

<논 문>

## 안정피로성장 중인 표면균열 형상변화의 해석

주 석 재\*

(1996년 2월 15일 접수)

### Analysis of Shape Change of a Surface Crack during Stable Fatigue Growth

Seok Jae Chu

**Key Words :** Stress Intensity Factor(응력강도계수), J-Integral(J-적분), Finite Element Method(유한요소법), Semi-Elliptical Surface Crack(반타원 표면균열), Aspect Ratio(형상비), Multipoint Procedure(다점법)

#### Abstract

The multi-point procedure is developed to predict the shape change of a semi-elliptical surface crack during stable fatigue crack growth. 3-D stress intensity factors along a crack front are calculated using the simplified 3-D J-integral. Crack growth rate coefficient in the Paris law is assumed to be constant along the crack front by excluding the plane-stress prevailing surface region in predicting crack growth. Crack growth rate is set to be the distance between the two parallel tangent lines on the two semi-elliptic crack fronts before and after crack growth.

#### 1. 서 론

구조물의 파손사례를 수집하여 해석한 참고문헌<sup>(1,2)</sup>을 보면 거의 모든 경우 피로균열은 나사산의 골, 노치, 볼트나 핀을 끼울 구멍, 접촉부위 등 응력집중부위에서 발생하여 안정적으로 성장하다 임계균열이 되면 급격히 성장하여 위험한 파손을 초래한다. 대부분 3차원 해석이 필요한 표면균열(surface crack)이었으며 균열선단(crack tip)을 연결한 곡선인 균열전선(crack front)은 반원이나 반타원에 가까운 형상이었다.

미소균열에서 임계균열까지 피로성장과정중 표면균열의 형상비, 즉 반타원균열의 장반경 비는 일반적으로 계속 변한다. 표면균열의 연속적인 형상변화를 추적하여 임계균열의 형상을 예측하는 것은 위험한 파손방지에 중요할 것이다. 어느 성장단계에

서의 초기표면균열 형상은 응력강도계수(stress intensity factor)의 분포, 즉 성장속도의 분포를 결정하고 이것은 거꾸로 다음 성장단계에서의 초기 표면균열 형상을 결정하는 과정을 반복하면서 표면균열은 형상이 변하면서 성장한다.

이제까지 표면균열 형상변화의 예측에는 거의 모두 Newman과 Raju<sup>(3,4)</sup>의 2점법(two-point method)을 사용하였다. 이것은 반타원 균열전선의 장축과 단축에 해당하는 표면점(surface point)과 최심점(the deepest point)에서의 성장속도만으로 표면균열의 형상변화를 예측하는 방법이다. Newman과 Raju는 Paris의 법칙을 사용하여 성장속도를 계산할 때 미소반원균열은 반원균열로 성장한다는 실험 결과에 근거하여 표면점의 균열성장속도계수를 조정하였다. Wu<sup>(5)</sup>는 Newman과 Raju의 방법을 이용하여 형상변화 미분방정식을 구성하고 해석해를 제시하였다. 참고문헌<sup>(6-9)</sup>은 모두 Newman과 Raju의 방법을 이용하였다. 이것 중에서 균열열림과 평균응력강도를 고려하거나<sup>(7)</sup> 균열단립

\*회원, 울산대학교 기계공학과

을 고려하려는<sup>(9)</sup> 시도도 있었다.

본 논문에서는 Newman과 Raju가 균열전선중 대표적인 점인 표면점과 최심점에서의 성장속도만으로 표면균열의 형상변화를 예측하였고 또 성장속도를 구할 때 2점에서 각각 다른 균열성장속도계수를 가정하였던 것을 개선하여 보고자 한다. 즉, 균열전선상 여러 점에서의 성장속도를 모두 활용하여 표면균열의 형상변화를 예측하고 또 균열전선중 표면근처 일부를 제외하고서라도 균열전선 어디에서나 같은 균열성장속도계수를 사용하는 방법을 시도하고자 한다. 그리고, 임의의 반타원 표면균열에 대하여 3차원 응력강도계수를 계산하여야 하므로 2차원 균열문제에 많이 사용되는 J-적분법을 3차원 균열문제에 확장하는 방법을 개발하려고 한다.

### 2. 3차원 J-적분

2차원 균열체에서 균열연장에 관한 에너지해방률 (energy release rate)을 계산하는 방법으로는 J-적분법(J-integral method)과 가상균열연장법(virtual crack extension method)이 널리 사용된다. 선적분인 J-적분은 균열이 연장될 때 적분경로가 포위한 영역에 대한 에너지의 감소율, 즉 에너지해방률을 계산하는 것으로서<sup>(10)</sup> 균열선단을 포위하는 어느 경로에 대하여도 적분치가 일정하다. 가상균열연장법<sup>(11)</sup>은 일부 절점을 이동하여 균열의 연장을 표현하고 강성행렬이 변한 요소에 대하여 에너지의 감소를 계산하는 면적분법으로서 과소하거나 과대하지 않은 대체로 넓은 범위의 가상균열연장에 대하여 에너지해방률이 일정하다.

3차원 균열문제에 위의 2가지 방법을 확장적용하

면 J-적분은 균열전선의 어느 구간을 포위한 영역의 표면에 대한 표면적분이 되고 가상균열연장법은 강성행렬이 변한 요소에 대한 체적적분이 된다. 3차원 J-적분은 요소의 수치적분점을 통과하며 부분적으로 포위한 직분표면에 대하여 계산하는 것이 곤란하여 널리 사용되지 않았다. 절점을 이동하여 균열전선 어느 구간의 균열성장을 표현하는 가상균열연장법은 처음부터 강성행렬이 변한 요소 전체에 대한 체적적분으로 출발하여 이런 난점이 없으므로 널리 사용되었다.<sup>(12,13)</sup>

균열선단 인근 적분경로<sup>(10)</sup>를 사용하여 경로가 포위한 영역을 충분히 축소하면 다음과 같이 3차원 J-적분의 난점을 해소되어 3차원 J-적분이, 균열전선과 수직인 평면에서의 2차원 J-적분으로 환원된다.

탄성체의 2차원 균열이 연장될 때 에너지해방률은 다음과 같은 J-적분으로 주어진다.

$$J = \int_{\Gamma} (Wn_1 - \sigma_{ij}n_j u_{i,1}) ds \quad (i, j=1, 2) \quad (1)$$

여기서, 적분경로  $\Gamma$ 는 균열선단을 포함하는 영역을 포위하는 경계이고,  $W$ 는 스트레인 에너지밀도,  $n_j$ 는 영역 밖을 향하는  $\Gamma$ 와 수직인 단위벡터이다.

