

(論 文)

2차원 초음파 회절격자를 이용한 음향-광 3차 상관기의 구성

장경영* · 佐藤拓宋**

(1995년 8월 11일 접수)

Acousto-Optical Third Order Correlator Using 2-D Ultrasonic Diffractor Cell

Kyung-Young Jhang and Takuso Sato

Key Words : Third Order Correlation Function(3차 상관함수), Acousto-Optical Modulator(음향-광변조기), Ultrasonic Diffractor Cell(초음파 회절격자), Image Processing(화상처리)

Abstract

Third order correlation function is to be advantageous to detect unique features embedded in various random signals that are undetectable with second order correlation or power spectrum. In this paper, we will introduce optical modulator which consists of a laser light source, 2-dimensional ultrasonic diffractor cell with signal controlling circuitry, and a CCD camera connected to personal computer for image processing. With this modulator, the third order correlation pattern of a signal can be immediately obtained at the camera due to parallel nature of optical computing.

있다.

1. 서 론

기계계로부터 발생되어지는 소음이나 진동 등 이른바 불규칙 신호를 주파수 분석하여 보면 주파수 성분사이에 고유한 관계가 있는 경우가 많다. 이러한 관계는 통상 많이 사용되어지는 파워스펙트럼이나 2차 상관함수만으로는 알아낼 수 없으며 이들보다 1차원 높은 통계량인 바이스펙트럼이나 3차 상관함수를 이용하여야 할 필요가 있다.⁽¹⁾ 즉, 3차 상관함수의 추정엔 일반적인 불규칙 현상으로부터 기계진동성분등 특정한 성분을 추출해 낸다고 하는 의미에서 매우 유용한 것이라 할 수 있다.⁽²⁾

일반적으로 불규칙 신호의 파형을 $x(t)$ 라고 할 때 $x(t)$ 의 3차 상관함수는 다음과 같이 정의될 수

$$R(\tau_1, \tau_2) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) x(t + \tau_1) x(t + \tau_2) dt \quad (1)$$

그러나 3차 상관함수의 계산에는 매우 많은 계산량이 필요하기 때문에 퍼스널 컴퓨터에서의 계산이 매우 어렵다고 하는 문제가 있다. 따라서 3차 상관함수를 이용하여 기계계의 이상발생 등을 순간적으로 검지할 수 있게 하기 위하여는 3차 상관함수의 실시간적인 계산과 표시가 강하게 요구된다고 할 것이다.

본 논문에서는, 초음파를 이용한 2차원 음향-광 변조기와 레이저 그리고 CCD 카메라와 화상처리를 위한 계산기를 조합하여 3차 상관함수의 계산을 실시간적으로 처리할 수 있는 계측시스템을 구성하는 것을 목적으로 하고 있다.

*회원, 한양대학교 정밀기계공학과

**Tokyo Institute of Technology

2차원 음향-광 변조기는 수중에 설치된 3개의 진동자로 구성되며, 각각의 진동자에서 발생된 초음파는 일정거리 떨어진 영역에서 서로 교차하도록 되어있다. 이 교차 영역은 이에 수직하게 입사되는 레이저광에 대하여 2차원적인 회절격자로서 작용하게 된다.⁽³⁾ 이 때 해석하고자 하는 신호 $x(t)$ 를 진동자의 공진주파수로 진폭변조하여 발진시키면, 초음파 회절격자를 통과한 레이저광의 회절광에 신호 $x(t)$ 의 3차 상관정보가 나타나게 되며, 완전한 3차 상관함수를 얻기 위하여는 추가적인 신호 스위칭이 필요하게 되는데, 본 논문에서는 이 과정에 대한 이론적 설명이 제시되고, 구체적인 계측시스템의 구성과 필요한 광신호 처리과정 및 실험결과를 제시한다.

