

<논 문>

다출구 덕트 유동 해석을 위한 복합 격자망 해석 방법의 제안

전용덕* · 이재헌**

(1995년 8월 3일 접수)

Multi-Block Technique for a Duct Flow with Multiple Outlets

Yong-Deok Jeon and Jae-Heon Lee

Key Words : Multiple Outlets(다출구), Pressure Boundary Condition(압력 경계 조건), Multi-Block Technique(복합 격자망 해석 방법), Duct Flow(덕트 유동)

Abstract

A numerical method has been proposed to predict 3-dimensional flow in a duct system with multiple outlets. For the duct system, it is supposed that the pressure values are given at multiple outlets while the velocity profile is given at a inlet. To maintain the continuity of pressure distribution between main and branch duct, present method allows that the pressure value taken from analysis of branch duct can be converted to the main duct analysis. The result from present method which can handle the pressure boundary condition closely coincided with that from regular method which can handle the velocity boundary condition only. Futhermore the flow distribution from present method showed good agreement with that from the single block method. From the comparison of the present method with the total pressure method used for engineering duct design, 13% of discrepancy in pressure loss was shown between the main duct inlet and the branch duct outlet.

기 호 설 명

A : 대류 확산 도식 (scheme)
 a : 이산화 방정식의 계수
 D : 확산 플럭스, [N/m²]
 F : 대류 플럭스, [N/m²]
 J : 총 플럭스, [N/m²]
 m : 질량 플럭스, [kg/m²s]
 p : 압력 [Pa]
 p : 압력 수정값 [Pa]
 S : 생성항, [N/m³]
 u v w : x, y 및 z 방향의 속도 [m/s]

x, y, z : 직교좌표계에서 각 방향의 좌표

하첨자

AB : 제어체적 ABCD의 하부면
 ab : 제어체적 abcd의 하부면
 eb : 분지 덕트 출구
 em : 주덕트 출구
 e, w, t : 제어체적 ABCD(abcd)의 동쪽면, 서쪽면 및 상부면
 nb : 압력 경계면 인접 위치
 P, E, W, T : 제어체적 ABCD(abcd)의 내부, 동쪽, 서쪽 및 상부에 인접한 위치
 UL : 블럭 U 및 블럭 L에서 계산된 값

상첨자

* : 이전 반복 계산에서의 값

*한양대학교 대학원

**회원, 한양대학교 공과대학

1. 서론

일반적으로 공학적으로 관심의 대상이 되는 유동 모델은 다수의 유출구를 가지는 복합 관로 유동(junction flow)일 경우가 많으며, 이것은 공기 조화 설비의 유입 덕트 또는 배출 덕트가 부착된 덕트 시스템에서 쉽게 찾아 볼 수 있다. 대부분 덕트 계통 설계에서는 주 유동 방향에 따르는 마찰 손실과 부차 손실을 경험 자료로부터 찾아 공기의 분배 거동을 파악한다. 그러나 완전 발달(fully developed) 유동 구역의 관별 혹은 급기량 및 환기량의 제측을 위한 센서의 부착위치 등을 정확하게 결정하기 위해서는 덕트 내부 특히 분지 부위에 관한 상세한 유동 특성이 알려져야 할 필요가 있다. 특히 긴 분지 덕트가 부착되어 있는 덕트 시스템에서의 상세 유동 특성을 수치적으로 해석하고자 할 때 적절한 격자를 생성하는 것 자체가 어려운 문제이기도 하다. 더구나 여러 개의 유출구를 가지는 다출구 덕트 시스템을 해석하는데는 출구 경계 조건의 처리가 또한 어려운 문제로 나타난다.

수치 해석법을 사용하여 덕트 시스템과 같은 복잡한 기하학적 형상에 대해서 유동 특성을 하고자 할 때 이러한 난점을 해결하기 위한 방법 중의 하나는 관심 영역을 포함하는 큰 전체 계산 영역을 설정한 후 관심 영역을 제외한 나머지 부분을 무력화시키는 단일 블록 해석법(single block method)이다. 그러나 이 방법은 과도한 컴퓨터 메모리 필요로 하는 등 계산 수행시 비효율성을 나타낸다.

좀더 효과적인 방법의 하나는 복합 격자망 해석 방법(multi-block technique)이다. 이 방법은 관심 영역을 기하학적으로 단순한 여러 개의 블록으로 나누고 각 블록에 대해 격자망을 독자적으로 생성시킨 후, 각 블록마다 차례대로 수치계산을 수행하여 전체 관심 영역에서 해를 구하는 방법이다. 이 경우 격자망은 각 블록에 대해서 독자적으로 생성되어질 수 있고 유동 특성에 따라 조절될 수도 있다. 이 방법에서는 관심 영역에만 격자를 분포시키므로 단일 블록 해석법에 비하여 수치 계산 시간과 계산에 소요되는 컴퓨터 메모리를 줄일 수 있는 장점이 있다.

관심 영역내의 상세한 유동 해석을 위한 경계 조건으로서는 속도 분포를 측정하여 경계 조건으로

부여하는 방법이 가장 편리하지만, 덕트 시스템이 관심 영역인 경우에는 경계에서의 유량 또는 속도 분포 자체가 연구 목적이기도 하다. 공학적으로 응용성이 많은 덕트 시스템은 환기용 덕트에서와 같이 다수의 유입구와 한 개의 유출구를 가지는 덕트 시스템과 급기용 덕트에서와 같이 한 개의 유입구와 다수의 유출구를 가지는 덕트 시스템으로 대별될 수 있다. 환기 덕트에서의 유출구, 혹은 급기 덕트에서의 유입구는 보통 송풍기와 연결되므로 유량 및 속도 분포가 비교적 쉽게 알려질 수 있다. 그러나 환기 덕트의 다수 유입구, 혹은 급기 덕트에서의 다수 유출구는 대부분 공조 공간에 노출되어 있으므로 경계 조건에 관한 유일한 정보는 압력 값 뿐이다. 즉, 대부분 실용적인 덕트 시스템에서 주 덕트 쪽에는 속도 경계값이 존재하지만 분지 덕트 쪽 경계에는 압력 경계값만이 존재한다고 볼 수 있다.