탄성체의 3차원 균열이 성장될 때 에너지해방률은 다음과 같이 3차원 J-적분으로 주어진다.

$$J = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{\delta} \int_{A_e + A_e' + A_e''} (Wn_1 - \sigma_{ij}n_j u_{i,1}) dA \quad (i, j=1, 2, 3) \quad (2)$$

Fig. 1과 같이 균열선단을 포함한 영역은 이것을 포위하는 표면  $A_e$ ,  $A_e'$ 과  $A_e''$ 로 정의된다. 표면

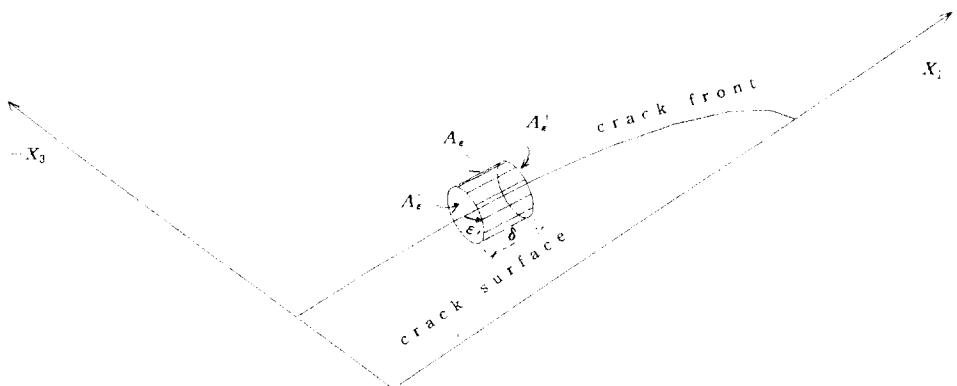


Fig. 1 3-D integration surface  $A_e$ ,  $A_e'$  and  $A_e''$

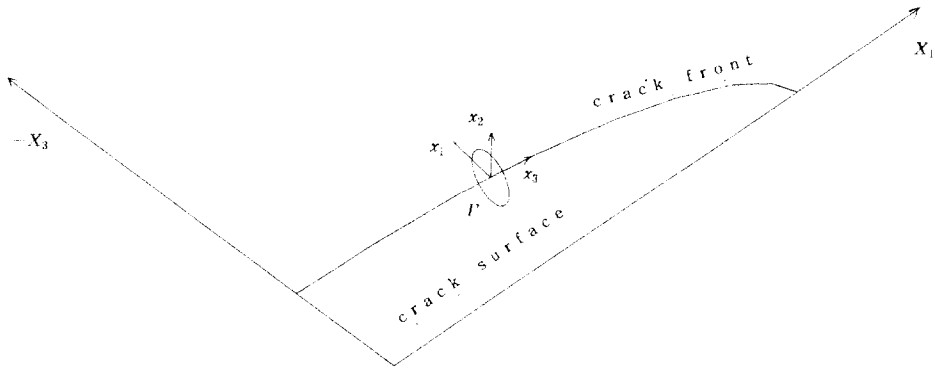


Fig. 2 2-D integration contour  $I'$

$A_\epsilon$ 은 균열전선과 평행한 표면이고 표면  $A_\epsilon^+$ 과 표면  $A_\epsilon^-$ 는 각각 균열전선과 수직인 양쪽 표면이다. 국부좌표계  $x_i$ 는 Fig. 2와 같이 원점이 균열선단인 국부좌표계로서  $x_1, x_2$ 는 균열전선과 수직인 평면 상에서 각각 균열평면과 평행하거나 수직인 방향 좌표이고,  $x_3$ 는 균열전선의 접선방향 좌표이다.

$\epsilon \rightarrow 0$ 일 때  $A_\epsilon^+ \rightarrow 0$ 와  $A_\epsilon^- \rightarrow 0$  이므로 deLorenzi<sup>(12)</sup>가 제시한  $x_3$ 방향 hoop stress의 기여는 무시되므로 식 (2)에 포함시키지 않았다.  $x_3$ 방향으로는 특이성이 존재하지 않으므로  $\epsilon \rightarrow 0$ 와  $\delta \rightarrow 0$ 일 때  $A_\epsilon^+$ 와  $A_\epsilon^-$ 에 대한 적분은 상쇄된다.

그리고,  $\delta \rightarrow 0$ 일 때  $\delta ds = dA_\epsilon$ 이고 모드 I과 II가 지배적일 때  $A_\epsilon$ 에서  $u_{3,1}$ 는  $u_{1,1}$ 과  $u_{2,1}$ 보다 충분히 작으므로 무시하면 식 (2)는 식 (1)이 된다.

결국 3차원 J-적분은 Fig. 2와 같이 균열전선과 수직인 평면에서의 2차원 J-적분으로 환원된다.

### 3. 3차원 유한요소법

Owen과 Fawkes<sup>(11)</sup>의 8절점 등매개변수요소를

사용하는 2차원 유한요소 프로그램을 기초로 20절점 등매개변수요소를 사용하는 3차원 유한요소 프로그램을 개발하였다.

20절점 등매개변수요소에 대한 형상함수  $N_i$ 는 corner node에 대하여

$$N_i = \frac{1}{8} (1 + \xi \xi_i) (1 + \eta \eta_i) (1 + \zeta \zeta_i) \quad (3)$$

$\xi_i = 0, \eta_i = \pm 1, \zeta_i = \pm 1$ 인 mid-side node에 대하여

$$N_i = \frac{1}{4} (1 - \xi^2) (1 + \eta \eta_i) (1 + \zeta \zeta_i) \quad (4)$$

를 사용하였다.