2. 2차원적 초음파 회절격자를 이용한 광변조기의 구성

2.1 초음파 회절격자에 의한 레이저광의 회절

수중에서 초음파를 전파시키면, 초음파에 의한 매질의 굴절률에 주기적인 변화가 발생하고, 여기에 레이저광을 통과시키면 초음파는 빛에 대하여 회절격자로서 작용하게 된다. 즉, Fig. 1에 나타낸 바와 같이 초음파 진행방향에 수직으로 평면파 레이저광이 입사되면, 음파의 소밀분포에 의한 굴절률의 변화가 회절격자로서 작용하여 레이저광의 파면은 위상변조를 일으키게 된다. 이때의 위상변화 크기 ϕ 는 초음파의 폭을 L , 굴절률의 변화크기를 $\Delta n(x)$, 레이저광의 파장을 λ 라고 하면 다음과 같이 주어진다.

$$\phi = 2\pi L \Delta n(x) / \lambda \quad (2)$$

이렇게 위상변화를 일으킨 레이저광은 전파하면서

간섭을 일으켜 임의거리 떨어진 위치에서의 광강도 분포는 수개의 피크군을 형성하게 되며, 그들의 강도 I_m 은 입사광의 강도를 단위강도로 할 때 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$I_m = J_m^2(\phi), \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3)$$

여기서, m 은 회절차수를 나타내며, J_m 은 m 차의 Bessel 함수이다.

또한 일반적으로 Bessel 함수 $J_m(\nu)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있으므로,

$$J_m(\nu) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(-1)^s \nu^{m+2s}}{2^{m+2s} s! \Gamma(m+2s+1)} \quad (4)$$

$m=1$ 인 경우,

$$J_1(\nu) = \frac{\nu}{2} - \frac{\nu^3}{2^3 1! 2!} + \frac{\nu^5}{2^5 2! 3!} - \dots \quad (5)$$

이 되어 $\nu \ll 1$ 이라 가정하면

$$J_1(\nu) = \frac{\nu}{2} \quad (6)$$

로 근사시킬 수 있다.

따라서 1차 회절광의 강도는 $\phi \ll 1$ 이라 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$I_1 = J_1^2(\phi) = J_1^2(\gamma V(t)) = [\gamma V(t)/2]^2 \quad (7)$$

여기서, $\gamma = 2\pi L \beta / \lambda$ 이고, β 는 초음파 진동자에 따라 결정되는 상수이다. $V(t)$ 는 초음파 구동 전압 신호를 나타내며 음압크기에 직접적으로 관계되고, 따라서 굴절률 변화크기와도 비례적으로 관계된다.

한편 회절광은 초음파의 진행에 의한 도플러효과를 받아 주파수가 변화하게 되는데, 레이저광의 각 주파수를 ω , 초음파의 각주파수를 Ω 라 하면 m 차 회절광의 주파수 ω_m 은

$$\omega_m = \omega + m\Omega, \quad m=0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (8)$$

가 된다.

2.2 3개의 초음파 회절격자에 의한 레이저광의 회절

Fig. 2는 3개의 초음파를 교차시켜 2차원적인 회절격자로서 작용하는 광변조기를 나타낸다. 여기서, T_1, T_2, T_3 는 초음파 진동자를 나타내며, 점 O는 이들로부터 등거리에 있는 점으로, 이 점에서는 각 진동자로부터 전파된 초음파에 상대적인 지연이 없게 된다. 그러나 영역 OABC내에 있어서는 각

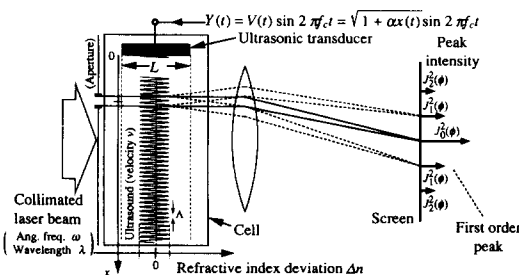


Fig. 1 Diffraction of light by the acousto-optical diffractor cell

진동자로부터 전파된 파동에 상대적인 지연이 존재하게 되는데, 점 O를 τ_1, τ_2 축의 원점으로 하고, T_1, T_2, T_3 로부터의 파동신호를 각각 $y_1(t), y_2(t), y_3(t)$ 라 하면 각각은 OABC 영역내의 점 $P(\tau_1, \tau_2)$ 에 있어서 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$y_1(t) = y[t - (\tau_1 \cos \frac{\theta}{2} + \tau_2 \cos \frac{\theta}{2})] \quad (9)$$

$$y_2(t) = y[t - (\tau_1 \cos \frac{3\theta}{2} + \tau_2 \cos \frac{\theta}{2})] \quad (10)$$

$$y_3(t) = y[t - (\tau_1 \cos \frac{\theta}{2} + \tau_2 \cos \frac{3\theta}{2})] \quad (11)$$

여기서, 시간축 τ_1 은 진동자 T_1, T_3 로부터, 시간축 τ_2 는 T_1, T_2 로부터 등거리에 있으며, 시간축 τ_1, τ_2 는 수중을 전파하는 초음파의 상대적 지연시간으로 주어진다. 따라서 시간축 τ_1, τ_2 는 3차 상관함수의 지연시간 축이 될 수 있고, 점 O는 3차 상관함

수의 원점이 됨을 알 수 있다.

