

(논 문)

기복을 이루는 수직벽에서 비뉴턴유체의 자연대류에 관한 연구

김은필*

(1996년 5월 28일 접수)

A Study of Natural Convection in Non-Newtonian Fluids Induced by a Vertical Wavy Surface

E. Kim

Key Words : Finite Volume Method(유한체적법), Natural Convection(자연대류), Non-Dimensional Analysis(무차원 분석), Non-Newtonian Fluids(비뉴턴유체), Wavy Surface(기복을 이루는 표면)

Abstract

A numerical investigation of natural convection flow along irregular vertical surfaces is reported. A transformation method is applied to the problem of natural convection under the assumption of a large Grashof number. A vertical wavy surface is used as an example to demonstrate the advantages of the transformation method, and to show the heat transfer mechanism near such surfaces. Surface non-uniformities on the boundary layer flow induced by a constant wall temperature, semi-infinite surface are investigated. Also the effects of Prandtl number, flow index, and surface amplitude in Non-Newtonian fluids are discussed. When possible, the comparison of the numerical results shows a good agreement. The amplitude is proportional to the amplitude of a wavy surface. The results demonstrate that the local heat flux along a wavy surface is smaller than that of a flat surface. The frequency of the wavy surface is half that of the local heat transfer rate. The amplitude of the local Nusselt number gradually decreases downstream where the natural convection boundary layer grows thick.

1. 서 론

수직 벽면을 따라 흐르는 유체의 유동에 대한 연구는 학문적인 연구 대상일뿐만 아니라 공학 및 산업적인 측면에서 응용 범위가 넓어 오랫동안 연구되어 왔다. 벽면을 따라 흐르는 유동의 표면에서 발생하는 유동장 및 온도장을 통한 해석은 작동 유체에 따라 뉴턴유체(Newtonian fluid)와 비뉴턴유체(Non-newtonian fluid)로 분류된다. 뉴턴유체에

대해서는 Sparrow⁽¹⁾가 그의 박사논문에서 수직 벽면이 비등온인 경계 조건하에서의 상사해(similarity solution)를 구했고 그 외에도 여러 종류의 경계 조건하에 비슷한 문제로 계속 연구 논문이 발표되었다.⁽²⁻⁵⁾ 최근에 Yao는 기복을 이루는 형상이 온도장에 미치는 효과를 연구하였다. 그는 뉴턴유체에 대하여 자연대류⁽⁶⁾ 및 혼합대류⁽⁷⁾의 문제를 분석하여 실제로 많은 문제에 있어서 물체 표면은 수직면이 아니고 다소 복잡한 기복을 이룬다는 사실을 부각시켰고 이에 대한 연구를 하였다. 기복을 이루는 표면은 실제적인 형상에서 유사한 형태를 많이 볼 수 있다. 예로, 기본적인 열전달 교과서에

*회원, 부산대학교 기계공학부

서 종종 볼 수 있는 냉각핀이다. 이는 평판보다 큰 표면적을 가지고 있는 열전달 기구이다. 다른 예로는, 열전달 향상을 위해서 표면을 거칠게 하는 것이다. 왜냐하면 열전달 계수는 난류 혼합으로 인하여 큰 열전달 효과를 얻는 것을 보여주기 때문이다. 또 다른 예로는 2상(two-phase) 흐름 사이의 경계층인데 이러한 경계층은 항상 기복을 이루고 그 층을 통해서 운동량 전달이 이루어지고 있다. 위에서 언급한 것과 같은 기복층은 응축 과정에 있어서 중요한 역할을 하는데 기복을 이루는 표면의 열전달 특성⁽⁸⁾과 일정벽면온도(constant wall temperature) 경계 조건하에서 실험한 결과는 국소 열전달계수의 주기는 기복을 이루는 표면의 주기와 같이 형성되고 있음을 보여준다. 최근에는 1995년에 Rees와 Pop⁽⁹⁾가 다공질 매체(porous medium)의 대규모(large-scale) 표면에서의 비균일성의 효과를 조사했다. 이 연구에서는 Rayleigh수가 커짐에 따라 표면에서 파형의 진폭은 파장과 같은 크기의 차수를 가진다고 가정하고 경계층 근사(approximation)가 유효하다는 가정하에서 유동장 해석은 편미분 방정식으로 풀어야 된다고 결론하였다. 그들의 결과는 국소 최고 온도 지점은 표면 형상함수 σ 의 기울기가 최고값에서 일어났다. 비뉴턴유체에 대해서는 연구의 방향이 상사 해석(similarity analysis)과 실험이 주를 이루고 있는데 이는 수학적 해석상의 어려움으로 인한 것 같다. 비뉴턴유체에 대한 연구는 다양한 열 경계조건들하에서 점진적으로 매우 큰 Prandtl수로 가정할 수 있는 유체에 대하여서는 상사해를 구할 수 있다. Acrivos⁽¹⁰⁾와 Chen⁽¹¹⁾은 상사 결과를 Reilly 등⁽¹²⁾과 Dale & Emery⁽¹³⁾의 실험적인 결과와 비교하였는데 결과는 매우 좋았다. Shenoy와 Mashelkar⁽¹⁴⁾는 이 주제의 리뷰를 했고 최근에 Som & Chen,⁽¹⁵⁾ Kleinstreuer 등,⁽¹⁶⁾ Huang 등⁽¹⁷⁾은 비뉴턴유체의 자연대류 분야를 연구했다. 그러나 이들의 분석과 실험 연구는 단지 평판이나 단순한 물체에 국한되어 있어 보다 실제적인 열전달 향상 기구 같은데서 일어나는, 기복을 이루는 복잡한 형상에 대한 비뉴턴유체에 대한 연구가 필요하다.

