

〈논 문〉

## 자기력을 이용한 비접촉 6자유도 미소위치결정 기구의 개발 —설계, 모델링 및 제어—

최기봉\* · 박기환\*\* · 김수현\* · 곽윤근\*

(1995년 4월 19일 접수)

### Development of a Noncontacting 6 DOF Micro-Positioner Driven by Magnetic Force-Design, Modeling and Control-

Kee-Bong Choi, Kyihwan Park, Soo-Hyun Kim and Yoon Keun Kwak

**Key Words** : Magnetic Levitation(자기부상), Antagonistic Structure(상반구조), Permanent Magnet(영구자석), Air-Core Solenoid(공심 솔레노이드), Moving-Magnet Type Manipulator(이동자석형 매니플레이터)

#### Abstract

A magnetically levitated micro-positioner is implemented to avoid mechanical friction and increase precision. Since magnetic levitation system is inherently unstable, most concern is focused on a magnetic circuit design to increase the system dynamic stability. For this, the proposed levitation system is constructed by using an antagonistic structure which permits a simple design and robust stability. From the dynamic equations of motion, it is verified that the proposed magnetically levitated system is decoupled in 6 degree-of-freedom motion. Experimental results are presented in terms of time response and accuracy.

#### 1. 서 론

미소위치결정 기구는 미소 작동영역에서 고 분해능의 위치와 미세한 힘을 전달할 목적으로 많은 연구가 진행되고 있다. 이와 같은 고유한 장점으로 인하여 미소위치결정 기구는 초정밀 탐침 시스템(micro-probing system), 세포조작(cellular biology), 정밀 외과수술(microsurgery) 및 정밀조립 등 많은 분야에서 관심을 가지고 개발되어 왔다. 이와 같은 시스템에서는 구동원으로 압전소자,<sup>(1,2)</sup> 형상 기억합금,<sup>(3)</sup> 정전기력<sup>(4-6)</sup> 및 전자기력<sup>(7-11)</sup> 등이 많이 이용되고 있다. 최근, 기존의 미소위치결정

기구를 더욱 더 높은 정밀도와 정확도로 구동시키기 위하여 구동부의 마찰을 최소한으로 줄이려는 연구가 많이 진행되고 있다.

본 연구는 기존 구동계의 마찰로 인한 문제점을 해결하기 위해 자기력을 이용하여 매니플레이터(manipulator)를 고정부(base frame)로부터 부상 시킴으로서 비접촉식으로 운동을 할 수 있는 6자유도의 미소위치결정용 기구를 개발하는 것이다. 이러한 구조는 마찰력이 제거되고, 매니플레이터가 강제로 작동하기 때문에 위치오차가 누적되지 않으며, 시스템의 수학적 모델이 간단해지는 장점이 있다. 이외에는 극한 청정조건이 요구되는 곳에는 가장 적합한 방법이고, 전기적 제어에 의해 시스템의 강성 및 감쇠를 쉽게 변화시킬 수 있다. 그러나 동작영역이 작고, 자기부상에 의해 동역학적으로 불

\*회원, 한국과학기술원 기계공학과

\*\*회원, 광주과학기술원 기전공학과

안정하므로 시스템을 안정화시킬 수 있는 제어회로가 필요하다는 단점이 있다.

자기부상식 위치결정 기구는 Tsuda, Hollis, Ohnuki 및 Jeong 등에 의해 연구보고 되었다. Tsuda 등<sup>(8)</sup>은 능동형 직류 자기베어링을 사용하여 자기적으로 지지된 지능형 로봇 핸드를 개발했다. 이 기구는 정밀한 제어를 함으로써 RCC(Remote Center Compliance)와 같이 여러가지 조립작업을 수행할 수 있다. Hollis 등<sup>(9)</sup>은 6각형의 자기부상식 손목기구를 개발했다. 이 기구는 조동/미동(coarse/fine motion)용 매니플레이터 중 미세운동을 위해 개발한 것이다. Ohnuki 등<sup>(10)</sup>은 광 디스크 헤드의 운동을 위해 자기구동기와 현가스프링의 조합에 의한 마이크로머신을 설계했다. 이 시스템은 물리적인 스프링 현가장치가 사용되었기 때문에 순수한 의미의 자기부상 시스템이라고 말할 수는 없다. Jeong 등<sup>(11)</sup>은 자기부상식 마이크로 로봇을 개발하였다. 이 시스템은 6개의 공심 솔레노이드에 의해 구동되며, 3각형 형태의 매니플레이터상에 3개의 영구자석이 부착되어 있으며, 4자유도의 운동을 제어할 수 있도록 되어 있다.

자기부상식 시스템은 원래 동역학적으로 불안정(unstable)하기 때문에 시스템의 안전성을 증가시키기 위한 방향으로 자기회로를 설계하는 것이 중요하다. 그 이유는 더 많은 자유도를 폐회로 제어 없이 안정화시킬 수 있다면 성능향상을 위해 투입하는 제어 노력을 그만큼 줄일 수 있기 때문이다. 그러므로 본 논문에서 제안된 자기부상식 시스템의 설계는 시스템의 동적 안정성을 증가시키기 위하여 자기력의 특성을 이용하는 방법에 집중하였다.

본 논문에서는 자기력에 의해 구동되는 6자유도 위치결정 기구의 설계, 모델링 및 제어에 관해 차례로 서술하고자 한다. 이 기구의 구조는 이동자석형(moving-magnet type) 구동계의 의한 상반구조(antagonistic structure)를 채택하고 있어 시스템의 안정성을 크게 향상시키고 있다. 이 기구의 작동영역은  $\pm 1$  mm의 위치 이동영역과  $\pm 1^\circ$ 의 회전 이동영역을 목표로 하고 있다.

본 논문의 연구내용은 다음과 같다. 2장에서는 시스템의 설계개념을 이해하기 위해 공심 솔레노이드(air-core solenoid)와 영구자석 사이에 발생하는 힘의 해석을 제시한다. 3장은 자기부상식 미소위치결정 기구의 설계에 관하여, 4장은 시스템의 동역학적 모델링에 관하여 설명한다. 제어 시스템

과 실험결과에 대해서는 5장에서 제시되며, 6장에서는 연구의 결과에 대해서 논의한다.

## 2. 공심 솔레노이드와 영구자석 사이의 힘 특성

Fig. 1은 자기력의 발생을 위해 본 논문에서 채택한 공심 솔레노이드와 원통형 영구자석이다. 여기서,  $D$ ,  $d$  및  $l$ 은 각각 솔레노이드의 외경, 내경 및 길이를 나타낸다.  $D_m$ 과  $l_m$ 은 영구자석의 지름과 길이를 나타낸다. 본 연구에서는 영구자석이 매니플레이터에, 솔레노이드는 고정부에 각각 부착되는 이동자석형 구조를 채택하였다. 이러한 이동자석형 구조는 뒤에서 설명할 상반구조를 이루어 시스템을 용이하게 구성할 수 있고, 고정부와 매니플레이터 사이에 전원 공급선과 신호처리선 등이 필요없는 장점을 가지고 있다.

공심 솔레노이드는 철심 솔레노이드에 비해 히스테리시스 없이, 와전류 손실이 없으며, 자속밀도가 포화되지 않는 장점을 가지고 있다. 이러한 특징은 위치 정밀도를 증가시키는데 큰 기여를 한다. 영구자석은 시스템을 간결하게 구성할 수 있고, 충분한 힘을 제공할 수 있어 작은 규모의 자석 시스템에서 많이 응용되고 있다. 이와 같은 장점으로 인하여 공심 솔레노이드와 영구자석을 한 쌍으로 사용하여 자기부상식 시스템을 설계하고자 한다.