한편 초음파의 전파면에 수직인 방향으로 레이저 빛을 입사시키면 초음파는 회절격자로서 작용하여 Fig. 3과 같은 회절패턴을 얻게 되는데, 이때 진동자 T_1, T_2, T_3 로부터 나온 각각의 초음파에 의하여 1회씩 회절된 3차 회절성분만을 pin hole을 통과시켜 CCD 카메라에 결상(結像)시키면 그 강도는, 각 진동자에 의하여 회절된 1차 회절광 강도의 곱으로 나타내어지게 되므로 식 (7)을 이용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} I(+1, +1, +1) &= I_3(\tau_1, \tau_2) \\ &= J_1^2(\phi_1) J_1^2(\phi_2) J_1^2(\phi_3) \\ &= KV_1(t) V(t + \tau_1) V_3(t + \tau_2) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, $K = (\gamma/2)^3$

이것을 CCD 카메라의 시정수(time constant)로 시간적분하면 바이어스를 포함한 3차 상관함수에 관한 정보를 얻을 수 있다. 이에 관한 세부사항은 뒤에 설명된다.

3. 3차 상관기의 구성

Fig. 4는 3차 상관기의 전체 구성을 나타낸다. 피 측정신호 $x(t)$ 를 주파수 f_c (실험에서는 7 MHz로 하였다)의 캐리어신호로 진폭변조하여 초음파 진동자 구동신호 $y(t)$ 를 생성시킨다. 이때 신호가 음이 되지 않도록 바이어스를 부가시킨다. 또 식 (12)로부터 알 수 있듯이 회절광 강도는 진폭 $V(t)$ 의 2승에 비례하므로 미리 진폭을 1/2승 하여 두면 편리하다. 즉,

$$\begin{aligned} Y(t) &= \sqrt{Y_0[1+ax(t)]} \sin 2\pi f_c t \\ &= V(t) \sin \Omega t \end{aligned} \quad (13)$$

여기서,

$$\begin{aligned} |ax(t)| &\leq 1, \quad V(t) = \sqrt{Y_0[1+ax(t)]} (\geq 0) \\ \Omega &= 2\pi f_c \end{aligned}$$

레이저로는 Ar 이온 레이저를 이용하였으며, 회절광은 $f=500$ mm인 렌즈로 마스크에 결상된다. 또한 마스크의 pin hole 위치를 조절함으로써 필요한 3차 회절성분만을 추출하여 CCD 카메라에 입력시키게 되는데, 이때 CCD 카메라 내에서는 전하축적시간인 1/60초로 시간적분이 이루어진다. 이