균열선단 부근은 20절점 등매개변수요소의  $\xi = -1$ 인 면을 구성하는 절점들  $\xi$ 좌표(균열전선과 평행)가 같은 것끼리 중첩하여 15절점 퇴화요소(degenerate element)를 생성하여 균열전선과 일치시키고  $\xi = 0$ 인 중간절점을 균열선단에 가까운 1/4점에 옮겨 균열선단의 특이성을 주었다. 균열평면에 관하여 상하대칭이므로 Fig. 3과 같이 하부만

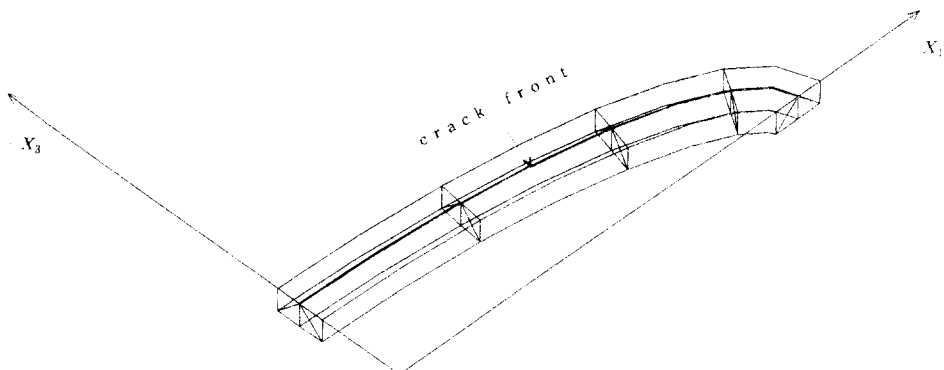


Fig. 3 15-node degenerate elements around the crack front

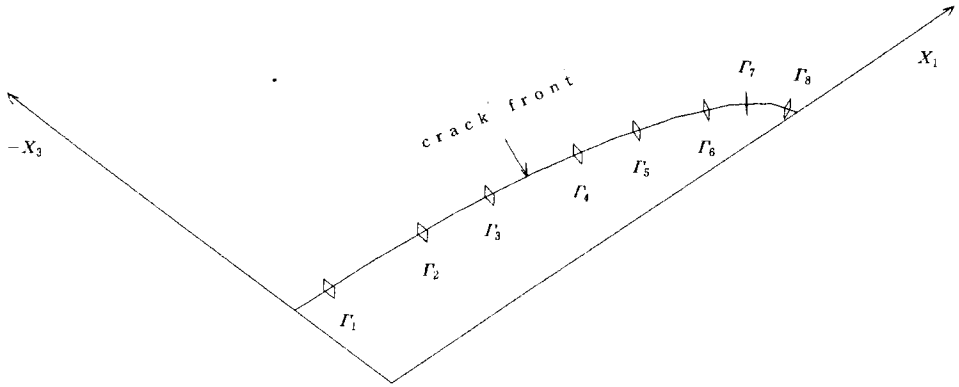


Fig. 4 Integration contours along the crack front

모델링하였고 퇴화요소 1개당 45°씩 퇴화요소 4개가 모여 균열선단 주위 180°를 포위하게 하였다.

J-적분경로  $\Gamma$ 는 균열전선에 수직인 평면( $\zeta = \text{const.}$ ) 상에서  $\xi = \text{const.}$ 인 선으로서 균열전선에 인접한 요소의 Gauss 수치적분점을 통과하는 선으로서 4개의 퇴화요소를 연속적으로 통과하게 모델링하였다. Gauss 수치적분 차수는  $2 \times 2 \times 2$ 를 사용하였고, 이 때 Fig. 4와 같이 1쌍의 퇴화요소에 대하여  $\zeta = -0.774597$ ,  $\zeta = +0.774597$ 인 2개의 적분경로를 취하였다. J-적분경로가 균열전선과 수직인 평면상에 놓이도록 퇴화요소의  $\zeta = -1, 0, +1$  평면이 각각 균열전선에 수직이도록 절점을 배치하였다.

국부좌표계  $x_i$ 는 전체좌표계  $X_i$ 를  $X_2$ 축에 관하여 회전하고 원점을 균열선단에 옮긴 것이므로  $\sigma_{ij}$ 와  $\epsilon_{ij}$ 는 전체좌표계에 관하여 출력된 것을 J-적분을 계산하기 전 국부좌표계에 관한 것으로 변환하여 사용하였다.

에너지해방률(J-적분치)은 다음과 같이 응력강도계수와 연관된다. 모드 I인 경우 plane strain일 때

$$J = \frac{1-\nu^2}{E} K_I^2 \quad (5)$$

여기서,  $E$ 는 탄성계수이고  $\nu$ 는 Poisson 비이다. J-적분치를 식 (5)에 대입하여  $K_I$ 을 구한다.

#### 4. 수치예제

이미 수치해나 해석해가 여러가지 존재하는 3가지 예제에 대하여 3차원 모드 I 응력강도계수를 산출하여 본 논문의 방법의 정확성과 안정성을 입증

하여 보았다. 균열전선 부근의 유한요소망은 3가지 예제에 대하여 서로 비슷하게 하였고 Poisson 비  $\nu$ 는 모두 0.3을 사용하였다.

##### 4.1 예제 1 : 원형봉 속의 동전균열 : $2a/D = 0.25$

Fig. 5와 같이  $X_1X_2$ ,  $X_2X_3$ , 그리고 균열평면인  $X_3X_1$  평면에 관하여 대칭이므로 Fig. 6과 같이 전체의 1/8 만 모델링하였다. 모델 A, B와 C는 퇴화요소 크기의 영향을 살펴보고 퇴화요소의 형상은