일반적인 비압축성 유체에서 코시응력(Cauchy stress) T 는 아래와 같은 상대적인 변형률의 과정(history)에 의해서 결정된다.

$$T = -pI + \Phi[F_t(\tau)] \tag{1}$$

여기서 $F_t(\tau)$ 는 상대변위구배(relative displacement gradient)이다. 문헌에서 사용되어지고 있는 여러 가지 모델은 식 (1)안에서 다음과 같이 분류가 된다.

- 1) 미분형(differential type) 유체 모델
- 2) 비율형(rate type) 유체 모델
- 3) 적분형(integral type) 유체 모델

본 연구에서는 기복을 이루는 수직 표면에 대하여 실제 산업체에서 상당히 많이 사용되고 있는 미분형 유체 모델의 한 종류인 지수법칙(power-law) 유체 모델에 대하여 온도 분포, Prandtl수, 유동지수(flow index), 곡면의 영향 등을 조사하였다.

2. 수학적 분석 및 수치 방법

지수법칙 비뉴턴유체의 흐름에서, 기복을 이루는 수직판의 물리적인 형상과 좌표는 Fig. 1을 참고한다. 수직판의 표면은 $y = \sigma(x)$ 로 표현되는데, 여기서 $\sigma(x)$ 은 임의의 기하학적인 함수이다. 수치적인 계산을 위하여 기복을 이루는 평판을 표본으로 사용하였는데 특히 표면의 프로파일은 아래와 같다.

$$y = \sigma(x) = \alpha \sin(2\pi x) \tag{2}$$

여기서 σ 는 형상함수, α 는 기복을 이루는 표면의

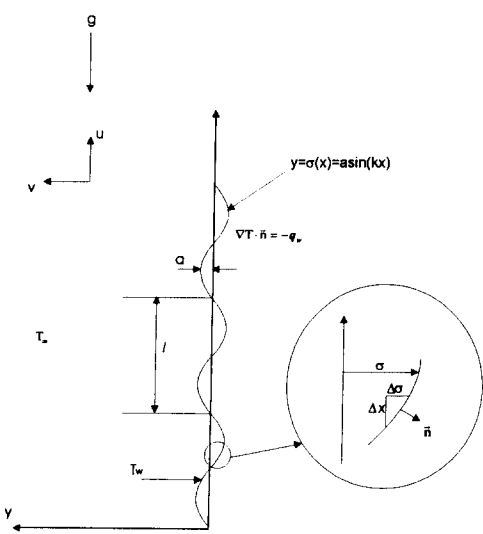


Fig. 1 Physical model and coordinate system

무차원 진폭을 나타내는 무차원 형상함수이다. 경계층 밖의 자유 유동 온도는 일정 온도 T_∞ , 판의 표면은 일정 온도 T_w 로 유지한다. 유체는 정상이고 2차원이다. 모든 유체의 성분은 부력힘에 영향을 미치는 밀도를 제외한 다른 성분은 변화가 없고 Boussinesq 가정이 유효하다고 가정하였다. 코시윅력은 지수법칙 유체에 대해서 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} - m \left| \sqrt{\left(\frac{1}{2} \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_1\right)} \right|^{n-1} \mathbf{A}_1 \quad (3)$$

여기서 m 은 점성지수 (consistency index), n 은 지수법칙 유동지수, \mathbf{A}_1 는 Rivlin-Ericksen 텐서이다. 식 (3)을 사용한 운동량방정식은 식 (4)와 같이 나타낼 수 있고, 비압축성 유체에서의 연속방정식은 식 (5), 그리고 점성 소산이 없다고 가정할 에너지방정식은 식 (6)으로 나타낼 수 있는데 이는 속도성분의 크기가 작은 자연대류에서는 상당히 타당한 가정이다.

$$\nabla \cdot \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} = \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (5)$$

$$\rho c_p \mathbf{v} \cdot \nabla T = k \nabla^2 T \quad (6)$$

여기서 \mathbf{v} 는 속도벡터, T 는 온도, c_p 는 비열, k 는 열전도이고, 중력에 의한 힘 \mathbf{b} 는 자연대류에 의해 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{b} = \beta g (T - T_\infty) \bar{\mathbf{j}} \quad (7)$$

식 (3)~(7)을 무차원 지배방정식으로 변환하기 위해서 먼저 아래와 같은 무차원 파라미터들을 도입한다.

$$\bar{x} = \frac{x}{l} \quad \bar{y} = \frac{y - \sigma(x)}{l} N_{gr}^{\frac{1}{2(n+1)}} \quad (8)$$

$$\bar{u} = \frac{u}{\sqrt{lg\beta\Delta T}} \quad \bar{v} = \frac{v - \sigma u}{\sqrt{lg\beta\Delta T}} N_{gr}^{\frac{1}{2(n+1)}} \quad (9)$$

$$\Theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \quad (10)$$

$$\bar{P} = \frac{P}{lg\beta\Delta T} \quad (11)$$

$$\sigma' = \frac{d\sigma}{dx} = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{x}} \quad (12)$$

일반화된 Grashof수와 Prandtl수는 다음과 같이 정의한다.

$$N_{gr} = \frac{\rho^2 l^{n+2} [\beta g \Delta T]^{2-n}}{m^2} \quad (13)$$

$$N_{pr} = \frac{\rho c_p}{k} \left(\frac{m}{\rho} \right)^{\frac{2}{1+n}} l^{\frac{1-n}{1+n}} [\beta g \Delta T]^{\frac{3(n-1)}{2(n+1)}} \quad (14)$$

Grashof수가 크다는 가정하에서 위의 무차원 변수들을 이용한 무차원 분석 결과, 상대적인 크기의 차수가 작은 항을 제거한 연속방정식, 운동량방정식, 에너지방정식은 다음과 같다.

