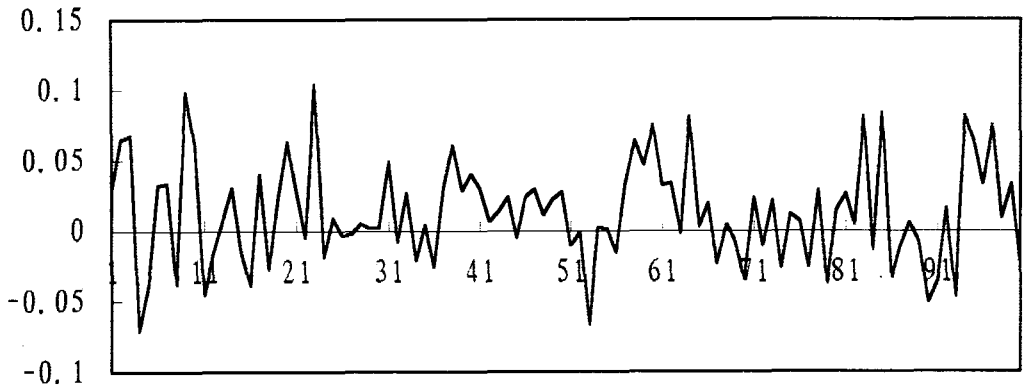
종합주가지수의 주별 수익률의 시계열, 이 수익률의 절대치의 시계열과 이 수익률의 제곱의 시계열에 대한 자기상관계수를 제시하면 <표 4>와 같다. 이 표에 의하면 첫번째 시차(first lag)의 시계열상관이 0.028로 양수이다. 이 값은 미소하다. 제1계 자기상관의 값이 양수이고 미소하다는 점은 주별 수익률이 극히 단기간이지만 기억(memory)을 갖고 있다는 점을 의미하며, 주식시장의 수익에 있어 예측가능한 부분이 존재하고 있다. 물론 이 예측가능 부분의 양이 큰 것이 아니라는 점을 부인할 수는 없다. 예측가능 부분이 미소하지만 존재하고 있다는 사실로 인하여, 효율적 시장이나 무작위 행보(random walk) 가설이 엄밀하게 성립되고 있다고는 할 수 없다.¹²⁾ 둘째

시차 (second lag)의 자기상관은 0.065로 양수이다. 이 값이 음수이면 주식의 시장수익률은 평균회귀의 과정을 갖게 되는데, 양수이므로 평균회귀과정으로 주식의 시장수익률을 파악하기가 어렵다고 할 수 있다. 제2계 시계열 상관계수가 제1계 시계열 상관계수 보다 2배 이상 크다. 세째 시차 시계열 상관은 둘째 시차 시계열 상관과 대동소이하다.

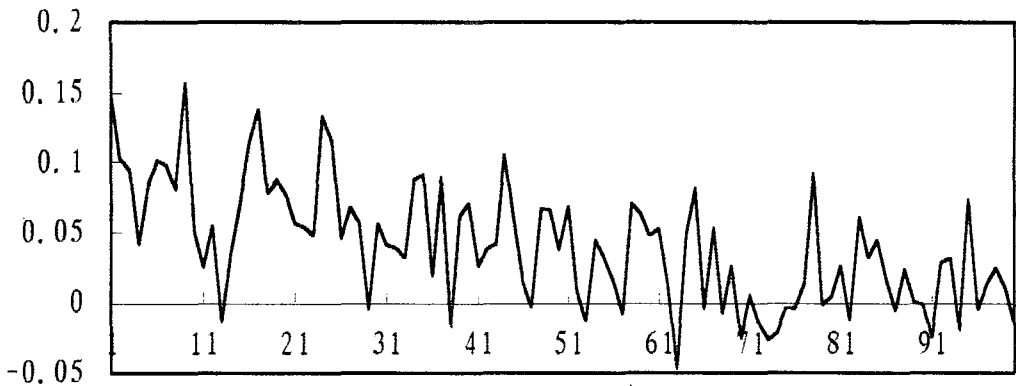
주식의 시장수익률의 시계열 상관을 보다 잘 살펴 보기 위하여 시계열 상관을 시차(lag)에 따라 그래프로 제시한 것이 [그림 4] - [그림 6]이다. 이 그림들은 <표 4>를 그래프화한 것이다. [그림 4]는 주식의 시장수익률의 자기상관이다. 그림에 의하면 상관의 시차계수가 적을 때 증가하다가 급격히 하강한 다음 급격히 상승하고 있다. 자기상관이 상당히 불규칙(erratic)하게 움직이고 있다. 자기상관이 양수가 되는 경우가 많은 것은 사실이나 음수가 되는 경우도 그에 못지 않게 많다. [그림 5]는 주식의 시장수익률의 절대치의 시계열 상관을 그래프화한 것이다. 주식시장 수익률의 시계열 상관은 시차 계수가 낮을 때 증가하고 있는데, 절대치의 시계열 상관은 하강하고 있다. 전자는 증가하다가 음수의 자기상관으로 하강하는데, 절대치의 시계열 상관은 음수로 감소하지 않고 있다. 수의 시계열 상관은 많지 않다. 주식시장 수익률의 절대치의 관점에서 파악하면 시계열 그 자체의 시계열 상관 보다 불규칙성이 강하지 않다. 절대치의 관점에서 보면 주식시장 수익률은 장기기억이 존재할 가능성을 제시하고 있다.

주식시장 수익률의 자승의 시계열 상관의 그래프가 [그림 6]이다. 시장수익률의 자승의 시계열 상관은 제1계 시계열 상관이 양수에서 시작하여 시차 계수가 증가함에 따라 하강하여 음수에 이른 후 양수로 상승한다. 시계열 상관이 음수가 되는 경우도 많다. 그러나 그 양은 그리 크지 않다. 시계열 상관관계는 주식시장 수익률의 절대치와 자승의 경우 거의 유사한 형태를 갖고 있다. 그 나라 주식시장 수익률의 변환을 거치지 않은 시장 수익률의 시계열 상관은 변환을 거친 시장 수익률의 시계열 상관과는 행동양식이 상이하다.