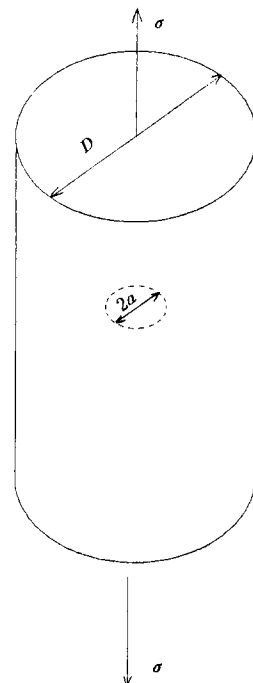


Fig. 5 A penny-shaped crack in a cylinder

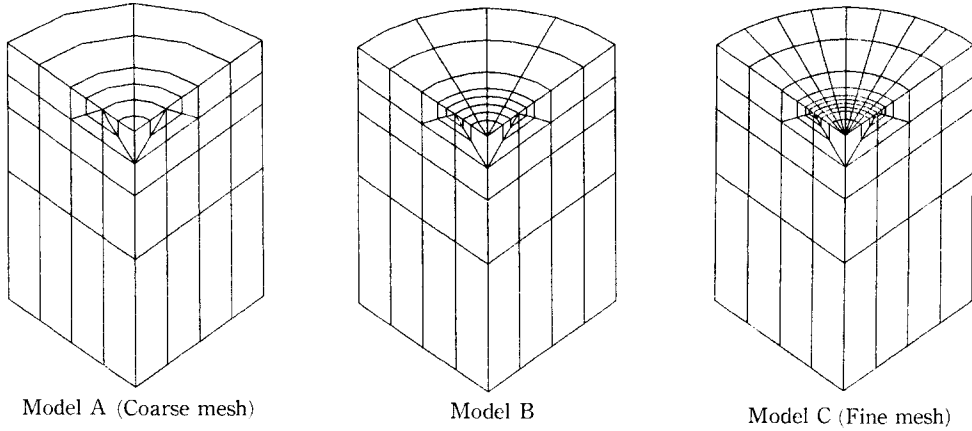


Fig. 6 Finite element model for a penny-shaped crack in a cylinder

유지하면서 단계적으로 축소시켜 생성한 요소망이다. 모델상에서 균열전선은 중심축  $X_2$ 에 관하여  $90^\circ$ 회전하는 원호로서  $90^\circ$ 원호를 4분할하였다. 균열전선에 수직인 평면과 균열전선에 인접한 요소의 교차면은 전체적으로 정사각형이므로 J-적분경로는 정사각형이다. 모델 A, B와 C 각각에 대하여 모두 균열전선을 따라 J-적분치는 거의 완전히 일정하였다. Table 1에서 보는 것과 같이 reference 해<sup>(15)</sup>에 관하여 본 결과의 오차가 모델 A, B와 C 각각에 대하여  $-0.70\%$ ,  $+0.13\%$ 와  $+0.48\%$ 이었다. 모델 A, B와 C 중에서 모델 B가 요소망이 너무 복잡하지도 않으면서 만족할 만한 해를 주었기 때문에 다음의 다른 문제에는 모델 B와 비슷한 요소망을 사용하였다. 2차원 축대칭 유한요소와 가상균열연장법을 이용한 deLorenzi<sup>(12)</sup>의 결과의 오차는  $+0.33\%$ 이었다.

4.2 예제 2 : 무한체 속의 동전균열

Fig. 7과 같이  $X_1X_2$ ,  $X_2X_3$ ,  $X_3X_1$  평면에 관하여

대칭이므로 Fig. 8과 같이 무한체를 표현한 정육면체 전체의 1/8을  $20a \times 20a \times 20a$ (a는 균열의 반지름)인 정육면체로, 동전균열의 1/4을 정육면체의 모서리에 모델링하였다. 균열전선인  $90^\circ$ 원호는 4분할하여 J-적분경로는 8개를 취하였다. 균열전선을 따라 J-적분치는 거의 완전히 일정하였다. Table 2에서 보는 것과 같이 이론해<sup>(15)</sup>와 비교하여 평균치의 오차는 본 논문의 결과가  $+0.16\%$ 이었고 Farris와 Liu<sup>(16)</sup>의 경계요소법의 결과가  $+0.25\%$ 이었다.

Table 1 Normalized stress intensity factors for a penny-shaped crack in a cylinder

	$K_I / \sigma_{net} (\pi a)^{1/2}$
deLorenzi <sup>(3)</sup>	0.604
Present	0.5978 (Model A)
	0.6028 (Model B)
	0.6049 (Model C)
Reference <sup>(15)</sup>	0.602

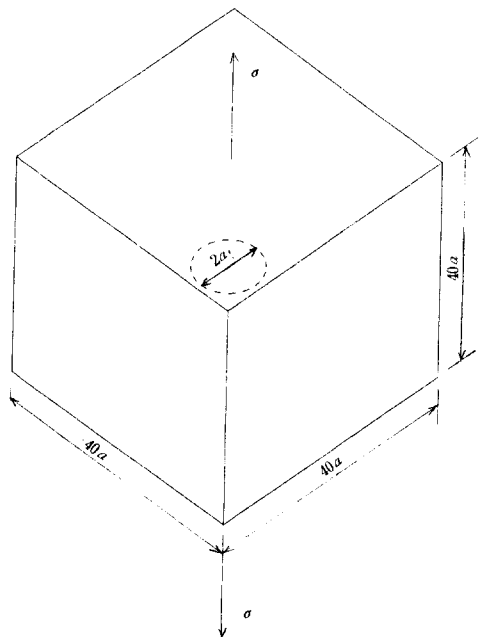


Fig. 7 A penny-shaped crack in a large medium

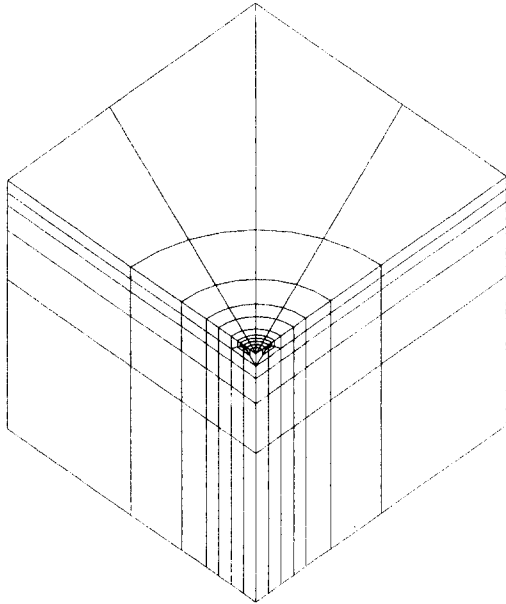


Fig. 8 Finite element model for a penny shaped crack in a large medium

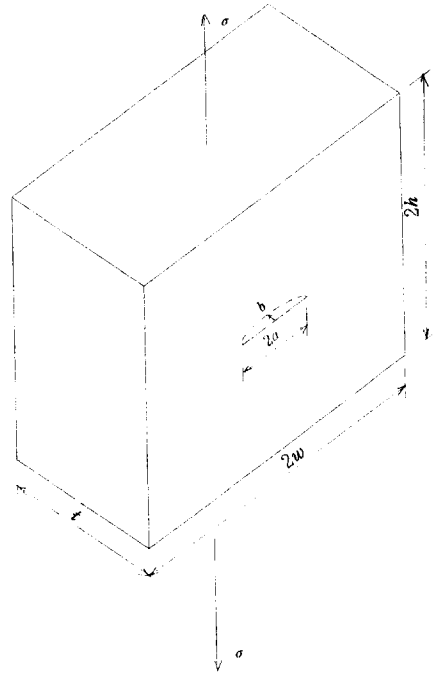


Fig. 9 A semi-circular or a semi-elliptical surface crack in a large medium

Table 2 Normalized stress intensity factors for an embedded penny shaped crack in an infinite body

	$K_I/2\sigma(a/\pi)^{1/2}$
Farris <sup>(16)</sup>	1.0025
Present	1.0016
Theory <sup>(17)</sup>	1.0000

4.3 예제 3 : 표면파열 반원균열 ( $b/a=1$ )과 반타원균열 ( $b/a=0.25$ )

Fig. 9와 같이  $X_2X_3$ ,  $X_3X_1$  평면에 관하여 대칭이므로 Fig. 10과 같이 직육면체의 1/4인  $20a \times 20a \times 20a$  ( $a$ 는 타원균열의 장반경) 정육면체의 모서리에 1/4 타원균열을 모델링하였다. 단반경과 장반경의 비  $b/a$ 는 Farris와 Liu<sup>(16)</sup>와 같이 1과 0.25인 2가지 경우를 택하였다.

