

< 논 문 >

반응용재료의 압축거동 및 액상의 유동을 고려한 유한요소해석

강충길\* · 윤종훈\*\*

(1995년 8월 18일 접수)

A Compression Behavior of Semi-Solid Material and Finite Element Analysis Considering Flow of Liquid Phase

C. G. Kang and J. H. Yoon

**Key Words :** Semi-Solid Material(반응용재료), Solid Fraction(고상률), Densification(치밀화), Compressible Viscoplastic Material(압축성 소성재료), Powder Material(다공질재료), Darcy's Law(Darcy법칙), Globularization(구상화)

Abstract

Compression behavior of semi-solid aluminum alloys with controlled solid fractions was investigated in the present study. The stress and strain relationships were obtained from the compression test. Variations of the solid fraction distribution and the material behaviour were investigated for various friction coefficients and die speeds. For a finite element analysis, the semi-solid material was described by a compressible rigid viscoplastic model for the solid region and Darcy, s law for the liquid region. The computed results were compared with experimental data for the validity of the yield criteria.

기 호 설 명

$A_L$ : 반응용재료의 액상영역 면적	$F$ : 항복함수 또는 항복조건
$A_S$ : 반응용재료의 고상영역 면적	$G$ : 소성포텐셜
$A_T$ : 반응용재료의 전체면적	$\hat{i}, \hat{j}$ : $x, y$ 방향의 단위벡터
$A_0$ : 시편의 단면적	$J_1$ : 응력의 제1불변량
$B'$ : 편차응력의 제2차 불변량의 소성변형기여도	$J_2$ : 편차응력의 제2불변량
$B$ : 변형률속도 행렬	$k$ : 전단항복응력
$e$ : 공칭변형률	$K_s$ : 고상영역에 대한 강성행렬
$f$ : 상대밀도에 대한 계수	$K_L$ : 액상영역에 대한 강성행렬
$f'$ : 고상영역의 항복응력과 반응용재료 전체의 항복응력의 비	$N$ : 형상함수
$f_L$ : 액상률	$m$ : 변형속도 민감도
$f_s$ : 고상률(=1- $f_L$ )	$m_f$ : 다이와 소재 사이의 마찰계수
$f_{fric}$ : 다이와 소재 사이의 마찰력	$n_j$ : 다이와 접촉하는 면에 수직인 방향
	$P$ : 압축시험시 측정하중
	$p$ : 액상영역에 작용하는 압력
	$p_0$ : 자유표면에서의 압력(=0)
	$q_i$ : $i$ 번째 절점에서의 형상함수

\*회원, 부산대학교 정밀기계공학과

\*\*회원, 부산대학교 대학원

$Q_L$  : 액상체의 체적유량  
 $Q_{Li}$  : 절점  $i$ 에서 액상영역의 체적유량  
 $R$  : 고상입자의 반경  
 $S_v$  : 속도장이 규정된 면  
 $S_F$  : 힘이 규정된 면  
 $T$  : 용탕의 온도  
 $\bar{t}_i$  : 힘이 규정된 경계에서 작용하는 표면력  
 $u_L$  : 액상의  $x$ 방향 유동속도  
 $u_S$  : 고상의  $x$ 방향 변형속도  
 $\bar{U}_S$  : 고상영역의 속도벡터  
 $v_i$  : 액상영역의 속도벡터  
 $v_i$  : 속도성분  
 $\bar{v}_i$  : 경계에서의 속도성분 ( $i=x, y$ )  
 $u_L, v_L$  : 액상의  $x, y$ 방향 유동속도  
 $u_S, v_S$  : 고상의  $x, y$ 방향 변형속도  
 $V$  : 체적  
 $V_{Liquid}$  : 반응용재료의 액상영역의 체적  
 $V_p$  : 다공질재료에 있어서 기지금속의 체적  
 $v_r$  : 다이와 재료 사이의 상대속도  
 $V_{solid}$  : 반응용재료의 고상영역의 체적  
 $V_v$  : 다공질재료에 있어서 기공의 체적  
 $x, y$  : 좌표축  
 $\bar{\nabla}$  : 미분연산자의 벡터 표기  
 $\gamma$  : 높이 감소률  
 $\dot{\gamma}_{ij}$  : 전단변형률속도 ( $i, j=x, y$ )  
 $\delta$  : 변분 (variation) 기호  
 $\delta_{ij}$  : Kronecker delta  
 $\dot{\epsilon}_{ij}$  : 변형률속도 ( $i, j=x, y$ )  
 $\bar{\epsilon}$  : 유효변형률속도  
 $\dot{\epsilon}_{kk}$  : 정수압변형률속도  
 $\dot{\epsilon}_v$  : 체적변형률속도  
 $\rho$  : 다공질재료의 상대밀도  
 $x$  : 투과률  
 $x_o$  : 초기 투과률  
 $\Pi_{sol}$  : 고상영역에 대한 범함수  
 $\Pi_{lip}$  : 액상영역에 대한 범함수  
 $\delta\Pi_{sol}$  : 고상영역에 대한 범함수의 변분  
 $\delta\Pi_{lip}$  : 액상영역에 대한 범함수의 변분  
 $\delta S_{ij}$  : 고상영역에 작용하는 응력  
 $\delta S_{Tij}$  : 반응용재료에 작용하는 전체응력  
 $\delta_x, \delta_y$  :  $x, y$ 방향의 응력  
 $\bar{\sigma}$  : 상당응력  
 $\bar{\sigma}_{sij}$  : 고상영역의 응력  
 $\sigma_{ij}$  : 응력성분 ( $i, j=x, y$ )

$\sigma_m$  : 정수압응력  
 $\alpha$  : 고상률  
 $\mu_L$  : 액상의 점성계수  
 $\nu$  : 푸아송비  
 $\lambda$  : 응력과 변형률속도의 함수값  
 $\gamma_{ij}$  : 전단응력 ( $i, j=x, y$ )

## 1. 서 론

고상과 액상이 공존하는 반응용재료는 온간단조 공정에 이용되어지는 재료보다 결정립계의 결합력이 작기 때문에 유동응력이 낮아 가공력을 줄일 수 있으므로 복잡한 형상의 구조용 알루미늄 부품도 쉽게 성형할 수 있다.<sup>(1-3)</sup> 반응용재료는 강화재와 혼합이 용이하므로 금속복합재료의 제조공정에도 많이 응용되고 있다. 고상률이 불균일하게 분포할 지라도 성형완료 후 액상부분의 응고현상때문에 부품내에 기공이 거의 존재하지 않으며, 용탕단조법에 의하여 제조한 제품보다 기계적 성질이 향상될 수 있다.

반응용가공에 대한 이론 연구로서, Toyoshima와 Takahashi<sup>(4)</sup>는 모델재료인 Sn-15%Pb에 대하여 압연, filtering, upsetting 등에 대하여 수치해석을 하였으며, 木内 등<sup>(5)</sup>은 Al-0.93%Si에 대하여 압축가공시 고상률의 분포와 고상률의 변화에 따른 유동응력의 변화에 관하여 연구하였다. Kim 등<sup>(6)</sup>은 반응용재료를 이용한 쌍롤식 연속주조공정에서의 유한요소법과 유한차분법을 연계한 열유동해석을 하였다. Lalli<sup>(7)</sup>는 1차원 해석에 의하여 반응용재료의 압축거동을 파악하였다. Charreyron과 Flemings<sup>(8)</sup>는 Pb-Sn합금을 이용한 반응용재료의 압축거동을 상계해법에 의하여 해석하였다.