공심 솔레노이드에 의해 발생된 자장 안에 단위 쌍극자 모멘트  $m$ 이 있을 때 쌍극자 모멘트에 작용하는 힘  $F$ 는 로렌츠의 법칙에 의해 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.<sup>(12)</sup>

$$F = (m \cdot \nabla) B \quad (1)$$

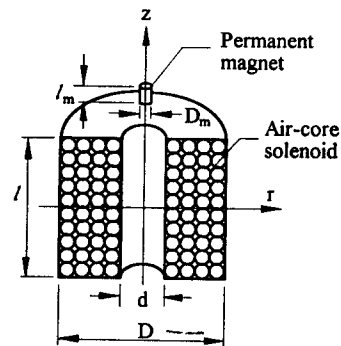


Fig. 1 Geometry of an air-core solenoid and permanent magnet

여기서,  $B$ 는 솔레노이드에 의해 발생된 자속밀도이다. 만약 쌍극자 모멘트가 영구자석 안에서 극축(pole axis)  $z$ 방향을 향하여 일정하게 분포되었다고 가정한 후, 식 (1)을 원통좌표로 나타내면 다음과 같다.

$$F_r = m_z \frac{\partial B_r}{\partial z} \quad (2)$$

$$F_z = m_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (3)$$

여기서,  $B_r$  및  $B_z$ 는 반경방향 및 축방향 자속밀도이다.

식 (2), (3)에 의하여 영구자석에 2종류의 힘이 작용함을 알 수 있다. 즉, 반경방향의 힘  $F_r$ 과 축방향 힘  $F_z$ 가 존재한다. 반경방향의 힘  $F_r$ 과 축방향 힘  $F_z$ 의 일반적인 경향은 Fig. 2(a) 및 Fig. 2(b)와 같다.

Fig. 2(a)와 같이 영구자석이 솔레노이드의 중심으로부터  $r$ 방향을 따라 솔레노이드의 한쪽 면 위로 이동할 때,  $F_r$ 은 0에서부터 증가하다가 넓은 범위에 걸쳐 일정한 값을 유지한 후 감소한다.  $F_z$ 는 공급된 전류와 거리의 함수이며, 작은 영역에서 큰 힘을 갖는다.

Fig. 2(b)로부터, 솔레노이드의 공심 내부에서는 영구자석이 중심으로부터  $z$ 방향으로 멀어짐에 따라 힘이 점점 증가하고, 공심 외부에서는  $z$ 방향으

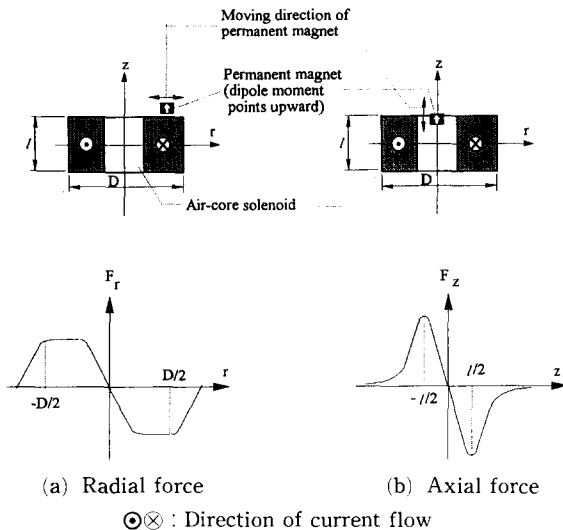


Fig. 2 . The force characteristics in a solenoid/permanent magnet system

로 멀어짐에 따라 힘이 점점 작아짐을 알 수 있다. 이것으로부터 매니플레이터가 공심의 내부에 있을 때, Fig. 2(b)와 같이 흡인력이 발생하도록 전류를 공급하면 상반구조의 성질에 의해  $z$ 방향으로 안정함을 알 수 있다. 예를 들어, 영구자석 Fig. 3(a)와 같이 공심의 내부에 있을 경우 매니플레이터는  $z$ 방향을 따라 매니플레이터의 무게  $m_{ag}$ 와 회복력  $F_2$ 가 평형을 이루는 평형점으로 복귀한다. 매니플레이터의  $z$ 방향 위치는 코일에 공급하는 입력 전류에 의해 결정된다. 영구자석이 공심의 외부에 있을 경우에는 Fig. 3(b)와 같이 2쌍의 솔레노이드/영구자석을 이용하여 솔레노이드와 매니플레이터 양쪽에 있는 영구자석 사이에 서로 반발력이 발생하도록 전류를 공급함으로써 상반구조를 이룰 수 있다. 즉, 매니플레이터가 양 솔레노이드의 축방향으로 움직일 때 한쪽 솔레노이드에서 멀어지면 다른 쪽 솔레노이드에 가까워지며, 이때 멀어진 쪽의 반발력은 작아지고 가까운 쪽의 반발력은 커지게 되므로 반대편으로 복귀하려는 복원력이 발생하게 된다. 이 복원력에 의해서 결국 매니플레이터는 평형을 이루게 된다, 이러한 상반구조를 이용하여 매니플레이터를 안정화시키면 제어시 적은 노력으로도 성능을 향상시킬 수 있다.

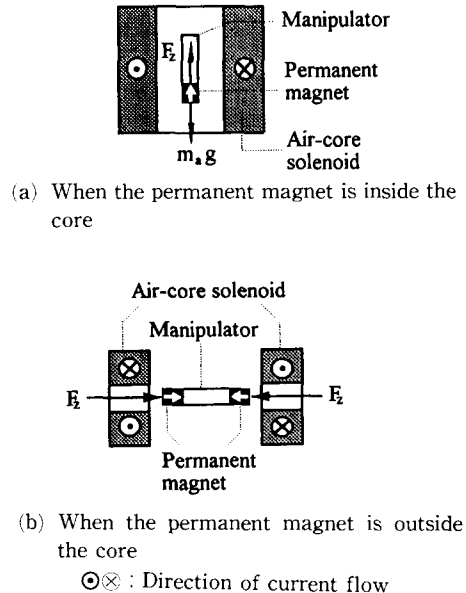


Fig. 3 Antagonistic structure produced by using a solenoid and permanent magnet in pair

### 3. 자기부상식 위치결정 시스템의 설계

#### 3.1 기초 설계

고정부의 중심에 고정좌표계 XYZ를 설정하고, 매니플레이터의 중심에 이동좌표계 xyz를 설정할 때, 매니플레이터의 회전이동(orientation)은 Fig. 4와 같이 Z-Y-X 오일러 각<sup>(13)</sup>으로 나타낼 수 있다. 여기서,  $\theta$ ,  $\phi$  및  $\psi$ 는 오일러 각을 나타낸다.

시스템의 비평면 운동(out-of-plane motion : Z,  $\psi$  및  $\phi$ 방향의 운동)을 안정화시키기도록 상반구조의 매니플레이터를 설계하기 위하여 Fig. 5와 같은 구조를 고려하자. 즉, 4개의 솔레노이드 공심 안에 있는 매니플레이터의 상판(top plate)과 하판(bottom plate)의 연결봉(supporting leg)에 영구자석을 부착함으로써 상반구조를 구현할 수 있다. Fig. 5에서는 2개의 솔레노이드/영구자석 쌍에 의하여 매니플레이터가  $\phi$ 방향으로 기울어질 때 영구자석이 받는 축방향 힘의 차이로  $\phi$ 방향에 대해서 복귀하려는 복원력이 발생되는 것을 보여주고 있다.  $\phi$ 방향도  $\theta$ 방향과 동일한 원인으로 인하여 복원력이 발생한다. 여기에 사용된 솔레노이드/영구자석을 부상용 솔레노이드/영구자석(levitating solenoid/permanent magnet)이라고 칭하자. 비평면 운

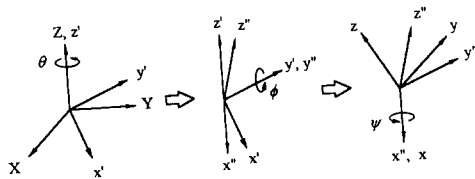


Fig. 4 Eulerian angles

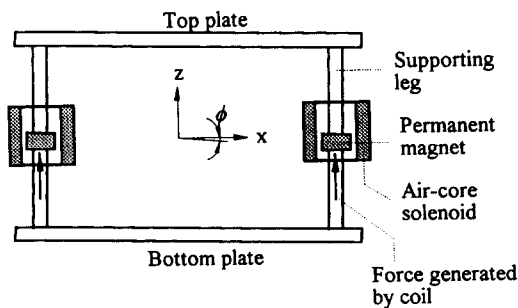


Fig. 5 Antagonistic structure for the stabilization of out-of-plane motion(Z,  $\psi$  and  $\phi$ )

동은 부상용 솔레노이드에 공급하는 전류의 조합에 의해 제어된다.