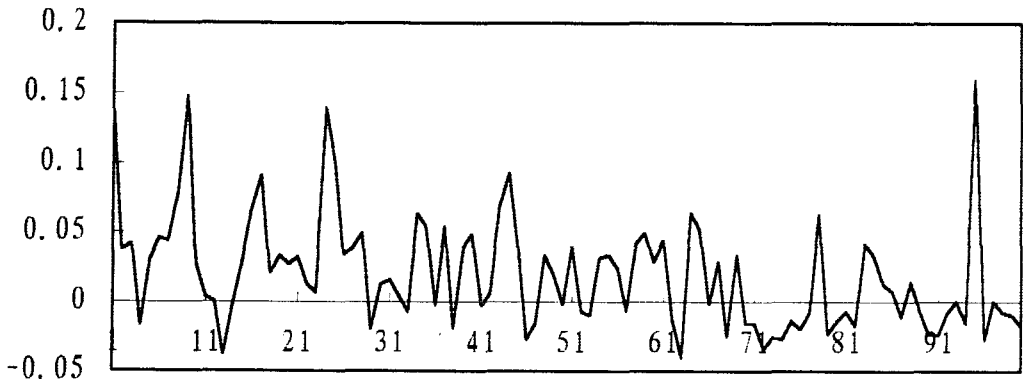
12) 이일균 (1995)은 시계열 상관분석을 통해서가 아니라 무작위 행보를 직접 검증하는 방법을 통하여 우리나라의 주식시장에 주가가 무작위 행보를 따르지 않고 있다는 점을 제시하고 있다.



[그림 4] 주식시장 수익률 r_t 의 자기상관



[그림 5] 주식시장 수익률 $|r_t|$ 의 자기상관



[그림 6] 주식시장 수익률 r_t^2 의 자기상관

이 세 그림을 통하여 분명하게 파악할 수 있는 점은 세계의 주식시장 수익률의 시계열 상관관계수 즉, 자기상관 계수가 0에 접근하지 있지 않고 있다는 것이다. 시차가 20이었을 경우, 60 주위에, 80이었을 경우, 90이 넘는 경우에 0.1에 접근해 있다.

자기상관이 시차가 증가함에 따라 0에 접근하는 완만한 형태의 그래프가 형성되지 않고 있다는 점은 우리나라의 자본시장의 한 특성이라고 파악할 수 있다. 그러나 자기상관의 값이 양수이건 음수이건 큰 수치가 아니므로 불규칙한 양태는 randomness에 의하여 발생하고 있다는 해석도 가능할 것이다. 이와 같은 해석이 가능한 경우 자기상관은 0에 접근한다고 해석할 수 있다.¹³⁾

주식의 시장 수익률의 시계열 r_t 가 iid process를 따르면 추정된 표본 시계열 상관의 95% 신뢰구간은 ± 0.072 이다. 이 수익률의 표본 시계열 상관은 [그림 4]에서 볼 수 있는 바와 같이 8%가 이 신뢰구간을 일탈해 있다. 그런데 r_t 가 iid process이면 $|r_t|$ 와 r_t^2 역시 iid process이다. [그림 5]와 [그림 6]에서 볼 수 있는 바와 같이 $|r_t|$ 의 시계열 상관은 표본의 22%가 신뢰구간을 벗어 났으며, r_t^2 의 시계열 상관이 신뢰구간을 일탈한 비율은 표본 시계열 상관의 8%이다. $|r_t|$ 의 신뢰구간 일탈이 22%라는 점을 감안하면 r_t 와 r_t^2 가 신뢰구간에서 벗어난 정도 8%를 높은 비율이 아니라고 판단하기는 어려운 실정이며 8%는 5% 보다 크다. 그러므로 주가의 시장 수익률이 iid process를 따른다고 보기는 어렵게 생각된다.

종합주가지수의 주별 수익률의 시계열 상관을 좀 더 살펴 보자. $d = 0.125, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 2, 2.50$ 과 3에 대하여 주별 수익률 $|r_t|^d$ 에 대한 자기상관의 행동양태를 파악하면 이 시계열의 성질을 좀 더 밝혀볼 수 있다. <표 5>는 $|r_t|^d$ 를 여러 시차에 대하여 적용한 자기상관을 제시한 표이다. 시차로서는 1, 2,

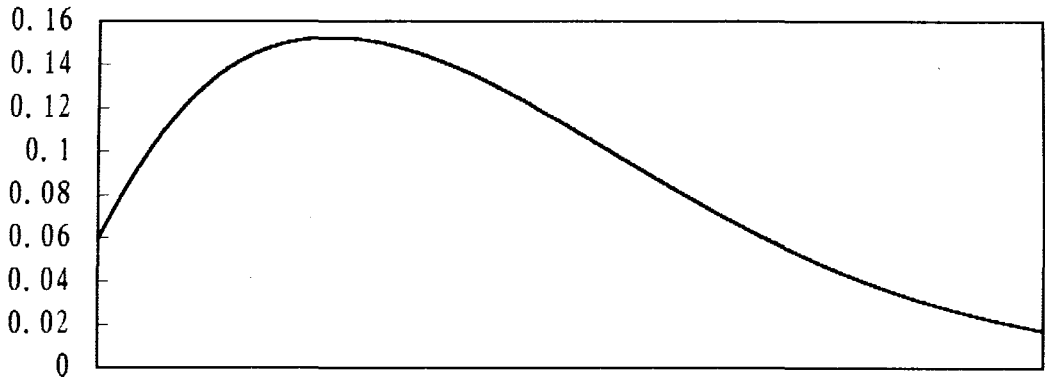
13) 이점을 천착하는데에는 보다 엄밀한 상관분석이 요청되며, 시계열 상관이 수열(sequence)로서 수렴하고 있는지의 여부에 대한 검정이 필요하다. 일반적 수렴에 관한 검정이 용이치 않은 경우 Cauchy 점열을 사용한 검정도 가능하리라고 본다.

