財務管理論叢 第3卷 第1號 (1996.5)

相對危險回避係數의 推定과 效用기준 資産價格決定模型의 實證硏究

金 暎 圭* · 梁 棟 現**

要 約

이 論文은 효용함수가 감소절대위험회피(DARA)와 일정상대위험회피(CRRA)의 성격을 갖는 멱함수라는 가정 하에 투자자의 相對危險回避係數를 추정하였으며 추정된 상대위험회피계수를 이용하여 효용기준 자산가격결정모형의 기대수익률과 위험의 선형관계를 실증적으로 분석하였다.

相對危險回避係數(RRA)는 실제 소비자료를 이용하는 방법과 시장수익률을 이용하는 두 가지 방법에 의해 추정하였다.

實證的 硏究結果, 첫째 한국증권시장에서 투자자의 상대위험회피계수는 3과 4 사이에 존재하는 것으로 나타나 투자자의 효용함수가 멱함수 형태임이 확인되었다.

둘째 효용함수를 멱함수 이외 다른 2개 (2차형 함수, 대수함수)의 함수로 가정하고 효용기준 자산가격결정모형을 검증한 결과 멱함수 하에서만 자산의 기대수익률과 위험간에는 線形關係가 성립하는 것으로 나타났다.

---

* 성균관대학교 경영학부 교수
** 한국보건의료관리연구원 연구위원

Ⅰ. 序 論

자본자산가격결정모형(capital asset pricing model: CAPM)에 의하면 자본자산의 균형가격을 나타내는 자산의 기대수익률은 분산불능 위험인 體系的 危險과 線形函數로 표시된다. Sharpe(1964)와 Lintner(1965) 등에 의해 개발된 CAPM은 수익률의 정규분포와 2차 효용함수라는 두 가지 가정에 의해 체계적 위험과 선형관계를 갖는 균형모형이다.

그런데 이러한 CAPM 하에서 효용함수가 2차 함수일 때 투자자의 위험회피도는 增加絶對危險回避(increasing absolute risk aversion :IARA)의 형태를 나타내게 된다. 絶對危險回避度가 체증한다는 것은 富의 수준이 증가함에 따라 위험회피의 정도가 더욱 커진다는 것을 의미한다. 따라서 이는 높은 期待收益率을 요구하기 위해서는 높은 위험을 감수해야 한다는 합리적인 투자자의 태도와는 배치되는 결과를 가져오게 된다.

이러한 CAPM의 矛盾된 가정을 극복하기 위하여 개발된 자산가격결정모형으로 효용기준 자산가격결정모형(utility based asset pricing model)이 있다. 이 모형은 Rubinstein(1976), Lucas(1978) 그리고 Breeden(1979) 등에 의해 정립되었으며 자산의 가격은 자산의 미래 보상에 現在의 消費와 未來消費 사이의 限界代替率을 곱한 合理的 期待値로 표시된다. 효용기준 자산가격결정모형은 CAPM의 시장포트폴리오 대신 총소비의 한계효용이 체계적 위험의 결정에 중요한 역할을 한다고 가정한다. 다시 말해 위험자산의 기대수익률이 자산의 수익률과 총소비의 限界效用 간의 共分散과의 線形關係에 의해 결정된다. 이 모형은 수익률의 분포와 투자자의 효용함수에 대해 구체적인 가정을 하지 않고 있기 때문에 일반적인 자산가격결정모형이라고 할 수 있다. 이 모형이 갖는 의미는 자산의 가격결정과정에 투자자의 危險回避(risk aversion)的 要因이 감안되어 있다는 점이다. 즉 危險資産에 대한 投資나 消費의 결정은 특정한 富의 수준 하에서의 투자자의 위험에 대한 회피정도, 다시 말해 상대적 위험회피(relative risk aversion: RRA)의 크기와 관련된다는 것이다.

그런데 효용함수기준 자산가격결정모형의 타당성을 검증하기 위해서는 투자자의

효용함수를 확정하고 위험회피계수를 추정하여야 한다. 많은 실증 연구들은 효용함수가 減少絶對危險回避(decreasing absolute risk aversion: DARA)와 一定相對危險回避(constant relative risk aversion: CRRA)의 성질을 갖는 멱함수(power function)라는 것을 가정하고 있다. Friend과 Blume(1975), Hansen과 Singleton(1982) Grossman, Melino과 Shiller (1985), Litzenberger과 Ronn(1986), Alonso, Rubio 그리고 Tusell (1990) 등은 투자자의 효용함수를 멱함수로 가정하고 투자자들의 상대위험회피계수를 추정하였다. 이들의 연구 결과는 CRRA가 현실에 가장 부합된 가정이며 멱함수 형태가 統計的으로 有意的임을 입증하고 있다. 한편, Brown 과 Gibbons(1985)는 투자자의 효용함수를 멱함수로 가정하고 상대위험회피계수를 推定한 결과 投資者의 效用函數가 代數函數(log function)의 형태임을 주장하였다.

이와 같이 학자에 따라 투자자의 효용함수에 대한 研究結果가 상이하게 나타나고 있어 투자자의 相對危險回避에 대한 일관적인 결과를 제시하고 있지 못하고 있다. 그러나 대다수의 연구들은 투자자의 효용함수가 멱함수의 形態를 띄고 있음을 제시하고 있다.

본 연구는 한국증권시장에서 투자자의 효용함수가 DARA, CRRA의 성격을 갖는 멱함수라고 가정하고 상대위험회피계수를 추정하고자 한다.

따라서 추정된 相對危險回避係數가 1보다 크다면 투자자의 효용함수는 멱함수의 형태를 가질 것이며, 상대위험회피계수가 1 과 -1의 값을 가질 때 효용함수는 각각 對數函數와 2次型 函數의 효용함수를 가질 것이다.

한편 본 연구에서는 멱함수이외에 대수함수나 2차 함수의 효용함수가 효용기준 자산가격결정모형과의 기대수익률과 위험간의 선형관계를 갖는 지 여부도 추가로 분석한다.