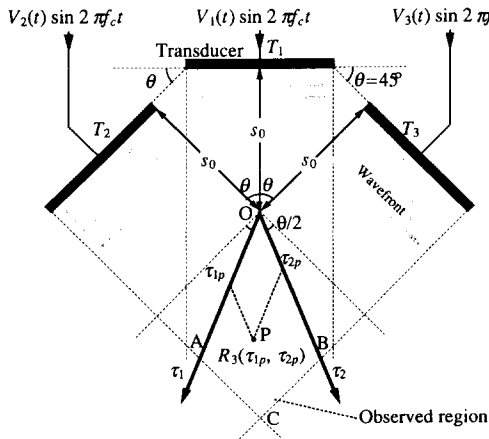


Fig. 2 Transducer configuration

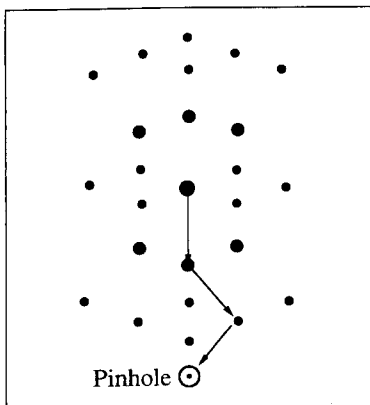


Fig. 3 The diffraction pattern observed at the screen

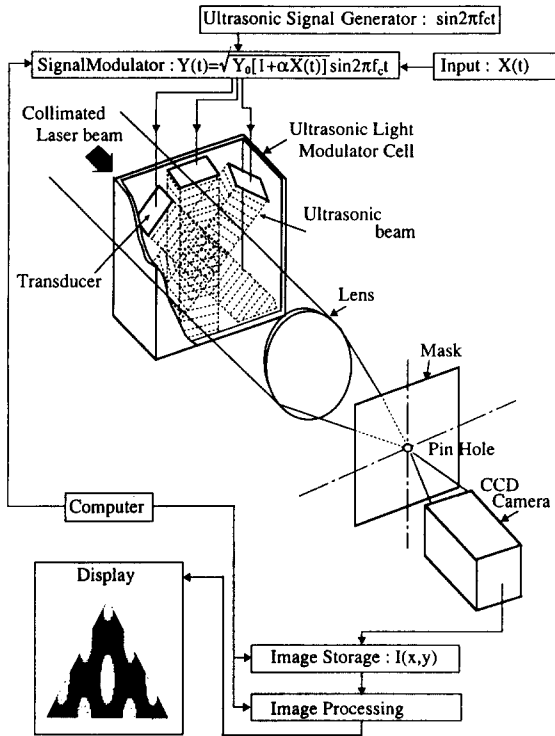


Fig. 4 Construction of 3-D correlation measurement system

것을 영상정보로서 퍼스널 컴퓨터에 입력시켜 화상 처리하게 된다. 화상처리에서는 배경잡음을 제거하고 3차 상관정보의 특징을 고화질로서 추출하기 위하여 이동평균, 흑백 농담화상의 2원화(Binarization), 평활화 등의 처리가 이루어진다.^(4,5)

4. 3차 상관함수의 도출

CCD 카메라로부터 얻은 3차 회절광의 강도분포 $I_3(\tau_1, \tau_2)$ 는 식 (12)을 시간적분함으로써 얻어진 것인데 여기에 다시 식 (13), (14)의 표현을 이용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 I_3(\tau_1, \tau_2) &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} I(\tau_1, \tau_2) dt \\
 &= K \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [1 + \alpha x(t)] [1 + \alpha x(t + \tau_1)] \\
 &\quad [(1 + \alpha x(t + \tau_2))] dt \\
 &= K [T + \alpha \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} (x(t) + x(t + \tau_1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ x(t + \tau_2))] dt + \alpha^2 \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \{x(t)x(t + \tau_1) \\
 &+ x(t)x(t + \tau_2) + x(t + \tau_1)x(t + \tau_2)\} dt \\
 &+ \alpha^3 \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)x(t + \tau_1)x(t + \tau_2) dt] \quad (14)
 \end{aligned}$$

여기서, $K = (\gamma/2)^6 Y_0^3 / T$

이 식의 우변 []안 제1항은 상수, 제2항은 평균값, 제3항은 2차 상관함수를 나타내며, 제4항이 3차 상관함수 $R_3(\tau_1, \tau_2)$ 이 된다. 따라서 3차 상관함수를 도출하기 위하여는 제4항 이외의 바이어스 항을 제거해야 하는데, 단, 제2항은 신호 $x(t)$ 의 평균값이 0인 경우 0이 되므로, 제1항과 제3항을 제거해야 할 필요가 있다. 이를 위한 절차를 다음에 보인다.

우선 진동자 구동신호로서 $y(t), x(t)$ 의 부호를 반전시킨 신호 $\overline{y}(t)$ 와 캐리어 신호만의 $y_0(t)$ 를 준비한다. 그리고 진동자 T_1, T_2, T_3 에 Table 1에 보이는 바와 같은 A~D의 4가지 상태에 대응하여 신호를 바꾸어 입력시킨다. 그러면 각 상태에 대응하여 다음과 같은 3차 회절강도가 얻어진다. 단, A상태는 식 (14)와 같다.

