

〈논 문〉

## 볼나사 마찰계수 추정을 통한 볼나사 효율에 관한 연구

김인중\* · 박철우\* · 이상조\*\*

(1996년 2월 10일 접수)

### A Study on the Efficiency of Ball Screws with Deduction of the Friction Coefficient

In-Joong Kim, Cheol-Woo Park and Sang-Jo Lee

**Key Words :** Ball Screw(볼나사), Efficiency(효율), Friction Coefficient(마찰계수), Lead Angle(리드각), Contact Angle(접촉각)

#### Abstract

In this study, the ways of calculating the efficiency of ball screws are presented to fix the design variables effectively. To calculate the efficiency of ball screws, the friction coefficient is needed to be deduced. Therefore it is deduced measuring the preload torque of double nut ball screws of which the preload can be varied by springs. The efficiency of ball screws and the maximum efficiency condition are calculated with the deduced friction coefficient. In addition, the characteristic of friction and lubrication is considered.

#### 1. 서 론

볼나사는 회전운동을 직선운동으로, 직선운동을 회전운동으로 바꾸는 기계요소로서 사각 나사의 단점인 백래시를 제거할 수 있어 정밀한 이송이 가능하고, 효율이 높다는 장점을 가지고 있다. 그래서 대부분의 NC와 CNC 공작기계, 정밀측정기기, 자동화기기, 로봇트 그리고 자동차 등에 볼나사가 널리 사용되고 있다.<sup>(1)</sup>

볼나사의 장점중 하나는 높은 효율이다. 볼나사 효율은 볼나사 형상에 의한 운동 메카니즘과 마찰 특성에 의해 결정되므로 볼나사 형상설계 변수를 결정할 때와 볼나사 구동 성능을 평가할 때 중요한 척도가 된다. 볼나사 효율은 Levit<sup>(2)</sup>에 의해 비교적 간단한 수식으로 전개되었다. Levit은 볼나사

운동을 해석할 때 볼이 볼베어링과 마찬가지로 나사산을 따라서 단순한 구름운동을 한다고 보고 구름저항을 이용하여 볼나사의 효율식을 전개하였다. 그러나 Lin<sup>(3)</sup>이 볼나사 운동을 Frenet-Serret 좌표계<sup>(4)</sup>를 이용하여 해석한 결과 볼나사의 볼은 리드각 때문에 볼베어링과는 달리 슬립을 피할 수 없다는 사실을 밝혀냈다. Lin은 볼나사의 마찰을 쿨롬 마찰(Coulomb friction)로 가정하고 볼의 슬립각을 계산해서 효율식을 전개하였다. 또, 이 효율식에서 마찰계수를 가정하고 리드각에 따른 최고 효율시 볼의 접촉각을 계산하였다.

본 연구에서는 효율을 간단히 측정하기 위하여 스프링 예압 더블너트 볼나사를 제작하였다. 스프링 예압볼나사로 예압에 따른 예압토크를 측정하여 볼나사 마찰 및 윤활특성을 고찰하고 볼나사 마찰계수를 추정하였다. 그리고 추정된 마찰계수를 이용하여 볼나사 효율을 계산하고 리드각에 따른 최고 효율시 볼의 접촉각을 계산하였다.

\*연세대학교 대학원

\*\*회원, 연세대학교 기계공학과

## 2. 이론

### 2.1 볼나사 운동의 기구학적 해석<sup>(3)</sup>

볼의 자전속도를 정의하고 볼나사 슬립 속도를 구해보면 볼의 진행방향에 수직인 평면에서의 슬립을 피할 수 없음을 알 수 있다. 볼의 진행방향으로 특정한 자전속도에서 no slip 조건을 만족시킬 수 있다. 그러나 실제 볼의 자전속도는 볼의 운동 방정식을 통해서만 구해지기 때문에 특정한 자전속도와 일치하는 지는 알 수 없다. 슬립이 일어나는 방향, 즉 슬립각이 계산되면 마찰력이 슬립각 방향으로 작용한다고 볼 수 있으므로 볼나사의 운동 방정식을 세울 수 있다.