본 論文의 構成은 다음과 같다. 제II장에서는 효용함수기준 자산가격결정모형에 의한 상대위험회피계수의 導出過程을 살펴본다. III장에서는 Rubinstein (1974)에 의해 도출된 效用기준 資産價格決定模型의 誘導過程을 제시한다. IV장에서는 상대위험회피계수의 추정방법과 효용기준 자산가격결정모형의 검증방법을 소개한다. 제V장에서는 상대위험회피계수의 추정방법에 의해 투자자의 상대위험회피계수를 추정하고, 효

용함수형태에 따른 자산가격결정모형을 實證分析하고 統計量들의 經濟的 妥當性 여부를 확인한다. 마지막으로 제VI장에서 본 硏究가 갖는 意味와 硏究의 限界點을 기술한다.

II. 相對危險回避係數의 推定

Lucas(1978)는 純粹交換經濟의 單一財貨를 가정하여 多期間의 動的 資産價格決定模型(intertemporal asset pricing model)을 유도하였는 데, 이를 Lucas모형이라고 한다. 이 모형은 오일러 方程式으로 표현되며 자산의 가격은 균형상태에서 現在消費의 限界效用($U'(C_t)$)이 미래소비의 豫想 割引效用(($U'(C_{t+1})$))과 일치하는 수준에서 결정된다. Lucas의 효용에 근거한 자산가격결정모형을 이용하여 상대위험회피계수를 추정할 수 있다.

먼저 Lucas 이론의 전개과정을 보면 다음과 같다.

각 시점 t에서 어떤 자산을 자유로이 살 수 있거나 팔 수 있는 대표적인(representative) 투자자는 자신의 예산제약하에 평생의 효용을 극대화시키는 수준에서 각 시점의 소비를 결정한다고 가정한다. 이 때 不確實性 하에서 動的 消費와 投資문제에 부딪친 대표자적 투자자가 있다고 가정할 때, 투자자는 다음과 같은 관계식을 극대화하기 위한 最適 消費計劃을 구축할 수 있다.

$$MAX\ [\ U(C_t)+\rho E(U(C_{t+1})|I_t)]$$

$$\begin{aligned} C_t &= W_t - \sum_{j=1}^{n} P_{j,t} Q_{j,t} \\ C_{t+1} &= W_{t+1} + \sum_{j=1}^{n} Q_{j,t}(P_{j,t+1}+D_{j,t+1}) \end{aligned} \tag{1}$$

단, E(·) : 기대값을 나타내는 부호

U(C_t), U(C_{t+1}) : 각 시점에서의 효용함수

ρ : 시차선호율(1+할인율과 유사)

I_t : t시점에서 정보집합

W_t, W_{t+1} : 시점별 투자자의 富

P_{jt}, P_{jt+1} : 시점별 자산 j의 價格

D_{jt+1} : t+1 시점에서 자산 j의 配當金

Q_{jt} : 시점 t에서 자산j의 구입수량

이때 식(1)의 목적함수와 制約條件下에서 결정변수 Q에 대해서 最適化 計劃을 풀면 다음과 같은 關係式이 도출된다.

즉,

$$U'(C_t)P_{j_t} = \rho E(U'(C_{t+1})(P_{j,t+1}+D_{j,t+1}|I_t)$$
$$U'(C_t) = \rho E[\ U'(C_{t+1})\frac{(P_{j,t+1}+D_{j,t+1})}{P_{j_t}}\ |I_t]$$

단, (2)

$j=1,2,\cdots N$

$t=1,2,\cdots T$

$U'(C_t), U'(C_{t+1})$: 각 시점의 한계효용

식(2)에 의하면 대표자적 투자자가 시점 t에서 자산 j를 더 구입하기 위하여 현재의 소비를 희생시킬 때 그가 잃게 될 한계효용은 시점 t+1에서 이 자산을 매각하여 그 금액을 소비에 충당할 때 얻게 되는 할인된 한계효용과 균형에서 일치해야 한다. 즉 식(2)에서 좌변 항은 투자자가 시점 t에서 소비를 포기하고 자산 j를 구입함으로써 얻게 되는 한계효용을 의미하고 우변 항은 이 자산 j를 시점 t+1에서 팔고 소비함으로써 얻게 되는 期待限界效用에 時差選好率 ρ로 할인한 것을 의미한다. 그런데 식(2)에서 사용된 효용함수는 일반효용함수로서 구체적인 함수형이 제시되어 있지 않다.

식(2)을 수익률 형태로 나타내면 다음과 같이 오일러 방정식으로 표현된 Lucas모형이 유도된다. 즉,

$$\rho E[\ U'(C_{t+1})/U'(C_t)(1+R_{jt+1})|I_t] \ =1 \qquad (3)$$

단, $R_{jt+1}=(P_{jt+1}+D_{j,t+1})/P_{jt}$ 로서 자산 j의 수익률

식(3)에서 $U'(C_{t+1})\ /\ U'(C_t)$ 은 현재의 소비시점 t와 미래 소비시점 t+1 사이의 한계대체율(marginal rate of substitution :MRS)을 의미한다.

따라서 식(3)은 가격결정모형을 유도하기 위한 관계식으로 한계대체율에 기초를 두고 있다. 위의 식을 검증하기 위해서는 투자자의 효용함수가 구체적으로 주어져야 할 것이다.

그러므로 위의 식을 검증하기 위해서 투자자의 효용함수를 멱함수라고 가정한다면 효용함수는 다음과 같이 표시할 수 있다.[1]

$$U(C_t)=\frac{C_t^{1-b}}{1-b} \qquad (4)$$

여기서 ,

$$\begin{aligned} U'(C_t)&=C_t^{-b} \\ U''(C_t)&=-bC_t^{-b-1} \qquad (5) \\ b&=-C_tU''(C_t)/U'(C_t) \quad (b>0) \end{aligned}$$

여기서 b[2]는 Pratt(1964)의 상대위험회피수준을 측정하는 계수로서 相對危險回避

1) 식(4)은 CRRA의 성질을 이용하여 상대위험회피계수를 추정하는 모형이며 이 모형을 이용하여 상대위험회피계수를 추정한 논문으로 Grosssman and Shiller(1981), Mark(1985), Wheatley(1988), Naik and Ronn(1990), Brown and Gibbons(1985), Ferson and Merrick(1987) 등이 있다.