타원 균열전선상의 위치는 Fig. 11과 같이 정의된 각  $\theta$ 로 표시하였고 이 각의 간격이 일정하게 균열전선을 분할하였다. 균열전선인 1/4 타원은 4분할하여 J-적분경로는 8개를 취하였다. 균열전선에 수직인 평면과 Fig. 3과 같이 균열선단에 인접한 요소의 교차면은 전체적으로 직사각형이므로

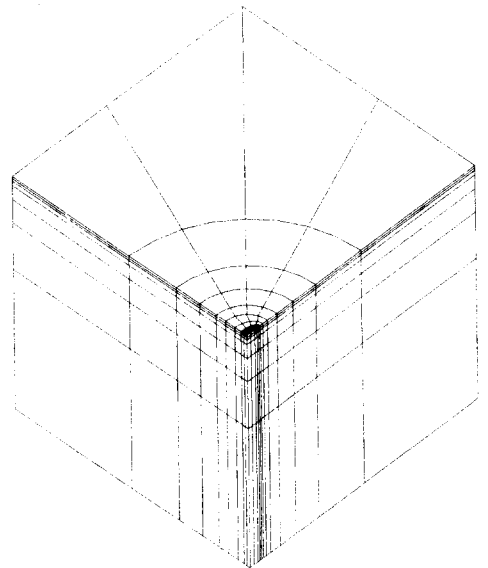


Fig. 10 Finite element model for a semi-elliptical surface crack in a large medium

Fig. 4와 같이 J-적분경로는 정사각형이다.

본 논문에서는 표면 ( $\theta=0^\circ$ )에서는 계산하지 않았고 표면근처 plane stress 지배영역의 범위는 정확

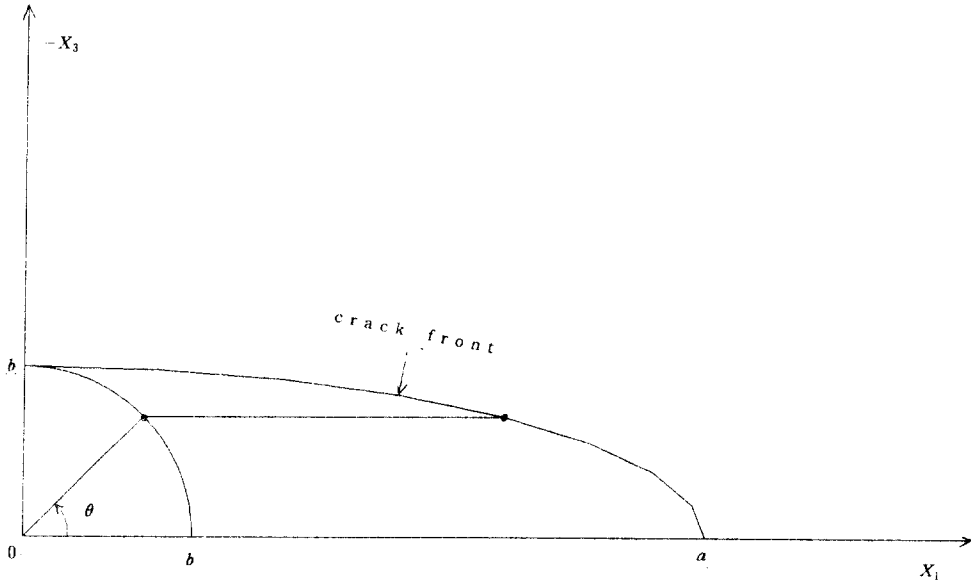


Fig. 11 Definition of the angle  $\theta$

Table 3 Normalized stress intensity factors for an surface-breaking penny-shaped crack in an infinite body :  $b/a=1, \theta=90^\circ$

	$K_I/2\sigma(a/\pi)^{1/2}$
Newman <sup>(3)</sup>	1.0407
Tada <sup>(15)</sup>	1.0250
Farris <sup>(16)</sup>	1.0320
Present	1.0340

히 파악하기 곤란하므로 plane strain을 가정하여 식 (5)를 사용하였다. 계산된 응력강도계수는  $K_0 = 2\sigma(b/\pi)^{1/2}$ 로 나누어 무차원화하였다. Fig. 12와 같이 본 논문의 결과는  $\theta=0^\circ \sim 10^\circ$ , 즉 plane stress가 지배적인 표면부근을 제외하고는 plane strain이 지배적인 내부영역에서는 Newman과 Raju<sup>(3,4)</sup>의 결과와 Farris와 Liu<sup>(16)</sup>의 결과와 중간에 존재하였다.

### 5. 피로성장중인 표면균열 형상변화의 해석

높이가  $2h=100$  mm인 두꺼운 평판의  $2w=50$  mm,  $t=10$  mm인 직사각형 단면에 존재하는 반타원 표면균열의 균일인장에 대한 피로성장을 해석하였다. 반타원 표면균열의 초기 형상비는 Newman과 Raju<sup>(3,4)</sup>와 같이  $b_0/a_0=1, 0.4$  2가지 경우이고 초기깊이는 모두  $b_0/t=0.2$ 이다.

응력강도계수를 구한 균열전선상 8점은 모두 표면( $\theta=0^\circ$ )과 떨어진 내부에 존재하므로 Paris의 법칙에서 일정한 균열성장속도계수를 사용하였다. 즉, Paris의 법칙

$$dc/dN = C(\Delta K_I)^m \tag{6}$$

에서  $C$ 와  $m$ 이 일정하다. 여기서,  $c$ 는 균열전선에

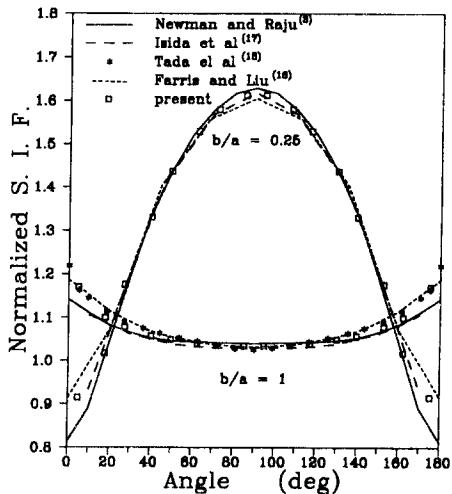


Fig. 12 Stress intensity factors for a semi-circular or a semi-elliptical surface crack

수직방향 성장깊이이다.