Lin은 Fig. 1과 Fig. 2와 같이 4개의 좌표계를 이용하여 볼나사의 운동방정식을 전개하였다. Fig. 1은 볼중심의 운동을 쉽게 기술하기 위하여 채택한 Frenet-Serret 좌표계<sup>(4)</sup>를 설명하고 있다. Fig. 1의  $t, n, b$ 로 볼 중심의 운동을 표현하게 된다. Fig. 2는 볼이 나사와 너트에 접촉할 때 볼에 걸리는 힘을 나타내고 있다. A점과 B점은 각각 볼의 너트와 나사와의 접촉점이고 Q는 볼 하나에 걸리는 힘 그리고  $f$ 는 마찰계수를 의미한다.

대부분의 볼나사가 저속이므로 원심력을 무시하면 나사구동시와 너트구동시의 슬립각은 다음과 같이 계산된다.

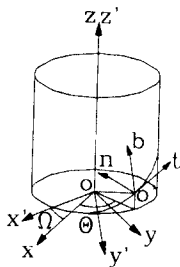


Fig. 1 Frenet-Serret coordinate system

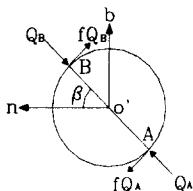


Fig. 2 Force diagram of ball

$$\Psi_B = \Psi_A - \pi = \tan^{-1}\left(\frac{\tan \alpha}{\cos \beta}\right) \quad (1)$$

$$\Psi_A = \Psi_B + \pi = \tan^{-1}\left(\frac{\tan \alpha}{\cos \beta}\right) \quad (2)$$

여기서,  $\Psi$ : 슬립각 ( $A, B$ 는 볼의 접촉부)

$\alpha$ : 리드각

$\beta$ : 접촉각

나사와 볼 사이에 전달되는 축방향 모멘트 ( $M$ )와 너트와 볼 사이에 전달되는 축방향 힘 ( $F_a$ )을 구해보면 다음과 같다.

$$M = r_m \{ Q_B \sin \alpha \sin \beta + f [-\sin \alpha Q_B \cos \Psi_B (-r_a \cos \beta) + \cos \alpha Q_B \sin \Psi_B (1 - r_a \cos \beta)] \} \quad (3)$$

$$F_a = Q_A \cos \alpha \sin \beta + f (\cos \alpha \cos \beta Q_A \cos \Psi_A + \sin \alpha Q_A \sin \Psi_A) \quad (4)$$

여기서,  $r_m$ : 축중심에서 볼중심까지의 거리

$Q_A, Q_B$ : 접촉점 A와 B에서의 하중

$f$ : 마찰계수

$r_a$ : (볼지름)/(볼 센터간 지름)

### 2.2 볼나사 효율 계산<sup>(3)</sup>

식 (3)과 식 (4)에서 구한 나사에서의 모멘트와 너트에서의 축방향 힘을 이용해서 구한 나사구동시의 볼나사 효율 ( $\eta_a$ )과 너트구동시의 볼나사 효율 ( $\eta_b$ )을 구하면 다음과 같다.

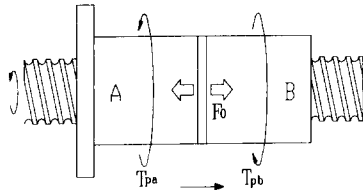
$$\eta_a = \frac{F_a (r_m \Omega \tan \alpha)}{M \Omega} = 1 - \frac{f}{\cos^2 \alpha \sin \beta [\sqrt{\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha} + f \sin \beta]} \quad (5)$$

$$\eta_b = \frac{M \Omega}{F_a (r_m \Omega \tan \alpha)} = 1 - \frac{f}{\cos^2 \alpha [\sin \beta \sqrt{\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha} + f (\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha)]} \quad (6)$$

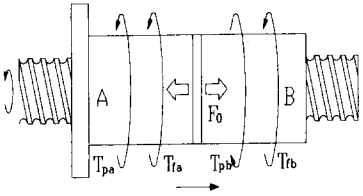
여기서,  $\Omega$ : 회전한 각도

### 2.3 더블너트 예압볼나사를 이용한 마찰계수 추정

만약 마찰력이 작용하지 않는다면 Fig. 3(a)와 같이 볼나사를 정속도로 구동시키기 위해 나사에서 전달해야 하는 토크나 너트를 지지하기 위한 토크가 필요없다. 그러나 마찰이 있다면 Fig. 3(b)처럼 볼나사를 정속도로 구동시키기 위해서 너트 A, 너트 B에 작용하는 마찰토크를 이길 수 있는 토크를 전달해야 하고 너트에도 너트의 회전을 막기 위한