(1) 연속방정식

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad (15)$$

(2) 운동량방정식

$$\begin{aligned} & \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \\ &= -\frac{\sigma' \sigma''}{1 + \sigma'^2} \bar{u}^2 + \frac{\Theta}{1 + \sigma'^2} N_{gr}^{-\frac{1}{2(n+1)}} \\ &+ (1 + \sigma'^2)^n \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^n \end{aligned} \quad (16)$$

$$\sigma'' \bar{u}^2 + \sigma' \Theta = \sigma' \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} - (1 + \sigma'^2) \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{y}} \quad (17)$$

(3) 에너지방정식

$$\bar{u} \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{N_{pr}} (1 + \sigma'^2) \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{y}^2} \quad (18)$$

기복을 이루는 표면으로부터 평판으로 변환하기 위해서 식 (8)을 사용하였다. 변형된 좌표 (\bar{x} , \bar{y})는 수직좌표계는 아니지만 변형된 좌표계에서는 일반적인 수직 계산 격자를 쉽게 적용할 수 있다. 여기서 강조하고 싶은 것은 (\bar{u} , \bar{v})는 (\bar{x} , \bar{y}) 좌표계에 평행한 속도 성분이지만, 실제 표면에 평행하지도 수직하지도 않다는 것이다. 포물선 좌표계 (parabolic coordinate) (\bar{x} , \bar{y})에서 \bar{u} , \bar{v} , Θ 에 관한 세 방정식은 다음과 같다.

$$\bar{x} = \bar{x} \quad (19)$$

$$\bar{y} = \frac{\bar{y}}{[2(n+1)\bar{x}]^{\frac{1}{2(n+1)}}} \quad (20)$$

$$\bar{u} = \frac{\bar{u}}{[2(n+1)\bar{x}]^{\frac{1}{2n}}} \quad (21)$$

$$\bar{v} = [2(n+1)\bar{x}]^{\frac{1}{2(n+1)}} \bar{v} \quad (22)$$

(1) 연속방정식

$$\frac{n+1}{n} \bar{u} + [2(n+1)\bar{x}] \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} - \bar{y} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}$$

$$+ [2(n+1)\bar{x}]^{\frac{(n-1)(2n+1)}{2n(n+1)}} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad (23)$$

(2) 운동량방정식

$$\begin{aligned} & [2(n+1)\bar{x}]^{\frac{1}{n}} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + ([2(n+1)\bar{x}]^{\frac{(n-1)}{2n(n+1)}} \bar{v} \\ & - [2(n+1)\bar{x}]^{\frac{1-n}{2n}} \bar{y} \bar{u}) \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \\ & = - \left(\frac{n+1}{n} [2(n+1)\bar{x}]^{\frac{1-n}{n}} + \frac{\sigma' \sigma'' [2(n+1)\bar{x}]^{\frac{1}{n}}}{1+\sigma'^2} \right) \bar{u}^2 \\ & + \frac{\Theta}{1+\sigma'^2} + (1+\sigma'^2)^n \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^n \end{aligned} \quad (24)$$

(3) 에너지방정식

$$\begin{aligned} & [2(n+1)\bar{x}]^{\frac{3n+1}{2n(n+1)}} \bar{u} \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{x}} \\ & + \left(\bar{v} - [2(n+1)\bar{x}]^{\frac{(1-n)(1+2n)}{2n(1+n)}} \bar{y} \bar{u} \right) \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{y}} \\ & = \frac{1}{Pr} (1+\sigma'^2) \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{y}^2} \end{aligned} \quad (25)$$

식 (24)는 두 운동량방정식 식 (16), (17)을 하나로 유추한 것이다. 이는 \bar{u} 방향의 운동방정식에서 \bar{y} 를 따라서 압력구배 (pressure gradient)는 $O(N_{gr}^{-1/2(n+1)})$ 임을 보여주는데 이는 \bar{x} 방향의 압력비는 비점성 유체해로부터 구할 수 있음을 의미한다. 이 문제에서의 압력비는 0이다. 이로서 \bar{u} , \bar{v} 방향의 두 식을 이용하여 $\partial \bar{p} / \partial \bar{y}$ 를 제거하였다. 결과적으로 식 (24)는 수직판에서의 운동량방정식이다. $\sigma \sim O(N_{gr}^{-1/2(n+1)})$ 과 같은 미미한 곡선의 표면에 대해서는 곡선효과는 작게 되어서 무시할 수 있다. 그래서 가장 낮은 차수의 방정식은 평판에 대한 방정식으로 유추되어진다. 일정 진폭의 표면에 대해서 표면 곡선효과는 중요하므로 무시할 수 없다.