본 연구에서는 기계적 교반법에 의하여 제조한 반응용재료의 압축실험을 통하여 미시적 및 거시적 거동을 파악하였으며, 응력과 변형률속도의 관계식을 도출하여 반응용재료의 압축성형에 필요한 물성치를 구하였다. 미시역학적 모델을 이용하여 고상영역과 액상영역을 따로 해석할 수 있으나 변형률이 커지면 고상인자끼리의 회전 및 접합현상이 일어나기 때문에 반응용재료의 거동을 유한요소법으로 해석하기가 어렵다. 따라서, 본 연구에서는 고상영역과 액상영역을 연속체로 취급한 압축성 점소성 유한요소해석을 하여 실험결과와 비교검토하였다. 고상과 액상에 대하여 각각 다공질이론과 다공

질체 속의 유체유동을 나타내는 Darcy's Law를 적용하여 압축성형에 대한 유한요소해석을 수행하고 압축가공시 마찰계수와 다이속도의 변화에 따른 재료의 유동특성을 파악하였다.

## 2. 실험방법

반응용재료의 제조에 사용되어진 재료는 주조용 알루미늄합금인 A356이며, 그 화학적 조성을 성분 분석기를 이용하여 검사하였으며, 아래의 Table 1에 표시하였다.

약 500 g 정도의 A356재료를 도가니에 담아 용해용 전기로에 넣어 액상선온도(615°C) 이상의 온도까지 가열하여 완전히 용탕상태로 만든 뒤 교반용 전기로에 넣어서 원하는 고상률이 0.5인 경우, 즉 600°C까지 재료의 온도를 하강시켰다. 열전대의 수명을 향상시키기 위하여 세라믹재료로 코팅하여 반응용상태의 재료에 삽입하여 온도를 측정하였으며 고상률과 온도와의 관계식은 다음과 같다.<sup>(9)</sup>

$$f_s = \left[ \frac{T_L - T}{T_L - T_S} \right]^{1/2} \times 100 (\%) \quad (1)$$

A356재료에 대한 액상선온도와 고상선온도는 각각  $T_L=615^\circ\text{C}$ 와  $T_S=555^\circ\text{C}$ 이다.

일정한 고상률의 온도까지 제어한 후 구상조직을 얻기 위하여 교반시간은 15분으로 하였으며 교반기의 위치는 도가니 밑바닥으로부터 약 10 cm 정도의 위치에 있도록 하였다. 교반용 임펠러는 SUS316을 사용하여 직경 38~58 mm로 제작하였으며, 날개각 45°, 날개수 3개로 하였으며, 지속적인 교반 동안 알루미늄과의 접촉으로 인한 임펠러손상을 방지하기 위하여 세라믹재료로 코팅을 하여 사용하였다. 교반시간동안 재료의 산화를 방지하기 위하여 지속적으로 아르곤가스를 주입하였으며, 또한 재료가 원하는 고상률을 가지는 온도에서 가급적 큰 범위로 벗어나지 않도록 교반용 전기로 내부와 반응용재료에 CA열전대를 각각 삽입하여 온도를 제어하였다. 교반속도는 600~620 rpm 정도로 하였다.

교반완료 후 반응용재료를 금형에 주입한 후 편

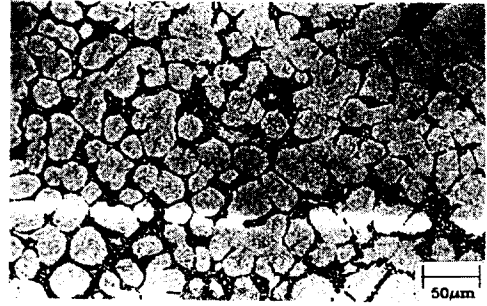
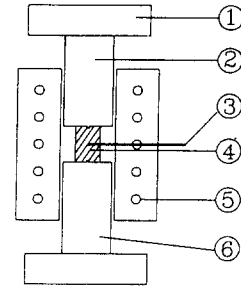


Fig. 1 Microstructure of the semi-solid A356 with solid fraction of 0.5 fabricated by mechanical stirring process



- ① Load cell      ④ Compression specimen
- ② Upper plate    ⑤ Band heater
- ③ Thermocouple   ⑥ Lower plate

Fig. 2 Schematic diagram of experimental apparatus used for compression of semi-solid aluminum alloy

치로 가압하였다. 가압력은 100 MPa이며 펀치의 가압속도는 약 20 mm/sec, 가압지연시간은 15초로 하였다. 가압완료 후 금형의 하부에 설치된 실린더를 이용하여 제조되어진 빌렛을 금형으로부터 추출하고 구상화 되어진 조직을 유지할 수 있도록 퀘칭을 하였다. 이상과 같은 방법에 의하여 제조한 반응용재료의 구상화조직을 Fig. 1에 표시하였다. 반응용의 압축실험은 MTS에 부착되어져 있는 전기로를 이용하여 Fig. 2와 같은 방법으로 실험장치를 구성하였다. 실험 중 재료의 산화를 방지하기 위하여 Ar가스를 계속 주입하였다.

Table 1 Chemical composition of A356 aluminum alloy

Element	Si	Mg	Fe	Cu	Pb	Mn	Ti	Al
Mass(%)	6.70	0.43	0.27	0.06	0.01	0.09	0.04	Bal.

### 3. 고상 지배방정식 및 액성 지배방정식

#### 3.1 압축성재료의 소성이론

반응용재료에 있어서 고상영역의 변형에 대한 해석을 하기 위하여 Fig. 3에서 보여주는 바와 같이 액상영역을 기공으로 취급하는 다공질체로 가정한다. 후의 평형방정식으로부터 반응용재료 전체에 작용하는 응력  $\sigma T_{ij}$ 를 구할 수 있다. 왜냐하면 다공질재료의 기공영역과 고상영역을 각각 반응용영역의 액상영역과 고상영역으로 취급할 수 있기 때문이다.<sup>(4)</sup> 고상과 액상이 동시에 변형과 유동을 하여 액상유동에 의한 압력변화와 고상입자들의 변형속도가 상호 관련이 되므로 미시적 관점보다는 거시적 관점에서 두 가지 지배방정식을 연계시켜 매 시간간격마다 동시에 풀이함으로써 상호 관련된 영향을 고려하였다. 즉,  $\sigma T_{ij}$ 은 고상영역의  $\sigma S_{ij}$ 와 액상영역  $p$ 의 합으로 다음과 같이 표현될 수 있다.<sup>(4)</sup>

$$\sigma_{Tij} = \sigma_{Sij} f_s + \delta_{ij} p f_L \quad (1)$$

본 연구에서는 고상률  $f_s$ 는 다공질재료의 상대 밀도  $\rho$ 와 동일하며, 압축성 재료에 대하여 제시된 항복조건 (10)~(13)은 일반적으로 식 (2)와 같이 나타낼 수 있으며, 본 연구에서는 상대밀도를 고상률로 취급할 수 있는 Shima and Oyane<sup>(11)</sup>가 제시한 다음과 같은 항복조건을 사용하였다.

$$F = [3(AJ_1^2 + B'J_2)]^{1/2} = C\bar{\sigma}_0$$

$$A = 1/27f^2, B' = 1, C = f' = (f_s)^{2.5} \quad (2)$$

이 때 계수  $f$ 는 Shima and Oyane이 제시한 식 (11)과 수정된 형태 (13)에 의하여 다음과 같이 각각 주어진다.