그러나 위에서 사용된 상반구조는 매니플레이터가 자체적으로 안정화될 수 있는 장점이 있는 반면에 단점도 가지고 있다. 즉, Fig. 3(b)와 같은 구조에서 상반구조의 복원력은 두 힘의 차이에 의해서 결정되므로 빠른 움직임을 내기 위해서는 많은 전류가 필요하고, 평형점(equilibrium point)에서도 항상 전류가 공급되어야 하는 문제점과 연속적인 전류공급에 의한 온도상승의 가능성이 있다. 그러므로 자중을 극복할 필요가 없는 평면운동(in-plane motion : X 및 Y방향의 운동)을 위해서는 Fig. 6에서처럼 각 방향으로 밀면서 당기는 형태의 힘(push-and-pull force)이 발생하도록 솔레노이드/영구자석 쌍을 배치하였다. 이것을 평면이동용 솔레노이드/영구자석(centering solenoid/permanent magnet)이라고 칭하자. 이 솔레노이드/영구자석은 매니플레이터 상판(top plate)과 하판(bottom plate)의 측면에 각각 4쌍씩 총 8쌍을 사용하였다. 이와 같은 구조는 매니플레이터에 작용하는 힘과 이동속도를 배가시킬 수 있으며, 상반구조일 경우 평형점에서 전류공급에 따른 온도상승문제를 해결할 수 있다.

$\theta$ 방향의 운동을 위해서는 Fig. 6에서와 같이 매니플레이터의 측면에 대각선 방향으로 2쌍의 솔레노이드/영구자석을 사용하였다. 이것을 안정화용 솔레노이드/영구자석(stabilizing solenoid/permanent magnet)이라고 칭하자.

부상용, 평면이동용 및 안정화용 솔레노이드/영

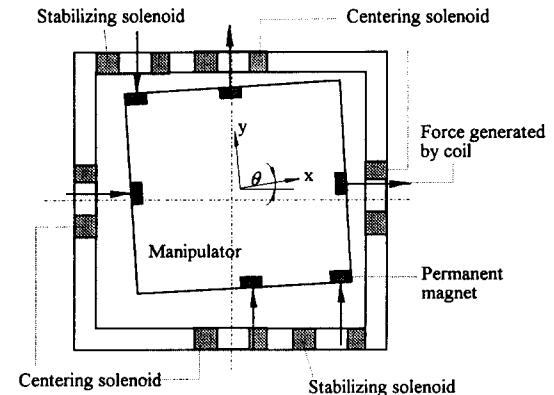


Fig. 6 Push-and-pull force of in-plane motion(X, Y and  $\theta$ )

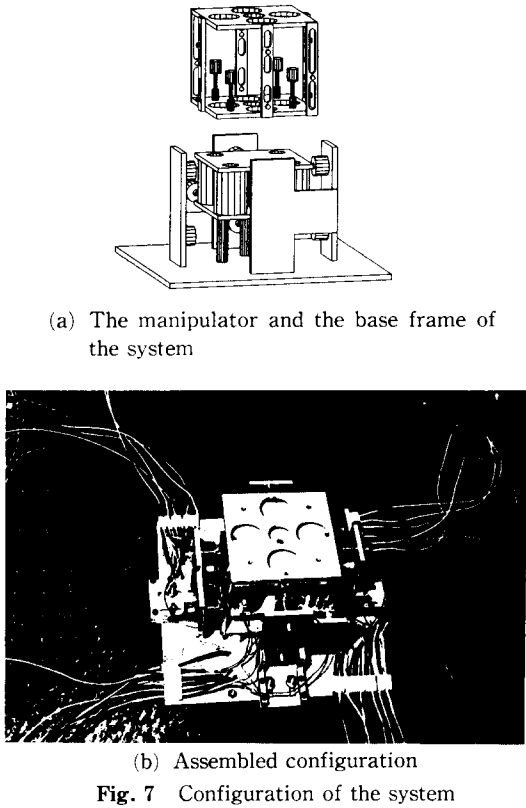


Fig. 7 Configuration of the system

구자석의 조합에 의해 Fig. 7과 같은 형태의 매니플레이터를 구성하였다. 이 매니플레이터의 크기는 상판과 하판의 가로 및 세로가 각각 100 mm인 정사각형의 형태를 취하고 있으며, 측면에 연결된 연결관은 가로 및 세로가 각각 10 mm 및 85 mm인 직사각형 형태이다. 매니플레이터의 무게는 되도록 가볍고, 또 강성이 크며, 비자성체인 성질을 갖게 하기 위해 알루미늄을 사용하였다. 영구자석을 포함한 매니플레이터의 총 무게는 220 g이다.

3.2 힘 해석에 의한 상세 설계

시스템의 설계를 위해서는 우선적으로 솔레노이드와 영구자석과 크기를 결정해야 한다. 영구자석은 1.15 T의 자기밀도(residual induction)와 867,390 A/m의 보자력(coercive force)을 가진 NdFeB를 사용하였다.

솔레노이드에 의해 영구자석에 발생하는 자기력을 계산하기 위해서는 식 (3)으로부터 축방향의 자속밀도  $B_z$ 를 알아야 한다. 이것은 다음과 같이 구할 수 있다.<sup>(14)</sup>

$$B_z = \frac{\mu_0 Ni}{2l(D-d)} (l+2z) \ln \left( \frac{D + \sqrt{D^2 + (l+2z)^2}}{d + \sqrt{d^2 + (l+2z)^2}} \right) + \frac{\mu_0 Ni}{2l(D-d)} (l+2z) \ln \left( \frac{D + \sqrt{D^2 + (l-2z)^2}}{d + \sqrt{d^2 + (l-2z)^2}} \right) \quad (4)$$

여기서,  $z$ 는 솔레노이드의 중심에서부터 영구자석의 중심까지의 거리이다.  $\mu_0$ 는 자유공간에서의 투자율(permeability)로서  $4\pi \times 10^{-7}$  H/m의 값을 갖는다.  $N$ 과  $i$ 는 솔레노이드에 감겨진 코일의 권선수와 코일에 흐르는 전류를 나타낸다.

적당한 솔레노이드와 영구자석의 크기를 선정하는데 있어서 다음 두 가지 사항을 고려하였다. 첫째, 솔레노이드의 코일에 공급하는 전류의 양을 크게 하지 않고서도 영구자석에 힘을 극대화시켜서 매니플레이터를 안정화시키거나 또는 부상시켜야 한다는 것이고, 둘째, 변위에 대한 힘의 기울기를 가능한 한 크게 하여 좀더 큰 강성을 가지도록 설계하여야 한다는 것이다.

먼저 솔레노이드의 치수의 변화에 따른 축방향 힘의 변화를 살펴본다. 여기서, 코일의 권선수와 코일의 직경은 일정하게 유지시키고, 영구자석은 이상적인 쌍극자 모멘트를 갖는다고 가정한다. Fig. 8은  $m_z=0.0309$  A/m,  $N=400$ , 그리고  $i=1$  A에서  $z$ 를 0.6l로 유지시킬 때 축방향 힘에 미치는  $D$  및  $d$ 의 영향을 보여준다. 이 그림으로부터  $D$ 의 영향이  $d$ 보다 더 민감한 설계 인자임을 알 수 있다.