무차원화된 변수에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$\bar{y}=0 \text{에서 } \bar{u} = \bar{v} = 0 \quad (26)$$

$$\Theta = 1 \quad (27)$$

$$\bar{y} \rightarrow \infty \text{에서 } \bar{u} \rightarrow 0 \quad (28)$$

$$\Theta \rightarrow 0 \quad (29)$$

무차원 지배방정식과 경계조건을 Patankar⁽¹⁸⁾에 의해서 토의된 유한체적법으로 풀었는데 이는 수치적인 격자가 (\bar{x}, \bar{y}) 좌표에서 직교좌표계와 일치하기 때문에, 곡선좌표계에서 수치 해석을 위해 직

교좌표계로 사상하여 계산하는 번거로움을 덜어 준다. 이산화 방정식을 위해서 지배방정식 (23) ~ (25)과 경계조건 (26) ~ (29)를 사용하였다. 이산화된 방정식은 선순법 (line-by-line)을 사용하였으며 각 미지수의 선을 따라서 해를 구하기 위해서는 TDMA (Tri-Diagonal-Matrix Algorithm)를 사용하였다. 본 연구에서는 수치적인 정확도를 높이기 위하여 벽 주위에서는 격자의 크기 $\Delta \bar{y} = 0.01$ 로 하고 \bar{y} 방향으로는 격자의 간격을 점차적으로 크게 하여 최대값을 0.2까지 변화시켰다. 이러한 방법으로 해를 구하면 전체적인 정확도를 유지할 수 있을뿐만 아니라 많은 컴퓨터 계산시간도 절약할 수 있다. 2차원 계산 모델의 유동장 해석을 위한 격자로는 117×81 의 격자망으로 이산화했다. 43×41 의 격자망으로도 합리적인 결과를 얻었으나 보다 정확도를 높이기 위해서 117×81 로 모든 결과를 얻었다. 또한 계산의 수렴성을 위해서는 무차원 속도장과 온도장에 대해 최대 상대 변화율이 10^{-5} 이하로 될 때까지 계산을 수행하였다. 이 계산을 위해 컴퓨터는 피츠버그대학에 있는 VAX8650을 이용하였다.

3. 결과 및 토의

수치 결과는 변형 방법의 장점과 자연대류에서 기복을 이루는 물체 표면의 영향을 나타내기 위해서 $\sigma = a \sin(2\pi x)$ 에 대하여 계산하였다. 표면이 다른 형태인 경우는 적당한 함수를 σ 에 사용함으로써 계산을 수행할 수 있다. 수치 해석 결과의 정확성을 확인하기 위하여 뉴턴유체에 대하여 ($n=1$) 속도, 온도, 그리고 열전달계수를 Yao⁽¹⁾의 결과와 비교하였는데 1% 미만에서 잘 일치하였으므로 본 논문에서는 생략한다.

비뉴턴유체에서의 유동지수의 영향을 고려해 보자. 유동지수 n 값이 0.8, 1.0, 1.2일 때의 경우에 대하여 계산을 수행하였으며 계산 결과를 각 유동장과 온도장에 대해 Fig. 2, 3에서 도식화하였다. 표면의 곡면계수 $\alpha = 0.1$ ($\alpha = a/l$ 는 기복을 이루는 벽의 무차원 진폭이다.)을 지나는 유체의 속도분포를 Fig. 2에서 나타냈다. 그림에서 의소성유체 (pseudoplastic fluid, $n < 1$)의 평균 및 최대속도가 팽창유체 (dilatant fluid, $n > 1$)보다 크게 나타나 있는 반면 속도경계층은 팽창유체가 의소성유체보다 크게 나타나고 있다. 각 유체에 대한 곡면의 영향