본 연구에서는 속도 분포가 알려진 하나의 유입구를 가지며, 압력값이 알려진 두 개의 출구로 존재하는 급기용 덕트 시스템 내의 3차원 비압축성 유동장을 해석할 수 있는 복합 격자망 해석 방법(multi-block technique)을 제안하고, 이어서 그 타당성을 검토하기 위해 이 방법을 이용하여 두 개의 유출구를 가진 소형 T형 급기 덕트 시스템 내부에서의 유동특성 해석을 시도하였다.

2. 수치 해석 이론

복합 격자망 해석 방법에 관련된 이론을 제외한 대부분의 수치 해법은 참고문헌⁽¹⁾에 상세히 설명되어 있으므로 본 논문에서는 복합 격자망 해석 방법에 관해서만 상세히 기술하고자 한다.

2.1 복합 격자망 해석 방법

복합 격자망 해석 방법을 이용하여 덕트 시스템을 수치적으로 해석하고자 할 때에는 전체 시스템을 주 덕트와 분지 덕트로 인위적으로 분리하여 개별적으로 해석하기 때문에 주 덕트와 분지 덕트가 연결되는 부위에 공통 영역이 필요하게 된다. 이 공통 영역은 주 덕트 내부에 만들어지며 실제의 주 덕트-분지 덕트 접합부(connect region)를 포함하는 일부 영역으로 선정된다. 이 공통 영역은 분리된 두 덕트의 개별 해석 영역에 모두 포함되어야 하므로 분지 덕트의 해석 영역에는 원래의 덕트 영

역에 공통 영역이 추가된다. 따라서 분지 덕트 해석 영역의 유입구는 추가된 공통 영역의 표면중 주 덕트 내부에 위치하는 표면(이 표면을 내부 경계면이라 정의한다)으로 이루어진다고 볼 수 있다.

분지 덕트 해석시 상기 공통 영역 내의 제어 체적에 분포되는 물리량을 결정하는 방법으로는 보존적 방법⁽²⁾과 비보존적 방법^(3,4)의 두 가지 방법이 있다. 본 연구에서는 속도 구배가 심하거나 공통 영역 근처에 재순환 영역이 존재하는 경우에도 만족할만한 해를 제공할 수 있는 보존적 방법을 선택하였다.

보존적 방법은 분지 덕트 해석시 공통 영역의 내부 경계면을 통과하는 플럭스값을 접합된 주 덕트로부터 전달 받은 후 이를 해당 제어 체적에 관한 이산화 방정식의 생성항으로 간주하는 방법이다.

내부 경계면에서의 플럭스 보존법칙을 설명하기 위해 Fig. 1에 간단한 수치 해석 영역을 도시하였다. 그림에서 경계면 1, 8, 7, 9, 10, 11, 3 및 2로 둘러싸인 부분을 관심 영역이라하고, 경계면 4, 5, 6, 9, 10 및 11로 둘러싸인 부분을 블럭 U, 그리고 경계면 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 및 8로 둘러싸인 부분을 블럭 L이라고 칭하기로 하자. 실제 덕트 시스템과 비교하면 블럭 U는 분지 덕트의 일부, 그리고 블럭 L은 주 덕트의 일부라고 할 수 있으며 경계면 6-5-4는 공통 영역의 내부 경계면으로 간주 될 수 있다.

논의의 편의상 2차원, 정상 상태, 비압축성 유동을 고려하면 관심 영역 내의 x방향 운동량 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = S \tag{1}$$

$$J_x = \rho v u - \mu \frac{\partial u}{\partial x} \tag{2}$$

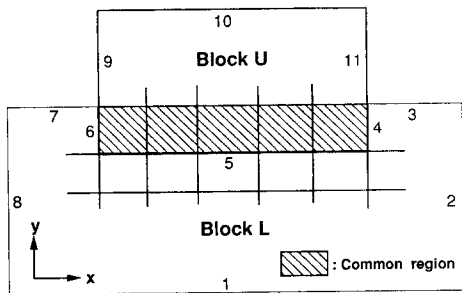


Fig. 1 Schematic diagram of conservative boundary

$$J_y = \rho v u - \mu \frac{\partial u}{\partial y} \tag{3}$$

관심 영역 내부의 블럭 U와 블럭 L이 포함하는 모든 제어 체적에 대해 상기 운동량 방정식을 적분하면 아래 식이 성립된다.

$$\begin{aligned} & \int_2 J_x dy - \int_8 J_x dy + \int_7 J_y dx + \int_3 J_y dx - \int_1 J_y dx \\ & + \int_{11} J_x dy - \int_9 J_x dy + \int_{10} J_y dx - \int_4 S dx dy \\ & = \left[\int_{6U} J_x dy - \int_{6L} J_x dy \right] + \left[\int_{4U} J_x dy - \int_{4L} J_x dy \right] \\ & + \left[\int_{5U} J_y dx - \int_{5L} J_y dx \right] \end{aligned} \tag{4}$$

여기서 숫자 하첨자 및 하첨자 A는 각각 Fig. 1에 표시한 경계선 및 관심 영역 전체를 나타내며, 하첨자 U 및 L은 각각 블럭 U영역 및 L영역에서 계산된 값을 나타낸다. 이때 관심 영역에서 운동량 플럭스는 보존되어야 하므로 식 (4)의 좌변은 0이 되어야 한다. 따라서 아래 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \int_{6U} J_x dy &= \int_{6L} J_x dy \\ \int_{4U} J_x dy &= \int_{4L} J_x dy \\ \int_{5U} J_y dx &= \int_{5L} J_y dx \end{aligned} \tag{5}$$

식(5)는 내부 경계면을 통과하는 x방향 운동량 플럭스를 그 내부 경계면을 포함하는 어느 블럭 쪽에서 계산든지 그 값은 동일하여야 한다는 것을 의미하며 이 개념이 복합 격자망 해석 방법의 기본 원리로 사용된다. y방향 운동량 방정식으로부터도 같은 방법에 의하여 식 (5)와 유사한 형태의 보존 법칙이 유도될 수 있다.