(a) Screw drive without



(b) Screw drive with friction

Fig. 3 Friction torque of preloaded ball screw

토크를 전달해야 한다. 이렇게 예압만 받고 있는 볼나사의 너트를 지지하는데 필요한 토크를 예압토크라 하고, 예압과 예압토크의 측정을 통해 볼나사의 마찰계수를 추정할 수 있다.<sup>(5)</sup>

$$\begin{aligned}
 T_a &= T_{pa} + T_{fa} - T_{pb} + T_{fb} = T_{fa} + T_{fb} \\
 &= \left(\frac{1}{\eta_a} - \eta_b\right) T_p = \left(\frac{1}{\eta_a} - \eta_b\right) \frac{F_0 L}{2\pi} \\
 &= \left( \frac{f_a}{\cos^2 \alpha \sin \beta [\sqrt{\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha} + f \sin \beta]} - f_a \right. \\
 &\quad \left. + \frac{f_b}{\cos^2 \alpha [\sin \beta \sqrt{\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha} + f_b (\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha)]} \right) \frac{F_0 L}{2\pi} \tag{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\because T_p &= T_{pa} = T_{pb}, \\
 T_p(2\pi) &= F_0(L) : \text{효율이 1일 때의 값}
 \end{aligned}$$

여기서,  $f, f_a, f_b$  : 마찰계수,

$T_a$  : 볼나사 운전토크,  $F_0$

$L$  : 리드

$T_p, T_{pa}, T_{pb}$  : 예압에 의해 너트에 걸리는 토크

$T_{fa}, T_{fb}$  : 마찰력에 의해 너트에 걸리는 토크

너트 A와 너트 B는 구동방법이 다르므로  $f_a$ 와  $f_b$ 가 다를 수도 있다. 그러나  $f_a = f_b = f$ 라고 가정하면 예압과 예압토크에 의한 마찰계수  $f$ 를 구할 수 있다.

마찰계수  $f$ 는 다음과 같다.

$$f = a_n \times \frac{\sqrt{1 + t_n^2 b_n^2} - 1}{t_n b_n^2} \tag{8}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 t_n &= \frac{T_a(2\pi)}{F_0 L} \\
 a_n &= \cos^2 \alpha \sin \beta \sqrt{\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha} \\
 b_n &= \cos^2 \alpha (\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha)
 \end{aligned}$$

### 3. 볼나사 효율실험

Fig. 4와 같이 두 너트 사이에 스프링을 장착하여 스프링의 변위를 조절함으로써 예압을 변화시킬 수 있는 스프링 예압볼나사를 제작하였다. 스프링 강성이 56.9 KN/m가 되는 스프링 10개가 너트 주위에 들어가고 이 스프링으로 최대 6 KN의 예압을 줄 수 있다. Fig. 4의 효율 측정장치로 최고 1500 rpm까지 낼 수 있고 너트와 가드 사이에 로드셀을 장착하여 볼나사가 왕복운동할 때 양방향 예압토크를 측정할 수 있다. 효율실험에서는 지름이 40 mm이고 리드가 각각 10 mm(볼나사 A), 12 mm(볼나사 B)인 두 개의 볼나사가 사용되었다. 볼나사 예압토크는 예압, 회전속도 그리고 윤활상태를 변수로 볼나사 A와 볼나사 B 각각에 대해서 3회 반복 실험하여 평균하였다. (3회 실험한 결과는 반복성이 있으며 실제 값과 편차는 지면관계상 생략하기로 한다.) 윤활유는 DTE24 [ISO VG56](윤활유 A)와 Grease [NLGI NO. 2](윤활유 B)를 사용하였고, 두 가지 경우를 건조마찰시의 경우와 비교하였다.

실험 결과는 스프링의 변위를 조정하여 예압을 조정하고(스프링의 탄성계수와 길이 변화를 알고 있음) 캘리브레이션된 로드셀로 너트가 좌우로 왕복운동할 때 예압토크를 측정하여 얻었다.