이번에는 솔레노이드의 치수를 고정시킨 후 영구자석 치수의 변화에 따른 축방향 힘의 변화를 살펴 보도록 하자. 만약 실제의 영구자석을 여러 층으로 이루어진 것으로 근사화한다면 각 층의 영구자석에 작용된 힘을 전부 더하여 원래의 영구자석에 작용

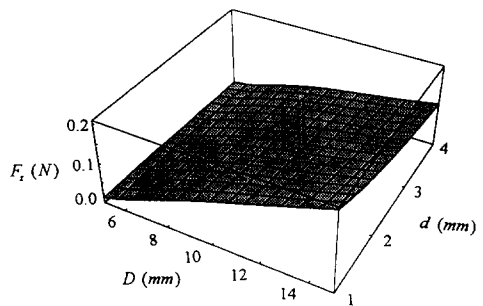


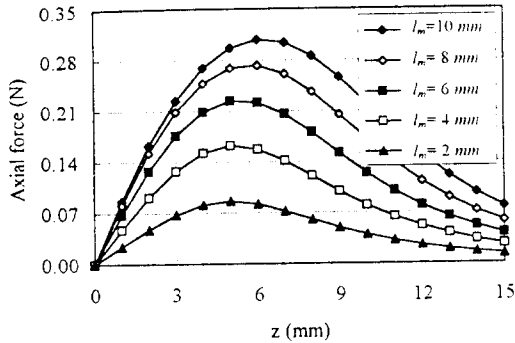
Fig. 8 Effect of the solenoid outer diameter, D and inner diameter, d, on the axial force,  $F_z$

된 힘을 근사적으로 구할 수 있다. Fig. 9(a)는 영구자석의 길이  $l_m$ 을 2, 4, 6, 8 및 10 mm로 놓고, 영구자석의 직경  $D_m$ 을 4 mm로 놓았을 때 z축을 따라 발생한 축방향 힘을 나타낸다. 이때의 솔레노이드 치수는  $D=18$  mm,  $d=8$  mm,  $l=10$  mm이며  $N=442$ 이고, 공급전류는 1A이다. 이것에 의한  $l_m$ 의 증가에 따라 축방향의 힘도 함께 증가함을 알 수 있다. 그러나  $l_m$ 의 증가에 따라 축방향 힘의 증가율은 약간씩 감소한다. 솔레노이드의 치수를 다르게 하여도 비슷한 결과를 얻을 수 있다. 평면이동용 및 안정화용 영구자석의 길이  $l_m$ 은 영구자석의 질량당 힘의 효율과 매니플레이터의 크기를 고려하여 6 mm로 결정하였다. 거리에 따른 힘의 기울기는 크고 일정한 값을 유지하여야 한다. 이것은 솔레노이드와 영구자석 사이의 공극(air gap)에 의해 영향을 받는다. 여기서 공칭위치(nominal position)는  $z_0=10$  mm가 되도록 설계하였고, 이때의 공극은 2 mm이다. Fig. 9(b)는 결정된 치수 및 위치에

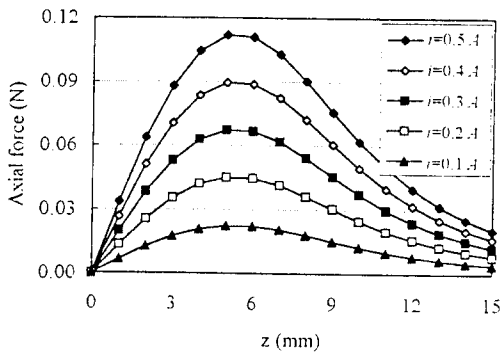
서 공급전류의 변화에 따른 축방향 힘을 나타낸 것이다. 공급전류의 증가에 따라 발생하는 힘도 선형적으로 증가함을 알 수 있다. 평면 이동용 및 안정

**Table 1** Specifications of centering and stabilization solenoid/permanent magnet

Parameter	Description	Value
D	Outer diameter of solenoid	18 mm
d	Inner diameter of solenoid	8 mm
l	Length of solenoid	10 mm
N	Number of turns of coil	$17 \times 26$
$d_c$	Diameter of coil	0.33mm
$D_m$	Diameter of permanent magnet	4 mm
$l_m$	Length of permanent magnet	6 mm
$R_c$	Resistance of coil	4.7Ω
$i_0$	Nominal current	0A

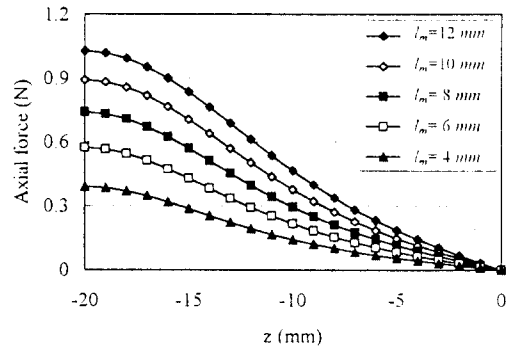


(a) Axial forces with respect to various lengths at  $i=1.0$  A

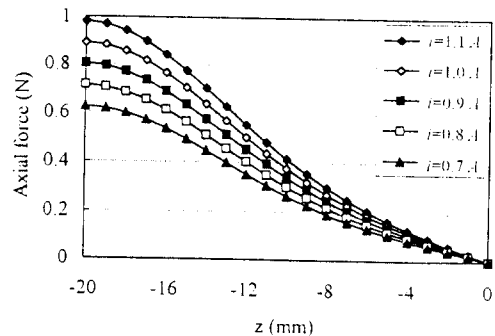


(b) Axial forces with respect to various currents

**Fig. 9** Axial forces acting on centering magnet



(a) Axial forces with respect to various lengths at  $i=1.0$  A



(b) Axial forces with respect to various currents

**Fig. 10** Axial forces acting on levitating magnet

화용 솔레노이드와 영구자석의 설계사양은 Table 1과 같다.

부상용 솔레노이드/영구자석에 대해서도 위와 동일한 절차에 의해 설계한다. Fig. 10(a)에서는  $D_m$ 을 10 mm로 고정시키고 영구자석의 길이  $l_m$ 을 4, 6, 8, 10 및 12 mm로 변화시켰을 때,  $z$ 축을 따라서 부상용 솔레노이드에서 발생하는 힘을 도시한 것이다. 이때의 솔레노이드 치수는  $D=30$  mm,  $d=16$  mm,  $l=40$  mm이며  $N=1000$ 이고, 공급전류는 1A이다. 영구자석의 길이  $l_m$ 은 매니플레이터의 무게  $m_{ag}$ 를 극복할 수 있는 충분한 힘을 발생시키고, 영구자석의 단위질량 당 힘의 효율을 고려하여 10 mm로 결정하였다. 영구자석의 공칭위치는  $z_0=-15$  mm로 결정하였다. Fig. 10(b)는 결정된 치수 및 위치에서 공급전류의 변화에 따른 축방향 힘을

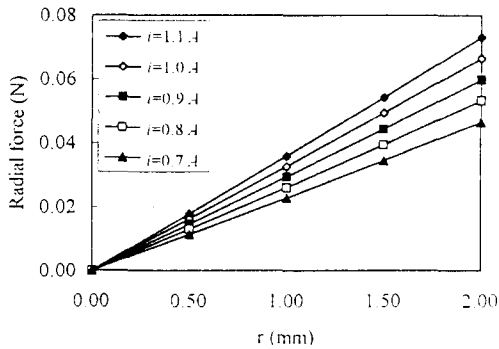


Fig. 11 Radial forces acting on levitating magnet with respect to various currents at  $z_0=-15$  mm

Table 2 Specifications of levitating solenoid/permanent magnet

Parameter	Description	Value
D	Outer diameter of solenoid	30 mm
d	Inner diameter of solenoid	16 mm
l	Length of solenoid	40 mm
N	Number of turns of coil	$12 \times 80$
$D_c$	Diameter of coil	0.5 mm
$D_m$	Diameter of permanent magnet	10 mm
$l_m$	Length of permanent magnet	10 mm
$R_c$	Resistance of coil	7.5 $\Omega$
$i_0$	Nominal current	0.9 A

나타낸다. Fig. 11은 결정된 치수 및 위치에서 공급전류의 변화에 따른 반경방향 힘을 도시한 것이다. 부상용 솔레노이드와 영구자석의 설계사양은 Table 2와 같다.