2.2 덕트 접합부의 해석

복합 격자망 해석 방법을 본 연구에서 채택한 3차원 덕트 시스템과 연관시켜 설명하고자 주 덕트와 분지 덕트 접합부의 확대 그림을 Fig. 2에 도시하였다. 앞에서 논의한 바와 같이 그림의 윗부분인 분지 덕트의 x-z 단면은 블럭 U라 하고 아랫부분인 주 덕트의 x-z 단면은 블럭 L이라고 칭하기로 한다. x방향 운동량 방정식에 대한 내부 경계면의 물리량을 구하는 방법을 설명하기 위해서 Fig. 2에는 블럭 U와 블럭 L이 공유하는 제어 체적 중 크기가 $\Delta x_U \times \Delta z_U$ 혹은 $\Delta x_L \times \Delta z_L$ 인 한 개의 제어 체적인 ABCD 혹은 abcd가 빗금으로 표시되어 있

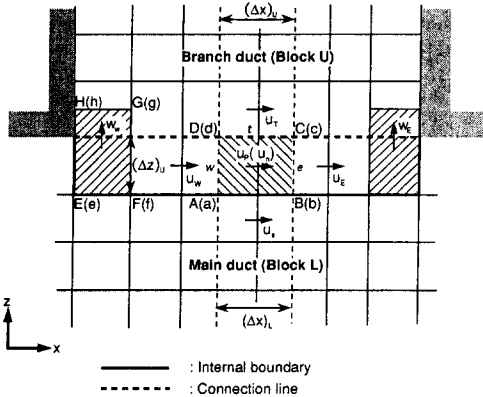


Fig. 2 Detail of overlap region with a u-control volume of Branch duct(ABCD)

다. 여기서 ABCD는 블록 U에 소속된 제어 체적임을 뜻하고 abcd는 블록 L에 소속된 제어 체적임을 뜻한다.

블록 U에 관한 수치 해석 중, 공통 영역 내부(대표적인 제어체적 ABCD)에서의 속도 u_p 를 계산하기 위해서는 내부 경계면 AB(ab)에서의 x방향 속도값이 경계값으로 요구된다. 그러나 이 경계값은 블록 L에서 계산된 x방향 속도값으로부터 직접 얻을 수 없다. 이를 해결하기 위하여 ab면의 위와 아래에 인접해 있는 블록 L의 속도 성분인 u_n 과 u_s 를 비보존적으로 보간하여 경계값으로 이용할 수 있다. 그러나 앞에서 설명한 바와 같이 이러한 비보존적인 보간법은 속도 구배가 심하거나 재순환 영역이 존재하는 경우에는 큰 오차를 나타낸다. 따라서 본 연구에서는 내부 경계면 AB에 경계값을 구한 후 u_p 를 구하는 방법을 사용하지 않고, 보존적 방법하에 이산화된 아래의 식 (6)을 사용하여 블록 U의 제어체적 ABCD에서의 속도 u_p 를 직접 계산한다.

$$a_P u_P = a_E u_E + a_W u_W + a_T u_T - (F_t + F_e - F_w) u_P + J_{AB} \quad (6)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_T \quad (7)$$

$$a_E = D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0] \quad (8)$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + [F_w, 0]$$

$$a_T = D_t A(|P_t|) + [-F_t, 0]$$

여기서 하첨자 P, E, W 및 T는 그림에 나타난 바와 같이 각각 제어 체적 ABCD의 내부, 제어체적의 동쪽, 서쪽 및 상부에 인접한 위치임을 뜻한

다. 또한 하첨자 e, w 및 t는 각각 제어 체적 ABCD의 동쪽면, 서쪽면 및 상부면을 뜻한다. F, D 및 함수 A는 각각 대류 플럭스, 확산 플럭스 및 대류-확산 도식(scheme)을 나타낸다. 이때 F는 대류의 세기를 표시하는 것으로 다음의 식 (9)와 같이 계산되며 하첨자 t, e 및 w는 F값이 계산되는 위치로서 앞에서 정의한 바와 같다.

$$F = \rho u \Delta A \quad (9)$$

여기서 ρ 는 밀도이고, u 및 ΔA 는 하첨자가 나타내는 면에 수직인 방향으로의 속도 및 각면에서의 면적을 나타낸다. 또한 대류-확산 도식을 나타내는 함수 A는 다음과 같이 정의되는 멱승 도식을 사용하였다.

$$A(|P_e|) = \left[0, (1 - 0.1 \left| \frac{F_e}{D_e} \right|^5) \right] \quad (10)$$

이때 식 (8) 및 식 (10)에 사용된 연산기호 [A, B]는 A, B 중에 큰 수를 채택한다는 뜻을 나타내며 $[-F_e, 0]$ 인 경우를 예로들면 F_e 값을 계산한 후 $-F_e < 0$ 이면 0을 채택하고 $-F_e > 0$ 이면 $-F_e$ 값을 채택한다. 식 (6)에서의 생성항 J_{AB} 는 블록 U에 속한 단면 AB를 통과하는 x방향 운동량 플럭스이며 보존적 복합 격자망 해석 방법 이론인 식 (5)에서 언급된 바와 같이 아래 식과 같이 표현될 수 있다.

$$J_{AB} = J_{ab} \quad (11)$$

이때 블록 L에 속한 단면 ab를 통과하는 x방향 운동량 플럭스인 J_{ab} 는 이미 계산되어진 블록 L에서의 속도 등이 이용되어 아래와 같이 계산될 수 있다.

$$J_{ab} = \{D_{ab} A(|P_{ab}|) + [F_{ap}, 0]\} \times u_n - \{D_{ab} A(|P_{ab}|) + [-F_{ab}, 0]\} \times u_s \quad (12)$$

여기서 u_n 과 u_s 는 블록 L에서의 속도 성분으로서 각각 ab면의 위와 아래에 인접해 있는 u속도 성분이며 하첨자 ab는 제어 체적 abcd에 속한 ab면임을 나타낸다.