<표 5> 시장 수익률 $|r_t|^d$ 의 자기상관

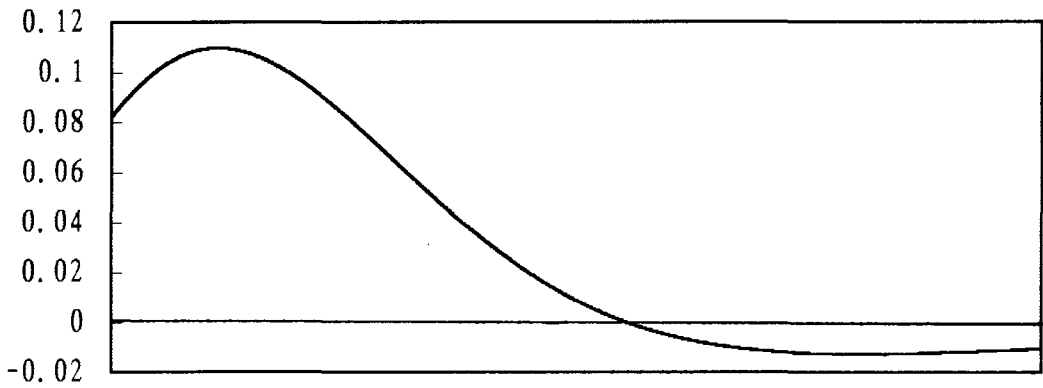
d	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
.125	.060	.082	.082	.047	.040	.060	.066	.066	.050	.022	.037	-.018	.020	.033	-.040
.250	.080	.093	.093	.055	.056	.065	.073	.071	.060	.033	.041	-.021	.018	.030	-.037
.500	.114	.107	.103	.061	.078	.067	.082	.072	.072	.044	.046	-.025	.014	.021	-.027
.750	.136	.109	.102	.055	.086	.061	.820	.066	.074	.044	.049	-.026	.010	.010	-.019
1.000	.148	.102	.095	.041	.083	.051	.076	.056	.071	.038	.048	-.025	.005	-.001	-.015
1.250	.152	.089	.084	.025	.073	.041	.066	.045	.065	.028	.045	-.023	.000	-.010	-.014
1.500	.151	.072	.070	.008	.059	.034	.053	.033	.059	.017	.040	-.020	-.005	-.016	-.014
1.750	.146	.054	.056	-.006	.044	.029	.040	.022	.054	.007	.034	-.017	-.010	-.021	-.016
2.000	.137	.038	.042	-.016	.030	.027	.027	.013	.049	-.002	.029	-.015	-.014	-.023	-.016
2.500	.114	.011	.019	.028	.008	.027	.008	.000	.041	-.013	.018	-.011	-.018	-.023	-.018
3.000	.087	-.004	.004	-.029	-.005	.029	-.004	-.007	.035	-.016	.011	-.008	-.017	-.020	-.017

3, 4, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100을 사용하였다. 이 표예를 보면 시차 60까지는 자기상관이 몇몇 경우를 제외하면 양수이다. 따라서 대체적으로 주식의 시장 수익률은 장기기억과정(long-term memory process)이라고 할 수 있다. 자기상관은 시차 3까지는 비슷한 수치를 나타내다가 시차 4에서 급격히 감소하고 그 이후로는 감소속도가 대단히 완만하다. 특기할 점은 $|r_t|^d$ 는 $d = 1$, 보다 정확히는 $0.5 \leq d \leq 1.5$ 에서 자기상관이 가장 크다는 것이다.

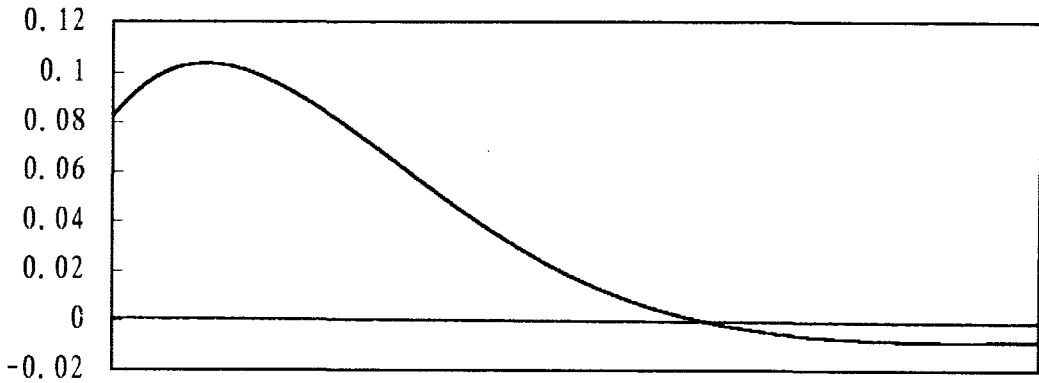
이점을 보다 분명하게 보기 위하여 표본시계열 상관 $\rho_r(d)$ 를 d 의 함수로 정립하여 자기상관을 계산하였는 바, 이것이 [그림 10] - [그림 14]이다. 이때 $d = 0.125, 0.130, \dots, 5.00$ 으로 하여 연속적 그래프가 되도록 하였고, $\tau = 1, 2, 3, \dots, 10$ 으로 하여 계산하였다. 이 그림들에서 자기상관 $\rho_r(d)$ 는 d 의 완곡한 함수(smooth function)임을 볼 수 있다. 이 그림들에서 말안장점(saddle point)은 시차 τ 가 1인 경우 1.56, 시차 τ 가 2인 경우 0.77, 시차 τ 가 3인 경우 0.71, 시차 τ 가 4인 경우 0.55이고 시차 τ 가 5인 경우 1.075이다. 따라서 말안장점은 0.70에서 1.60 사이에 존재한



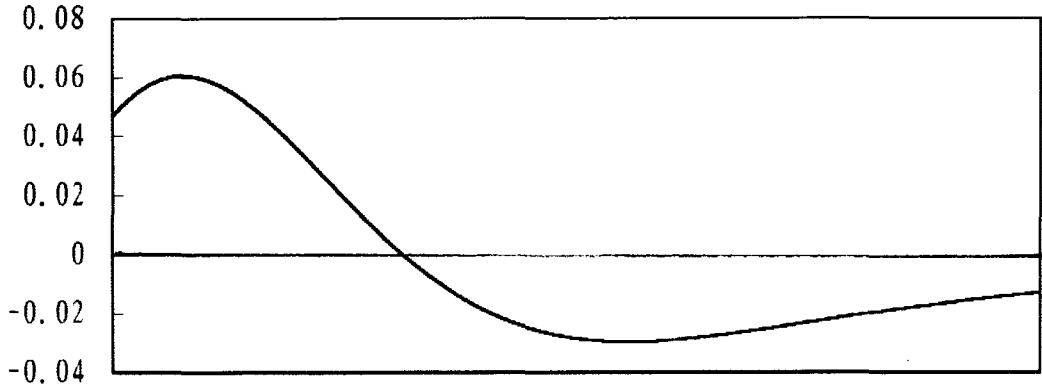
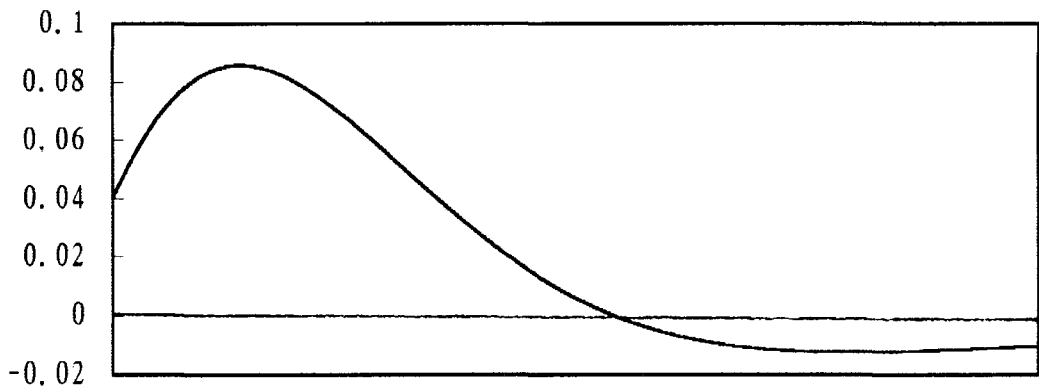
[그림 7] $|r|^d$ 의 자기상관(시차 1)