係數(coefficient of relative risk aversion)라고 한다. 식(4)은 멱함수 형태이며 감소절대위험회피의 성질을 가진다.

식(4)을 식(3)에 대입하여 정리하면, 다음과 같이 표현할 수 있다.[3]

$$\rho E[\ (C_{t+1}/C_t)^{-b}(1+R_{jt+1})|I_t]\ =1 \tag{6}$$

여기서, R_{jt+1}: $t+1$ 시점의 j 주식수익률

위의 식은 t기에 이용 가능한 情報를 이용하여 두 時點 사이의 消費增加率에 대한 -b자승과 자산의 實質 收益率의 곱의 예측치는 1과 할인율의 역수와 같아짐을 의미한다.

식(6)은 株式市場의 위험자산에 대해 성립하는 것과 마찬가지로 債券市場에서도 성립한다고 가정할 때 위험자산 대신 無危險資産을 식(6)에 대입하여 다음과 같은 關係式을 誘導할 수 있다.

$$\rho E[\ (C_{t+1}/C_t)^{-b}(1+R_{ft+1})|I_t]\ =1 \tag{7}$$

여기서,

R_{ft+1}: $t+1$ 시점의 무위험자산의 수익률

따라서 식 (6)에서 (7)식을 차감하면 다음과 같은 검증가능한 식을 유도할 수 있다.

$$E[\ (C_{t+1}/C_t)^{-b}(R_{jt+1}-R_{ft+1})|I_t]\ =0 \tag{8}$$

2) 따라서 정의에 의해 상대위험회피계수는 다음과 같다.
즉, $RRA=-C_tU''(C_t)/U'(C_t)=b$

3) 이 식은 소비에 근거한 자산가격결정모형(consumption based asset pricing model)이라고 불리며 가장 일반적인 형태이다.

여기서,

R_{jt+1} : $t+1$ 시점의 j 주식수익률 또는 포트폴리오수익률

R_{ft+1} : $t+1$ 시점의 무위험자산 수익률

식(8)은 GMM(Generalized Method of Moments: 일반화 적률법)에 의해 추정할 수 있으며 N개 자산 또는 포트폴리오가 존재할 경우에 N개 聯立方程式體系로 부터 母數를 추정할 수 있다.

한편 본 연구에서 사용하는 소비자료가 실제 자료라면 식(8)을 이용하여 상대적 위험회피계수를 추정할 수 있다. 그러나 월별 소비자료를 구할 수 없으므로 본 연구에서는 두 가지 방법으로 상대위험회피계수를 추정하였다. 첫번째 방법으로 월별 1인당 소비지출액에서 분기별 1인당 서비스 및 비내구성 소비자료에 월별 서비스 및 非耐久性 消費財 出荷指數의 加重平均値를 곱하여 월별 소비지출액을 구하였다. 이 자료를 식(8)에 적용하여 상대위험회피계수 b를 추정하였다. 두 번째 방법은 가공된 월별 소비자료를 이용하지 않고 소비증가율이 시장수익률과 비례한다는 가정 하에, 다음에 제시할 식(13)을 바탕으로 상대위험회피계수 b를 구하였다. Rubinstein(1976)과 Hakansson(1971)은 투자자의 위험에 대한 태도가 CRRA을 보일 때, 대표자적 투자자의 평균소비성향은 시간에 따라 獨立的이며 富의 一定 比率에 따른다고 수식에서 밝히고 있다. 이와 같은 관계를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$K = \frac{C_t}{W_t} \tag{9}$$

여기서 K는 각 t시점의 富(wealth: W_t) 중에서 소비가 차지하는 비율을 나타내며 이는 시간에 따라 일정하다.

그러므로 t+1시점에서의 총소비와 시장수익률과는 다음과 같은 관계식을 갖는다.

즉, $C_{t+1}=W_t(1-K)(1+R_{mt+1})$ (10)

식(9)에서 $W_t=\dfrac{C_t}{K}$ 를 식(10)에 대입하면 다음과 같다.

즉 $C_{t+1}/C_t=(\dfrac{1}{K}-1)(1+R_{mt+1})$ (11)

여기서 K은 富의 平均消費性向, R_{mt+1}은 시장포트폴리오의 수익률을 나타낸다. 위의 식에서 소비증가율은 시장수익률과 比例關係를 가지며 함수관계에 의해 正規分布 여부는 시장수익률의 정규분포 여부에 따르게 된다. 식(9)을 이용하여 식(6)을 다시 표현하면 다음과 같은 식이 된다.

$$E[\ \rho(\frac{1}{K}-1)^{-b}(1+R_{m_{t+1}})^{-b}(1+R_{jt+1})|I_t]\ =1 \quad (12)$$

여기서,

$j=1,\ldots N$

식(12)과 마찬가지로 무위험자산이 존재한다고 가정하면 무위험자산에 대한 관계식은 다음과 같다. 즉,

$$E[\ \rho(\frac{1}{K}-1)^{-b}(1+R_{mt+1})^{-b}(1+R_{ft+1})|I_t]\ =1 \quad (13)$$

$j=1,\ldots N$

식(12)에서 식(13)을 차감하면 다음과 같은 관계식이 도출된다.

$$E[\ \rho(\frac{1}{K}-1)^{-b}(1+R_{mt+1})^{-b}(1+R_{jt+1})-\rho(\frac{1}{K}-1)^{-b}$$

$$(1+R_{mt+1})^{-b}(1+R_{ft+1})|I_t]\ =0 \quad (14)$$

여기서, $j=1,...N$

$\rho(1/K-1)^{-b} \neq 0$ 이므로 시차선호율 ρ와 상수항 K를 소거시키고 전개하면 식(14)은 다음과 같은 식으로 표시할 수 있다.