블록 U의 해석에서 공통 영역의 x방향 벽에 인접한 제어 체적에서의 z방향 속도에 대해서도 특별한 조치가 필요하다. 예를들어 Fig. 2의 공통 영역 내 제어체적 EFGH(efgh)의 좌측 경계면에서 속도가 정의되는 위치는 점착 조건(no slip condition)이 적용될 수 있는 위치이므로 좌측 경계면에서의

z방향 속도값을 0으로하여 경계조건을 부여할 수도 있을 것이다. 그러나 이때 경계 조건으로 부여된 속도값은 정의되는 위치에서는 타당한 값이라고 할 수 있으나 접촉 조건을 부여할 수 있는 부분과 그렇지 못한 부분이 혼합되어 있는 좌측 경계면 전체를 대표하는 값이라 볼 수 없다. 따라서 이와 같은 경우에 좌측 경계면에서의 속도값을 이용하여 제어체적 EFGH에서의 w_w 를 구하는 방법을 사용하지 않고 보존적 방법하에 z방향에 대해 식 (6)과 같은 방법으로 이산화된 식을 사용하여 직접 w_w 를 계산하는 방법을 사용한다. 마찬가지로 공통 영역의 우측에 존재하는 w_e 의 결정을 위하여서도 이러한 방법이 사용된다.

SIMPLER 알고리즘에 의하면 식 (6)에 의하여 구하여진 속도 u_p 는 연속방정식이 변형된 압력 수정값 p' 에 의하여 다시 교정되어야 하므로 적절한 압력 수정값이 구하여야 한다. 공통 영역에서 압력수정방정식 유도를 위한 제어체적을 Fig. 3에 나타내었다. 이 그림에서의 기호 설명은 Fig. 2의 예를 따랐다. 그림을 참고하면 블럭 U의 제어체적 ABCD에 대한 압력수정방정식의 이산화 형태는 아래와 같이 쓰여질 수 있다.

$$a_p P'_p = a_E P'_E + a_W P'_W + a_T P'_T + b \quad (13)$$

여기서 b 는 생성항을 뜻하며 아래와 같다.

$$b = [(\rho u^*)_w - (\rho u^*)_e](\Delta z)_v + m_v - (\rho w^*)_t(\Delta x)_v \quad (14)$$

여기서 상첨자 *는 이전 반복 계산에서의 값을

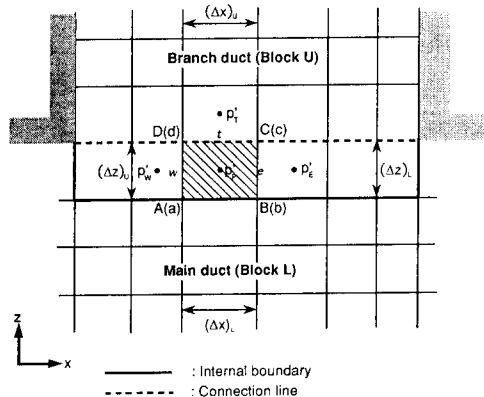


Fig. 3 Detail of overlap region with a p' -control volume of Branch duct (ABCD)

뜻한다. m_u 은 블럭 U에 해당되는 AB면을 통과하는 질량 플럭스이며 이 질량 플럭스는 블럭 L에 해당되는 ab면을 통과하는 질량 플럭스 m_L 와 같으므로 아래식으로 표현된다.

$$m_u = m_L \quad (15)$$

여기서 질량 플럭스 m_L 는 이미 계산되어진 블럭 L에서의 속도값이 이용되어 구하여진다.

한편 본 연구에서처럼 다출구 덕트시스템의 출구에서의 경계 조건으로서 속도값이 아닌 압력값으로 주어지는 경우에는 두 블럭에서 계산되는 압력값이 연속성을 가지도록 해야 한다. 이를 위하여 본 연구에서는 블럭 U에 관한 해석으로부터 공통 영역의 압력값을 먼저 구한 후에 이 구하여진 압력값이 블럭 L의 유동 해석시 이용되도록 하였다. 즉 주 덕트 해석시 공통 영역에는 고정된 압력값이 존재하며 따라서 실제 주 덕트-분지 덕트 접합부에는 압력 경계면이 존재하게 된다.

2.3 출구 압력계의 처리

본 연구에서는 주 덕트의 출구, 분지 덕트 출구 그리고 주 덕트 해석시 주 덕트-분지 덕트 접합부에 압력 경계 조건이 주어진다. SIMPLER 알고리즘에 의해 사용하는 압력 방정식은 운동량 방정식을 연속 방정식에 대입하여 만들어지며 격자점 (i, j) 에 관해서는 아래와 같은 압력 방정식을 얻을 수 있다.

$$a_p p(i, j) = a_E p(i+1, j) + a_W p(i-1, j) + a_N p(i, j+1) + a_S p(i, j-1) + b \quad (16)$$

여기서 a 와 b 는 각각 계수 및 생성항을 나타내며, 하첨자 P, E, W, N 및 S는 각각 기준 제어체적, 동쪽, 서쪽, 북쪽 및 남쪽으로 이웃한 위치를 나타낸다. 상기식의 계수들 대부분은 이전 반복 계산에서 결정된 속도장을 이용하여 계산될 수 있다.