[그림 8] $|r|^d$ 의 자기상관(시차 2)



[그림 9] $|r|^d$ 의 자기상관(시차 3)

[그림 10] $|r|^d$ 의 자기상관(시차 4)[그림 11] $|r|^d$ 의 자기상관(시차 5)

다고 할 수 있다. 이점은 위에서 제시한 점과 일치하고 있다. 자기상관 $\rho_r(d)$ 은 말안장점을 d' 이라 할 때 $d < d'$ 이면 d 의 오목함수이고 $d > d'$ 이면 볼록함수이다. 1주위에 유일한 d^* 가 존재하여 $\rho_r(d)$ 가 이점에서 최대치에 달한다. 즉, $d \neq d^*$ 에 대하여 $\rho_r(d^*) > \rho_r(d)$ 이다.

위에서 $|r_t|^d$ 의 시계열 상관이 시차가 60이 될 때 까지 대개 양수의 값을 갖는

<표 6> 처음과 두번째로 자기상관이 음수가 되는 시차

d	0.125	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.5	3
처음 τ^*	8	36	38	38	13	13	13	4	4	4	2
두번째 τ^*	36	38	47	47	29	29	29	13	13	13	4

점을 지적하였다. 시계열 $|r_t|^d$ 의 자기상관이 처음 음수를 갖게 되는 시차를 <표 6>에 제시한다.

주식시장 수익률의 자기상관이 처음 음수가 되는 것은 <표 6>에 제시된 바와 같지만, 이점은 시장수익률이 장기기억을 갖고 있는가의 여부를 점검하는데 중요하다. <표 4>에 의하면 시차가 100이 되는 경우까지 대체적으로 양수이다. 그렇다면 무려 2년간 양수를 유지하고 있다는 것을 제시하고 있다. 따라서 장기기억이 시장에 존재한다고 할 수 있다.

<표 6>에 제시된 각 d값과 τ 값에 대하여 계산된 자기상관은 개별적으로 그래프화하여 부록에 [그림 A1] - [그림 A11]로 제시하였다. 지수 d의 변화에 따른 자기상관의 행동양식을 보다 구체적으로 파악하고자 하면 이 부록을 참조하기 바란다.

<표 6>에 의하면 d가 0.125일 때 제8계 시차에서 음수를 갖고 있다. 그러나 부록에서 제시된 [그림 A1]에 의하면 제8계 시차에서 발생하는 음수는 거의 0에 접근하고 있어, randomness에 의하여 음수가 발생하였다는 가정을 허용할 수 있다면, 제36계 시차에서 처음으로 음수가 발생하고 두번째로는 제38계 시차에서 음수가 발생한다고 할 수 있다. 이와 같은 해석을 받아 들이기로 하면 <표 6>을 3개의 군으로 나눌 수 있다. 제1군은 d가 각각 0.125, 0.25, 0.5, 0.75일 때 대개 자기상관 계수가 처음으로 음수가 되는 경우는 τ 가 38이라고 할 수 있다. 그렇다면 약 8-9개월간 양수가 유지된다고 할 수 있다. 제2군은 지수 d가 각각 1, 1.25와 1.5일 때로서 τ 가 13이다. 그 이후가 제3군으로 τ 가 4이다.

각군은 부록의 [그림 A1] - [그림 A11]에서 살펴 볼 때, 자기상관의 형태가 거의 일정하다. 제1군은 [그림 A1] - [그림 A4]에서 볼 수 있듯이 거의 양의 자기상관을 갖고 있다. 제2군은 음의 자기상관이 거의 없는 실정이다. 반면 제3군은 자기상관의 행동양태가 상당히 불규칙하며, 음수가 많고 음수가 주가 된다.

<표 6>과 부록의 그림들을 통하여 알 수 있는 바와 같이, 주가시장 수익률이 단기 기억을 갖고 있다. 그러나 장기 기억이 존재하고 있다는 점이 산격적으로 발견되기는 하나 확실하게 장기 기억이 존재한다는 결론을 내리기는 어렵다.

V. 結 論

종합주가지수의 주별수익률의 시계열을 사용하여 이 시계열의 비선형성 여부를 검정하였는 바, 이 시계열은 비선형의 가설을 기각할 수 없었다. 일별수익률을 사용하여 검정하는 것이 바람직하겠으나 거래의 비동시성(nonsymchroneity)의 문제 등(이일균(1989))이 야기시킬 수 있는 검정통계량의 비정확성의 가능성 때문에 주별시계열 데이터를 사용하여 검정하였다.

주식의 시장수익률은 시간의 흐름에 걸쳐 상당한 변동성(volatility)을 나타내고 있다. 첫기의 수익률이 높으면 차기에도 수익률이 높고 첫기의 수익률이 낮으면 차기의 수익률도 낮게 되는 경향을 보여 주고 있다. 시간의 흐름에 따라 변화하는 변동성 구조(volatility structure)를 갖고 있다. 자기상관은 시차가 1인 경우 적은 양수이다. 이것은 단기 기억을 갖고 있다는 것을 의미한다. 제2계 자기상관은 양수이다. 따라서 평균회귀가 존재한다고 할 수 없다. 주식의 시장 수익률은 독립적이고 동등하게 분포된(independent and identically distributed) 확률변수라고 할 수 없다. 이 발견은 상당히 중요한 점이다. 자본자산의 가격을 결정하는 모형은 iid의 전제조건 위에서 이차형 효용함수와 같이 효용함수에 대한 가정을 부과하거나 정규분포 또는 대수정규분포(log-normal distribution)와 같은 확률분포의 가정을 부과하여 정립되고 있기 때문이다. 이와 같은 사실은 ARCH 계통의 모형에 정당성을 부여하는 계기를 제공한다고

할 수 있다.

주식의 시장수익률 시계열의 비선형성이 장기기억에 의하여 발생하는지의 여부와 주식시장의 성질을 보다 더 파악하기 위하여 자기상관 분석을 수행하였다. 이 분석의 결과 단기기억이 존재하고 있으나 장기기억이 존재하고 있다고 보기는 어려웠다. 그러나 전반적으로는 장기기억의 양상을 띄고 있기도 하다는 점을 간과하기가 어려운 실정이다. 말하자면 단기기억과 장기기억이 혼재하는 형태를 띄고 있지만 장기기억의 형세나 세력이 약하다고 할 수 있다. 일시적 건망증 환자 처럼 단기기억에 밀려 잊고 있다가 잊었던 장기기억이 되살아나는 형태인지, 아니면 수많은 단기기억이 총체적으로 합쳐서 장기적 형태나 운세를 띄고 있는 것 처럼 보이는 현상인지, 파악하기가 용이하지 않다. 이일균(1995)은 주식시장에 장기기억이 존재하고 있다는 점을 제시하고 있다. 따라서 보다 심도있는 연구가 요구된다고 할 수 있겠다.