$$E[\ (1+R_{m_{t+1}})^{-b}(R_{jt+1}-R_{ft+1})|I_t]\ =0 \quad (15)$$

식(15)의 양변에 $(1+R_{ft})^{-b}(1+R_{ft+1})$를 나누어주면, 식(16)과 같다.

$$E[\ (\frac{1+R_{mt+1}}{1+R_{ft+1}})^{-b}(\frac{1+R_{jt+1}}{1+R_{ft+1}}-1)|I_t]\ =0$$

즉, $E[\ (X_{mt+1})^{-b}(X_{j,t+1}-1)|I_t]\ =0$

여기서, $j=1,...N$

$$X_{mt+1}=\frac{(1+R_{mt+1})}{(1+R_{ft+1})} \quad (16)$$

$$X_{j,t+1}=\frac{(1+R_{jt+1})}{(1+R_{ft+1})}$$

식(16)에서 R_f은 무위험자산 수익률을 나타내며 이 식은 상대적 위험회피계수 b를 추정하는 데 사용되는 두 번째 이론적 모형이라고 할 수 있다. 위의 모형은 총소비증가율과 시장 수익률과는 비례적이라는 가정 하에 총 소비증가율 대신 시장수익률을

대체시킨 모형이다. 이와 같은 모형을 이용한 연구로는 Brown과 Gibbons(1985)의 연구, Alonso, Rubio 그리고 Tusell (1990)의 연구가 있다. 본 연구는 식(8)과 식(16)의 두 개의 모형을 이용하여 GMM에 의한 상대적 위험회피계수 b를 추정하였다.[4]

III. 效用기준 資產價格決定模型의 誘導

CAPM은 효용함수가 2차 함수이거나 收益率 分布가 정규분포라는 가정 하에서 성립하는 모형인 데 이러한 CAPM의 假定 상의 문제점을 극복하기 위하여 새롭게 정립된 모형이 효용함수기준 가격결정모형이다. Rubinstein (1976)은 위험자산의 기대수익률이 수익률과 총소비의 한계효용과의 공분산과 선형관계를 갖는 효용기준 가격결정모형을 다음과 같이 도출하고 있다.

$$E(R_j) = R_f + \lambda k(R_j,\ -U'(W)\ std\ R_j$$

$$= R_f + std\ [\ \ U'(W)/E(U'(W))k(R_j,\ -U'(W))std\ R_j$$

$$= R_f + E(U'(W))^{-1}k(R_j - U'(W))std\ U'(W)std\ R_j$$

$$= R_f + E(U'(W))^{-1}COV(R_j, -U'(W))$$

$$= R_f + (-E(U'(W))^{-1}COV(R_j, U'(W))$$

즉, $$E(R_j) = R_f + \left(-\frac{1}{E(U'(W))}\right)COV(R_j, U'(W)) \qquad (17)$$

4) GMM은 수단변수(instrumental variables)를 이용하여 직교조건(orthgonality condition)을 구하고 이를 통해 상대위험회피계수 b를 추정하는 방법이다. 자세한 것은 이일균 교수의 논문(1992)을 참조바람.

여기서,

$std\ R_j$: R_j의 표준편차

k : 상관계수

$std\ U'(W)$: $U'(W)$의 표준편차

$E(R_j)$: 자산 j의 기대수익률

R_f: 무위험자산 수익률

$E(U'(W))$: 한계효용함수 기대치

식(17)에서 위험자산 R_j 대신 시장수익률 R_m을 대입하면 다음과 같은 관계식이 도출된다.

$$E(R_m) = R_f + \left(-\frac{1}{E(U'(W))}\right) COV(R_m, U'(W)) \tag{18}$$

식(18)에서,

$$\frac{-1}{E(U'(W))} = \frac{E(R_m - R_f)}{COV(R_m, U'(W))} \tag{19}$$

식(19)을 식(17)에 대입하면 다음과 같은 자산가격결정모형의 균형관계식이 도출된다.

$$E(R_j) = R_f + (E(R_m) - R_f)\frac{COV(R_j, U'(W))}{COV(R_m, U'(W))} \tag{20}$$

따라서 위험자산 j의 체계적 위험은 다음과 같은 식으로 표시할 수 있다.

즉, $\beta_j = \dfrac{COV(R_{j,} U'(W))}{COV(R_{m,} U'(W))}$ (21)

멱함수 형태의 효용함수 식(4)의 가정과 소비증가율과 시장수익률의 비례관계를 나타낸 식(11)에 의해 식(20)을 R_m으로 표시하면 다음과 같이 정리된다.

$$E(R_j) = R_f + (E(R_m) - R_f)\frac{COV(R_{j,}(1+R_m)^{-b}))}{COV(R_{m,}(1+R_m)^{-b})} \tag{22}$$

위의 식(22)에서 체계적 위험은 다음과 같다.

$$\delta_j = \frac{COV(R_{j,}(1+R_m)^{-b}))}{COV(R_{m,}(1+R_m)^{-b})} \tag{23}$$

자본시장 하에서 무위험자산 대신 제로베타 포트폴리오의 자산이 존재한다고 가정하고 식(22)과 식(23)을 결합하면 아래와 같다.

$$E(R_j) = R_z + (E(R_m) - R_z)\delta_j \tag{24}$$

즉, R_z :제로포트폴리오의 수익률

IV. 檢證方法

1. GMM에 의한 相對危險回避係數의 推定

상대위험회피계수의 추정은 Hansen-Singleton의 GMM추정방법과 Mark의 GMM추정

방법이 있다. 본 연구에서는 Mark의 추정방법에 따라 식(8)과 식(16)에 의해 상대위험회피계수를 추정하고자 한다. 그런데 식(8), 식(16)은 모두 非線形 檢證模型式이다. 이는 t기에 이용가능한 정보집합에 속하는 어떤 변수에 의하여 예측된다 하더라도 예측치와 1사이의 추정오차에 대한 기대값은 0이란 것을 의미한다. 따라서 이러한 경우에 手段變數(instrumental variables)를 이용하여 直交條件을 구하고 GMM방법을 통하여 식(8)과 식(16)을 이용한 상대위험회피계수를 추정할 수 있다. 또한 수단변수가 없는 無條件 期待模型에 의한 상대위험회피계수도 추정한다.