균열의 어느 성장단계에서 장반경과 단반경이  $a$ 와  $b$ 인 초기 반타원균열이 장반경과 단반경이  $a'$ 과  $b'$ 인 반타원균열로 성장한다고 가정하자.

$$\begin{aligned} a' &= a + \Delta a \\ b' &= b + \Delta b \end{aligned} \tag{7}$$

단반경이  $\Delta b$ 만큼 증가할 때 장반경이 증가할  $\Delta a$ 를 예측하여 보자.  $\Delta b$ 를 너무 크게 설정하면 예측한  $\Delta a$ 의 오차가 심할 것이고 너무 작게 설정하면 성장단계가 너무 많아져 유한요소망 재구성에 시간이 많이 소요되므로  $\Delta b$ 를 0.10 $t$ 와 0.05 $t$ 로 다르게 설정하고 이것의 영향을 검토하는 방법을 취하였다.

먼저 초기 반타원균열에 대하여 균열전선상 응력강도계수의 분포를 구하고 이것을 Paris의 법칙에 대입하여 균열이 성장할 거리의 분포  $\Delta c$ 를 구한다.

$$\Delta c = C \Delta N (\Delta K_I)^m \tag{8}$$

위 식에서 균열전선을 따라 변하는 것은  $\Delta K_I$ 뿐

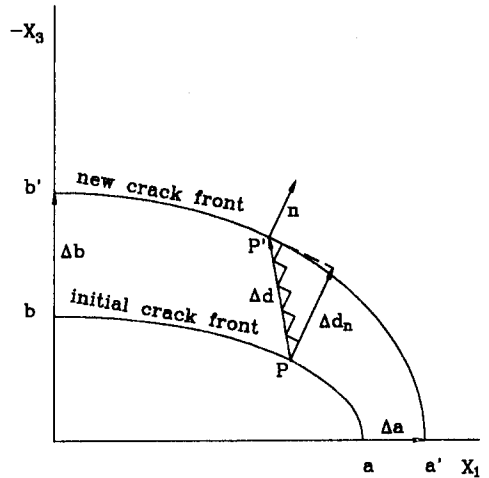


Fig. 13 Explanation of semi-elliptical surface crack growth

이다. 지수  $m$ 은 Newman과 Raju<sup>(3,4)</sup>와 같이 넓은 범위의 재료에 적용되는 4를 취하였다.  $C \cdot \Delta N$ 을 조절하여 미리 설정한  $\Delta b$ 에 이르도록 하였다.

균열전선상 어느 점에서 균열성장 방향은 균열전

Table 4 Predicted aspect ratios of a semi-elliptical surface crack during stable fatigue growth

$b_0/a_0=1$		$b_0/a_0=0.4$	
$\Delta b/t=0.10$	$\Delta b/t=0.05$	$\Delta b/t=0.10$	$\Delta b/t=0.05$
(a/t, b/t) b/a	(a/t, b/t) b/a	(a/t, b/t) b/a	(a/t, b/t) b/a
(0.200, 0.200) 1.000	(0.200, 0.200) 1.000 (0.258, 0.250) 0.967	(0.500, 0.200) 0.400	(0.500, 0.200) 0.400 (0.491, 0.250) 0.509
(0.317, 0.300) 0.947	(0.314, 0.300) 0.956 (0.369, 0.350) 0.950	(0.496, 0.300) 0.605	(0.496, 0.300) 0.605 (0.513, 0.350) 0.682
(0.424, 0.400) 0.944	(0.424, 0.400) 0.944 (0.480, 0.450) 0.938	(0.529, 0.400) 0.757	(0.541, 0.400) 0.740 (0.576, 0.450) 0.781
(0.536, 0.500) 0.933	(0.538, 0.500) 0.930 (0.597, 0.550) 0.921	(0.602, 0.500) 0.830	(0.618, 0.500) 0.809 (0.665, 0.550) 0.827
(0.656, 0.600) 0.915	(0.659, 0.600) 0.910 (0.724, 0.650) 0.897	(0.701, 0.600) 0.856	(0.718, 0.600) 0.836 (0.776, 0.650) 0.838
(0.787, 0.700) 0.890	(0.793, 0.700) 0.883 (0.867, 0.750) 0.865	(0.820, 0.700) 0.853	(0.839, 0.700) 0.835 (0.907, 0.750) 0.827
(0.935, 0.800) 0.856	(0.946, 0.800) 0.846 (1.032, 0.850) 0.824	(0.962, 0.800) 0.832	(0.983, 0.800) 0.814 (1.066, 0.850) 0.797
(1.107, 0.900) 0.813	(1.124, 0.900) 0.801	(1.132, 0.900) 0.795	(1.158, 0.900) 0.777



선에 수직인 방향  $n$ 이다.

$$n = \frac{(b \cos \theta, a \sin \theta)}{\| (b \cos \theta, a \sin \theta) \|_2} \quad (9)$$

그러나 균열전선 상 어느 점에서  $n$ 의 방향은 균열이 성장하며 일반적으로 계속 변한다. 이것은 Fig. 13에 그린 것처럼  $n$ 의 방향이 일정한 점을 쫓아가는 방법을 사용하였다.

초기 반타원균열상의 어느 점  $P(a \cos \theta, b \sin \theta)$ 와 접선기울기가 서로 같은 점  $P'(a' \cos \theta', b' \sin \theta')$ 을 새로운 반타원균열상에서 찾는다. 접선기울기가 서로 같으므로

$$\frac{a}{b} \tan \theta = \frac{a'}{b'} \tan \theta' \quad (10)$$

2점의 거리벡터는  $\Delta d$ 는

$$\Delta d = (a' \cos \theta' - a \cos \theta, b' \sin \theta' - b \sin \theta) \quad (11)$$

기울기가 같은 2접선의 거리  $\Delta d_n$ 는

$$\Delta d_n = \Delta d \cdot n \quad (12)$$

식 (8)로 주어진  $\Delta c$ 의 분포에 적합한  $\Delta d_n$ 를 분포시키는  $a'$ 와  $b'$ 를 찾는 문제로서, 즉 이것은 에러  $\epsilon$ 을

$$\epsilon = \sum_{i=1}^6 |\Delta c - \Delta d_n|_i \quad (13)$$

최소화하는 문제로 귀착된다. 표면에 접한 요소에 포함된 2점은 plane stress 상태와 plane strain 상태의 천이영역이라고 판단되어 표면근처 2점은 제외하고 나머지 6점에서 구한 응력강도계수로만 균열성장을 예측하였다.