위에서 제시한 현상이 결정론적 계의 확률적 운동인가? 이것이 로렌조의 나비가 일으키는 현상인가? 본문에서는 자기 유사성(self-similarity)은 점검해 보지 않았으나 시계열 상관의 형태를 자세히 보면 이에 대한 가능성도 배제하기가 어렵다. 배제가 불가능하다면, 이일균(1995)이 우리나라의 주식의 시장 수익률에 대한 분석을 통하여 제시한 것 처럼 chaos의 이론에 의하여 주식시장의 움직임이 있다는 결론도 부인하기 어려울 수도 있다. 비선형 관계가 모두 chaos 이론은 아니다. 그러나 chaos 이론은 동태적 비선형 이론이다. 여기에서 차분 방정식(difference equation) 보다는 미분 방정식(differential equation)에 의존하여 이론을 전개하고 있는 방법이 정당성을 갖게 되는 것이다. 자본시장의 성질이 선형성이 아니라 비선형성이며, 어느 조건을 충족시킬 때 선형성의 관계가 정립되는가에 대한 연구가 필요하며, 비선형성이 자본시장의 성질로 정착되면 비선형성이 유래하는 원천에 대한 탐구도 병행되어야 할 것이다. 그러면 비선형성과 chaos 이론과의 관계도 밝혀 지리라.

References

- 金圭泳, “한국주식시장에서 주가는 비합리적으로 결정되는가?” 財務管理研究 10卷, (1993), 239-262.
- 李逸均, “韓國證券市場의 日別株價收益率의 非同時發生性에 대한 檢證,” 순양 유용근 선생 회갑기념 논집, (1989), 477-490.
- 李逸均, “Chaos,” 財務管理論叢 1卷 2號, (1994), 1-37.
- 李逸均, “쪽거리와 장기기억,” 財務管理研究 12卷 1號, (1995a), 1-18
- 李逸均, “長期記憶과 資本資産의 價格,” 財務管理論叢 2卷 1號, (1995b), 1-22
- 李逸均, “Quo Vadis?” 財務管理論叢 2卷 2號, (1995c), 1-64.
- 李逸均, “주가의 분포와 공분산의 움직임에 관한 연구”, 明知大學校 經濟論叢 12輯, (1995), 1-30.
- Andrews, D.W.K., and C.J. McDermott, Nonlinear Econometric Models with Deterministically Trending Variables, *Review of Economic Studies* 62 (1995), 343-360.
- Ashley, R.A., and D.M. Patterson, Linear versus Nonlinear Macroeconomics: A Statistical Test, *International Economic Review* 30 (1989), 685-704.
- Ashley, R.A., and M.J. Hinich, A Diagnostic Test for Nonlinear Serial Dependence in Time Series Fitting Errors, *Journal of Time Series Analysis* 7 (1986), 165-178.
- Auestad, B., and D. Tjøstheim, Identification of Nonlinear Time Series: First Order Characterization and Order Determination, *Biometrika* 77 (1990), 669-687.
- Banerjee, A., J.J. Dolado, J.K. Galbraith, and D.F. Hendry, *Integration, Cointegration, and Error Correction in Econometrics*, Oxford University

Press, 1993.

Bates, D.M., and D.G. Watts, *Nonlinear Regression Analysis and its Applications*, New York: Wiley, 1988.

Baumol, W.J., and J. Benhabib, Chaos: Significance, Mechanism, and Economic Applications, *Journal of Economic Perspectives* 3 (1989), 77-105.

Bollerslev, T., Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics* 31 (1986), 307-327.

Bollerslev, T., and R.F. Engle, Common Persistence in Conditional Variance, *Econometrica* (1992), 167-186.

Bollerslev, T., R.Y. Chou, and K.F. Kroner, ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence, *Journal of Econometrics* 52 (1992), 5-59.

Boudoukh, J., M.P. Richardson, and R.F. Whitelaw, A Tale of Three Schools: Insights on Autocorrelation of Short-Horizon Stock Returns, *Review of Financial Studies* 7 (1994), 539-573.

Braun, P.A., D.B. Nelson, and A.M. Sunier, Good News, Bad News, Volatility, and Betas, *Journal of Finance* 50 (1995), 1575-1603.

Breeden, D.Y., An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities, *Journal of Financial Economics* 18 (1979), 265-296.

Campbell, J.Y., Understanding Risk and Return, *Journal of Political Economy* 104 (1996), 298-345.

Cecchetti, S.G., Pok-Sang Lam, and N.C. Mark, Mean Reversion in Equilibrium Asset Prices, *American Economic Review* 80, (199), 398-418.

Constantinides, G.M. and D. Duffie, Asset Pricing with Heterogeneous Consumers, *Journal of Political Economy* 104 (1996), 219-240.