주 덕트의 출구, 즉 주 유동 방향이 +x방향이며 압력 경계가 출구에 존재하는 경우의 예를 들어 논의하자. 출구에 인접한 격자점 (i, j) 에서의 압력 방정식에서는 식 (16)에서의 계수 a_E 의 결정에 난점이 생기게 된다. 즉, 압력 경계면에서의 압력 $p(i+1, j)$ 의 위치와 인접한 압력 $p(i, j)$ 의 위치 사이에 속도 정보가 존재하지 않기 때문에 a_E 의 합리적인 정의가 가능하지 못하게 된다. 가능한 방법은

Lee⁽⁵⁾의 연구에서와 같이 경계면에 인접한 압력 위치 사이에 속도 위치가 존재하도록 하는 것이다. 그러나 이 방법을 사용할 때에는 유출구 인접면 근처에 추가적인 미소 제어 체적을 형성시키고, 또한 이산화 방정식의 추가적인 조작 등을 고려해야 하는 번거로움이 생긴다. 그러나 본 논문에서는 약간의 정밀성이 결여되더라도 간단하게 압력 경계조건을 수치적으로 처리하는 방법을 제시한다. 이 방법은 아래의 식 (12)에서와 같이 압력 경계면 인접 위치의 압력값 $p_{nb}(i, j)$ 를 유출구의 압력값 p_e 로 간주하는 것이다.

$$p_{nb}(i, j) = p_e \quad (17)$$

위 식과 같이 경계면 인접체적에서의 압력 $p_{nb}(i, j)$ 를 가정하게 되면 식 (16)에 보이는 방정식의 풀이 자체가 필요치 않게 되므로 수치 해석의 노고가 많이 줄어들게 된다. 만약, 유출구에 인접한 제어체적의 폭이 작다면 식 (17)과 같은 조건은 큰 오차를 가지지 않을 것이다. 본 연구에서는 이러한 방법을 사용하여 출구 경계면에서의 압력을 처리하였으며 오차를 줄이기 위하여 출구 제어 체적의 크기를 가능한 한 작게 선정하였다.

한편, 유출 경계면에서 인접한 속도 위치 (i, j) 에서의 속도 $u(i, j)$ 에 관한 이산화 방정식은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} a_p u(i, j) &= a_{\epsilon u}(i+1, j) + a_{w u}(i-1, j) \\ &+ a_{s u}(i, j+1) + a_{s u}(i, j-1) \\ &+ A_e [p(i-1, j) - p(i, j)] \quad (18) \end{aligned}$$

여기서 A_e 는 압력이 작용하는 면적이다. 위 식에 나타나는 압력항은 유동의 추진력으로 작용하며, $p(i, j)$ 는 식 (17)에 나타난 바와 같이 경계면에서의 압력 p_e 가 된다. 식 (18)을 풀기 위해서는 유출 경계에서의 속도 $u(i+1, j)$ 를 알아야 하지만 유출구를 통하여 유체가 빠져 나갈 때 유동이 일방향을 유지한다고 한다면 위 식의 계수 a_e 는 0이 되므로 속도 $u(i+1, j)$ 의 실제값이 필요 없게 된다.

상기와 같은 논리는 분지 덕트의 출구 그리고 주 덕트-분지 덕트 접합부에 나타나는 모든 압력 경계조건에 해석에 동일하게 적용된다.

3. 수치계산 모델의 선정

본 연구에서 제안하는 수치 해석 방법의 타당성

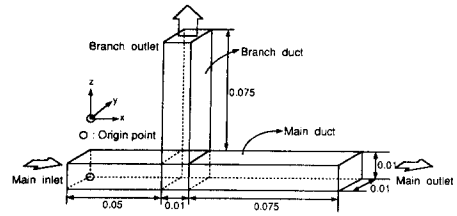


Fig. 4 Geometry of the duct system [unit : m]

을 검증하기 위하여 모델로 선정된 한 개의 유입구와 두 개의 유출구를 갖는 3차원 T형 덕트의 형태를 Fig. 4에 도시하였다. 그림에서 볼 수 있듯이 $0.01 \times 0.01 \text{m}^2$ 의 단면적을 가진 길이 0.135m 인 주 덕트에 $0.01 \times 0.01 \times 0.075 \text{m}^3$ 크기의 분지 덕트가 x축 방향으로 0.05m 되는 곳에 z방향으로 연결되어 있다. 이때 덕트 내부에는 밀도 1kg/m^3 이며 점성계수가 1.84×10^{-5} 인 공기가 평균속도 1.5m/s 의 완전히 발달된 형태로 $x=0$ 인 주 덕트의 출구로 유출된다. 일반적으로 사용되는 덕트의 단면적은 상기 모델 덕트의 단면적보다 훨씬 크며 내부 유동 영역은 난류에 속한다. 본 연구에서는 수치 해석 방법의 타당성 검토에 관심을 가지므로 난류 모델의 특성에 따른 수치해의 비정확성을 배제하기 위하여 충분히 층류 유동 영역으로 간주될 수 있는 작은 단면적의 덕트를 모델로 선정하였다.

4. 지배 방정식 및 경계조건

본 연구에서는 수치 계산을 위하여 다음과 같은 가정을 도입하였다.

- ① 유동은 정상 상태, 비압축성 층류 유동이다.
- ② 중력을 비롯한 체력 효과는 무시한다.

다출구를 가진 덕트시스템에서 주된 관심은 세부적인 유동 특성 및 압력 특성이므로 관련된 지배 방정식은 다음과 같이 기술된다.