#### 4. 시스템의 모델링

시스템의 운동방정식을 구하기 위해서 먼저 선행되어야 할 것은 솔레노이드와 영구자석 사이에 발생하는 힘을 실시간 계산이 가능한 형태로 만들어야 하는 것이다. 식 (2), (3)에서 축방향과 반경방향의 힘을 구할 수 있으나 이 식에서는 자속밀도  $B$ 의 값을 실시간으로 계산하기가 매우 어렵다. Fig. 9에서 Fig. 11까지에 의하면 각 방향의 힘은 공칭점(normal point)의 부근에서 그 방향의 거리와 공급전류의 함수임을 알 수 있다.  $z$ ,  $r$  및  $i$ 를 각각 축방향거리, 반경방향거리 및 공급전류라 할 때 반경방향과 축방향의 힘은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$F_r = f(r, i) \quad (5)$$

$$F_z = f(z, i) \quad (6)$$

식 (5), (6)을 공칭점에서 선형화하면 다음과 같다. 여기서 2차 이상의 고차항은 무시한다.

$$\delta F_r = K_r \Big|_{r=r_0} \delta r + K_{ir} \Big|_{r=r_0} \delta i \quad (7)$$

$$\delta F_z = K_a \Big|_{z=z_0} \delta z + K_{ia} \Big|_{z=z_0} \delta i \quad (8)$$

여기서,  $K_r$ 과  $K_a$ 는 각각 반경방향과 축방향에 대해 발생한 힘의 기울기이며,  $K_{ir}$ 과  $K_{ia}$ 는 각각 반경방향과 축방향에서 공급전류에 대해 발생한 힘의 기울기이다.  $r_0$ ,  $a_0$  및  $i_0$ 는 각각 반경방향과 축방향의 공칭위치 및 공칭전류이다. 평면이동용 및 안정화용 영구자석에서 공칭위치 및 공칭전류를 각각  $z_0$ 는 10 mm,  $r_0=0$  mm 및  $i_0=0$  A로 할 때,  $K_r=0$ ,  $K_a=0$  및  $K_{ir}=0$ 이 되어 결국

$$\delta F_r = K_r \delta r \quad (11)$$

$$\delta F_z = K_a \delta z + K_{ia} \delta i \quad (12)$$

가 된다. 한편, 매니플레이터가 운동을 할 때 솔레노이드 코일에 역기전력이 발생하게 된다. 이때 역기전력은 공급한 전류의 흐름을 방해하는 방향으로 발생되면 권선수가  $N$ 회인 솔레노이드에 역기전력에 의한 영향을 고려하면 식 (10)과 식 (12)는 각

각 다음과 같다.

$$\delta F_z = K_{ia}(\delta i - K_b \delta z) \quad (10')$$

$$\delta F_z = K_a \delta z + K_{ia}(\delta i - K_b \delta z) \quad (12')$$

여기서,  $K_b$ 는 여기전력에 의한 상수로서 다음과 같이 정의할 수 있다. (부록 참조)

$$K_b = \frac{2\pi}{R_c} \sum_{j=1}^N r_j B_{mrj} \quad (13)$$

여기서,  $R_c$ 는 슬레노이드의 저항이고,  $r_j$ 는 슬레노이드에 감겨진  $j$ 번째 코일권선의 반경이며,  $B_{mrj}$ 는 매니플레이터의 영구자석에 의해  $j$ 번째 코일 권선에 작용된 반경방향 자속밀도이다.

시스템의 동역학 식을 구하기 위해 시스템의 고정좌표계 XYZ에서 이동좌표계 xyz로 변환되었다고 가정하자. 여기서, 병진이동은 X, Y 및 Z이고 회전이동은 3장에서 정의한 오일러 각  $\theta$ ,  $\phi$  및  $\psi$ 이다. 동차 변환행렬(homogeneous transformation matrix)  $T$ 는 다음과 같다.

$$T = \begin{bmatrix} c\theta c\phi & c\theta s\phi s\psi - s\theta c\psi & c\theta s\phi c\psi + s\theta s\psi & X \\ s\theta c\phi & s\theta s\phi s\psi + c\theta c\psi & s\theta s\phi c\psi - c\theta s\psi & Y \\ -s\phi & c\phi s\psi & c\phi c\psi & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

시스템의 각변위가 충분히 작다는 가정하에서  $\sin\psi = \psi$ ,  $\cos\psi = 1$ ,  $\sin\phi = \phi$ ,  $\cos\phi = 1$ ,  $\sin\theta = \theta$  및  $\cos\theta = 1$ 이라 놓고 미소항들의 제곱항을 무시하면 다음과 같은 식이 된다.

$$T = \begin{bmatrix} 1 & -\theta & \phi & X \\ \theta & 1 & -\psi & Y \\ -\phi & \psi & 1 & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

미소 각변위라는 가정하에서 다음과 같이 간단하게 운동방정식을 나타낼 수 있다.

$$I_x \ddot{\psi} = M_\psi \quad (16)$$

$$I_y \ddot{\phi} = M_\phi \quad (17)$$

$$I_z \ddot{\theta} = M_\theta \quad (18)$$

여기서,  $M_\psi$ ,  $M_\phi$  및  $M_\theta$ 는 오일러 각의 항으로 된 외부 모멘트이고,  $I_x$ ,  $I_y$  및  $I_z$ 는 주관성모멘트이다.  $M_\psi$ ,  $M_\phi$  및  $M_\theta$ 를 고정좌표계 {XYZ}에서 본 외부 모멘트  $T_x$ ,  $T_y$  및  $T_z$ 의 항으로 변환시킬 필요가 있으며, 미소 각변위라는 가정하에서  $\psi = \phi = \theta = 0$ 인 원점에 대하여 이 방정식을 미소항의 관계식으로 표현하면 다음과 같다.

$$I_x \delta \ddot{\psi} = \delta T_x \quad (19)$$

$$I_y \delta \ddot{\phi} = \delta T_y \quad (20)$$

$$I_z \delta \ddot{\theta} = \delta T_z \quad (21)$$

외력에 대해서도 위와 같은 절차에 의해 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$m_a \delta \ddot{X} = \delta F_x \quad (22)$$

$$m_a \delta \ddot{Y} = \delta F_y \quad (23)$$

$$m_a \delta \ddot{Z} = \delta F_z \quad (24)$$

Fig. 12는 각 영구자석의 중심에서 발생하는 힘을 도시한 것이다.  $F$ 의 첫번째 아래첨자는 힘이 작용하는 영구자석의 위치를 의미하며, 두번째 아래첨자는 힘이 작용하는 방향을 의미한다.  $a$ ,  $b$ ,  $c$  및  $e$ 는 매니플레이터의 중심에서 부터 각각의 거리를 나타낸다. 식 (9), (10'), (11), (12') 및 식 (15)에 의거하여 Fig. 12와 같이 각각의 영구자석의 중심에서 힘이 작용한다고 가정하고 매니플레이터를 미소 변위시켰을 때, 각각의 위치에서 작용하는 힘은 다음과 같다.

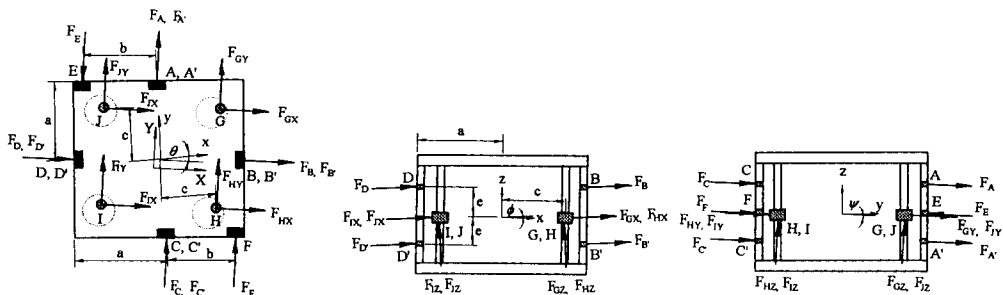


Fig. 12 Forces acting on the manipulator



$$\delta F_A = K_{iac}(\delta i_A - K_{bc}(\delta \dot{Y} - e\delta\dot{\phi})) \quad (25)$$

$$\delta F_{A'} = K_{iac}(\delta i_{A'} - K_{bc}(\delta \dot{Y} + e\delta\dot{\phi})) \quad (26)$$

$$\delta F_B = K_{iac}(\delta i_B - K_{bc}(\delta \dot{X} + e\delta\dot{\phi})) \quad (27)$$

$$\delta F_{B'} = K_{iac}(\delta i_{B'} - K_{bc}(\delta \dot{X} - e\delta\dot{\phi})) \quad (28)$$

$$\delta F_C = K_{iac}(\delta i_C - K_{bc}(\delta \dot{Y} - e\delta\dot{\phi})) \quad (29)$$

$$\delta F_{C'} = K_{iac}(\delta i_{C'} - K_{bc}(\delta \dot{Y} + e\delta\dot{\phi})) \quad (30)$$