$$f = \frac{1}{2.49(1-f_s)^{0.514}}$$

$$f = \left( \frac{f_s^5}{2.49(1-f_s)^{0.514}} \right)^{1/2}$$

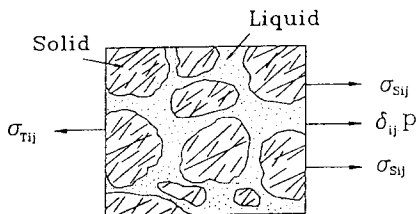


Fig. 3 Schematic representation of microstructure at semi-solid state

따라서 본 연구에서는 위의 두 가지  $f$ 에 대하여 계산을 하여 실험결과와 비교검토했다. 식 (2)에서 초기항복응력  $\bar{\sigma}_0$ 를 고상영역에 작용하는 유효응력  $\bar{\sigma}$ 로 대체한다면, 식 (2)를 가공경화 압축성재료에 대한 소성포텐셜을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$G = \frac{1}{f'} [3(AJ_1^2 + B'J_2)]^{1/2} - \bar{\sigma}$$

$$\dot{f}_s = -f_s \dot{\epsilon}_{kk}, \dot{\epsilon}_v = 3\sigma_m(1-2\nu) \bar{\epsilon} / \bar{\sigma} \quad (3)$$

식 (3)의  $G$ 를 소성포텐셜로 가정하면 2차원문제에 대한 응력과 변형률속도 관계식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\sigma_x = f_s^{2k-1} \bar{\sigma} \left[ \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_x + \left( f^2 - \frac{2}{9} \right) \dot{\epsilon}_v \right] / \dot{\bar{\epsilon}} \quad (4)$$

$$\sigma_y = f_s^{2k-1} \bar{\sigma} \left[ \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_x + \left( f^2 - \frac{2}{9} \right) \dot{\epsilon}_v \right] / \dot{\bar{\epsilon}} \quad (5)$$

$$\tau_{xy} = f_s^{2k-1} \bar{\sigma} \dot{\gamma}_{xy} / (3\dot{\bar{\epsilon}}) \quad (6)$$

$$\dot{\epsilon}_v = \frac{2}{3} \frac{\sigma_m \dot{\lambda}}{f^2} \quad (7)$$

#### 3.2 액상의 유동에 대한 지배방정식

다공질체 속의 유체 유동법칙인 Darcy's Law는 다음과 같이 표시할 수 있다.<sup>(4,5)</sup>

(i) x방향

$$u_L \cdot f_L = \frac{k}{\mu_L} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (8)$$

(ii) y방향

$$v_L \cdot f_L = \frac{k}{\mu_L} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (9)$$

또한 연속방정식 및 경계조건은 다음과 같다.

(iii) 연속방정식

$$\nabla \cdot \vec{U}_s \nabla \cdot (f_L \vec{U}_L) = 0$$

$$\vec{U}_L = u_L \vec{i} + v_L \vec{j}$$

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} \quad (10)$$

(iv) 경계조건:

$$p = p_o : \text{자유표면} \quad (11)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 : \text{다이와 접촉하는 면} \quad (12)$$

위의 식 (8)과 (9)를 식 (10)에 대입하면 액상영역에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \vec{U}_s + \nabla \cdot \left( \frac{x}{\mu_L} \nabla p \right) = 0 \quad (13)$$

#### 4. 고상의 변형과 액상의 유동을 동시에 고려한 이론해석

##### 4.1 압축성 점소성 유한요소법의 수식화

고상영역의 변형은 관성력과 체적력을 무시하면 다음의 조건을 만족하여야 한다.

(1) 평형방정식

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\sigma_{ij} + \delta_{ij}f_L p) = 0 \quad (14)$$

(2) 경계조건

$$v_i = \bar{v}_i : \text{속도가 주어진 경계 } (S_V) \quad (15)$$

$$\left(\sigma_{ij} + \delta_{ij}\frac{x}{\mu_L}p\right)n_j = \bar{t}_i : \text{하중이 주어진 경계 } (S_F) \quad (16)$$

(3) 구성방정식

$$\sigma_{ij} = f_s^{2k-1} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \left[ \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} + \delta_{ij} \left( f^2 - \frac{2}{9} \right) \dot{\epsilon}_{ii} \right] \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon} = f_s^{k-1} & \left[ \frac{2}{9} [(\dot{\epsilon}_{xx} - \dot{\epsilon}_{yy})^2 + (\dot{\epsilon}_{yy} - \dot{\epsilon}_{zz})^2 \right. \\ & \left. + (\dot{\epsilon}_{zz} - \dot{\epsilon}_{xx})^2 \right] + \frac{1}{3} (\dot{\gamma}_{xy}^2 + \dot{\gamma}_{yz}^2 + \dot{\gamma}_{zx}^2) \\ & \left. + (f \dot{\epsilon}_v)^2 \right]^{1/2} \quad (18) \end{aligned}$$

(4) 적합방정식

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}) \quad (19)$$

여기서, 압축성 점소성재료에 대한 범함수를 구하기 위하여 고상영역의 속도  $v_i$ 를 식 (14)의 양변에 곱한 후 부분적분을 한 다음, 발산정리와 경계조건의 식 (15)을 적용하면 범함수  $\Pi_{sol}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\Pi_{sol} = \int_V \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_V f_L \delta_{ij} p \dot{\epsilon}_{ij} dV - \int_{S_F} \bar{t}_i v_i dS_F \quad (20)$$

실제 점소성 유한요소해석에서는 속도장을 먼저 구한 다음, 응력과 변형률 및 변위를 계산하기 때문에 속도장을 구하는 것이 가장 중요하다. 따라서 식 (20)의 양변에 변분을 취한 식 (21)의 값이 0이 될 때 가장 만족할 만한 속도장을 구할 수 있다.

$$\delta \Pi_{sol} = \int_V \delta_{ij} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_V f_L \delta_{ij} p \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV$$

$$- \int_{S_F} \bar{t}_i \delta v_i dS_F = 0 \quad (21)$$

##### 4.2 액상유동에 대한 유한요소법의 수식화

액상의 유동에 대하여서는 Darcy's Law를 적용하기 때문에 식 (13)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{\partial v_s}{\partial y} + \frac{x}{\mu_L} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{x}{\mu_L} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0 \quad (22)$$

가중치함수로서 액상에 작용하는 압력  $p$ 를 식 (22)에 곱한 다음 적분하면 다음과 같다.

$$\int_V p \left[ \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{\partial v_s}{\partial y} + \frac{x}{\mu_L} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{x}{\mu_L} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right] dV = 0 \quad (23)$$

식 (23)을 부분적분한 후 발산정리를 적용하고 액상의 유동에 대한 범함수  $\Pi_{lip}$ 를 압력에 대하여 변분을 취하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta \Pi_{lip} = & \int_V \left[ \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} u_s + \frac{\partial(\delta p)}{\partial y} v_s \right] dV \\ & + \int_V \frac{x}{\mu_L} \left[ \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial(\delta p)}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} \right] dV \\ & - \int_V (\delta p) Q_L dV \quad (24) \end{aligned}$$

##### 4.3 고상과 액상에 대한 유한요소수식의 이산화

고상영역과 액상영역을 동시에 해석하기 위하여 고상영역의 식 (21)과 액상영역의 식 (24)을 각각 매트릭스형태로 표현하여야 한다. 식 (21)의 각 항에 대한 유한요소 수식의 이산화형태는 다음과 같다.