연속 방정식 ;

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (19)$$

운동량 방정식 ;

$$\begin{aligned} \rho \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] \\ = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial u^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \quad (20) \\ \rho \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right] \end{aligned}$$

$$= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] \quad (21)$$

$$\rho \left[u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right] \\ = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] \quad (22)$$

경계조건은 다음과 같다.

$$u = u_i(y, z) \quad \text{at } x=0 \quad (23)$$

$$u = v = w = 0 \quad \text{at all walls} \quad (24)$$

$$p = p_{eb} \quad \text{at } z = 0.085 \quad (25)$$

$$p = p_{em} \quad \text{at } x = 0.135 \quad (26)$$

여기서 $u_i(y, z)$ 는 평균 속도 1.5m/s로 주 덕트 입구에서 완전 발달된 상태로 유입되는 공기의 속도 분포를 나타내며, 압력 p_{em} 및 p_{eb} 는 각각 주 덕트 출구 및 분지 덕트 출구에서의 압력으로서 각각 -0.39Pa 및 -1.33Pa 이다. 이러한 압력 조건은 주 덕트와 분지 덕트의 통과 유량이 2:1 정도로 된다고 가정할 때 수치 계산 모델에 관한 평균 유동과 마찰 저항간의 관계로부터 주 덕트 입구 영역을 기준으로 개략적으로 구하여진 것이다.

5. 수치 계산의 수행

관심 영역에서의 유동장을 계산하기 위해 주 덕트에 대해서는 $72 \times 12 \times 12$ 개, 분지 덕트에 대해서는 $12 \times 12 \times 42$ 개의 불균일 제어 체적으로 분할하였으며 덕트가 연결되는 접합 부분과 덕트의 출구 부분에는 제어 체적을 좀더 밀집시켰다. 본 연구에서는 앞에서 언급한 복합 격자망 해석 방법을 이용하여 주 덕트와 분지 덕트가 포함된 전체 덕트 시스템에서의 속도 및 압력값들을 예측했으며 구체적인 수치계산 과정은 다음과 같다.

① 전체 덕트 시스템을 주 덕트와 분지 덕트로 분리하여 각각의 계산 영역을 정한다. 이때 주 덕트에 포함되는 공통 부분 만큼은 분지 덕트의 계산 영역에 추가시키면서 이 부분을 분지 덕트의 유입구로 간주한다.

② 주 덕트에서의 초기 유동장을 계산한다. 이때 입구 조건은 주어진 속도를 이용하고 출구에서는 경계조건으로 주어진 압력값을 이용한다. 분지 덕트와의 접합부에 있어서는 분지 덕트에서의 유동장이 계산되기 이전이므로 추측된 공기의 속도를 부여한다.

③ 분지 덕트에서의 초기 유동장을 계산한다. 이때 유입구 즉 공통 영역에서의 속도는 과정 ②에서 계산된 주 덕트 내부의 물리량을 이용하여 식 (6) 및 식 (1)을 풀이함으로써 얻어진다. 출구에서는 경계조건으로 주어진 압력값을 이용한다.

④ 주 덕트에서의 유동장을 계산한다. 이때 접합부의 공통 영역 부분에서는 압력의 연속성을 유지시키기 위해 분지 덕트에서 계산된 압력값이 경계조건으로 부여된다.

⑤ 전체 덕트시스템의 속도장 전체가 수렴할 때까지 과정 ③으로 되돌 간다.

한편 본문에서는 해의 수렴정도를 판별하기 위하여 전체 계산 영역내의 질량 유출입의 합인 R_{sum} 과 최대 질량 유수(maximum mass residual)인 R_{max} 를 도입하였으며, 이 값들이 아래의 식 (27)과 식 (28)의 두 조건을 동시에 만족시킬 때 유동장이 수렴된 것으로 간주하였다.

$$R_{sum} = \sum_{all \ domain} R \\ = \sum_{all \ domain} \{ (\rho u \Delta y \Delta z)_w - (\rho u \Delta y \Delta z)_e \\ + (\rho v \Delta x \Delta z)_s - (\rho v \Delta x \Delta z)_n \\ + (\rho w \Delta x \Delta y)_b \\ - (\rho w \Delta x \Delta y)_t \} < 10^{-10} \quad (27)$$

$$R_{max} = \max\{|R|\} < 10^{-10} \quad (28)$$

6. 타당성 검토

T형 덕트 모델에 대하여 본 연구에서 제안한 방법을 이용한 수치계산 결과의 타당성을 검증하였다. 검증에는 아래의 네 개 과정을 포함하는 방법이 이용되었다. 이때 본 논문에서는 타당한 수렴해를 얻기 위해 각 과정에 대해 적절한 하향이완계수 및 매트릭스 해법을 사용했으며, 이때 과정 1, 과정 2 및 과정 3에 소요된 전산시간은 각각 195분, 174분 및 295분으로 나타났다.

과정 1: T형 덕트와 분지 덕트의 유출구에 압력 조건을 부여하고 본 연구에서 제안된 복합 격자망 해석 방법을 이용하여 덕트 내부에서의 속도 분포를 구한다.

과정 2: 과정 1에서 구하여진 유출구에서의 속도값을 경계조건으로 이용하여 같은 모델 내부에서의 압력 분포를 구한다. 이 과정의 주 덕트 해석시 점

속부 영역에는 분지 덕트 해석에서 계산된 속도값을 그대로 유지시킨다.

과정 3: 서론에서 언급한 단일 블럭 해석법에 의하여 동일한 덕트시스템을 구성한 후 계산 영역의 압력 분포를 구한다. 이때 주 덕트와 분지 덕트의 출구 경계 조건으로는 과정 1에서 구하여진 속도값을 이용한다.

과정 4: 과정 2와 과정 3에서 구하여진 출구 압력값을 과정 1에서 부여한 출구 압력값과 비교한다.