$$\delta F_D = K_{iac}(\delta i_D - K_{bc}(\delta \dot{X} + e\delta\dot{\phi})) \quad (31)$$

$$\delta F_{D'} = K_{iac}(\delta i_{D'} - K_{bc}(\delta \dot{X} - e\delta\dot{\phi})) \quad (32)$$

$$\delta F_E = K_{ias}(\delta i_E - K_{bs}(\delta \dot{Y} - b\delta\dot{\theta})) \quad (33)$$

$$\delta F_F = K_{ias}(\delta i_F - K_{bs}(\delta \dot{Y} + b\delta\dot{\theta})) \quad (34)$$

$$\delta F_{GX} = K_{ri}(\delta X - c\delta\theta) \quad (35)$$

$$\delta F_{GY} = K_{ri}(\delta Y + c\delta\theta) \quad (36)$$

$$\delta F_{GZ} = -K_{ai}(\delta Z + c\delta\psi - c\delta\phi) \quad (37)$$

$$+ K_{iai}(\delta i_G - K_{bi}(\delta \dot{Z} + c\delta\dot{\psi} - c\delta\dot{\phi}))$$

$$\delta F_{HX} = K_{ri}(\delta X + c\delta\theta) \quad (38)$$

$$\delta F_{HY} = K_{ri}(\delta Y + c\delta\theta) \quad (39)$$

$$\delta F_{HZ} = -K_{ai}(\delta Z - c\delta\psi - c\delta\phi)$$

$$+ K_{iai}(\delta i_H - K_{bi}(\delta \dot{Z} + c\delta\dot{\psi} - c\delta\dot{\phi}))$$

$$\delta F_{LX} = K_{ri}(\delta X + c\delta\theta) \quad (40)$$

$$\delta F_{LY} = K_{ri}(\delta Y - c\delta\theta) \quad (41)$$

$$\delta F_{LZ} = -K_{ai}(\delta Z - c\delta\psi + c\delta\phi)$$

$$+ K_{iai}(\delta i_L - K_{bi}(\delta \dot{Z} - c\delta\dot{\psi} + c\delta\dot{\phi}))$$

$$\delta F_{JX} = K_{ri}(\delta X - c\delta\theta) \quad (42)$$

$$\delta F_{JY} = K_{ri}(\delta Y - c\delta\theta) \quad (43)$$

$$\delta F_{JZ} = -K_{ai}(\delta Z + c\delta\psi + c\delta\phi)$$

$$+ K_{iai}(\delta i_J - K_{bi}(\delta \dot{Z} + c\delta\dot{\psi} + c\delta\dot{\phi}))$$

여기서,  $K_{iac}$ ,  $K_{ias}$  및  $K_{iai}$ 은 각각 평면이동용, 안정화용 및 부상용 솔레노이드에서 축방향의 공급전류에 대해 발생한 힘의 기울기이고,  $K_{ri}$  및  $K_{ai}$ 은

**Table 3** Specifications of the manipulator and the system parameters

Parameter	Description	Value
a	Distance from the center to the edges of the manipulator in the x direction	0.050 m
v	Distance from the center to the stabilizing magnets	0.039 m
c	Distance from the center to the levitating magnets	0.0285 m
e	Distance from the center to the centering magnets to the z direction	0.025 m
$m_a$	Mass of manipulator	0.22 kg
$I_x$	Moment of inertia about the x axis	0.000458 kg m <sup>2</sup>
$I_y$	Moment of inertia about the y axis	0.000458 kg m <sup>2</sup>
$I_z$	Moment of inertia about the z axis	0.000461 kg m <sup>2</sup>
$K_{ai}$	Ratio of axial force over axial distance in the levitating solenoid/permanent magnet	57.5 N/m
$K_{ri}$	Ratio of radial force over radial distance in the levitating solenoid/permanent magnet	29.3 N/m
$K_{iac}$	Ratio of axial force over current in the centering solenoid/permanent magnet	0.124 N/m
$K_{ias}$	Ratio of axial force over current in the stabilizing solenoid/permanent magnet	0.124 N/m
$K_{iai}$	Ratio of axial force over current in the levitating solenoid/permanent magnet	0.705 N/m
$K_{bc}$	Back emf coefficient in the centering solenoid/permanent magnet	0.044 Tm/Ω
$K_{bs}$	Back emf coefficient in the stabilizing solenoid/permanent magnet	0.044 Tm/Ω
$K_{bi}$	Back emf coefficient in the levitating solenoid/permanent magnet	0.098 Tm/Ω

부상용 솔레노이드에서 각각 반경방향 및 축방향에 대해서 발생한 힘의 기울기이며,  $K_{bc}$ ,  $K_{bs}$  및  $K_{bt}$  은 각각 평면이동용, 안정화용 및 부상용 솔레노이드의 역기전력 상수이다.  $\delta i$ 의 아래첨자는 각각의 솔레노이드 위치를 의미한다. 매니플레이터의 제원 및 시스템 매개변수는 Table 3과 같다.

식 (25)~(46)을 식 (19)~(24)의 식에 각 방향의 외력 및 모멘트에 대입하여 정리하면 다음과 같은 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$m_a \delta \ddot{X} - 4K_{r1} \delta X = K_{iac} (\delta i_B + \delta i_{B'} + \delta i_D + \delta i_{D'}) \quad (47)$$

$$m_a \delta \ddot{Y} - 2K_{ias} K_{bs} \delta Y - 4K_{r1} \delta Y = K_{iac} (\delta i_A + \delta i_{A'} + \delta i_C + \delta i_{C'}) + K_{ias} (-\delta i_E + \delta i_F) \quad (48)$$

$$m_a \delta \ddot{Z} + 4K_{iat} K_{bt} \delta Z + 4K_{at} \delta Z = K_{iat} (\delta i_G + \delta i_H + \delta i_I + \delta i_J) \quad (49)$$

$$I_x \delta \ddot{\psi} + (4c^2 K_{iat} K_{bt} + 4e^2 K_{iac} K_{bc}) \delta \dot{\psi} + 4c^2 K_{at} \delta \psi = cK_{iat} (\delta i_G - \delta i_H - \delta i_I + \delta i_J) + eK_{iac} (-\delta i_A + \delta i_{A'} - \delta i_C + \delta i_{C'}) \quad (50)$$

$$I_y \delta \ddot{\phi} + (4c^2 K_{iat} K_{bt} + 4e^2 K_{iac} K_{bc}) \delta \dot{\phi} + 4c^2 K_{at} \delta \phi = cK_{iat} (-\delta i_G - \delta i_H + \delta i_I + \delta i_J) + eK_{iac} (\delta i_B - \delta i_{B'} + \delta i_C + \delta i_{C'}) \quad (51)$$

$$I_z \delta \ddot{\theta} + 2b^2 K_{ias} K_{bs} \delta \dot{\theta} - 8c^2 K_{r1} \delta \theta = bK_{ias} (\delta i_E + \delta i_F) \quad (52)$$

### 5. 제어 시스템

식 (47)~(52)에 수치를 대입하고, 표기의 편의상  $\delta$ 를 제거하면 다음과 같은 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{X} - 532.727 \dot{X} = 0.564 i_x \quad (53)$$

$$\ddot{Y} - 0.050 \dot{Y} - 532.727 Y = 0.564 i_y \quad (54)$$

$$\ddot{Z} + 1.256 \dot{Z} + 1045.455 Z = 3.205 i_z \quad (55)$$

$$\ddot{\psi} + 0.490 \dot{\psi} + 407.898 \psi = 43.870 i_\psi \quad (56)$$

$$\ddot{\phi} + 0.490 \dot{\phi} + 407.898 \phi = 43.870 i_\phi \quad (57)$$

$$\ddot{\theta} + 0.0399 \dot{\theta} - 457.672 \theta = 11.625 i_\theta \quad (58)$$