$$\int_V \delta_{ij} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV = \int_V \frac{\delta}{\bar{\epsilon}} \bar{v}_T B_T DB (\delta \bar{v}) dV \quad (25)$$

$$\int_V f_L \delta_{ij} p (\delta \dot{\epsilon}_{ij}) dV = \int_V H \bar{p} (\delta \bar{v}) dV \quad (26)$$

$$H_{2i-1,j} = f_L \frac{\partial q_i}{\partial x} q_j \quad (27)$$

$$H_{2i,j} = f_L \frac{\partial q_i}{\partial y} q_j, \quad i, j = 1 \sim 4 \quad (28)$$

$$\int_{S_F} \bar{t}_i \delta v_i dS_F = \int_{S_F} \bar{t}^T N (\delta \bar{v}) dS_F \quad (29)$$

여기서, 행렬  $\bar{v}^T$ 는 다음과 같다.

$$D = f_s^{2k-1} \begin{vmatrix} f^2 + \frac{4}{9} & f^2 - \frac{2}{9} & f^2 - \frac{2}{9} & 0 \\ f^2 - \frac{2}{9} & f^2 + \frac{4}{9} & f^2 - \frac{2}{9} & 0 \\ f^2 - \frac{2}{9} & f^2 - \frac{2}{9} & f^2 + \frac{4}{9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{vmatrix} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}(\ddot{\varepsilon})^2 &= \dot{\varepsilon}^T D \dot{\varepsilon} = (Bv)^T D (Bv) \\ &= \bar{v}^T B^T D B \bar{v} \\ \bar{v}^T &= \{v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4\} \\ \bar{p}^T &= \{p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4\}\end{aligned}$$

따라서 식 (25)~(29)을 식 (21)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\delta \Pi_{sol}(\bar{v}, \bar{p}) &= \left[ \int_V \frac{\delta}{\varepsilon} \bar{v}^T B^T D B dV + \int_V H \bar{p} dV \right. \\ &\quad \left. - \int_{S_f} \bar{f}^T N dS_f \right] (\delta \bar{v}) = 0\end{aligned}\quad (31)$$

식 (31)를  $\delta \bar{v}$ 의 임의성에 대하여 요소방정식으로 정리한 후 전체영역에 대하여 정리하면 다음과 같은 강성방정식이 얻어진다.

$$\Phi_{sol}(\bar{v}, \bar{p}) = F(\bar{v}) \bar{v} + G \bar{p} - h = 0\quad (32)$$

여기서,

$$F(\bar{v}) = \int_V \frac{\delta}{\varepsilon} B^T D B dV\quad (33)$$

$$G = \int_V H^T dV\quad (34)$$

$$h = \int_{S_f} \bar{f}^T N dS_f\quad (35)$$

액상영역에 대한 강성방정식을 유도하기 위하여 식 (24)을 절점의 형상함수와 절점속도 및 절점압력을 이용하여 이산화시키면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\delta \Pi_{iiq} &= \int_V \left[ \frac{\partial q_i}{\partial x} q_j u_j + \frac{\partial q_i}{\partial y} q_j v_j \right] dV (\delta p_i) \\ &\quad + \int_V \frac{\kappa}{\mu L} \frac{\partial q_i}{\partial x} \left[ \frac{\partial q_j}{\partial x} \frac{\partial q_i}{\partial y} + \frac{\partial q_i}{\partial y} \frac{\partial q_j}{\partial x} \right] dV (\delta p_i) \\ &\quad - \int_V q_i Q_L dV (\delta p_i) = 0\end{aligned}\quad (36)$$

$\delta p_i$ 의 임의성에 의하여 식 (36)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Phi_{iiq}(\bar{v}, \bar{p}) = \int_V L dV \bar{v} + \int_V K dV \bar{p} - \int_V M dV\quad (37)$$

여기서, 행렬  $L, K, M$ 의 성분들은 다음과 같다.

$$L_{i,2j-1} = \frac{\partial q_i}{\partial x} q_j\quad (38)$$

$$L_{i,2j} = \frac{\partial q_i}{\partial y} q_j\quad (39)$$

$$K_{i,j} = \frac{\kappa}{\mu} \left[ \frac{\partial q_i}{\partial x} \frac{\partial q_j}{\partial x} + \frac{\partial q_i}{\partial y} \frac{\partial q_j}{\partial y} \right]\quad (40)$$

$$M_i = q_i Q_i, \quad i, j = 1 \sim 4\quad (41)$$

따라서 식 (32)과 식 (37)에 의한 반응용재료에 대한 유한요소 방정식의 행렬형태는 다음과 같이 간단하게 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [K_s(U_s)] & [H] \\ [L] & [K_L] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (U_s) \\ (p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_s \\ F_p \end{bmatrix}\quad (42)$$

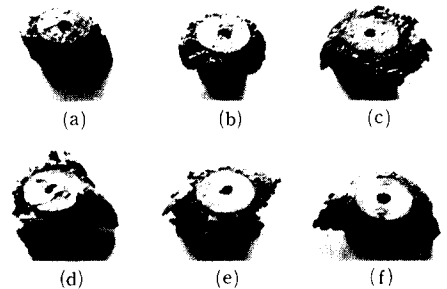
본 연구에서 사용되어진 마찰관계식은 Chen과 Kobayashi<sup>(14)</sup>가 제안한 다음과 같은 식을 사용하였다.

$$f_{fric} = -m_f k \left[ \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left( \frac{|v_r|}{a} \right) \right] \frac{v_r}{|v_r|}\quad (43)$$

여기서,  $v_r$ 은 다이와 재료의 상대속도이며,  $a$ 는 속도의 차원을 가지는 단위로서 본 연구에서는 유한요소해석에서 일반적으로 이용되어지는  $5 \times 10^{-3}$ 으로 하여 계산하였다.  $k$ 는 반응용재료의 실험결과로부터 다이와 소재사이의 열전달에 의하여 소재의 온도가 급격히 감소하기 때문에 저자가 실험에 의하여 구한 최대항복응력 4.5 MPa의 50%에 해당하는 2.25 MPa를 사용하였다.

## 5. 압축실험 결과 및 고찰

Fig. 4(a)~(f)은 각각 다른 다이속도로 압축된 시편을 나타낸 것이다.  $V_{die} = 2.6 \sim 44$  mm/sec인 경우는  $V_{die} = 0.14 \sim 0.2$  mm/sec에 비하여 액상부분이 현저하게 발생하고 있음을 알 수 있다. 위의 원인은 압축속도가 느리면 반응용재료 내부에 존재하는 액상영역이 유출될 수 있는 시간적 여유가 충분하기 때문이다.



(a)  $V_{die} = 0.14$  mm/sec (b)  $V_{die} = 0.20$  mm/sec  
(c)  $V_{die} = 2.6$  mm/sec (d)  $V_{die} = 3.2$  mm/sec  
(e)  $V_{die} = 38$  mm/sec (f)  $V_{die} = 44$  mm/sec

Fig. 4 Deformation behavior of compression specimens after compression

Fig. 5는 압축실험시 재료의 공칭응력-진변형률 관계를 여러가지의 변형률속도에 대하여 나타낸 그림이다. 본 연구에서 공칭응력과 진변형률을 각각  $\sigma = \frac{P}{A_0}$ ,  $\epsilon = \ln(1+e)$ 으로 표시한 것이다. 초기에는 반용융재료의 조직의 치밀화 및 액상의 유동을 유발시키기 위하여 하중이 상승하지만 시편 표면부분의 균열발생 및 분리현상으로 인하여 하중이 감소하다가 재료의 조직이 어느 정도 치밀화되면서부터는 고상영역의 소성변형으로 인하여 하중이 증가하는 것으로 생각된다.