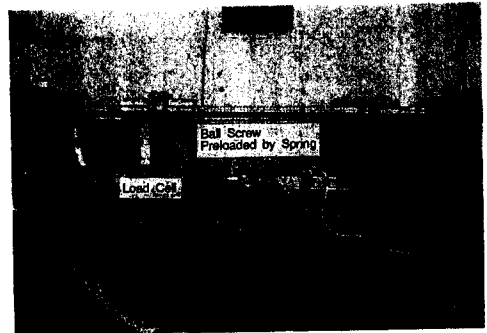


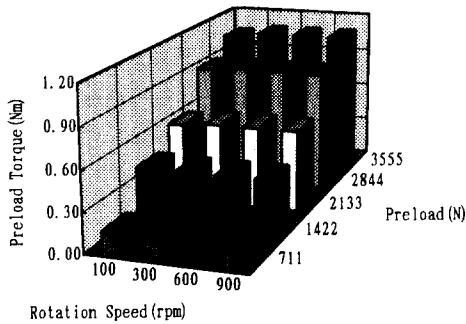
Fig. 4 Experimental setup for measurement of preload torque.

4. 효율실험 결과 및 고찰

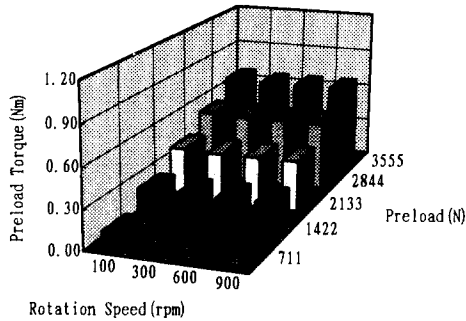
4.1 예압토크 측정

Fig. 5, Fig. 6 그리고 Fig. 7은 각각 건조마찰, 윤활유 A와 윤활유 B의 경우에 리드가 다른 볼나사 A와 볼나사 B의 예압과 회전속도를 변화시키면서 예압토크를 측정된 결과이다.

건조마찰과 윤활유 A의 경우 예압토크는 예압에 비례하고 회전속도와 무관한 것은 참고문헌 (6)의 결과와 잘 일치하나 윤활유 B의 경우 예압토크가 예압에 따라서도 증가하지만 회전속도에 따라서도 증가함을 Fig. 8을 통해 잘 알 수 있다. Fig. 8에서 보면 건조마찰과 윤활유 A의 경우 측정된 예압토크는 회전속도에 영향은 없어도 절대값이 차이가 난다. 이와 같이 윤활유의 유무와 윤활유의 종류에 따라 볼나사 예압토크의 특성이 변하는 것은 윤활유의 점성저항과 유막의 형성 여부로 설명할 수 있다. 볼이 운동하는데 윤활유가 있으면 윤활유의 점성에 의해 볼에 걸리는 마찰 저항이 커지기 때문에

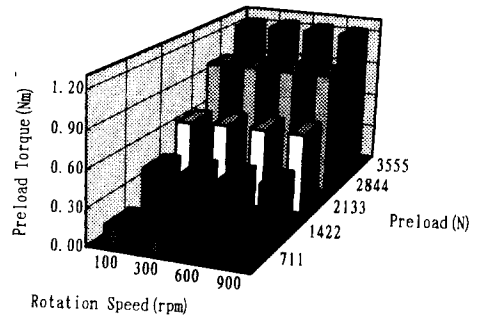


(a) Ball screw A

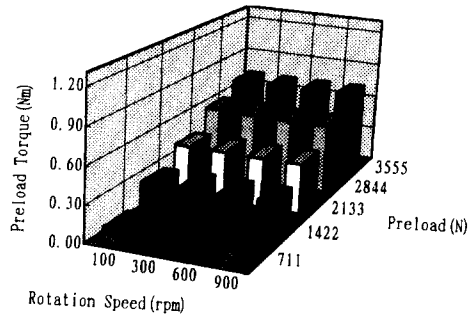


(b) Ball screw B

Fig. 5 Preload torque (No lubricant)