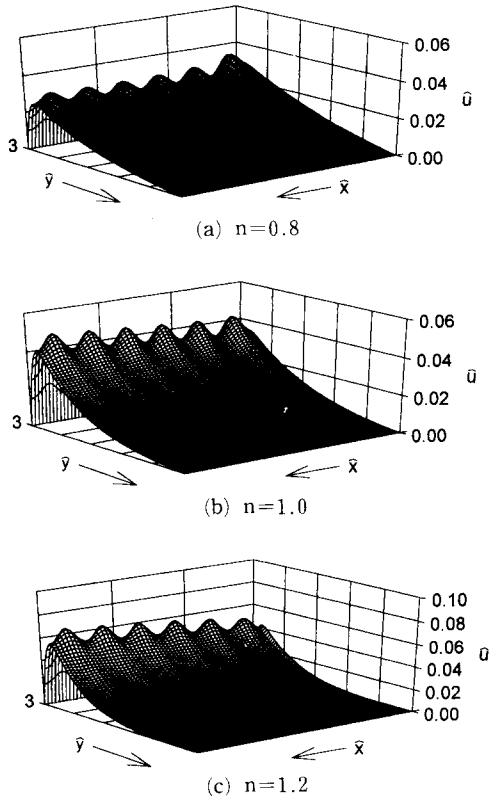


Fig. 2 Axial velocity distribution for $\alpha=0.1$

을 고려해 보면, 뉴턴유체에서는 $\alpha=0.1$ 인 경우에는 그림에서 보는 바와 같이 유체의 흐름 방향으로 곡면의 효과가 뚜렷이 감소하지는 않으나, 도식화하지는 않았지만 $\alpha=0.3$ 인 경우에는 $\bar{x}=0.5$ 이상에서 곡면의 효과가 뚜렷이 감소한다. 이는 유체의 점성으로 인하여 자연대류 경계층이 두꺼워짐에 따라 곡면의 효과는 감소하고 있음을 알 수 있다. 의소성 유체인 경우는 곡면의 효과가 $\alpha=0.1$ 인 Fig. 3a인 경우에는 감소하고 있는 반면 팽창유체를 경우는 뚜렷이 나타나고 있다. Fig. 3에서는 무차원 온도분포를 나타내는데 이는 Fig. 2에 있는 각각의 경우에 상응하는 그림이다. Fig. 3에서는 의소성유체의 온도경계층과 팽창유체의 온도경계층의 차이를 뚜렷하게 알 수 없는데 이는 열전달계수를 계산하므로 보다 정확한 정보를 얻을 수 있다. \bar{y} 방향은 곡면을 이루는 표면과 수직하지 않기 때문에 Fig. 3으로부터 구한 온도구배는 열전달계수를 계산하기 전에 국소 곡률의 영향을 먼저 고려하여야 한다. 대표길이 l 을 바탕으로 한 국소 Nusselt 수

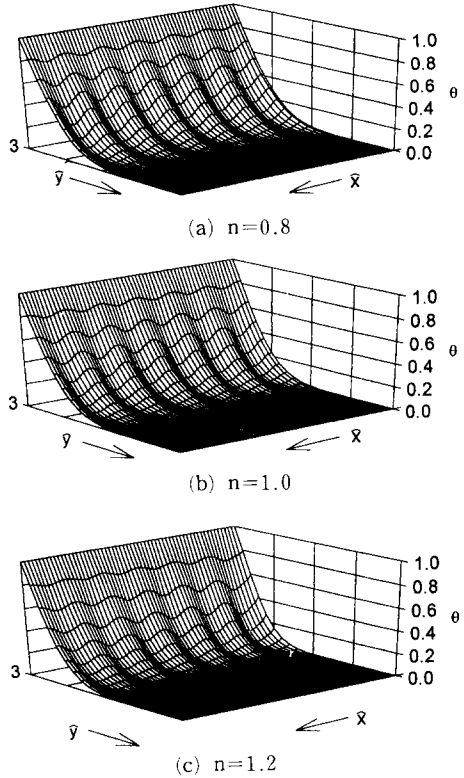


Fig. 3 Dimensionless temperature distribution for $\alpha=0.1$

는 다음과 같이 정의한다.

$$Nu_x = \frac{h_x l}{k} \tag{30}$$

식 (30)에서 h_x 는 뉴턴의 냉각 법칙에 의해 정의된 국소 열전달계수인데 이는 평판에서 열균형과 Fourier의 법칙을 이용하여 구할 수 있다. 뉴턴의 냉각법칙을 이용하여 $q(x)$ 를 임의의 지점 x 에서 단위 면적과 시간당 열교환량을 구하기 위하여 벽면과 유체 사이의 경계에서의 열전달은 단지 전도에 의한 열전달만으로 가정할 수 있다. Fourier의 법칙에 의하면 열 유속의 값은 표면에서의 온도 구배로 나타난 벡터로 표시할 수 있다 (Fig. 1참조).

$$q(x) = k \vec{n} \cdot \Delta T \tag{31}$$

여기서 $n_x = -\frac{\sigma'}{\sqrt{1+\sigma'^2}}$, $n_y = \frac{1}{\sqrt{1+\sigma'^2}}$ 이다.

식 (30)은 식 (31)을 사용하여 다음과 같이 식을 유추할 수 있다.

$$Nu_x \left(\frac{2(n+1)\bar{x}}{N_{gr}} \right)^{\frac{1}{2(n+1)}} = - (1 + \sigma^2)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial \theta}{\partial \bar{y}} \Big|_{\bar{y}=0} \quad (32)$$

Fig. 4는 무차원 형상계수 $\alpha=0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25$ 인 경우에 대하여 식 (32)를 사용한 Nusselt수의 분포를 보여 준다. 그림에서 알 수 있듯이 무차원 형상계수 α 가 커짐에 따라 국소 Nusselt수는 작아지는데 이는 유체가 흐르는 표면에서의 부력은 유동장 어디서나 표면에 평행한 반면 기복을 이루는 형상에서의 표면에 접선 성분의 부력은 최상단 부분과 최하단 부분을 제외하고는 전체 부력보다 작다는 것을 보여준다. 결과적으로 평판에서의 온도경계층은 경계층 주위의 유동속도가 커짐으로써 부력이 커지는 결과로 기복을 이루는 표면의 온도경계층보다 얇다. 국소 Nusselt수의 파장의 변위는 기복을 이루는 표면의 파장의 반이고 진폭의 영향은 유동의 아래쪽 방향으로 갈수록 감소되고 있다. 표면의 진폭은 α 가 증가함에 따라 형상의 영향이 더욱 더 커지는 반면 진폭은 α 가 작은 경우에 비해 크게 유체의 흐름 방향으로 상대 변위는 감소하고 있다. $\alpha=0.05$ 인 경우는 최대-최저 변위가 $\bar{y}=0.25$ 와 $\bar{y}=0.5$ 사이에서 0.033이고 \bar{y} 가 증가하는 경우에도 별로 변화를 보이지 않고 있다. 그러나 $\alpha=0.25$ 인 경우는 최대-최저 변위가 $\bar{y}=0.25$ 와 $\bar{y}=0.5$ 사이에서 0.4708이며 $\bar{y}=2.25$ 와 $\bar{y}=2.5$ 사이에서 0.2690으로 약 57%의 차이가 있음을 알 수 있다. 이로써 진폭이 커짐에 따라 진폭의 영향은 유동이 진행되는 방향으로 형상의 영