Fig. 6은 A356재료의 압축실험 결과로부터 공칭응력-변형률속도의 관계식을 도출하기 위하여  $\log \epsilon$ 와  $\log \delta$ 의 관계를 나타낸 것이다. 변형률속도가

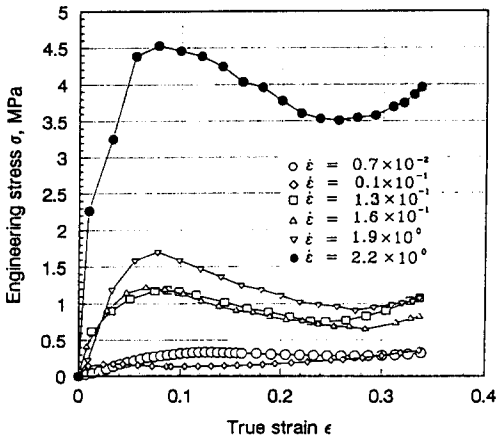


Fig. 5 Engineering stress-true strain curves from the experimental results of semi-solid material with solid fraction 0.5

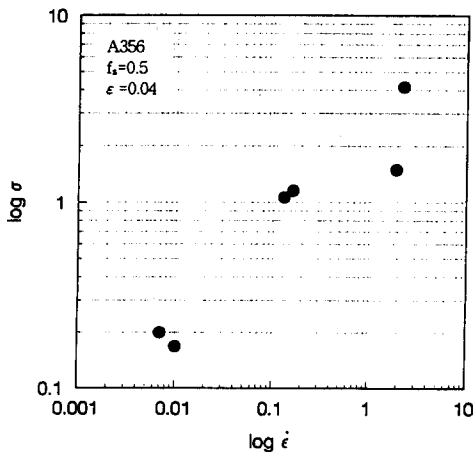


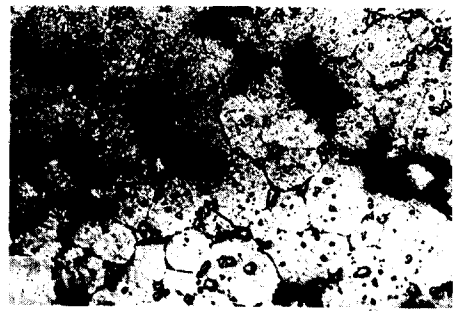
Fig. 6 Relationship between  $\log \sigma$  and  $\log \dot{\epsilon}$  for the calculation of  $K$  and  $m$  ( $\delta = K \dot{\epsilon}^m$ )

$0.7 \times 10^{-2}$ 과  $0.1 \times 10^{-1}$ 에서는 항복응력에 대응하는 변형률의 차이가 커서  $K$ ,  $m$ 을 구할 수 없었다. 변형률속도가 비교적 큰 ( $1.3 \times 10^{-1} \sim 2.2 \times 10^0$ )의 범위에서는  $\epsilon = 0.04$ 에서 항복응력이 측정되었다. 따라서  $\epsilon = 0.04$ 일 때의 관계로부터  $K$ ,  $m$ 을 구하여 다음과 같은 응력-변형률속도 관계식을 얻었다.

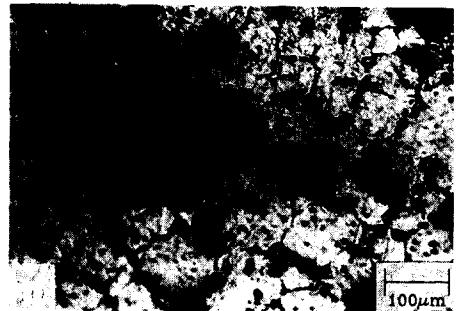
$$\delta = K \dot{\epsilon}^m \text{ (MPa)} \quad (45)$$

$$K = 1.41, m = 0.208$$

Fig. 7(a), (b)와 Fig. 8(a), (b)는 다이속도가 각각 0.14 mm/sec, 44 mm/sec일 때 압축후 시편의 조직을 나타낸 것이다. 검게 나타난 부분은 액상이 빠져나간 후 그 주위의 다른 액상이나 고상이 그 자리를 채우지 못함으로 인하여 생긴 기공이다. Figs. 7, 8의 중심부(a)와 Figs. 7, 8의 자유표면 근처(b)를 비교해 보면 중심부보다 자유표면쪽에 액상유출이 상대적으로 크다는 것을 알 수 있다. 특히 속도가 작은 경우가 속도가 큰 경우보다 상대적으로 액상유출의 흔적이 더 많음을 알 수 있다. 따라서 속도가 증가할수록 단면 전체에 걸쳐서 조직상태가 균일함을 알 수 있다.

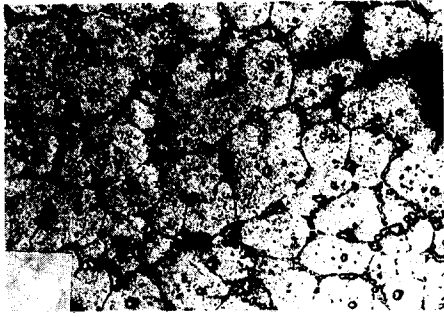


(a) Central portion of section area



(b) Edge portion of section area

Fig. 7 Optical micrographs of semi-solid compression specimen with  $V_{die} = 0.14$  mm/sec,  $f_s = 0.5$



(a) Central portion of section area



(b) Edge portion of section area

Fig. 8 Optical micrographs of semi-solid compression specimen with  $V_{die} = 44.0$  mm/sec,  $f_s = 0.5$

### 6. 이론해석 결과 및 고찰

본 연구에서는 먼저 프로그램의 타당성 여부를 검증하기 위하여 Toyoshima 등<sup>(4)</sup>이 사용한 물성치를 이용하여 계산을 하였으며 재료의 종류와 물성치는 Table 1과 같다.

Fig. 9는 압축시편을 유한요소로 분할한 그림이며 시편의 형상이 원주형상이므로 축대칭변형에 의한 1/4 대칭해석을 하였다.

Fig. 10은 식 (5)의  $f = \frac{1}{2.49(1-f_s)^{5.514}}$  (▲-),  $f = \left(\frac{f_s^5}{2.49(1-f_s)^{0.514}}\right)^{1/2}$  (▲-), ▲-를 이용한 계산결과와 Toyoshima<sup>(4)</sup> (●-●-)의 계산결과를 각각 나타낸 것이다.