2. 資産價格決定模型의 檢證

특정한 效用函數의 형태가 주어질 때 자산의 期待收益率과 危險과의 線形關係를 갖는지 여부를 확인하기 위하여, 식(24)의 理論的 模型을 다음과 같은 간단한 검증 식으로 표시할 수 있다.

$$E(R_j) = \gamma_0 + \gamma_1 \delta_j \tag{25}$$

$E(R_j)$: 자산 j의 期待收益率

$\delta_j : COV(R_{j,}(1+R_m)^{-b}) / COV(R_{m,}(1+R_m)^{-b})$

γ_0: 제로베타 포트폴리오의 期待收益率

γ_1: 市場危險프리미엄

따라서 식(25)에서 γ_0, γ_1을 추정하고 γ_0가 無危險 資産收益率이거나 혹은 제로베타 포트폴리오의 收益率을 확인하고 동시에 γ_1이 위험프리미엄으로서 0보다 큰 가를 확인할 수가 있다.

만약 상대위험회피계수가 추정되고 특정 형태의 효용함수가 주어 질 때 효용기준 가격결정모형이 성립하기 위해서는 γ_1이 統計的으로 有意的이어야 할 것이다. 또한 γ_0은 제로베타 포트폴이오이므로 이의 기대수익률은 0이 되어야 한다. 따라서 γ_0은 통계적으로 0과 차이가 없어야 할 것이다.

식(25)은 시스템방정식 하에서 多變量의 分析을 통하여 각 母數를 추정할 수 있다. 따라서 식(25)의 回歸係數 γ_0, γ_1을 추정하기 위해서는 GLS (Gener alized least square) 橫斷面 分析을 실시하였다.

편의상 식(25)을 行列式으로 표시하면,

$$E = X\Gamma$$

여기서, $X \equiv (1_N : \delta)$, $E = E(R_i)$, $\Gamma = (\gamma_0, \gamma_1)'$

추정식 (25)에서 주식수익률의 수익률 평균 벡터는 다음 식으로 표시할 수 있다.

$$\overline{R} = \hat{X}\hat{\Gamma}$$

여기서, $\overline{R} = \begin{bmatrix} \overline{R_1} \\ \overline{R_2} \\ \vdots \\ \overline{R_N} \end{bmatrix}$ $\hat{X} = \begin{bmatrix} 1 & \widehat{\delta_1} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \widehat{\delta_N} \end{bmatrix}$ $\hat{\Gamma} = \begin{bmatrix} \widehat{\gamma_0} \\ \widehat{\gamma_1} \end{bmatrix}$

따라서 推定係數의 行列式은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{\Gamma} = \begin{bmatrix} \widehat{\gamma_0} \\ \widehat{\gamma_1} \end{bmatrix} = [\hat{X}' \Sigma^{-1} \hat{X}]^{-1} \hat{X}' \Sigma^{-1} \overline{R}$$

이 경우에 γ_0, γ_1이 추정되고 통계적 유의성은 t검정에 의해 살펴볼 수 있다. 따라서 GLS에 의한 횡단면 분석으로 추정치 γ_0, γ_1이 추정되면 이 추정치들에 의해 구해진 殘差項들이 우연에 의한 잔차항인지 여부를 확인하기 위하여 Hotelling's T[25)] 檢證을

5) 어떤 모집단에서 여러 개의 변수가 존재하는 경우 이들 간에 다변량의 정규분포를 한다고 가정하면 단일변량 t검정을 다변량의 검증으로 확대한 것이 Hotelling's T^2이다. 자세한 것은 국찬표, 구본열 현대재무론(1992)을 참조할 것.

하였다. 즉,

Hotelling's $Q = T^2 = Te\Sigma^{-1}e$

여기서 $, e = \overline{R} - \hat{X}\hat{\Gamma}$

Σ^{-1} : 오차항의 분산 공분산의 역행렬

그리고, $Q\frac{T-N}{N(T-1)}$ 은 $F_{N, T-N, \alpha}$ 의 분포를 보인다.

V. 實證的 硏究結果

1. 標本의 選定 및 資料蒐集

본 연구에 사용된 資料는 月別 資料이며 분석대상 기간은 1980년 1월부터 1992년 12월까지이다. 실증분석에서 필요한 자료로는 주식수익률 이외에 1人當 總 消費支出額(aggregate per capita consumption), 實質 市場收益率(real market return), 實質 無危險資産收益率(real riskless rate of return)이다. 實質收益率은 名目收益率(nominal rate of return)에 1인당 소비지출액의 經常價格을 不變價格으로 나눈 消費 deflator를 이용하여 계산하였다.

먼저 1인당 총 소비지출은 한국은행 조사통계월보에서 分期別 서비스 및 비내구성 소비지출 자료를 월별 자료로 환산(非耐久性 消費財 出荷指數의 加重平均値를 기준으로)하여 이를 인구수로 나누어 계산하였다.

마지막으로 分析對象株式은 同 期間 동안 上場된 株式으로 290개를 최종 선택하였으며 포트폴리오의 구성은 표본기업의 시장가치(거래액)를 기준으로 월별로 이를 크기 순으로 배열하고 5개 포트폴리오로 구성하였다. 한편, 名目市場收益率은 韓國綜合株價指數의 월별 시장수익률을 代用變數로 사용하였으며 무위험수익률은 定期預金利子率 중 만기가 가장 짧은 3개월 정기예금이자율을 1개월 단위로 換算하여 구하였다.

그리고 본 연구에 사용된 computer의 package는 4.2 version TSP(Time Series Procedure)를 이용하였다.

2. 實證的 分析結果

(1) 相對危險回避係數 推定結果

상대위험회피계수의 추정은 식(8), 식(16)에 의해 GMM방법으로 추정하였다. 추정에 사용된 사용된 手段變數는 식(8)의 경우 會社債收益率과 定期預金金利의 金利差[6], 市場超過收益率의 自己時差, 市場收益率의 自己時差, 상수항 4개의 수단변수를 사용하였다.