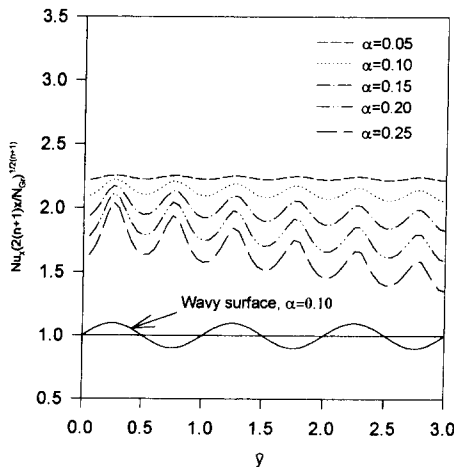


Fig. 4 Comparison of local heat transfer rate for $n = 1.0$

향이 작아지는 것을 확인할 수 있다. Fig. 5는 $\alpha=0.1$ 인 경우 \bar{x} 방향을 따라서 흐르는 유체의 속도분포를 나타내었다. 기복을 이루는 곡면의 결절점 (node)은 $\bar{x}=0.5, 1.0, \dots$ 이고 가장 낮은 부분 (crest)은 $\bar{x}=0.75, 1.75, \dots$ 이고 가장 높은 부분 (trough)은 $\bar{x}=0.25, 1.25, \dots$ 로 된다. 표면의 가장 높은 부분 $\bar{x}=0.25$ 에서의 최고 속도는 0.0427이고 가장 낮은 부분 $\bar{x}=0.75$ 에서는 최고 속도가 0.441로 약 0.9%로 속도의 차이가 거의 없다는 것을 알 수 있다. 결절점 $\bar{x}=0.5$ 에서 최고 속도는 0.0346이고 $\bar{x}=1.0$ 에서는 0.0359로 약 3.6% 증가하고 있다. 이러한 결과로부터 경계층은 최고점과 최저점보다는 결절점 주위에서 두꺼워지고 있음을 알 수 있다. 여기서 강조하고 싶은 것은 축방향의

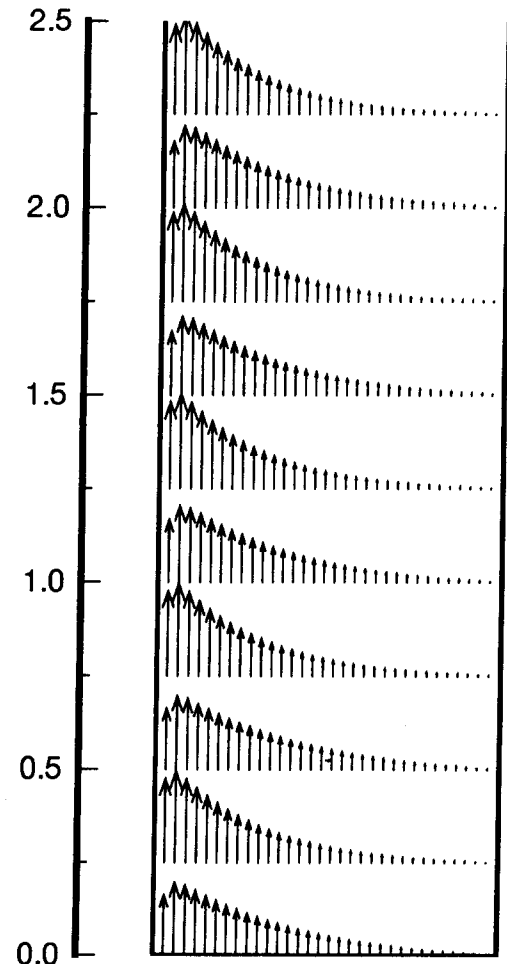


Fig. 5 Axial velocity profile

속도 \hat{u} 는 표면에 평행한 속도성분이 아니므로 그것의 크기만으로는 국소 열전달률을 구할 수는 없다는 것이다. Fig. 6은 무차원 형상계수 $\alpha=0.0$ 인 경우, 즉 수직벽면 경우에 유동지수 $n=0.8, 1.0, 1.2, 1.5$ 와 Prandtl수 $Pr=100, 1000$ 인 경우의 국소 열전달계수를 나타내었다. 수직벽면인 경우의 자연대류에 관한 연구는 뉴턴유체 및 비뉴턴유체에 대해 많은 연구가 수행되어 왔다. 예전의 연구와 비교해 보면 $\hat{x}=1$ 인 지점에서 국소 Nusselt수는 의소성유체 $n=0.6$ 인 경우에 Huang et al.⁽¹⁷⁾은 0.7384를 본 연구에서는 0.7667로 3.7%의 차이를 나타내고 있다. 팽창유체 $n=1.2$ 인 경우는 Huang

et al.은 0.8546 그리고 본 연구에서는 0.8528로 0.2%의 값으로 일치하고 있다. 이는 지배방정식에서 유동지수 n 의 값이 커짐에 따라 큰 Grashof로 되어 가정에 더욱 잘 부합되기 때문으로 생각된다. 이러한 이유로 본 연구에서는 $n=0.8$ 이상에의 결과에 대해서 논의하였다. Nusselt수의 변위는 $n=1.5$ 인 경우에 대하여 $Pr=100$ 에서는 선단($\hat{x}=0$)으로부터 $\hat{x}=3$ 까지 16% 정도의 차이를 보이고 있으며, $Pr=1000$ 에서는 18% 정도의 차이로 변위가 증가하고 있는 것을 알 수 있는데 이는 Huang et al.⁽¹⁷⁾의 결과와도 일치하고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 표면을 따라서 열전달률은 팽창유체에 대