본 연구에서 구한 해석결과는 Toyoshima의 해석결과와 비교적 일치하나, 반응용재료를 이용한 압축실험 결과와 비교한 예가 없기 때문에 본 연구에서는 Table 2에 나타난 물성치를 이용하여 유한요소해석을 하였다. 여기서, 응력-변형률속도 관계식은 실제 실험을 통하여 구한 물성치를 이용하였

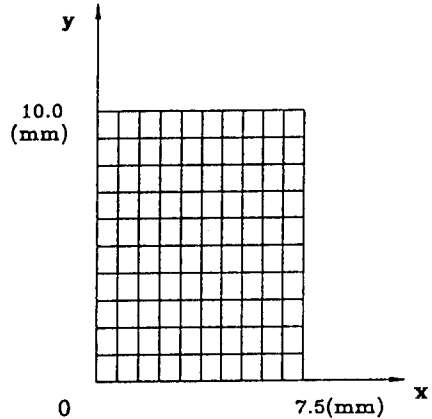


Fig. 9 Mesh discretization and coordinate system of compression model

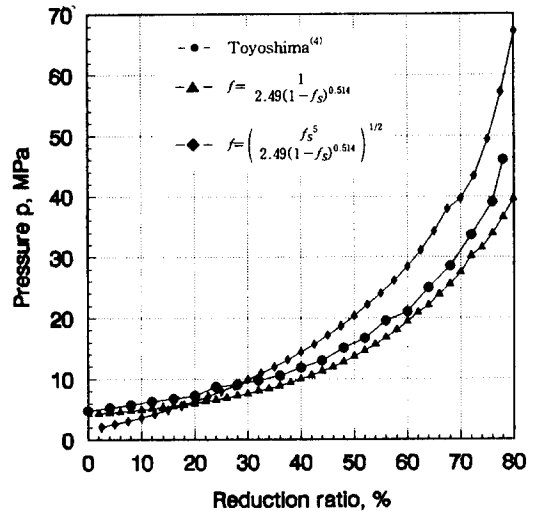


Fig. 10 Comparison of Toyoshima's result and present result about the calculated compression pressure acting on Pb-15%Sn semi-solid material

고, 초기 투과률의 값은 고상입자를 완전한 구형이라고 가정한 뒤 실제 고상입자들의 길이를 측정된 후 Scheidegger<sup>(15)</sup>가 제시한 다음과 같은 식을 사용하였다.

$$k_0 = \frac{R^2}{18} \left( 3 + \frac{4}{1-f_L} - 3 \right) \sqrt{\frac{8}{1-f_L}} \quad (46)$$

여기서,  $R$ 은 고상입자들의 반경이며, 고상률 50%인 A356 반응용재료의 평균반경이다. 본 실험 결과로부터  $R$  100  $\mu$ m임을 측정할 수 있었다. 압축실험결과 가압속도가 빠를수록 제품표면으로의



**Table 2** Material properties of Sn-15%Pb alloy used for calculation

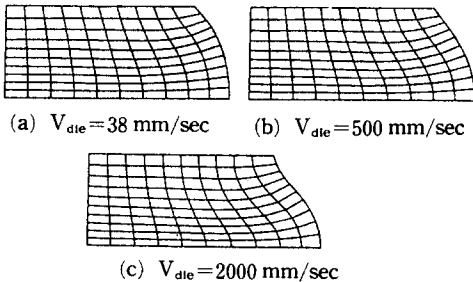
Initial solid fraction	$f_s=0.63$
Stress-strain rate relationship	$\bar{\sigma}_0=29.4 \bar{\epsilon}^{0.22}[\text{MPa}]$
Viscosity of the liquid	$\mu_L=2.0[\text{cP}]$
Ratio of initial permeability and viscosity of the liquid	$\chi_0/\mu_L=1.02 \times 10^4[\text{mm}^2/\text{MPa} \cdot \text{sec}]$
Relationship of permeability and liquid fraction <sup>(6)</sup>	$\chi = \chi_0(f_L^2 + 0.01)/(1 - f_L)$
Friction factor	$m_f=0.3$

액상유출이 감소됨을 알 수 있었기 때문에 계산조건은 각각 38, 500, 2000 mm/sec로 선정하였다. 실험결과와 비교하기 위한 다이속도는 0.14, 38 mm/sec으로 하였다.

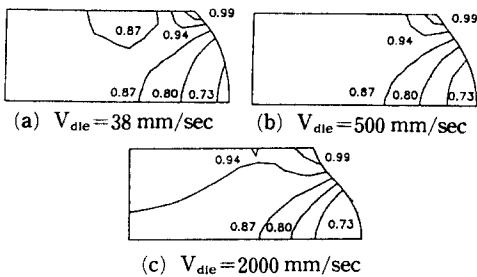
Fig. 11(a)~(c)는 다이속도가 각각  $V_{die}=38, 500, 2000$  mm/sec인 경우 높이감소를  $\gamma=60\%$ 에 대하여 속도변화에 따른 반경방향의 퍼짐량을 알아보기 위한 격자변형형태를 나타낸 것이다. 이 격자변형형태는 속도가 증가할수록 다이근처에서는 마찰력의 증가로 인하여 반경방향의 퍼짐량이 작으며

다이로부터 멀어질수록 반경방향의 퍼짐량이 증가함을 알 수 있다.

Fig. 12(a)~(c)은 다이속도가 각각 38, 500, 2000 mm/sec인 경우  $\gamma=60\%$ 에 대하여 속도변화에 따른 고상물의 분포를 나타낸 것이다. 다이속도가 증가함에 따라서 반경방향으로 고상물분포가 균일해짐을 알 수 있다. 자유표면 근처에서 고상물분포는 속도가 증가할수록 저고상물( $f_s=0.73$ )의 등고선이 재료내부로 이동하고 있음을 알 수 있다. 따라서 반응용재료의 압축시 재료 내부의 고상물을 일정하게 하기 위해서는 가능한 범위 내에서 속도를 증가시켜 고상물이 균일하게 분포되도록 하여야 하며, 뿐만 아니라 기계적 성질이 균일한 제품을 얻기 위해서는 가압속도를 증가시켜 고상과 액상의 거시적인 분리현상을 억제하여야 할 것으로 사료된다.

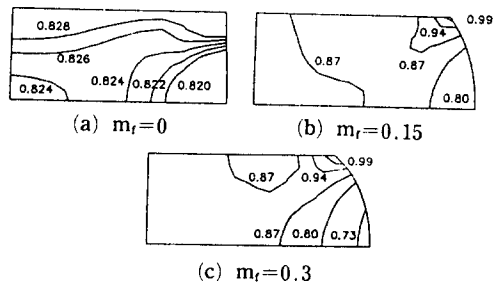


**Fig. 11** Grid distortion according to die speed,  $\gamma=60\%$ ,  $f_s=0.5$ , friction factor  $m_f=0.3$



**Fig. 12** Distribution of solid fraction according to die speed,  $\gamma=60\%$ ,  $f_s=0.5$ , friction factor  $m_f=0.3$

Fig. 13(a)~(c)는 초기고상물이 0.5, 다이속도 38 mm/sec, 높이감소를 60%인 경우 마찰계수가 각각 0, 0.15, 0.3인 경우에 대하여 고상물의 분포를 나타낸 것이다.  $m_f=0$ 인 경우 고상물의 분포는



**Fig. 13** Distribution of solid fraction according to friction factor, in condition of  $\gamma=60\%$ ,  $f_r=0.5$ ,  $V_{die}=38.0$  mm/sec

**Table 3** Material properties of A356 alloy at semi-solid state

Initial solid fraction	$f_s=0.63$
Stress-strain rate relationship	$\bar{\sigma}_0=1.41 \dot{\epsilon}^{0.208}[\text{MPa}]$
Viscosity of the liquid <sup>(16)</sup>	$\mu_L=0.107[\text{cP}]$
Ratio of initial permeability and viscosity of the liquid	$\chi_0/\mu_L=9.02 \times 10^3[\text{mm}^2/\text{MPa} \cdot \text{sec}]$
Relationship of permeability and liquid fraction <sup>(6)</sup>	$\chi = \chi_0(f_L^2 + 0.01)/(1-f_L^2)$
Friction factor	$m_f=0, 0.15, 0.3$