A상태 : $I_3(\tau_1, \tau_2) =$ 식 (14)

B상태 :

$$\begin{aligned}
 I_{3B}(\tau_1, \tau_2) &= K \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [1 - \alpha x(t + \tau_1)] [1 + \alpha x(t + \tau_2)] dt \\
 &= K [T + \alpha \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [-x(t + \tau_1) + x(t + \tau_2) dt \\
 &\quad - \alpha^2 \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t + \tau_1)x(t + \tau_2) dt] \quad (15)
 \end{aligned}$$

Table 1 Switching diagram of the signals

Signal set	A	B	C	D
Transducer				
T_1	$Y(t)$	$Y(t)$	$\overline{Y}(t)$	$\overline{Y}(t)$
T_2	$Y(t)$	$\overline{Y}(t)$	$Y(t)$	$\overline{Y}(t)$
T_3	$Y(t)$	$\overline{Y}(t)$	$\overline{Y}(t)$	$Y(t)$
Observed intensity	$I_{3A} \rightarrow I_{3B} \rightarrow I_{3C} \rightarrow I_{3D}$ (Cycle $T < 1/60[Hz]$)			

C상태 :

$$\begin{aligned} I_{3C}(\tau_1, \tau_2) &= K \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [1 + ax(t)][1 - ax(t + \tau_2)] dt \\ &= K [T + \alpha \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [x(t) - x(t + \tau_2)] dt \\ &\quad - \alpha^2 \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)x(t + \tau_2) dt] \quad (16) \end{aligned}$$

D상태 :

$$\begin{aligned} I_{3D}(\tau_1, \tau_2) &= K \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [1 - ax(t)][1 + ax(t + \tau_1)] dt \\ &= K [T + \alpha \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [x(t + \tau_1) - x(t)] dt \\ &\quad - \alpha^2 \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)x(t + \tau_1) dt] \quad (17) \end{aligned}$$

이들을 모두 합하면

$$\begin{aligned} I(\tau_1, \tau_2) &= I_{3A} + I_{3B} + I_{3C} + I_{3D} \\ &= K [4T + \alpha^3 \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t + \tau_1)(t + \tau_2) dt] \quad (18) \end{aligned}$$

과 같이 되어 3차 상관함수는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R_3(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{\alpha^3} \left(\frac{I(\tau_1, \tau_2)}{K} - 4T \right) \quad (19)$$

5. 실험결과

5.1 회절영상의 관측결과

초음파에 의한 레이저광의 회절영상 관측 예를 Fig. 5에 보인다. 여기서 진동자 T_1 , T_2 , T_3 에는 동일신호 $Y(t)$ 를 부가하였으며, 신호형태는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Y(t) &= \sqrt{Y_0[1 + ax(t)]} \sin 2\pi f_c t \\ x(t) &= \sin 2\pi f_s t \\ \sqrt{Y_0} &= 4 \text{ Volt}, \alpha = 1, f_s = 400 \text{ kHz}, f_c = 7.6 \text{ MHz} \end{aligned}$$

가운데 가장 밝은 점이 0차 회절광이고, 그 바로 아래 네번째 밝은 점이 찾고자 하는 3차 회절광이 된다. 이 결과는 Fig. 3에 나타낸 예상결과와 일치하고 있다.

5.2 3차 회절광의 강도분포 관측결과

여기서는 여러 가지 입력신호 $x(t)$ 에 대한 회절광의 강도분포 그대로를 관측한 결과에 대하여 수치적으로 얻은 영상과 비교한다.

Fig. 6과 Fig. 7은 각각 신호가 200 kHz의 정현파인 경우와 구형파인 경우에 대한 관측결과와 수치계산 결과를 나타내고 있다. 관측결과는 수치계산 결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있고, 구형파인 경우 상관이 강한 부분이 정현파인 경우에 비하여 첨예하게 나타나 있어 구형파 신호에 대한 3차 상관함수의 특징을 잘 반영하고 있음을 알 수 있다.