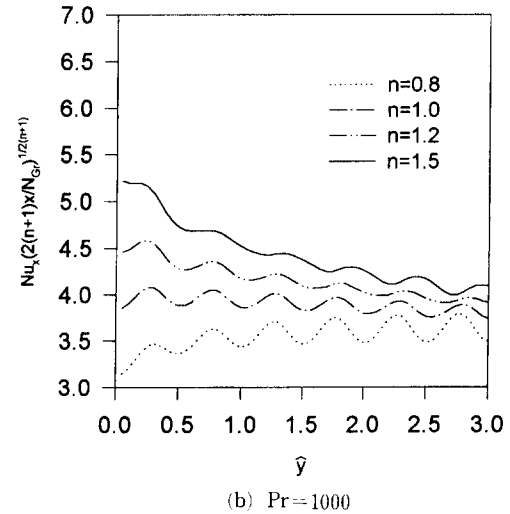
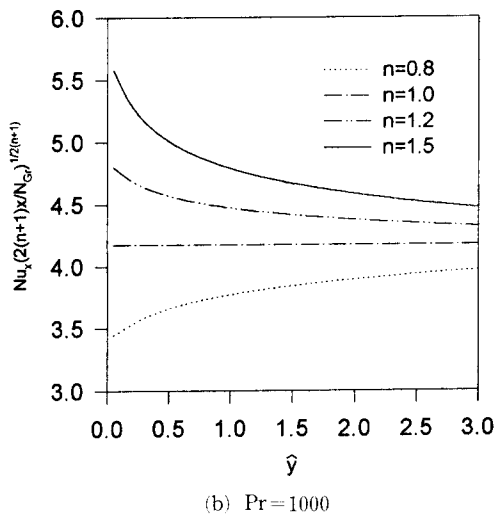
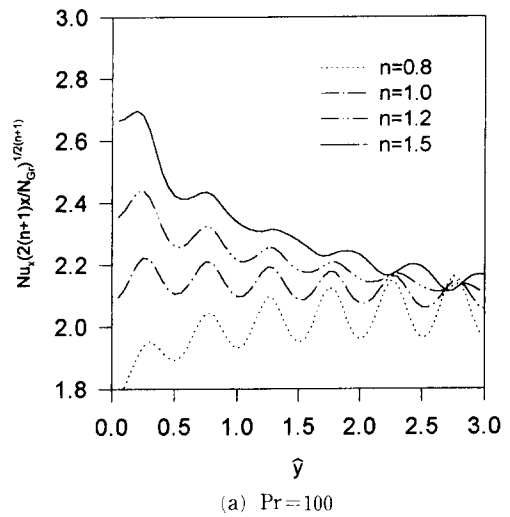
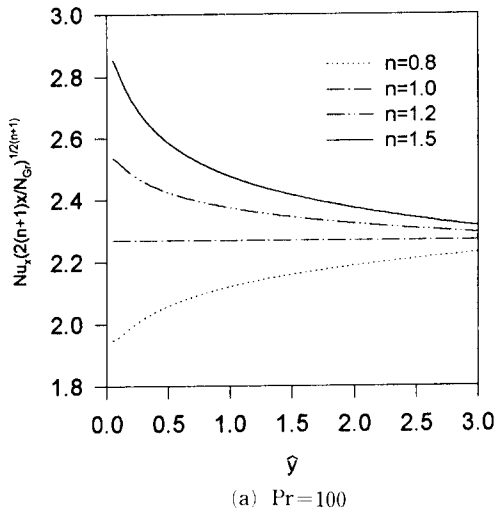


Fig. 6 Local Nusselt number for $\alpha=0.0$

Fig. 7 Local Nusselt number for $\alpha=0.1$

하여는 증가하고 외소성유체인 경우는 감소하고 있다. Fig. 7은 $\alpha=0.1$ 인 경우에 유동지수 $n=0.8, 1.0, 1.2, 1.5$ 와 Prandtl수 $Pr=100, 1000$ 인 경우의 국소 열전달계수를 나타내었다. Fig. 7에서 선단 주위에서의 국소 열전달률의 크기는 굴곡을 이루는 표면의 기울기에 주로 의존하므로 표면까지 평행한 부력에 의해 생긴 유체의 흐름에 결정됨을 보여준다. 열전달률은 유체가 흘러가면서 표면의 방향에 따라서 변한다. 중력의 방향과 평행한 곡면의 부분에서의 속도는 크고 또한 열전달률도 마찬가지로이다. 국소 열전달률의 파장은 표면의 파장의 반에 해당한다. 국소 Nusselt의 변위는 $n=1.2$ 에 대하여, $\bar{x}=0.75$ 와 $\bar{x}=1.0$ 사이에서 $Pr=100$ 인 경우는 5.16% 감소하고 $Pr=1000$ 인 경우는 4.78% 정도 감소하고 있다. $\bar{x}=2.25$ 와 $\bar{x}=2.5$ 사이의 변위는 $Pr=100$ 인 경우는 4.62% 정도 감소하고 $Pr=1000$ 인 경우는 4.09% 감소하고 있다. 이 결과로부터 Prandtl수가 100부터 1000까지 증가할 때 진폭의 변위는 감소함을 알 수 있다. 즉 Prandtl수가 작을수록 형상(geometry)의 영향이 크게 나타난다. 같은 Prandtl수에서는 하류쪽으로 감에 따라 주기의 진폭이 감소하는 것을 알 수 있다. 결국 이는 자연대류 경계층이 하류쪽으로 감에 따라 점점 두꺼워지고 있음을 나타낸다. 점성경계층에 대한 표면의 곡면 효과는 주로 확산 과정 때문인데 이 효과는 곡면의 진폭이 유체의 흐름에서 완전히 경계층으로 이루어질 때 작아진다.