여기서,

$$i_x = i_B + i_{B'} + i_D + i_{D'} \quad (59)$$

$$i_y = i_A + i_{A'} + i_C + i_{C'} \quad (60)$$

$$i_z = i_G + i_H + i_I + i_J \quad (61)$$

$$i_\psi = i_G - i_H - i_I + i_J \quad (62)$$

$$i_\phi = -i_G - i_H + i_I + i_J \quad (63)$$

$$i_\theta = i_E + i_F \quad (64)$$

식 (59)~(64)로부터, 제어입력을 용이하게 하기 위해 각 솔레노이드의 코일에 공급하여야 할 전류는 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$i_B = i_{B'} = i_D = i_{D'} = \frac{1}{4} i_x \quad (65)$$

$$i_A = i_{A'} = i_C = i_{C'} = \frac{1}{4} i_y \quad (66)$$

$$i_E = i_F = \frac{1}{2} i_\theta \quad (67)$$

$$i_G = \frac{1}{4} (i_z + i_\psi - i_\phi) \quad (68)$$

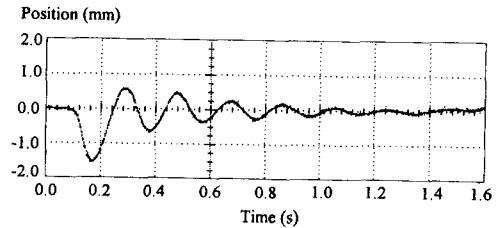
$$i_H = \frac{1}{4} (i_z - i_\psi - i_\phi) \quad (69)$$

$$i_I = \frac{1}{4} (i_z - i_\psi + i_\phi) \quad (70)$$

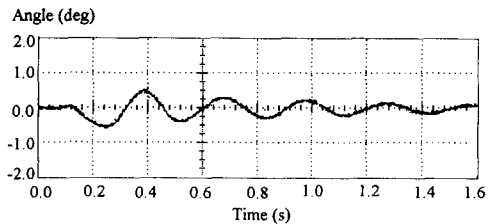
$$i_J = \frac{1}{4} (i_z + i_\psi + i_\phi) \quad (71)$$

위의 운동방정식을 살펴볼 때, 각 방향의 미소운동은 독립적이고, 비평면 운동은 설계한 대로 내부적으로 안정화되어 있음을 알 수 있다.

위의 운동방정식으로 부터, 불안정한 방향 이외의 운동은 초기변위가 주어지면 고유진동수로 진동한다. Fig. 13은 실험적으로 얻어낸 Z와  $\phi$ 방향의 자유진동을 보여 준다. 각각의 고유진동수는 5.20 Hz이고, 감쇠계수는 0.061과 0.059로 관측되었다. Z와  $\phi$ 방향의 이론적 모델의 고유진동수는 5.15 Hz와 3.22Hz이고, 감쇠계수는 0.019와 0.013이다. 이들 값들을 비교해 볼 때 실험치와 이론치는



(a) Z directional motion



(b)  $\phi$  directional motion

Fig. 13 Oscillatory motion

절대적인 크기에 있어서 거의 동일한 수준임을 알 수 있다. 실험치와 이론치의 근소한 차이는 코일을 감을 때 이상적으로 감기지 않은 것과, 영구자석을 유한한 크기를 갖는 물질이라기 보다는 쌍극자 모멘트의 집합체로 모델링한 것에 기인된 것으로 보인다.

위의 운동방정식으로부터, 각 방향의 운동은 서로 다른 방향과 비연성(decouple)되었기 때문에 6개의 위치제어 시스템을 독립적으로 설계하여 제어할 수 있음을 알 수 있다. 각 방향의 위치를 측정하기 위한 방법으로 하니웰(honeywell)의 634SS2 홀센서(hall effect transducer)와 위치측정용 영구자석을 사용하였다. 영구자석에서 발생하는 자속밀도는 거리의 함수로 나타낼 수 있으므로 홀센서에서 측정된 자속밀도를 거리로 환산하여 사용하였다. 홀센서는 다른 센서에 비해 크기가 작고, 저가이며, 좁은 공간에도 부착하기 쉬운 장점을 가지고 있다. 그러나 온도에 민감하기 때문에 열원인 솔레

노이드에 가급적 멀리 부착되어야 한다. 여기서 사용된 홀센서는  $\pm 10 \text{ mV}$ 의 잡음수준(noise level)을 가지고 있다.

6자유도의 운동을 제어하기 위해 아날로그 PID 제어기를 구현하였으며, 이 실험장치 개략도는 Fig. 14와 같다.

Fig. 15는 X, Y, Z를  $\theta$ 방향에 대해 제어된 계단 응답(step response) 및 오차 특성을 본 것이다. 각 계단입력은 파형발생기(function generator)에 의해 생성하였다. 각 운동의 정착시간(settling time)은 Fig. 15에서 보듯이 약 100 ms 정도이다. 이 시스템의 위치 정밀도는 홀센서의 잡음수준으로 약  $\pm 1 \mu\text{m}$ 이다.

## 6. 결론

자기력을 이용한 미소위치결정 기구가 개발되었다. 이 기구는 자기력을 이용하여 고정부와 매니퓰레이터가 서로 비접촉식으로 부상되어 운동하도록 되어 있다. 이러한 기구의 특징은 비접촉으로 인하여 기계적 마찰을 제거할 수 있기 때문에 위치정밀도를 높일 수 있으며, 반도체 장비와 같이 깨끗한 환경에서 사용할 수 있는 장점을 가지고 있다.

시스템의 설계에서 비평면운동은 상반구조를 이용함으로써 시스템의 안전성을 증가시켰다. 솔레노이드와 영구자석을 설계하기 위하여 각각의 크기에 따른 축방향 힘의 크기 및 변화가 조사되었으며, 효과적인 힘이 발생할 수 있도록 설계하였다.

시스템의 모델링에 의해 시스템은 미소운동에서 서로 비연성되어 있음이 확인되었고, 실험과 이론으로 구한 고유진동수 및 감쇠계수가 서로 근사함을 규명하였다.

제어를 위해서는 각각 6개의 독립적인 아날로그 PID 제어회로가 설계되었다. 계단입력에 대한 실험결과로부터 약 100 ms의 정착시간과 약  $\pm 1 \mu\text{m}$ 의 정밀도를 얻었다.

## 참고문헌

- (1) Umetani, Y. and Suzuki, H., 1980, "Piezo-Electric Micro Manipulator in Multi-degree of Freedom with Tactile Sensibility," *10th International Symposium on Industrial Robots*, pp. 571 ~ 579.