과정 1에서 계산된 $y=0.0044\text{m}$ 인 $x-z$ 단면에서의 속도 벡터의 분포를 Fig. 5에 도시하였다. 주 덕트의 유입구로부터 완전 발달된 속도 분포 형태로 유입된 유체는 접합부에서 주 덕트와 분지 덕트로 나뉘어 $z=0.085\text{m}$ 인 분지 덕트 출구와 $x=0.135\text{m}$ 인 주 덕트의 출구로 유출된다. 주 덕트와 분지 덕트에서 계산된 공기의 질량 유량은 각각 $9.72 \times 10^{-6}\text{kg/s}$, $5.28 \times 10^{-6}\text{kg/s}$ 로써 주 덕트 출구에서의 유량이 분지 덕트 출구에서의 유량에 비해 1.84배로 나타났다. 즉, 분지 덕트 출구에서의 압력이 주 덕트 출구에서의 압력보다 상대적으로 낮지만 주 덕트 출구에서의 유량이 분지 덕트 출구에서의 유량에 비해 크게 나타나고 있는 것을 알 수 있다. 이는 분지 덕트로의 90° 유동 방향 전환이 압력 손실을 증가시키기 때문이다. 또한 접합부의 코너 영역에서는 90° 유동 방향 전환으로 인해 재순환 영역이 형성되는 것을 볼 수 있다.

속도 벡터 분포를 나타낸 Fig. 5의 $x-z$ 단면에서의 압력 분포가 Fig. 6에 도시되어 있다. 그림에서 보는 바와 같이 주 덕트와 분지 덕트에서의 압력은 출구로 갈수록 감소하며 주 덕트와 분지 덕트의 접합부 부근에서는 주 유동 방향으로 큰 압력 구배를

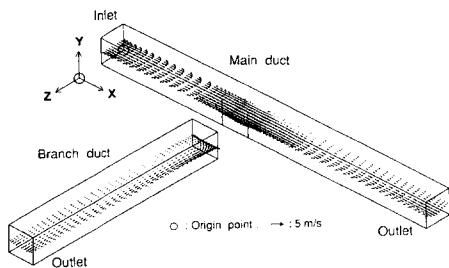


Fig. 5 Distribution of velocity vectors for process 1 ($x-z$ plane of $y=0.0044\text{m}$ for main duct and branch duct)

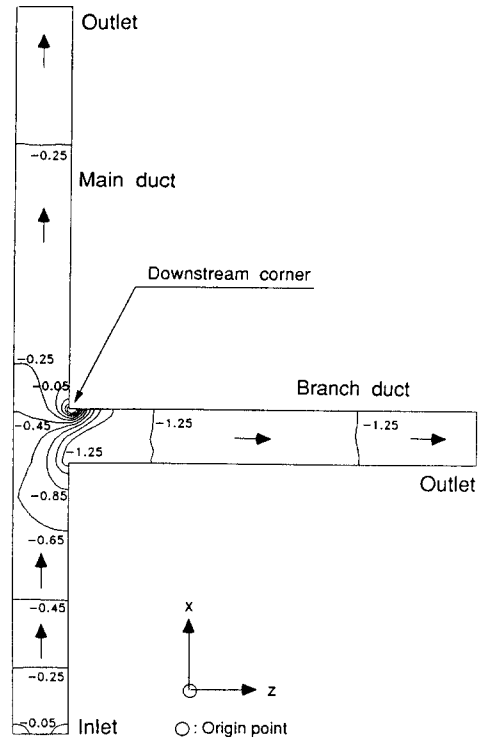
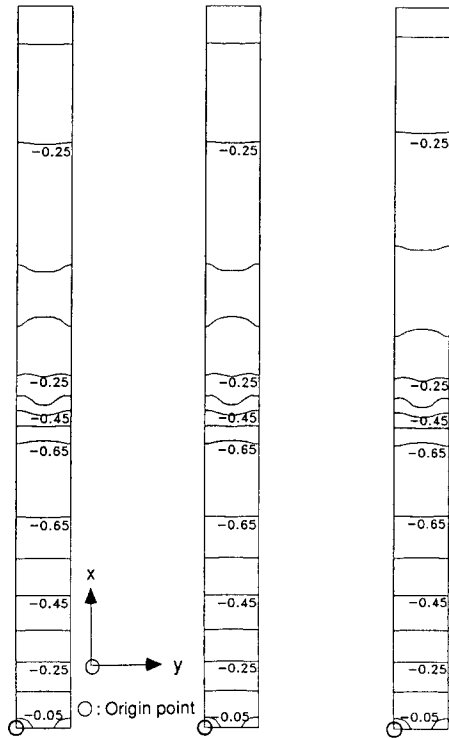


Fig. 6 Distribution of pressure for process 1 [unit: Pa] ($x-z$ plane of $y=0.0044\text{m}$ for main duct and branch duct)

보이고 있다. 또한 접합부의 하류 코너에서는 유체 충돌에 의한 정압상승으로 인해 가장 높은 절대 압력값을 보이고 있다. 각 단면에서의 압력 분포를 관찰하면 D가 덕트 단면의 길이를 뜻할 때 주 덕트는 접합부로부터 주유동 방향으로 $1.7D$ 위치의 $y-z$ 단면에서 $\pm 5\%$ 이내의 균일 압력 회복을 보이며 분지 덕트는 접합부로부터 주 유동 방향으로 $2.1D$ 위치의 $x-y$ 단면에서 $\pm 5\%$ 이내의 균일한 압력 분포를 보임을 알 수 있다.

과정 1, 과정 2 및 과정 3에서 계산된 $z=0.0044\text{m}$ 인 $x-y$ 단면에서의 압력장을 Fig. 7에 각각 도시하였다. 그림에서 보는 바와 같이 과정 2 및 과정 3에 의하여 얻어진 압력 분포는 과정 1의 압력 경계 조건이 부과된 경우와 거의 구분할 수 없을 정도로 유사하게 나타나는 것을 볼 수 있다. 이때 과정 2와 과정 3에 의해 계산된 주 덕트와 분지 덕트의 출구에서의 실제 압력값을 과정 1에서 압력 경계 조건으로 부여해 주었던 압력값과 비교해 보는



(a) Process 1 (b) Process 2 (c) Process 3
Fig. 7 Distribution of pressure for process 1, 2, 3
 [unit: Pa]
 (x - y plane of z=0.0044m for main duct)

것도 매우 중요하다. 만일 계산 결과가 타당하다면 과정 2와 과정 3에서 계산된 출구 압력값은 과정 1의 압력값과 동일한 결과를 나타낼 것이다. 계산 결과로서 주 덕트와 분지 덕트의 중심선을 따르는 압력값 P_m 의 분포를 각각 Fig. 8과 Fig. 9에 도시하였다. 그림에서 보는 바와 같이 과정 2의 결과로부터 얻은 주 덕트 및 분지 덕트의 출구에서의 압력값은 각각 -0.3867Pa 및 -1.3526Pa 이고 과정 3에 대해서는 각각 -0.3811Pa 및 -1.3406Pa 이다. 이는 과정 1에서 경계조건으로 부여해주었던 압력값과 거의 일치하는 값이다.