$a'$ 와  $b'$ 에 각각의 범위를 주고 이 범위를 100등분하여 취한  $a'$ 와  $b'$  모든 조합에 대하여 에러  $\epsilon$ 이 최소일 때의 조합을 찾아가는 방법을 사용하였다.  $a'$ 와  $b'$ 의 범위를 좁혀가다가 이 범위가 0.001 mm 정도일 때 최소화를 마쳤다. 이 과정에서  $C \cdot \Delta N$ 이 결정되므로 재료의 균열성장속도계수  $C$ 를 대입하면 균열증분  $\Delta b$ 에 소요되는 주기의 횟수  $\Delta N$ 도 결정된다.

$b/t=0.2$ 부터  $\Delta b=0.10 t$ 과  $\Delta b=0.05 t$ 의 2가지 균열증분으로  $b'/t=0.9$ 에 이를 때까지 형상비를 단계적으로 구하여 Table 4에 열거하였고 각각의 단계에서 반타원균열의 형상을 그려보면 Fig. 14와 같다. 균열증분을  $\Delta b=0.10 t$ 에서  $\Delta b=0.05 t$ 로 감소시켰을 때 형상비는  $b_0/a_0=1$ 인 경우는 최

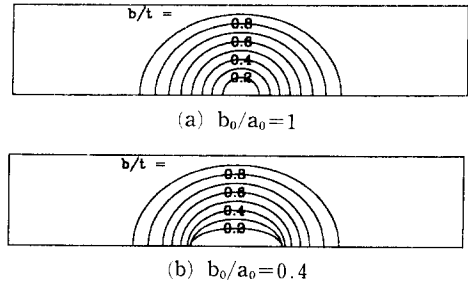


Fig. 14 Predicted semi-elliptical surface crack growth

대 0.4%,  $b_0/a_0=0.4$ 인 경우는 최대 0.4%,  $b_0/a_0=0.4$ 인 경우는 최대 2.3% 정도 감소하였고 대체로 일정하게 유지되었다.

$\Delta b=0.05 t$ 로 균열을 성장시켰을 때 각 단계에서 균열전선을 따라  $K_I$ 의 분포는  $b_0/a_0=1$ 인 경우 Fig. 15(a),  $b_0/a_0=0.4$ 인 경우 Fig. 15(b)와 같았다. 초기에  $b/t=0.2$ 일 때  $K_I$ 의 분포곡선은  $b_0/a_0=1$ 인 경우는 약간 오목하고, 즉 균열전선을 따라 표면에서 내부로 갈수록 낮아지지만  $b_0/a_0=0.4$ 인 경우는 볼록하였다. 그렇지만 균열이 성장하여  $b/t$ 가 증가하면서 2가지 경우  $K_I$ 의 분포곡선이 모두 오목하게 같아졌다.

균열성장 각 단계에서의 분포곡선을 비교하여 보면  $b_0/a_0=1$ 인 경우  $b/t$ 가 0.20에서 0.25로 증가하며 내부로 갈수록  $K_I$ 가 많이 증가하였고 나머지 단계에서는 점점 내부로 갈수록  $K_I$ 가 적게 증가하였다.  $b_0/a_0=0.4$ 인 경우  $b/t=0.55$ 에 도달할 때까지는 표면 부근에서는  $K_I$ 가 증가하지만 나머지 내부에서는 감소하였고  $b/t=0.5$ 일 때 균열전선을 따라  $K_I$ 의 분포가 대체로 일정하게 되었지만 균열이 성장하며 분포곡선이 오목하게 변하여 갔다. Cherepanov<sup>(18)</sup>가 반타원 표면균열에 대하여 균열전선을 따라  $K_I=const.$ 가 되도록 균열형상이 변하여 갈 것이라고 한 것은 본 논문의 결과와 어긋났다.

$b_0/a_0=1$ 인 경우와  $b_0/a_0=0.4$ 인 경우 형상비  $b/a$ 는 Fig. 16과 같이 변하였다.  $b_0/a_0=1$ 인 경우 형상비 감소속도가 초기에만 급격하였고 완만하여졌다가 다시 점점 급격하여졌다.  $b_0/a_0=0.4$ 인 경우 형상비가  $b/t=0.6$ 까지는 증가하다가 나머지 단계에서는 감소하였다. 2가지 경우에 대한 형상비의 차는 균열이 성장하며 점점 작아졌다.

Newman과 Raju<sup>(3,4)</sup>의 결과는  $b_0/a_0=1$ 인 경우  $b/t=0.3$ 에 도달하며 형상비가 계속 1을 유지하지

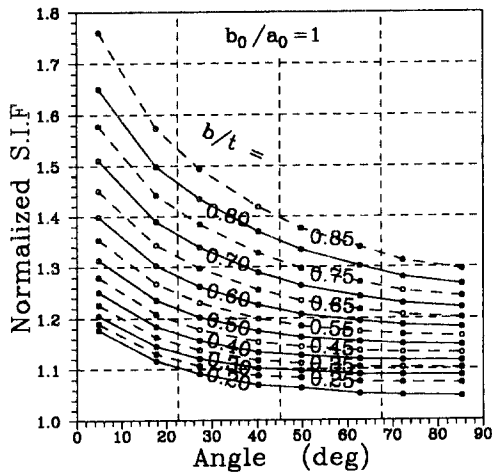


Fig. 15(a) Stress intensity factors along crack front for initial condition  $b_0/a_0=1$

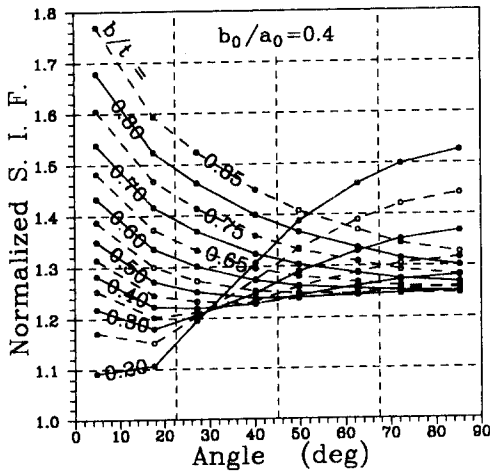


Fig. 15(b) Stress intensity factors along crack front for initial condition  $b_0/a_0=0.4$

만 본 논문의 결과는 0.96으로 다소 급격히 감소하여  $b/t=0.6$ 까지는 Newman과 Raju의  $b_0/a_0=0.95$ 인 경우의 결과와 비슷하게 변화했지만 점차 약간 더 급격히 감소하여  $b/t=0.9$ 에 도달하였을 때는 형상비가 Newman과 Raju의 결과보다 0.04쯤 더 작았다. 본 논문에서 해석한 것과  $2w/t=5$ 로 비슷한 조건인 北川와 高橋<sup>(19)</sup>의 실험결과를 보면 대체로 형상비의 감소경향이 본 논문과 비슷하였다. 北川와 高橋의 실험은 재료가 SM50C이고 응력비는  $R=0.04$ ,  $m=3.78$ 로 본 논문과 비슷한 조건이었다.