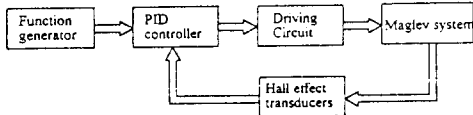


Fig. 14 Block diagram for control

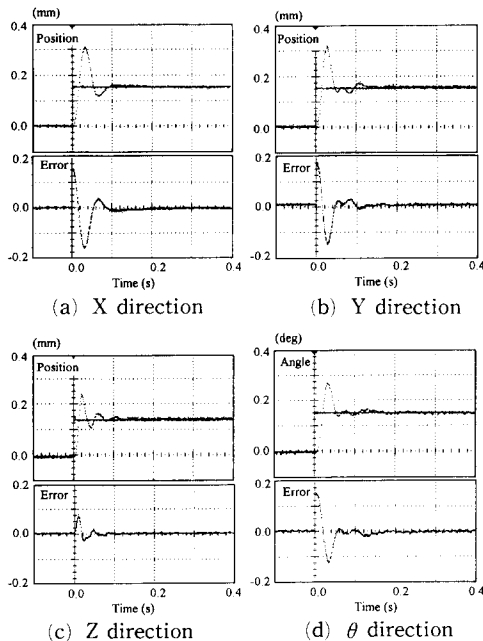


Fig. 15 Time responses of the system

- (2) Higuchi, T., Yamagata, Y., Furutani, K. and Kudoh, K., 1990, "Precise Positioning Mechanism Utilizing Rapid Deformations of Piezoelectric Elements," *IEEE Micro Electro Mechanical Systems*, Napa Valley, CA, pp. 11~14.
- (3) Kuribayahi, K., 1989, "Micro Actuator using Shape Memory Alloy for Micro Robot," *International Conf. on Advanced Mechatronics*, pp. 109~114.
- (4) Trimmer, W. S. and Gabriel, K. J., 1989, "Design Considerations for Practical Electrostatic Micro," *Sensors and Actuators*, 11, pp. 189~206.
- (5) Fujita, H. and Omodaka, A., 1987, "Electrostatic Actuators for Micromechatronics," *IEEE Micro Robots and Teleoperators Workshop*, Hyannis, MA.
- (6) Mehregany, M., Nagarkar, P., Senturia, S. and Lang, J., 1990, "Operation of Microfabricated Harmonic and Ordinary Side-Drive Motors," *IEEE Micro Electro Mechanical Systems*, Napa Valley, CA, Feb.
- (7) Smith, D. and Elrod, S., 1985, "Magnetically Driven Micropositioner," *Review of Scientific Instruments*, 56(10), Oct, pp. 1970~1971.
- (8) Tsuda, M., Higuchi, T. and Fujiwara, S., 1987, "Magnetic Supported Intelligence Hand for Automated Precise Assembly," *Proc. of Conf. on Industrial Electronic, Control and Instrumentation*, SPIE Vol. 805, pp. 926~933.
- (9) Holis, R. L., Allan, A. P. and Salcudean, S., 1991, "A Six Degree-of-Freedom Magnetically Levitated Variable Compliance Fine-Motion Wrist : Design, Modeling and Control," *IEEE Tran. on Robotics and Automation*, Vol. 7, No. 3, pp. 320~332.
- (10) Ohnuki, H. and Fukui, Y., 1982, "Three-dimensional Actuators for Optical Head," *Optical Disk Technology*, SPIE, Vo. 329, pp. 103~108.
- (11) Jeong, M. C. and Busch-Vishniac, I. J., 1991, "A Submicron Accuracy Magnetic Levitation Micromachine with Endpoing Friction," *Sensors and Actuators*, A, 29, pp. 225~234.
- (12) Aroa, R. K., 1989, "Forces and Torques on Current Circuits Placed in Nonuniform Magnetic Fields," *IEEE Tran. on Magnetics*, Vol. 25, No. 3, pp. 278~2790.
- (13) Craig, J. J., 1986, *Introduction to Robotics*, Addison Wesley.
- (14) Park, K., 1993, "Development of Tracking and Focusing Actuators for Magneto-Optical Disk-Drives," Ph. D. Dissertation, The Univ. of Texas at Austin.
- (15) Woodson, H. H. 1968, *Electromechanical Dynamics, Part I : Discrete Systems*, John wiley & Sons, New York.

### 부 록

고정된 자계 내에서 도체가 운동을 하고 있을 때, 도체에 작용하는 전압방정식은 고정된 폐곡로에 대한 적분형 패라데이법칙(Faraday's law)에 의해 다음과 같이 표현된다.<sup>(15)</sup>

$$-\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} da \quad (A1)$$

여기서,  $C$ 는 고정되어 있는 폐곡로이며,  $S$ 는 폐곡로에 의해 형성된 표면이다. 또  $\mathbf{E}$ 는 도체에 흐르는 전계의 세기(electric field intensity)이고,  $\mathbf{B}$ 는 도체에 작용하는 자속밀도(magnetic flux density)이다.

Fig. A1과 같이 권선수가 1회인 반경  $r$ 의 코일 상에서 영구자석이 운동하고 있는 경우를 고려하자. 식 (A1)을 적용시키기 위하여 폐곡로의 일부분을 분리하여 각각의 적분을 수행하면 다음 식으로 표현된다.

$$-\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} - \int_b^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} da \quad (A2)$$

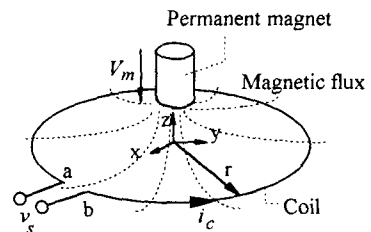


Fig. A1 A moving permanent magnet over single-turn coil

이 식의 왼쪽 첫번째 항은 외부에서 공급한 전압  $V_s$ 와 같다.

$$-\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = V_s \quad (\text{A3})$$

코일의 도전율(conductivity)을  $\sigma$ 라 하면 코일의 전류밀도(current density)  $\mathbf{J}$ 는

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_m) \quad (\text{A4})$$

이다. 여기서,  $\mathbf{v}$ 는 코일의 운동속도이고  $\mathbf{B}_m$ 은 코일에 작용하는 영구자석의 자속밀도이다. 이 경우에 있어서 고정된 코일에 대해서 영구자석이 운동을 하고 있으므로, 코일의 속도  $\mathbf{v}$ 는 영구자석의 상대속도  $-\mathbf{v}_m$ 으로 대치 가능하며, 이때 식 (A2)의 왼쪽 두번째 항은 다음과 같이 표현된다.

$$-\int_b^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_b^a \frac{\mathbf{J}}{\sigma} \cdot d\mathbf{l} - \int_b^a (\mathbf{v}_m \times \mathbf{B}_m) \cdot d\mathbf{l} \quad (\text{A5})$$

식 (A5)의 오른쪽 첫번째 항은 코일의 저항에 의한 전압강하이며 다음과 같다.

$$-\int_b^a \frac{\mathbf{J}}{\sigma} \cdot d\mathbf{l} = -i_c R_c \quad (\text{A6})$$

여기서,  $R_c$ 와  $i_c$  각각 코일의 저항 및 코일에 흐르는 전류이다. 영구자석의 축방향으로 운동하고 있을 때

$$\mathbf{v}_m = -\dot{z} \mathbf{e}_z \quad (\text{A7})$$

이고,

$$\mathbf{B}_m = B_{mr} \mathbf{e}_r + B_{mz} \mathbf{e}_z \quad (\text{A8})$$

이다. 여기서,  $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_z$ 는 각각 반경방향과 축방향의 단위벡터이고  $B_{mr}, B_{mz}$ 는 각각 코일에 작용하는 영구자석의 반경방향과 축방향의 자속밀도이다. 그러므로 식 (A5)의 오른쪽 두번째 항은

$$-\int_b^a (\mathbf{v}_m \times \mathbf{B}_m) \cdot d\mathbf{l} = 2\pi r B_{mr} \dot{z} \quad (\text{A9})$$

이 된다.

식 (A2)의 오른쪽 항은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{d}{dt} \int_s \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} da = \frac{d}{dt} \lambda_c \quad (\text{A10})$$

여기서,  $\lambda_c$ 는 코일의 전류에 의한 쇄교자속(flux

linkage)이며, 이것은 다음과 같이 표현가능하다.

$$\lambda_c = L_c i_c \quad (\text{A11})$$

여기서,  $L_c$ 는 상수 자기인덕턴스(constant self-inductance)이다. 그러므로 식 (A10)은

$$\frac{d}{dt} \int_s \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} da = L_c \frac{di_c}{dt} \quad (\text{A12})$$

이므로, 식 (A2)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V_s = i_c R_c + 2\pi r B_{mr} \dot{z} + L_c \frac{di_c}{dt} \quad (\text{A13})$$

여기서, 오른쪽의 마지막 항은 다른 항에 비해 상대적으로 크기가 작으므로 무시할 수 있으며, 이 식을 코일에 흐르는 전류의 항으로 정리하면 다음과 같다.

$$i_c = i_s - \frac{2\pi r}{R_c} B_{mr} \dot{z} \quad (\text{A14})$$

여기서,  $i_s$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$i_s = \frac{V_s}{R_c} \quad (\text{A15})$$

Fig. A1에 도시된 시스템에서 영구자석에 작용된 힘을 공칭점에서 선형화시키면 다음과 같다.

$$F_z = K_a z + K_{ia} i_c \quad (\text{A16})$$

여기서,  $K_a$  및  $K_{ia}$ 는 각각 공칭점에서 축방향에 대한 힘의 기울기 및 전류에 대한 힘의 기울기를 의미한다. 식 (A16)에 식 (A14)를 대입하면 다음과 같다.

$$F_z = K_a z + K_{ia} (i_s - K_b \dot{z}) \quad (\text{A17})$$

여기서,  $K_b$ 는 역기전력에 의한 상수로서 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$K_b = \frac{2\pi r}{R_c} B_{mr} \quad (\text{A18})$$

$K_b$ 는 코일의 권선수가  $N$ 회인 솔레노이드로 대치할 경우 다음과 같다.

$$K_b = \frac{2\pi}{R_c} \sum_{j=1}^N r_j B_{mr_j} \quad (\text{A19})$$

여기서,  $j$ 는 각 코일의 권선을 의미한다.