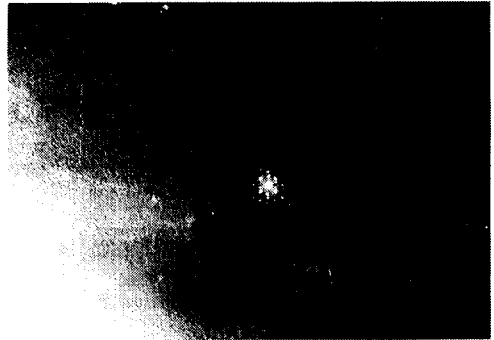


Fig. 5 Observed diffraction pattern

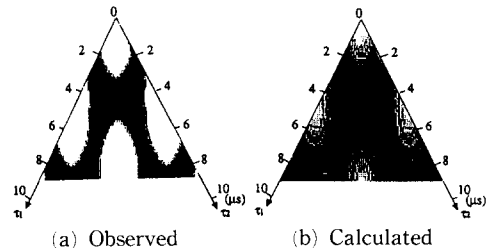


Fig. 6 Image of 3rd order diffraction pattern for sinusoidal signal of 200 kHz

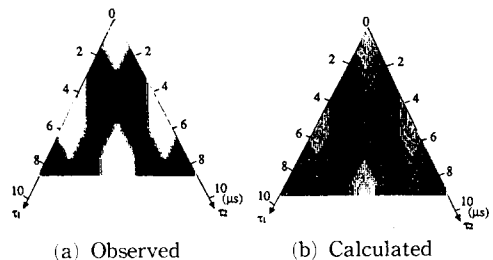


Fig. 7 Image of 3rd order diffraction pattern for square wave signal of 200 kHz

Fig. 8은 관측신호로서 200 kHz, 300 kHz, 400 kHz의 정현파를 이용한 경우에 대한 3차 회절광의 관측결과이다. 주파수가 높아질수록 상관의 강한 부분 사이의 간격이 좁아지고 있음을 알 수 있다. 이는 sin함수의 상관함수는 cos함수이고 상관주기는 주파수의 역수에 해당한다는 것을 상기하면, 주파수가 커질수록 상관함수의 상관주기가 짧아짐을 의미한다. 상관주기는 주파수가 200 kHz인 경우에는 $5\mu s$, 300 kHz인 경우에는 $3.3\mu s$, 400 kHz인 경우에는 $2.5\mu s$ 로 되고 이는 수치계산 결과와 일치하는 것이다.

5.3 3차 상관함수 관측결과

최종적인 3차 상관함수는 4절에서 설명된 것과 같이 각 트랜스듀서에 가하는 신호형태를 4가지로 바꾸어 얻는 이미지를 총합하여 식 (19)의 관계로부터 얻어지게 된다. Fig. 9는 진폭이 -0.5 와 1.0 사이이고, 1:2의 듀티비(duty ratio)를 갖는 200 kHz의 구형파(square wave)에 대하여 얻은 3차 상관함수이다. 좌측은 관측결과이고, 우측은 계산

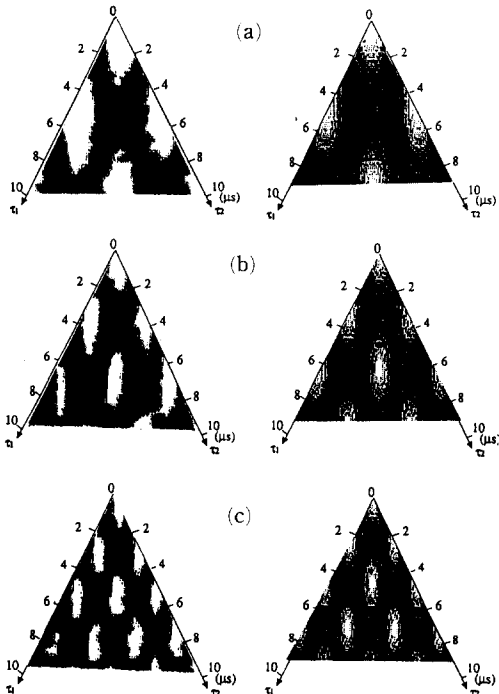


Fig. 8 Image of 3rd order diffraction pattern for sinusoidal signal with diffe rent frequency (a) 300 kHz, (b) 400 kHz. (c) 500 kHz, where left is observed and right is calculated

결과이다. 또한 (b)는 (a)에 사용된 입력신호를 $8\mu s$ 지연시켰을 경우 얻어지는 결과이다. 윤곽이 선명하지 않은 점은 개선의 여지로 남아 있지만, 대체적으로 3차 상관함수를 잘 나타내고 있다. 특히 3차 상관함수의 peak 위치를 구해야할 필요가 있는 경우 매우 유용하게 활용될 수 있을 것이다.^(6,7) 이상의 수치계산 결과와 실험결과로부터 앞서 구성된 광학 시스템에 의하여 상관함수가 실시간적으로 추정될 수 있음을 확인할 수 있다.