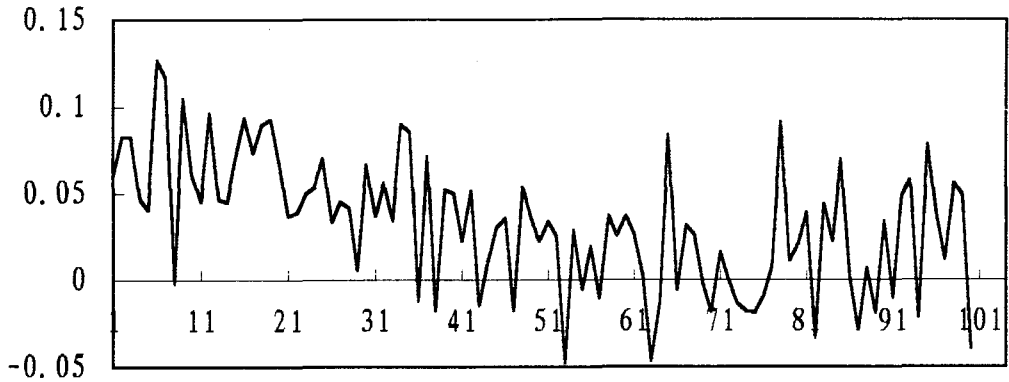
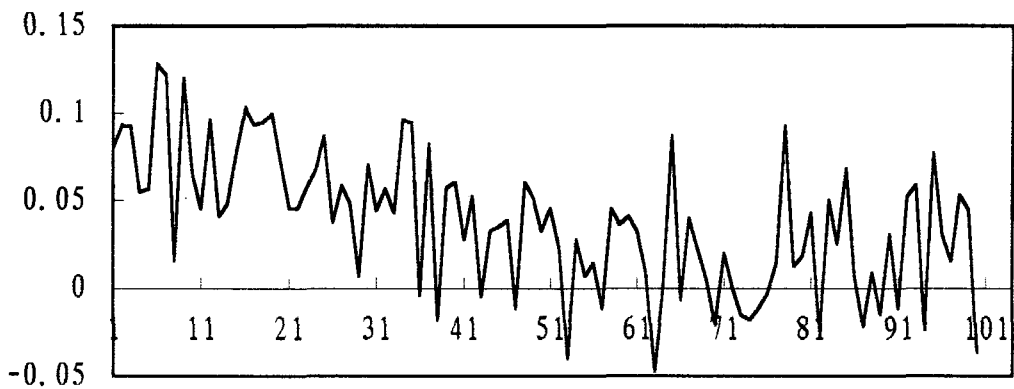
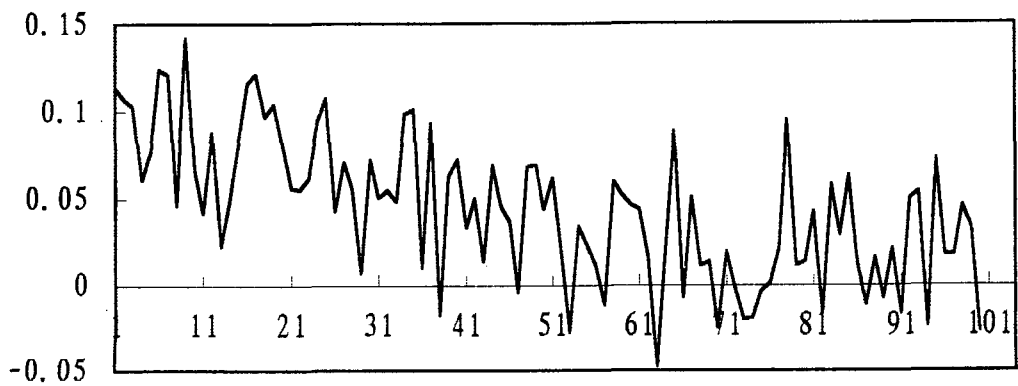
- Ding, Z., C.W.J. Granger, and R.F. Engle**, A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model, *Journal of Empirical Finance* 1 (1993), 83-106.
- Engel, C., and J.D. Hamilton**, Long Swings in the Exchange Rate: Are They in the Data and Do Markets Know It? *American Economic Review* (1990) (Forthcoming).
- Engle, R.F., and G. Gonzalez Rivera**, Semiparametric ARCH Models, *Journal of Business and Economic Statistics* 9 (1991), 345-360.
- Engle, R.F., T. Ito, and W. Lin**, Meteor Showers or Heat Waves? Heteroskedastic Daily Volatility in the Foreign Exchange Market, *Econometrica* 58 (1990), 525-542.
- Fama, E.F.**, Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, *Journal of Finance* 25 (1970), 383-417.
- Fama, E.F.**, *Foundations of Finance: Portfolio Decision and Security Prices*, New York: Basic Books Inc. (1976).
- Fama, E.F.**, Permanent and Temporary Components of Stock Prices, *Journal of Political Economy* 96 (1988), 246-273.
- Flood, R.A., and P. Garber**, A Model of Stochastics Process Switching, *Econometrica* 51 (1993), 537-564.
- French, K. W., Schwert and R. Stambaugh**, Expected Stock Returns and Volatility, *Journal of Financial Economics* 19 (1986), 3-29.
- Gallant, A.R.**, *Nonlinear Statistical Models*, New York: Wiley, 1987.
- Gouriéroux, C., and A. Monfort**, *Séries Temporelles et Modèles Dynamiques*, Paris: *Economica*, 1990.
- Granger, C.W.J.**, Developments in the Nonlinear Analysis of Economic Series, *Scandinavian Journal of Economics* 93, (1991), 263-276.

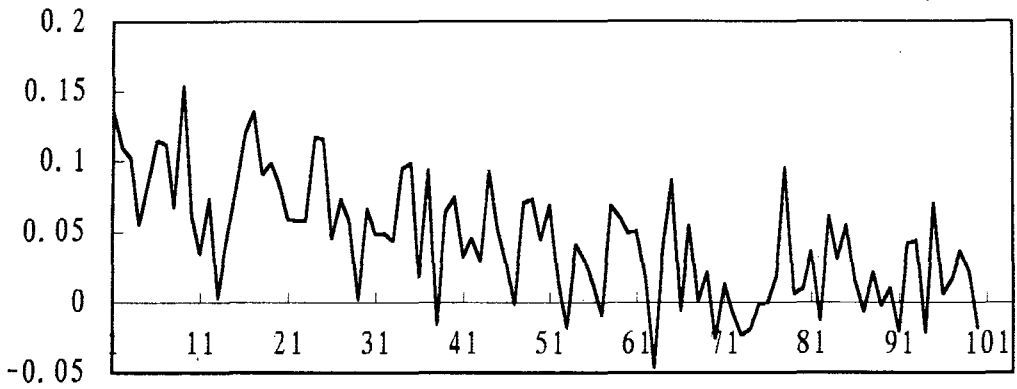
- Granger, C.W.J.**, Long Memory Processes with Attractors, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 53 (1991), 11-26.
- Granger, C.W.J.**, Long Memory Relationships and the Aggregation of Dynamic Model, *Journal of Econometrics* 14 (1980), 227-238.
- Granger, C.W.J.**, Modelling Nonlinear Relationships between Extended-Memory Variables, *Econometrica* 63 (1995), 265-279.
- Granger, C.W.J. and T. Teräsvirta**, *Modelling Nonlinear Economic Relationship*, New York: Oxford University Press, 1993.
- Granger, C.W.J., and R. Joyeux**, An Introduction to Long-Memory Time Series Models and Fractional Differencing, *Journal of Time Series Analysis* 1 (1981), 15-29.
- Haugen, R.A., E. Talmor, and W.N. Torous**, The Effect of Volatility Changes on the Level of Stock Prices and Subsequent Expected Returns, *Journal of Finance* 66 (1991), 985-1007.
- Hansen, B.E.**, Regression with Nonstationary Volatility, *Econometrica* 63 (1995), 1113-1132.
- Harvey, A.C.**, *The Econometric Analysis of Time Series*, 2nd edn., Cambridge, Mass: MIT Press, 1990.
- Hsieh, D.A.**, Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets, *Journal of Finance* 66 (1991), 1839-1877.
- Hsieh, D.A.**, Testing for Nonlinear Dependence in Daily Foreign Exchange Rates, *Journal of Business* 62 (1989), 339-368.
- Keenan, D.M.**, A Tukey Non-Additivity-Type Test for Time Series Nonlinearity, *Biometrika* 72 (1985), 39-44.
- Lintner, J.**, The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments

- in Stock Portfolios and Capital Budgets, *Review of Economic and Statistics* 47 (1965), 13-37.
- Luukkonen, R., and P. Saikkonen, and T. Teräsvirta,** Testing Linearity in Univariate Time Series Models, *Scandinavian Journal of Statistics* 15 (1988), 161-175.
- MacKinlay, A.C.,** Multifactor Models Do Not Explain Deviations from the CAPM, *Journal of Financial Economics* 38 (1995), 3-28.
- Mehra, R., and E.C. Prescott,** The Equity Premium: A Puzzle, *Journal of Monetary Economics* 15 (1985), 145-161.
- Merton, R.C.,** An Intertemporal Capital Asset Pricing Model, *Econometrica* 41 (1973), 867-887.
- Nelson, D.B.,** Stationarity and Persistence in the GARCH(1,1) Model, *Econometric Theory* 6 (1990), 318-334.
- Nelson, D.B.,** Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach, *Econometrica* 59 (1991), 347-370.
- Poterba, J.M., and Summers, L.H.,** Mean Reversion in Stock Prices: Evidence and Implications, *Journal of Financial Economics* 22 (1988), 27-59.
- Rhee, Il King,** "Empirical Tests of the Consumption-Based Asset Pricing Model by Estimating the Risk Aversion Coefficient in the Korean Economy," *REsearch in International Business and Finance* 11A, (1994), 181-215.
- Ross, S.A.,** The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, *Journal of Economic Theory* 13 (1976), 341-360.
- Schwert, G.W.,** Why Does Stock Market Volatility Change Over Time? *Journal of Finance* 64 (1989), 1115-1153.

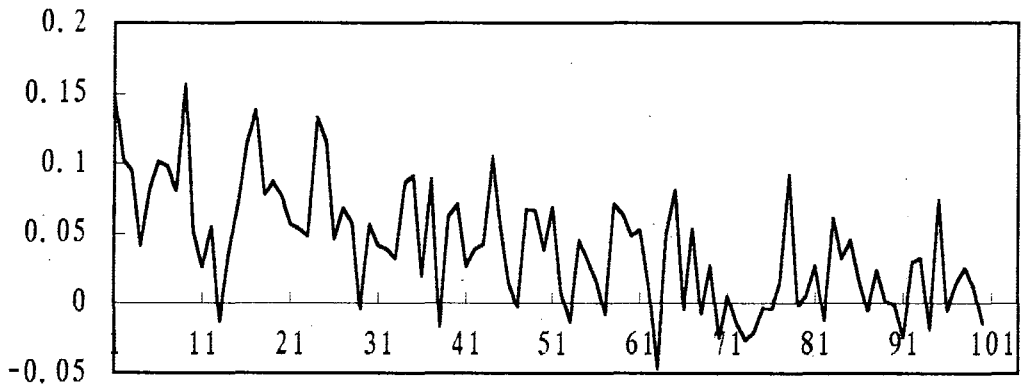
- Sharpe, W.**, Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, *Journal of Finance* 19 (1964), 425-442.
- Terasvirta, T., and H.M. Anderson**, Characterizing Nonlinearities in Business Cycles Using Smooth Transition Autoregressive Models, *Journal of Applied Econometrics* 7 (1992), 119-139.
- Tjøstheim, D.**, Nonlinear Time Series: A Selective Review, *Scandinavian Journal of Statistics*, 1993.
- Tsay, R.S.**, Non-Linearity Tests for Time Series, *Biometrika* 73 (1986), 461-466.
- Weil, P.**, The Equity Premium Puzzle and the Risk-Free Rate Puzzle, *Journal of Monetary Economics* 24 (1989), 401-421.
- Zhou, G.**, Analytical GMM Tests: Asset Pricings with Time-Varying Risk Premiums, *Review of Financial Studies* 7 (1994), 687-709.

부 록

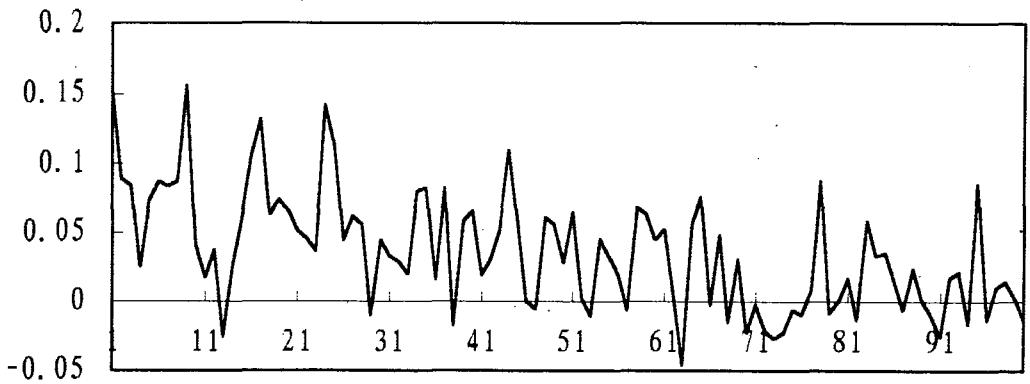
[그림 A1] $d = 0.125$ 인 $|r_t|^d$ 의 자기상관[그림 A2] $d = 0.25$ 인 $|r_t|^d$ 의 자기상관[그림 A3] $d = 0.5$ 인 $|r_t|^d$ 의 자기상관