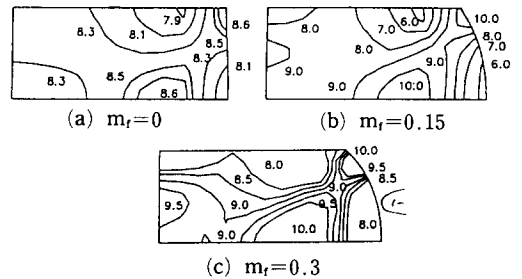
반경방향뿐만 아니라 높이방향으로도 매우 균일한 값을 가지며 평균 고상률은 약 0.82 정도이다.  $m_f=0.3$ 인 경우 반경방향과 높이 방향의 고상률 분포가  $m_f=0.0$ 에 비하여 불균일하다. 이러한 원인은 마찰계수의 증가는 소성흐름을 억제하기 때문인 것으로 생각된다.

Fig. 14(a)~(c)는 다이속도 38 mm/sec,  $\gamma=60\%$ 인 경우 마찰계수가 각각 0, 0.15, 0.3인 경우에 대하여 유효변형률속도를 나타낸 것이다. 마찰계수가 낮을수록 유효변형률속도의 분포가 균일해짐을 알 수 있다. 위의 원인은 미찰계수가 적을수록 재료의 소성유동 변형저항이 적어 반응용 소재의 전체적인 변형이 균질변형(homogeneous deformation)을 일으키기 때문이다.

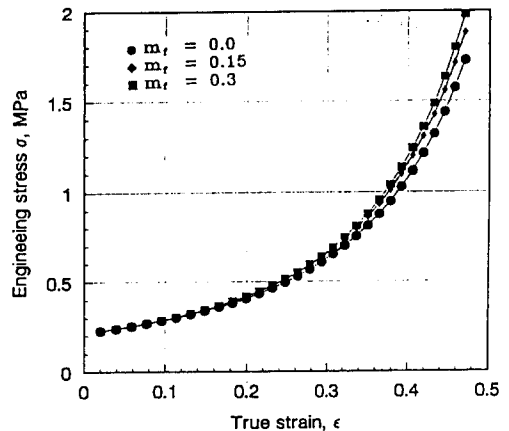
따라서 다이캐스팅 및 용탕단조와 마찬가지로 반응용재료의 단조공정중 마찰계수를 작게 할 수 있도록 하는 윤활유의 선택이 중요함을 알 수 있다.

Fig. 15는 마찰계수의 변화에 따른 응력과 변형률의 관계를 나타낸 곡선이다. 응력값들은 실험치의 경우 상부 펀치에 부착되어 있는 로드셀에 의하여 구해진 하중과 변형그래프로부터 구한 값이며, 유한요소해석의 경우 다이와 접촉하는 부분의 절점에 대하여 힘을 구한 다음 이를 단면적으로 나누어 준 값이다.  $m_f=0.15, 0.3$ 인 경우 응력-변형률 곡선이 값의 차이는 별로 나타나지 않으며  $m_f=0$ 인 경우에는  $m_f=0.15, 0.3$ 에 비하여 약간 낮은 값을 나타내고 있다. 따라서 반응용재료의 압축성형시 다이와 소재사이의 마찰계수가 가공하중에 미치는 영향은 거의 무관함을 알 수 있다. 반응용재료의 성형에 있어서 Figs. 14, 15에서 보여주는 바와 같이 가공하중의 제어보다 윤활유 선정 및 그 방법이 중요함을 알 수 있다.

Figs. 16, 17는 다이속도가 0.14, 38 mm/sec인 경우에 대하여 실험 및 유한요소해석 결과를 응력과 변형률에 대하여 나타낸 것이다. 실험에 이용된 재료는 저자가 실험한 방법으로 반응용재료를 제조하여 압축시험을 한 결과이다. 항복조건식  $f$ 의 변



**Fig. 14** Distribution of effective strain rate according to friction factor in condition of  $\gamma=60\%$ ,  $f_s=0.5$ ,  $V_{die}=38.0$  mm/sec



**Fig. 15** Engineering stress-true strain curve for various friction factors,  $V_{die}=38.0$  mm/sec,  $f_s=0.5$

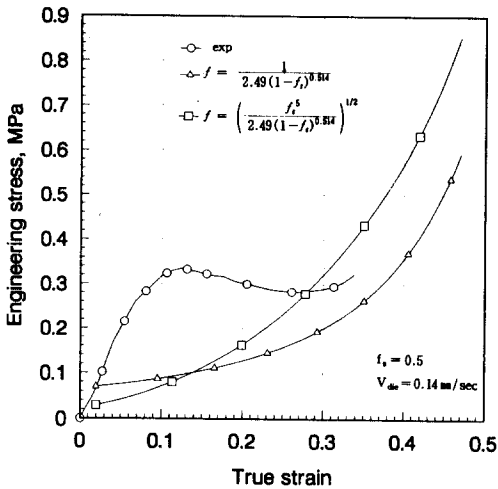


Fig. 16 Engineering stress-true strain curve for the experimental results and calculated results with  $V_{die}=0.14$  mm/sec,  $m_f=0.3$

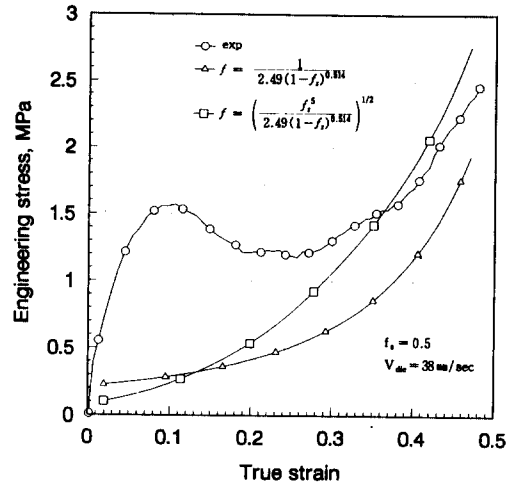


Fig. 17 Engineering stress-true strain curve for the experimental results and calculated results with  $V_{die}=38$  mm/sec,  $m_f=0.3$

화에 따라 실험결과와 곡선모양이 이론 해석결과와 차이가 남을 알 수 있다. 실험장비의 한계성 때문에 최대 2000 mm/sec는 실험을 하지 못하고  $V=500, 1200$  mm/sec의 경우 실험결과와 이론결과를 비교하여 보았으나 진변형률과 응력값의 차이는 있었으나 Fig. 16( $V=0.14$  mm/sec), Fig. 17( $V=38$  mm/sec)와 같은 크기의 오차가 나타남을 알 수 있었다. 이 때  $V=500, 1200$  mm/sec일 때 최대응력은 각각 3.45, 7.0 MPa으로 측정되었다. 실제 수치상정조직을 가지는 재료를 반용융상태에서 압축하였을 경우 압축초기에는 고상입자들의 재배열에 의한 조직의 치밀화와 액상의 유동을 유발시키기 위하여 응력이 증가한다. 그러나 어떤 일정한 변형률에서부터는 수치상정 조직의 파괴로 인하여 응력이 감소하는 결과를 보이다가 수치상정조직이 파괴가 일어난 후부터는 변형률이 증가할수록 조직이 더욱 더 치밀화되고 소성변형률이 증가되어 가공중이 증가한다고 보고하고 있다.<sup>(17)</sup>