6. 결 론

실시간적인 3차 상관함수 도출의 실현을 목적으로, 초음파 광변조기와 광학계 그리고 화상처리 알고리즘에 대하여 연구하였으며 연구성과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 3개의 초음파를 이용한 2차원 광변조기를 구성하고, 초음파 신호의 지연을 공간좌표로 대응시킴으로써 실시간적인 3차 상관함수 도출을 위한 계측계를 구성할 수 있었다.

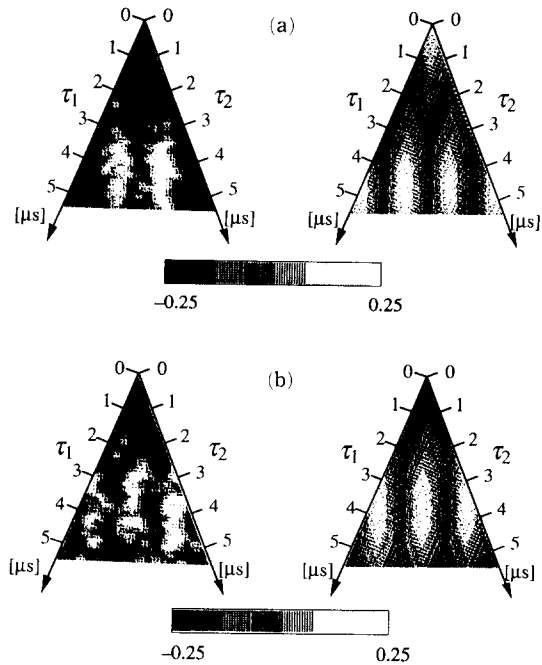


Fig. 9 Observed $R_3(\tau_1, \tau_2)$ pattern and its comparison with the computer calculation results, for (a) zero-mean square wave with uneven duty ratio and (b) waves obtained by delaying the input signal of (a) $8\mu s$.

(2) 실제의 몇 가지 신호에 대하여 3차 회절강도 영상 및 3차 상관함수를 구한 결과 수치계산결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있었고 이로부터 제안한 계측계의 유효성을 검증할 수 있었다.

(3) 제안한 계측계에서 측정가능한 지연시간은 τ_1 , τ_2 모두 $10 \mu\text{s}$ 미만이었으며, 보다 넓은 범위의 지연시간에 대응하기 위하여는 사용하는 초음파의 폭을 크게 하거나, 초음파 구동신호에 대한 별도의 지연회로를 추가하는 방법을 생각할 수 있다.

참고문헌

- (1) 佐藤拓宋, 佐佐木公男, 1979, “바이스펙트럴解析とその應用” 機械の研究, Vol. 31, No. 6, pp. 721~728.
- (2) Lohmann, A. W. and Wirtzner, B., 1984, “Triple Correlations,” *Proc. IEEE*, Vol. 72, No. 7, pp. 889~901.
- (3) Eerg, N. J. and Lee, J. N., 1983, *Acousto - Optic Signal Processings*, Merrell - Dekker.
- (4) Haus, H. A., 1984, *Waves and Fields in opto electronics*, Prentice - Hall, Ch. 9
- (5) Honer, Ed. J. L. , 1987, *Optical Signal Processing*, Academic Press.
- (6) Jhang, K. J. and Sato, T., 1989, “Flow Velocity Field Tomography Using Multiple Ultrasonic Beam Detector and High Order Correlation Analysis,” *J. Acoustic Soc. Am*, Vol. 86, No. 3, pp. 1047~1052.
- (7) Jhang, K. Y. and Sato, T., 1991, “3-D Velocity Field Measurement Using Multiple Ultrasonic Plane Detectors and High Order Correlation Analysis,” *IEEE. Trans. Ultra. Ferr. Freq. Con.*, Vol. 38, No. 2, pp. 93~99.