본 연구 결과의 타당성을 한번 더 검토하기 위하여 본 계산에서 얻은 압력 손실을 실제 덕트 설계에서 사용되는 전압법을 이용하여 계산한 덕트 압력 손실과 비교하였다. 전압법에 사용된 정사각 덕트 내부에서의 마찰 계수는 56.9Re [Re는 Reynolds 수]이며, 부차 손실 계수는 주 덕트와 주 덕트 사이에서는 0.059이고 주 덕트와 분지 덕트 사이에서

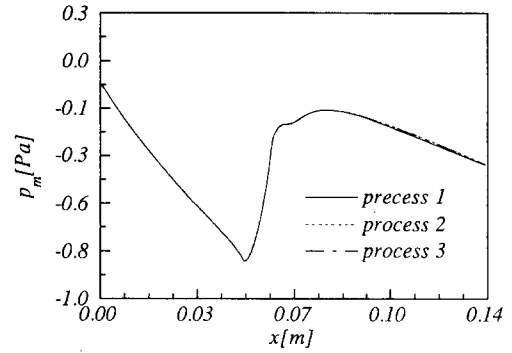


Fig. 8 Distribution of mean static pressure at the cross sectional of main duct

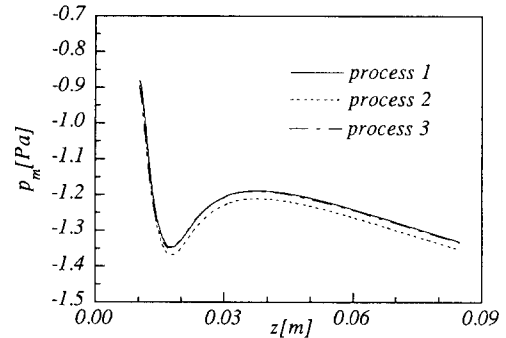


Fig. 9 Distribution of mean static pressure at the cross sectional of branch duct

는 9.839이다. (6) 이와 같은 계수값을 이용하여 근사적으로 계산한 전압 강하량 (total pressure drop) 은 주덕트-분지 덕트 사이에서 2.02Pa 이며 본 수치 계산 결과로 얻은 전압 강하량은 2.31Pa 이다. 이를 비교해 볼 때 전압법에서의 결과가 본 수치 계산 방법에서의 결과에 비해 대략 13% 정도 작게 나타나는 것을 볼 수 있다. 이는 전압법의 경우에 완전 발달 유동이라고 보기가 다소 어려운 영역인 접합부로부터 주 덕트 출구, 접합부로부터 분지 덕트 출구까지의 영역의 마찰 손실을 계산할 때 이 영역에서의 유동을 완전 발달 유동이라 가정하여 마찰 계수를 계산하였기 때문이라 사료된다.

7. 결 론

공조용 덕트 시스템과 같이 기하학적 형상은 복잡하지만 공학적으로 응용 분야가 많은 유체 유동 문제를 수치적으로 해석하고자 할 때 격자망을 적

절히 생성하는 것과 주어진 경계 조건에 합당한 해를 구하는 것은 어려운 문제이다.

본 연구에서는 유량이 확정되지 않은 다수의 유출구가 존재하는 T형 덕트 시스템에서 유출구에 압력값을 경계 조건으로 부여하여 유동장을 예측할 수 있는 복합 격자망 해석 방법을 제시하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

① 다출구 덕트 시스템에서 유출구에 압력 경계가 존재하는 경우, 접합부에서 압력값을 유지하기 위하여 분기 덕트 해석시 공통 영역에서 계산된 압력값을 주덕트 해석시 영역의 압력 경계값으로 부여하는 방안을 채용한 복합 격자망 해석 방법의 사용이 효과적이다.

② 압력 경계 조건을 가지는 유출구에서 압력을 표면의 격자점에 부여하지 않고 표면에 인접한 제어 체적 내부의 격자점에 부여하는 근사적인 방법은 큰 오차를 가지지 않고 물리적으로 타당한 해를 보장할 수 있다.

후 기

이 연구의 일부는 한국과학재단 지정 터보·동력 기계 연구센터의 지원으로 수행되었으며, 관계자 여러분께 감사를 드립니다.

참고문헌

- (1) Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York.
- (2) Wright J. A. and Shyy, W., 1993, "A Pressure-Based Composite Grid Method for the Navier-Stokes Equations," *Journal of Computational Physics*, Vol. 107, pp. 225~230.
- (3) Leschziner, M. A. and Dimitriadis, K. P., 1989, "Computation of Three-Dimensional Turbulent Flow in Non-Orthogonal Junctions by a Branch-Coupling Method," *Computers & Fluids*, Vol. 17, No. 2, pp. 371~396.
- (4) Agrawal, A. K., Krishnan S. and Yang, T. T., 1993, "Use of Subdomains for inverse Problems in Branching Flow Passages," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 115~227
- (5) 이재현, 1988, "2차원 비압축성 점성유동에 나타나는 압력경계조건의 해결방안," 대한기계학회 논문집, 제12권, 제4호, pp. 926~933.
- (6) 김영호, 1991, *건축설비*, 전문당, 서울, p. 463