하중의 감소원인은 Fig. 4(a)~(f)에서 보여주는 바와 같이 시편표면에 균열과 압축이 진행될 때 액상의 유출로 인하여 균열된 부위들이 시편으로부터 분리되는 현상때문인 것으로 생각된다. 고상내에 있는 액상의 유출로 인한 반용융재료의 조직 치밀화현상과 다이와 소재사이의 열전도현상에 의한 점도변화 등을 본 해석에서 고려하지 못하였기 때문에 실험결과와 이론해석의 결과에 차이가 나는 것

으로 생각된다. 또한 반용융재료의 거시적인 거동이 단지 속도민감성 재료로만 취급되어질 수 없을 뿐만 아니라 고상입자의 변형 및 회전현상 등을 고려하기 위해서는 기존의 다공질이론을 적용하기에는 부적합하다고 생각된다. 실험결과가 이론해석 결과보다 높은 원인으로는 압축시편 내부에 온도 구배가 존재함으로 인하여 온도에 민감한 고상물의 초기 분포가 전체적으로 균일치 못할 뿐만 아니라 원하는 고상률보다 높은 값을 가지는데서 기인하는 것으로 생각된다. 실제로, 반용융재료의 압축성형시 상변화에 의한 액상과 고상의 비율이 변화할 것이고, 해석에 사용한 식 (2)의 계수들이 변화할 것이다. 이러한 현상을 고려한 해석은 극히 어려우며, 물성치를 온도의 함수로 생각한 연구는 극히 어려운 상황이다. 따라서 압축가공중 반용융재료의 온도변화 및 가공중 액상의 유출을 고려한 해석모델이 향후 연구되어야 할 것으로 사료된다. 응력과 변형률의 관계식 (45)의  $K$  및  $m$ 도 변형률속도의 범위를 증가시켜  $K$ 와  $m$ 을 더 정확하게 구하여야 한다.

## 7. 결 론

반용융재료의 압축거동에 대한 유한요소해석과 실험결과로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 반용융재료의 압축성형시 다이의 속도가 작

을수록 고상과 액상의 분리현상이 현저하게 나타나며, 따라서 분리현상을 억제하기 위해서는 다이의 속도를 가급적 크게 하여야 할 것이다.

(2) 반응용재료의 압축성형 다이의 속도가 증가할수록 고상물의 분포가 균일해짐을 알 수 있다.

(3) 반응용재료 전체에 작용하는 압력의 크기는 마찰계수에 거의 무관하며 마찰계수가 작을수록 반응용재료의 격자변형형태, 고상물분포, 유효변형률 속도 및 유효응력분포 등이 균일함을 알 수 있다.

(4) 기존의 다공질재료에 적용되는 항복조건을 사용하였을 경우 반응용재료의 변형특성은 변형률 0.3 이후부터 실험결과와 이론해석결과가 근접함을 알 수 있다.

(5) 기존의 다공질재료에 적용되는 항복조건으로서는 반응용재료 자체의 초기변형특성을 정확히 예측할 수 없기 때문에 고상영역에서 액상유출을 고려한 이론해석의 모델이 앞으로 연구되어야 할 것으로 사료된다.

## 후 기

본 연구는 '94년도 부산대학교 정밀정형 및 금형 가공연구센터의 지원에 의하여 연구되었으며, 한국 과학재단(KOSEF)의 연구비 지원에 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Kumar, P., Martin, C. L. and Brown, S., 1994, "Predicting the Constitutive Flow Behavior of Semi-Solid Metal Alloy Slurries," *The 3rd Int'l Conf. on Semi-Solid Processing of Alloys and Composites*, pp. 37~46.
- (2) Yoshida, C., Moritaka, M., Shinya, S., Yahata, S., Takebayashi, K. and Nanba, A., 1992, "Semi-Solid Forging of Aluminum Alloys," *The 2nd Int'l Conf. on Semi-Solid Processing of Alloys and Composites*, pp. 95~102.
- (3) Salvo, L., Loue, W. R. and Suery, M., 1994, "Influence to Thermomechanical History on The Structure and Rheological Behaviour of Semi-solid Al-Alloys," *The 3rd Int'l Conf. on Semi-Solid Processing of Alloys and Composites*, pp. 261~270.
- (4) Toyoshima, S. and Takahashi, Y., 1991, "A Numerical Simulation of Forming Processes for Semi-Solid Materials," *ISIJ Int'l*, Vol. 31, pp. 577~582.
- (5) 木内 學, 柳本 潤, 福呂 傑浩, 1994, "半熔融金屬の變形舉動の數値シミュレーション," 塑性加工春季講演會, pp. 447~450.
- (6) Kim, Y. D., Kang, C. G. and Ha, M. Y., 1994, "A FDM/FEM Coupled Thermofluid Analysis in Twin-roll Strip Continuous Casting Process using Semi-solid Materials," *The 3rd Int'l Conf. on Semi-Solid Processing of Alloys and Composites*, pp. 347~356.
- (7) Lalli, L. A., 1985, "A Model of Deformation and Segregation of Solid-Liquid Mixtures," *Metall. Trans.*, Vol. 16A, pp. 1393~1403.
- (8) Charreyron, P. O. and Flemings, M. C., 1985, "Rheology of Semi-Solid Dendritic Sn-Pb Alloys at Low Strain Rates: Application to Forming Process," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 27, No. 11/12, pp. 781~791.
- (9) Ohnaka, I., 1984, "Introduction to Heat and Solidification Analysis by Computer," (In Japanese) Maruzen Press, Tokyo, p. 326.
- (10) Kuhn, H. A. and Downey, C. L., 1971, "Deformation Characteristics and Plasticity Theory of Sintered Powder Materials," *International Journal of Powder Metallurgy*, Vol. 7(1), pp. 15~25.
- (11) Shima, S. and Oyane, M., 1976, "Plasticity Theory for Porous Metals," *Int. J. Mechanical Science*, Vol. 18, pp. 285~291.
- (12) Green, R. J., 1972, "A Plasticity Theory for Porous Solids," *Int. J. Mechanical Science*, Vol. 14, pp. 215~224.
- (13) Doraivelu, S. M., Gegel, H. L., Gunasekera, J. S., Malas J. C., Morgan, J. T. and Thomas, Jr. J. F., 1984, "A New Yield Function for Compressible P/M Materials," *Int. J. Mechanical Science*, Vol. 26, pp. 527~535.
- (14) Chen, C. C. and Kobayashi, S., 1978, "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Ring Compression," *Applications of Numerical Methods to Forming Process*, ASME, AMD, 28, pp. 163~174.
- (15) Scheidegger, A. E., 1974, "The Physics of Flow Through Porous Media," 3rd Edition Uni-

- versity of Toronto Press, p. 150.
- (16) Moon, H. K., 1990, "Rheological Behaviour and Microstructure of Ceramic Particulate/Aluminum Alloy Composites," MIT, Ph. Dissertation, p. 133.
- (17) Suery, M. and Flemigs, M. C., 1982, "Effect of Strain Rate on Deformation Behavior of Semi-Solid Dendritic Alloys," *Metall. Trans.*, Vol. 13A, pp. 1809~1819.