식(16)은 소비지출의 증가율이 시장포트폴리오의 수익률과 比例的이라는 Brown and Gibbons(1985)의 주장에 따라 추정하는 방법으로 추정에 사용된 수단변수로는 상기 4개의 수단변수를 포함하여 시장수익률의 2차적 자기시차와 무위험 자산수익률의 자기시차를 추가하였다.

한편 검증에서 식(8)과 식(16)은 5개의 規模別 포트폴리오 수익률에 의한 體系方程式형태를 갖는다. 식(8)은 手段變數 4개, 추정방정식 5개이며 5개의 잔차항과 4개의 수단변수에 의한 直交 條件은 20이 되고 추정계수는 1개이므로 自由度는 19가 된다. 또한 식(16)의 경우는 수단변수가 6, 추정방정식은 5개이므로 5개의 잔차항과 6개의 수단변수에 의한 직교조건은 30이며 추정계수 1을 제외하면 자유도는 29가 된다.

<표 1>은 식(8)에 의해 추정된 결과를 나타내고 있다. 즉 <표 1>에서 보는 바와 같이 상대위험회피계수의 추정치는 條件附 模型에서 1.62 이며 표준오차는 1.944이다. 무조건부 모형에서 추정치는 1.37, 표준오차는 5.210 이다. t 값은 각각 0.834, 0.262로 5% 유의수준에서 非 有意的임을 보이고 있다.

그러므로 식(8)에 의해서 소비자료를 이용한 상대위험회피계수의 추정치는 모두 非 有意的이다. 이는 투자자가 CRRA를 가진다는 멱함수의 가정을 충족시키지 못할 뿐만 아니라 消費基底模型의 적용가능성이 낮음을 시사하고 있다. 그 이유는 月別 消

6) 수단변수로서 회사채수익률과 정기예금금리차는 이주회, 남주하(1992)논문에서 주식수익률에 대한 설명력이 높은 것으로 분석되었다.

費資料의 測定時 발생되는 問題點에 기인할 수 있다. 본 연구에서는 월별 1인당 소비지출 증가율을 분기별 자료를 이용하여 매월 서비스 및 非 耐久消費財 出荷指數를 加重値로 산출하였기 때문에 월별 소비지출액의 측정에 원천적으로 오차가 발생할 소지가 있는 것으로 간주된다.

<표1 > 相對危險回避係數의 推定

條件附 模型 : $E[\ (C_{t+1}/C_t)^{-b}(R_{jt+1}-R_{ft+1})\otimes Z_t]\ =0$

無條件附 模型 : $E[\ (C_{t+1}/C_t)^{-b}(R_{jt+1}-R_{ft+1})]\ =0$

여기서 $(j=1,\ldots n)$

區 分	b	標準誤差	t값	χ^2
條件附 模型	1.62	1.944	0.834	150.9 (자유도:19)
無條件附 模型	1.37	5.21	0.262	-

주) * : 10% 유의수준에서 유의적임 식(13) $\chi^2(19,\ 0.05)$ = 30.14
** : 5% 유의수준에서 유의적임

식(16)은 소비지출액 대신 시장수익률을 이용하여 상대위험회피계수(b)를 추정한 결과는 b가 현저히 유의적임을 보이고 있다. 식(16)에 의한 b의 추정결과는 <표 2>와 같다. <표 2>에서 보듯이 상대위험회피계수의 추정치는 條件附 模型의 경우 3.53이고 표준오차는 1.358, t 값은 2.597 이며 유의수준 5% 수준에서 유의적임을 보이고 있다. 無條件附 모형의 경우도 상대위험회피계수의 추정치는 4.03 표준오차는 1.485, t 값은 2.713으로 유의수준 5% 수준에서 有意的이다. 이상의 결과로 다음과 같은 사실을 발견할 수 있었다. 시장수익률을 이용하여 상대위험회피계수를 추정한 값이 1이상인 유의적인 값을 보이고 있어 우리나라는 투자자의 효용함수의 형태가 멱함수에 가

갑다는 것을 의미하고 있다. 국내의 旣存 硏究 (이인균:1992)에서도 상대적 위험회피계수는 3 내지 4수준에서 결정됨을 보이고 있다.

<표 2> 相對危險回避係數의 推定

條件附 模型 : $E[\ (X_{m,t+1})^{-b}(X_{jt+1}-1)\otimes Z_t]\ =0$

無條件附 模型 : $E[\ (X_{m,t+1})^{-b}(X_{jt+1}-1)]\ =0$

여기서 $(j=1,\ldots n)$

區 分	b	標準誤差	t값	χ^2
條件附 模型	3.53	1.358	2.597**	36.96** (자유도:29)
無條件附 模型	4.03	1.485	2.713**	-

주) * : 10% 유의수준에서 유의적임　식(14) $\chi^2(29,\ 0.05)$ = 42.55
** : 5% 유의수준에서 유의적임

한편, 본 연구에서 추정된 상대위험회피계수를 Browns와 Gibbons(1985)와 Alonso, Rubio와 Tusell(1990)의 연구결과와 비교하여 보면 다음의 <표 3>에 나타나 있다. <표 3>에 제시된 이들의 연구는 본 연구와 동일한 연구방법을 사용하여 상대위험회피계수를 추정한 결과이며 이는 본 연구의 결과와 비교하기 위하여 제시하였다. 이들의 연구에 따르면 투자자의 상대위험회피추정치는 1 내지 4 사이의 값을 보이고 있으며 그 외 Friends와 Blume(1975), Grossman과 Shiller(1981), Dunn과 Singleton(1986) 등의 연구에서도 3과 4사이의 값을 보이고 있다. 관련 국내외의 연구와 본 연구를 비교하여 종합하여 볼 때 우리나라의 투자자가 외국의 투자자보다 위험성이 높은 投資案을 보다 잘 受容하는 경향이 있다고 할 수 있다. 결국 식(16)위의 모형에서 추정된 우리 나라 투자자의 상대위험회피계수는 1이상의 정(+)의 값을 가지므

로 효용함수를 2차함수로 가정한 CAPM을 韓國證券市場에 적용하는 것은 무리가 따르는 것으로 판단이 된다.