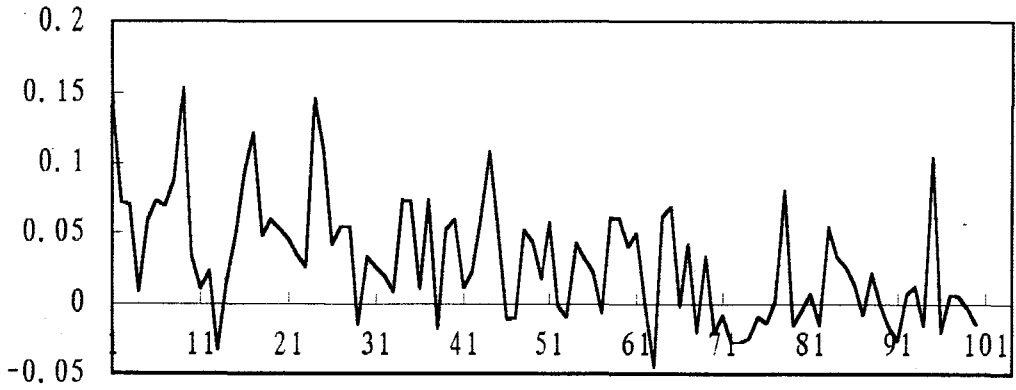
[그림 A4] $d = 0.75$ 인 $|r_t|^d$ 의 자기상관



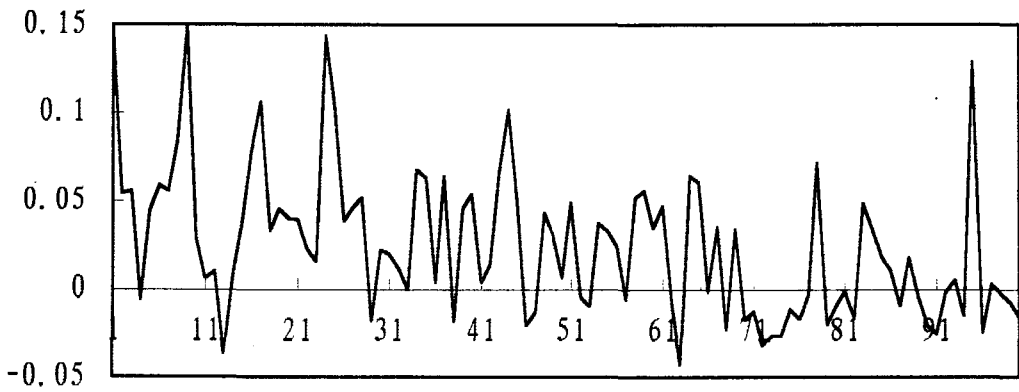
[그림 A5] $d = 1.0$ 인 $|r_t|^d$ 의 자기상관



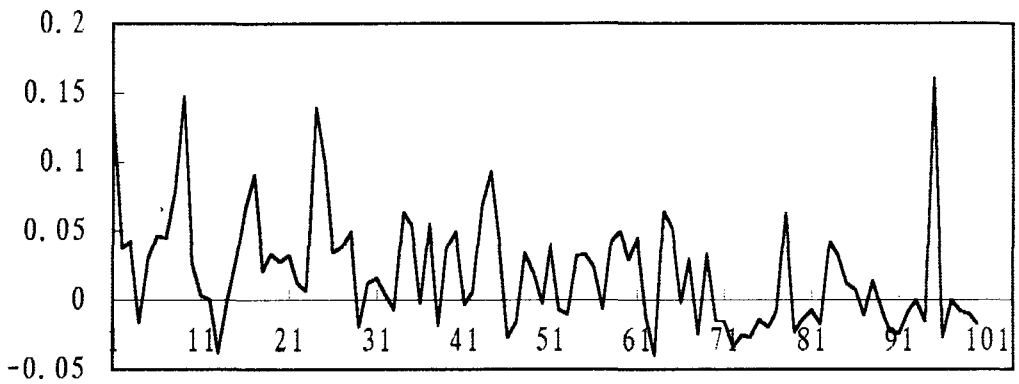
[그림 A6] $d = 1.25$ 인 $|r_t|^d$ 의 자기상관



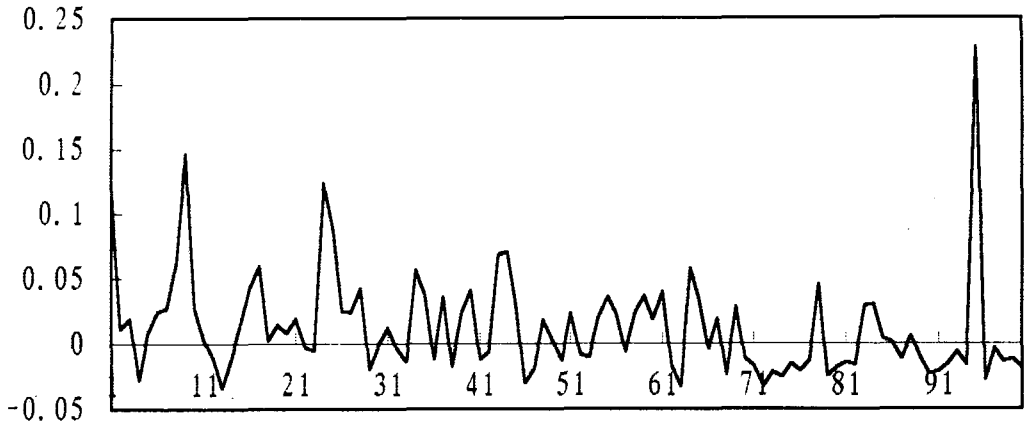
[그림 A7] $d = 1.50$ 인 $|r_t|^d$ 의 자기상관



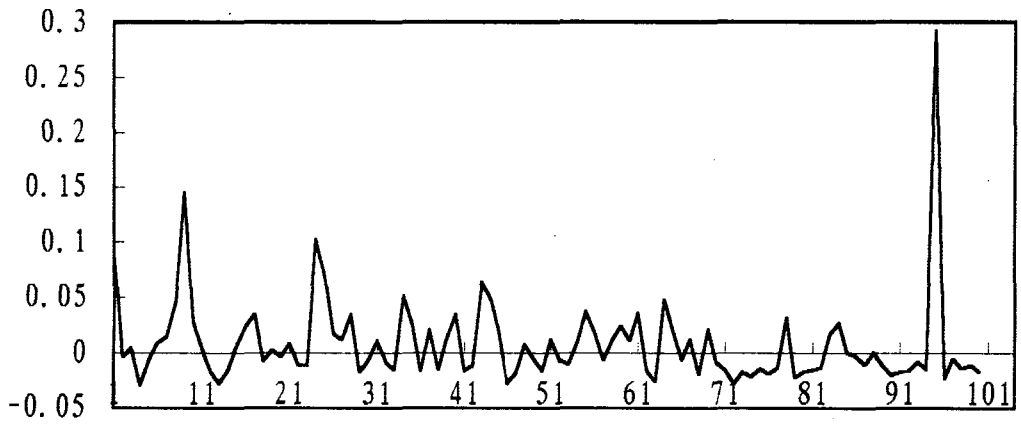
[그림 A8] $d = 1.75$ 인 $|r_t|^d$ 의 자기상관



[그림 A9] $d = 2.0$ 인 $|r_t|^d$ 의 자기상관



[그림 A10] $d = 2.5$ 인 $|r_t|^d$ 의 자기상관



[그림 A11] $d = 3.0$ 인 $|r_t|^d$ 의 자기상관