4. 결 론

본 연구는 일정벽면온도 경계 조건하에서 일어나는 경계층 흐름에서 표면의 비균일성의 효과에 대하여 조사했다. 이와 같은 자연 대류 현상에서 Grashof수가 크다는 가정하에 무차원분석을 적용하였으며 비뉴턴유체의 영향을 고려하기 위해서 유동지수, Prandtl수 그리고 곡면계수등의 파라미터를 변수로 하여 서로의 미치는 영향을 상세히 고려했다. 온도와 열전달계수에 대해서는 수직 표면의 시작점($\bar{x}=0.0$)에서는 기복을 이루는 물체형상의 영향을 크게 받다가 \bar{x} 가 증가함에 따라 영향이 현저하게 감소되는 것을 알 수 있었다. 국소 Nusselt 수는 α 가 커짐에 따라 작아지는 것을 알 수 있었으며, 국소 Nusselt수의 파장의 변위는 기복을 이루는 표면의 파장의 반이었고 진폭의 영향은 유동

의 아래쪽 방향으로 갈수록 감소되고 있었다. 표면의 진폭은 α 가 증가함에 따라 형상의 영향이 더욱더 커짐을 그림을 통해서 알 수 있었고 Prandtl수가 증가할 때 각각의 유동지수 n 의 값에 대한 국소 Nusselt수도 커지고 있었다.

5. 후 기

본 연구를 위해 아낌없는 충고와 조언을 해 주신 Dr. James L. S. Chen에게 감사함을 드립니다.

참고문헌

- (1) Sparrow, E. M. and Gregg, J. L., 1957, "Similar Solutions for Free Convection from a Nonisothermal Vertical Plate," *Trans. ASME*, Vol. 79, pp. 379~385
- (2) Brodowicz, K., 1968, "On Analysis of Laminar Free Convection around Isothermal Vertical Plate," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 11, pp. 201~209
- (3) Hieber, C. A., 1974, "Natural Convection around a Semi-infinite Vertical Plate," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 17, pp. 785~791
- (4) Churchill, S. W. and Chu, H. H. S., 1975, "Correlation Equations for Laminar and Turbulent Free Convection from a Vertical Plate," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 18, pp. 1323~1329
- (5) Kawase, Y. and Ulbrecht, J. J., 1984, "Approximate Solution to the Natural Convection Heat Transfer from a Vertical Plate," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 11, pp. 143~155
- (6) Yao, L. S., 1983, "Natural Convection Along a Vertical Wavy Surface," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 105, pp. 465~468
- (7) Moulic, S. G. and Yao, L. S., 1989, "Mixed Convection Along a Wavy Surface," *J. of Heat Transfer*, Vol 111, pp. 974~979
- (8) Yao, L. S., 1988, "A Note on Prandtl's Transposition Theorem," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 507~508
- (9) Rees, D. A. S. and Pop, I., 1995, "Free Convection Induced by a Vertical Wavy surface with Uniform Heat Flux in a Porous Medium," *Jour-*

- nal of Heat Transfer*, Vol. 117, pp. 547~550
- (10) Acrivos, A., 1960, "A Theoretical Analysis of Laminar Natural Convection Heat Transfer to Non-Newtonian Fluids," *A. I. Ch. E. Journal*, Vol. 6, pp. 584~590
- (11) Chen, J. L. S., 1974, "Natural Convection of Power-Law Fluids from a Vertical Plate with Uniform Surface Heat Flux", *5th Int. Heat Transfer Conference*, Japan, Vol. 3, pp. 39~43
- (12) Reilly, I. G., Tien, C. and Adelman, M., 1965, "Experimental Study of Natural Convection Heat Transfer from a Vertical Plate in a Non-Newtonian Fluid," *Canadian J. Chem. Eng.*, Vol. 43, pp. 157~160
- (13) Dale, J. D. and Emery, A. F., 1972, "The Free Convection of Heat from a Vertical Plate to Several Non-Newtonian "Pseudoplastic" Fluids," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 94, pp. 64~72
- (14) Shenoy, A. V. and Mashelkar, R. A., 1982, "Thermal Convection in Non-Newtonian Fluids," *Adv. in Heat Transfer*, Vol. 15, pp. 143~225
- (15) Som, A. and Chen, J. L. S., 1984, "Free Convection of Non-Isothermal Two-Dimensional Bodies," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 27, pp. 791~794
- (16) Kleinstreuer, C., Wang, T. Y. and Haq, S., 1987, "Natural Convection Heat Transfer Between a Power-Law Fluid and a Permeable Isothermal Vertical Wall," *ASME publication HTD-Vol. 97*, pp. 25~31
- (17) Huang, M, Huang, J., Chou, Y. and Chen, Y., 1989, "Effects of Prandtl Number on Free Convection Heat Transfer From a Vertical Plate to a Non-Newtonian Fluid," *J. Heat Transfer*, Vol. 111, pp. 189~191
- (18) Patanker, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Washington, Hemisphere