<표3 > 主要 外國 硏究의 相對危險回避係數와 比較

期間	標本期間	b	標準誤差
Brown & Gibbons (1985)	1926.1-1981.12	1.81	0.67
	1926.1-1952.12	1.54	0.78
	1953.1-1981.12	2.58	1.32
Alonso & Rubio, Tussel	1965.1-1984.12	3.8	0.36
	1965.1-1974.12	6.65	0.04
	1975.1-1984.12	1.381	0.09
본 연구	1980.1-1992.12	3.53	1.35

(2) 資産價格決定 模型의 檢證 結果

효용기준 자산가격결정모형을 검증하기 위하여 GLS방법을 이용하여 γ_0, γ_1를 추정하였다. <표 4>은 추정결과를 나타내고 있다. 먼저 추정에 앞서 투자자의 효용함수를 2차형 함수, 대수함수, 그리고 멱함수 세 가지 형태를 가진다고 假定하였다.

<표 3>에서 보는 바와 같이 γ_0의 추정치는 먼저 2차형 함수일 때 -0.0032, t 값이 -0.632, 代數函數일 때 -0.019 t값이 -1.251, 멱함수일 때 0.0032, t값이 -0.249로 나타나고 있어 통계적으로는 有意性이 없는 것으로 나타나고 있다. 이는 實質無危險利子率이 0과 다르지 않음을 의미한다.

또한 시장위험프리미엄의 변화를 나타내는 γ_1의 추정치를 보면 2차형 함수일 때 0.0219 t값이 1.61, 대수함수일 때 0.0451 t값이 2.514, 멱함수일 때 0.029 t값이 1.821로 나타나고 있어 투자자의 효용함수가 멱함수의 형태를 가질 때 시장 위험프리미엄은

有意的인 것으로 나타나고 있다.

그런데 모형의 적합성을 검증한 결과 F값을 보면, 2차형 효용함수의 경우 29.3, 대수함수의 경우 6.014, 멱함수의 경우 2.006을 보이고 있어 멱함수를 제외하고는 모두 歸無假說 (E=XΓ)을 기각되고 있음을 알 수 있다.

그러므로 우리 나라 증권시장에서 투자자의 投資性向이 危險回避的이고 멱함수형태의 효용함수를 가질 때 시장의 體系的 危險이 $COV(R_j, (1+R_m)^{-b})/COV(R_m, (1+R_m)^{-b})$과 같을 때 시장위험프리미엄은 기대수익률과 一般的인 線形關係가 성립함을 알 수 있다.

<표 4> 資産價格決定模型의 推定

구분	γ_0	$t(\gamma_0)$	γ_1	$t(\gamma_1)$	Q값	F값
멱함수형	-0.0089 (0.014)	-0.632	0.0294 (0.016)	1.821*	10.29	2.006**
대수함수형	-0..0198 (0.015)	-1.251	0.0451 (0.017)	2.514**	30.87	6.014
이차함수형	-0.0032 (0.012)	-0.249	0.0219 (0.013)	1.610	150.3	29..01

주) * : 10% 유의수준에서 유의적임 F(5,151 0.05) = 2.21
** : 5% 유의수준에서 유의적임
( )은 표준오차를 나타냄

V. 結 論

이 論文은 資産의 價格을 결정하는 효용기준 均衡模型을 우리 나라의 월별 자료를 사용하여 검증하는 것을 目的으로 하였다. 특히 상대위험회피계수의 추정과 효용함수기준 균형모형에 도입되는 효용함수형태를 결정하는 데 1차적인 목적이 있으며 확정된

효용함수를 기초로 하여 한국증권시장의 주식의 기대수익률이 위험과 선형관계를 갖는지 여부를 검토하였다.

먼저 투자자의 효용함수 형태가 CRRA를 갖는 멱함수로 가정하고 상대위험회피계수를 추정하였다. 그리고 추정방법은 Mark(1985)에 의한 GMM추정 방법에 따랐다. 그리고 기대수익률과 위험간의 선형성 여부를 진단하기 위해 GLS 횡단면 분석을 실시하였으며 모형의 適合性 檢證을 위하여 Hotelling's T^2 검증을 실시하였다.

본 實證 硏究를 통해 얻은 結論을 要約하면 다음과 같다.

첫째, 한국증권시장에서 투자자의 상대위험회피계수는 3 내지 4 사이에 존재하는 것으로 나타나 투자자의 효용함수가 멱함수 형태임이 확인되었다.

특히 韓國證券市場에 있어서 투자자의 투자행태는 富의 수준에 관계없이 위험자산에 대해 높은 危險프리미엄을 요구하고 있음을 시사하고 있다.

둘째, 한국증권시장에 효용함수를 세 가지 類型 즉 2차형 함수, 대수함수, 멱함수 등으로 가정하고 資産價格決定模型을 검증한 결과, 우리 나라의 투자자의 효용함수는 멱함수 형태가 適用 可能한 것으로 실증되었다. 그리고 멱함수 형태의 효용함수 하에서 자산의 期待收益率과 危險間에는 線形關係가 성립하는 것으로 나타나 市場危險프리미엄은 정(+)의 값을 보였으며 無危險 利子率의 變動은 0과 크게 차이가 없음이 立證되었다. 따라서 기대수익률의 변화는 투자자의 효용함수가 멱함수 형태를 띄며 시장위험변동에 기인하고 있다고 하겠다.

結論的으로 우리 나라 투자자의 효용함수는 멱함수 형태에 가까우며 시장위험프리미엄 역시 기대수익률과 선형적 관계를 보이고 있어 투자자들이 위험자산에 대한 不確實性이 높을수록 투자자의 위험프리미엄은 더 크게 요구하는 것으로 볼 수 있다.