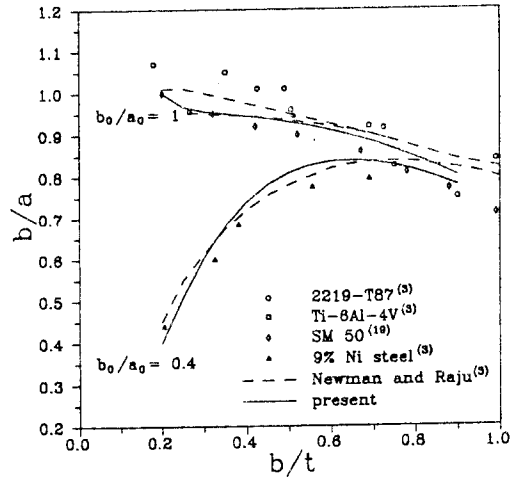


Fig. 16 Shape change of a semi-elliptical surface crack in a plate under tension

$b_0/a_0=0.4$ 인 경우 본 논문의 결과는 Newman과 Raju의 결과보다 약간 더 급격히 증가하거나 감소하였고  $b/t=0.9$ 에 도달하였을 때는 형상비가 Newman과 Raju의 결과보다 역시 0.04쯤 더 작았다.

### 6. 결 론

3차원 J-적분법의 2차원화 방법을 개발하여 균열 전선상 어느 점에서의 에너지해방률을 구하는 방법으로 3차원 응력강도계수를 직접 계산하였다. 이것은 3차원 균열문제에 대하여 널리 사용되는 가상균열연장법에 비하여 절점을 이동하여 균열연장을 표현할 필요도 없고 증가한 가상균열면적을 계산할 필요도 없었으며 정확도는 높았다.

균열전선상 여러 점에서의 성장속도를 활용하여 표면균열의 형상변화를 예측하는 다점법을 개발하였다. 형상비  $b/a$ 는  $b_0/a_0=1$ 인 경우  $b/t=0.3$ 에 도달하며 다소 급격히 감소하였고 완화되었다가  $b/t=0.7$  이후 서서히 급격하여졌으며 이것과 같은 경향은 北川와 高橋<sup>(19)</sup>의 실험결과에서도 나타났다. 한편 Newman과 Raju<sup>(3,4)</sup>의 2점법의 결과는 시중 형상비  $b/a$ 가 대체로 일정하게 감소하였다. Cherepanov<sup>(18)</sup>가 반타원 표면균열에 대하여 균열 전선을 따라  $K_I=const$ 가 되도록 균열형상이 변하여 갈 것이라고 하였지만 본 논문의 결과와 어긋났다.

## 후 기

이 논문은 1994년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었으며, 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) 1984, 기계·구조물의破損事例と解析技術, 日本機械學會.
- (2) 西田新一, 1986, 機械機器破損の原因と對策, 日刊工業新聞社.
- (3) Newman, J. C. and Raju, I. S., 1979, "Analysis of Surface Cracks in Finite Plates under Tension or Bending Loads," *NASA Technical Paper 1578*.
- (4) Newman, J. C. and Raju, I. S., 1981, "An Empirical Stress-Intensity Factor Equation for the Surface Crack," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 15, pp. 185~192.
- (5) Wu Shang-Xian, 1985, "Shape Change of Surface Crack during Fatigue Growth," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 22, No. 5, pp. 897~913.
- (6) 尹漢鏞, 岡村弘之, 1989, "半だ圓表面き裂の疲勞き裂における進展確率論的壽命豫測," 일본기계학회논문집(A), 제55권 제513호, pp. 1095~1100.
- (7) 허용학, 이주진, 이해무, 1990, "압력용기소재에서의 표면균열의 형상변화," 대한기계학회논문집, 제14권 제3호, pp. 617~623.
- (8) 남기우, 1991, "고장력강의 피로수명과 균열관통 거동에 관한 연구," 대한기계학회논문집, 제15권, 제6호, pp. 1990~2001.
- (9) 김중환, 송지호, 1992, "축하중을 받는 초기반원 표면피로균열의 진전거동 예측," 대한기계학회논문집, 제16권, 제8호, pp. 1536~1544.
- (10) 주석재, 1990, "J<sub>II</sub> 적분을 이용한 이방성 복합적층판에 대한 혼합모드 균열문제의 해석," 박사학위논문, 한국과학기술원.
- (11) Parks, D. M., 1974, "A Stiffness Derivative Finite Element Technique for Determination of Crack Tip Stress Intensity Factors," *International Journal of Fracture*, Vol. 10, No. 4, pp. 487~502.
- (12) deLorenzi, H. G., 1985, "Energy Release Rate Calculations by the Finite Element Method," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 21, No. 1, pp. 129~143.
- (13) Nikishkov, G. P. and Atluri, S. N., 1987, "Calculation of Fracture Mechanics Parameters for an Arbitrary Three-Dimensional Crack by the Equivalent Domain Integral Method," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 24, pp. 1801~1821.
- (14) Owen, D. R. J. and Fawkes, A. J., 1983, *Engineering Fracture Mechanics*, Pineridge Press Ltd.
- (15) Tada, H., Paris, P. C. and Irwin, G. R., 1973, *The Stress Analysis of Cracks Handbooks*, Paris Production Inc.
- (16) Farris, T. N. and Liu, M., 1993, "Boundary Element Crack Closure Calculation of Three-Dimensional Stress Intensity Factors," *International Journal of Fracture*, Vol. 60, pp. 3~47.
- (17) Isida, M., Noguchi, H. and Yoshida, T., 1984, *International Journal of Fracture*, Vol. 26, pp. 157~188.
- (18) Cherepanov, G. P., 1979, *Mechanics of Brittle Fracture*, p. 388.
- (19) 北川英夫, 高橋進, 1979, "微小な疲勞き裂の成長とその下限界條件に關する破壊力學的研究," 일본기계학회논문집, 제45권 제399호, pp. 1289~1303.