한편 本 硏究가 갖는 限界點을 지적하면 다음과 같다.

첫째, 본 연구의 실증분석에 사용된 1인당 월별 所費 支出額이 實質 金額이 아니고 分期別 實質 金額을 월별로 換算한 자료이므로 정확한 월별 데이터라고 할 수 없다.

둘째, 총소비지출 증가율이 시장수익률과 비례적인 가정하에서 소비증가율 대신 시장수익률을 대체시켜 상대위험회피계수를 추정하였는 데 우리나라 시장 여건상 시

장수익률과 총소비 증가율이 정비례관계에 있는 지는 실증적으로 제시하지 못하였다.

셋째, 본 연구에 사용된 1인당 소비증가율이 강한 季節性(seasonality)을 갖고 있을 것으로 판단되어 季節 調整된 자료를 사용하여 분석하여 볼 필요가 있다.

넷째, 본 연구의 초점은 韓國證券市場에서 投資者의 相對的 危險回避係數를 추정하는 데 있으며 보조적으로 效用函數가 주어졌을 때 자산의 기대수익률 변동이 市場危險프리미엄과 比例的인 관계에 있는 지 여부를 밝힘으로써 투자자의 危險回避 特性을 규명하는 데 한정하고 있다.

參考文獻

具本烈, "韓國證券市場에서 投資者의 相對危險回避係數의 推定에 관한 硏究", 증권학회지, 제14집, 1992. pp.1-24.

鞠燦杓 · 具本烈, "現代財務論", 미경출판사, 1992.

李逸均, "相對的 危險回避係數의 推定과 資本資産價格決定의 消費基底模型에 대한 實證的 檢證", 재무관리연구, 제9권, 제2호, 1992.

南周夏 · 李珠熙, "GMM을 이용한 資本資産價格決定模型의 推定, 재무관리연구, 제9권, 2호, 1992.

Alonso, A. and G. Rubio, Tusell., F., (1990), "Asset Pricing and Relative Aversion in The Spanish Stock Market," *Journal of Banking and Finance* 14, 351-369.

Breeden, D.T., (1979), "An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities," *Journal of Financial Economics* 7, 265-296.

Breeden, D.T., M.R. Gibbons and H.R.Lizenberger, (1989), "Empirical Tests of the Consumption-Oriented CAPM," *Journal of Finance* 44, 231-262.

Brown, D.P. and M.R. Gibbons, (1985), "A Simple Econometrics Approach for Utility-Based Asset Pricing Models", *Journal of Finance* 40, 359-381.

Christie, Andrew A., (1982), "The Stochastic Behavior of Common Stock Variances", *Journal of Financial Economics* 10, 407-432.

Fama, Eugene F., (1990), "Stock Returns, Expected Returns and Real Activity", *Journal of Finance* 45, 1089-1108

Ferson, W. and J. Merrick Jr., (1987), "Nonstationarity and Stage of the Business Cycle Effects in Consumption-Based Asset Pricing," *Journal of Financial Economics* 18, 127-146.

French, Kenneth R., G. William Schwert, and Robert F. Stambaugh, (1987), "Expected Stock Returns and Volatility", *Journal of Financial Economics* 19, 3-20.

Friend,I.and M. Blume, (1975), "The Demand for Risky Security Assets," *American Economic Review*, 65, 900-922.

Gibbons, Michael R. and Wayne Ferson, (1985), "Testing Asset Pricing Models with Changing Expectations and an Unobservable Market Portfolio", *Journal of Financial Economics* 14, 217-236.

Grauer, R., (1978), "Generalized Two Parameter Asset Pricing Models", *Journal of Financial Economics* 6, 11-32.

Grossman, S.J. and R.J. Shiller, (1981), "The Determinants of the Variability of Stock Market Prices", *American Economic Review* 71.222-227.

Hansen, L.P., (1982), "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators", *Econometrics* 50, 1029-1054.

Hansen, L.P., and K.J. Singleton, (1982), "Generalized Instrumental Variables Estimation of non-linear Rational Expectations Models", *Econometrics* 50, 1029-54.

Hakansson., N., (1971), "Optimal Investment and Consumption Strategies under Risk for a Class of Utility Function", *Economitrca* 38, 587-607.

Keim, Donald B. and Robert F. Stambaugh, (1986), "Predicting Returns in the Bond and Stock Markets", *Journal of Financial Economics* 17, 357-90.

Long, Jr., John B., (1974), "Stock Prices, Inflation, and the Term Structure of Interest Rates", *Journal of Financial Economics* 1, 131-170.

Lizenberger, R., and Ronn, E., (1986), "A Utility-based Model of Common Stock Price Movements", *Journal of Finance* 41, 67-92.

Lucas, R., (1978), "Asset Prices in an Exchange Economy", *Econometrica, 46*, pp1429-1445.

Mark, N., (1988), "Time-Varying Betas and Risk Premia in the Pricing of Forward Foreign Exchange Contracts", *Journal of Financial Economics* 22, 335-354.

Naik, V.T and E.I. Ronn, (1990), "The Impact of Time Aggregation and Sampling Interval on the Estimation of Relative Risk Aversion," *Working Paper,* the University of Texas at Austin.

Newey, Whitney K., (1985), "Generalized Method of Moments Specification Testing", *Journal of Econometrics* 29, 227-256.

Rayner, Robert K., (1985), "Rational Expectations and the Capital Asset Pricing Model", *Working Paper,* 85-111, College of Business, Ohio State University.

Rubinstein, M., (1976), "The Valuation of Uncertain Income Steams and the Pricing of Options", *Bell Journal of Economics* 7, 407-425.

Schwert, G. William, (1989), "Why does Stock Market Volatility Change over Time?", *Journal of Finance* 44, 1115-1153.

Shanken, J., (1990), "The Intertemporal Capital Asset Pricing Model: An Empirical Investigation", *Journal of Econometrics* 45, 99-120.

Wheatly, S., (1988), "Some of Tests of the Consumption-Based Asset Pricing Model", *Journal of Financial Economics* 22, 193-215.