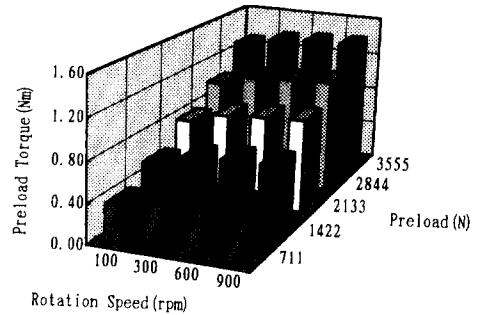


(a) Ball screw A

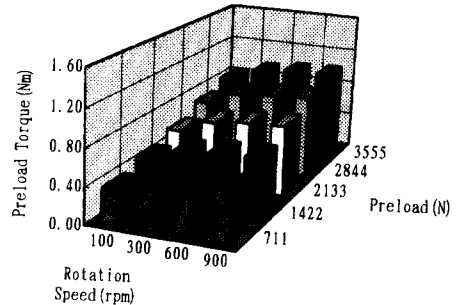


(b) Ball screw B

Fig. 6 Preload torque (Lubricant A)

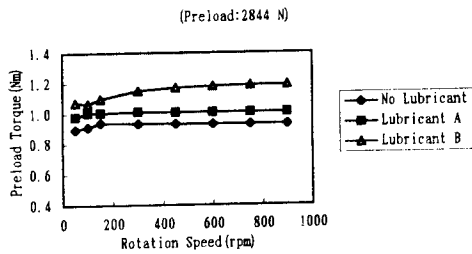


(a) Ball screw A

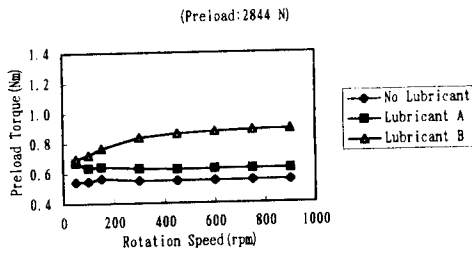


(b) Ball screw B

Fig. 7 Preload torque (Lubricant B)



(a) Ball screw A



(b) Ball screw B

Fig. 8 Preload torque (Various rotation speed)

윤활유로 윤활한 경우가 건조 마찰의 경우보다 예압토크가 크다. 또 예압이 점성의 영향보다 작은 경우 윤활유 B, 즉 그리이스 윤활의 경우는 유막이 형성되어 속도의 증가에 따라 예압토크가 증가하게 된다.

볼나사 A와 볼나사 B의 예압토크를 비교해 보면 리드가 상대적으로 큰 볼나사 B의 예압토크 값이 리드가 작은 볼나사 A의 예압 토크 값보다 작다는 것을 알 수 있다. 이것은 리드각이 큰 볼나사가 효율이 높다는 일반적인 사실에 잘 부합한다.

결과에 의존하지는 않았지만 실험 당시에 관찰한 바로는 윤활한 상태와 건조마찰상태의 차이로 예압토크 값뿐만 아니라 소음과 예압토크의 변동량에 있어서도 큰 차이가 난다. 볼나사의 소음은 대부분 볼과 볼 사이 충돌로 생기는 데, 윤활을 한 경우 볼과 볼 사이의 충돌이 윤활유의 점성에 의해서 완화되어 소음이 줄게 된다. 마찬가지로 이유로 동일 조건에서의 운전상태에서 예압토크 변동도 윤활을 통해 작아진다.

4.2 효율 계산

건조마찰의 경우는 예압과 예압토크가 비례하므로 쿨롬 마찰(Coulomb friction)의 가정을 만족시킨다. 쿨롬 마찰(Coulomb friction)이론을 만족시키면 Lin의 효율 계산식을 이용하여 효율을 계산

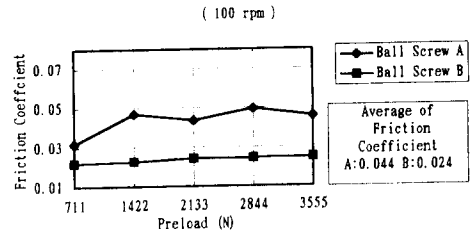


Fig. 9 Friction coefficient

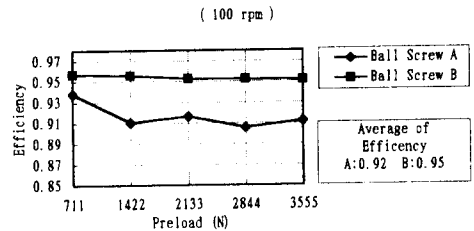


Fig. 10 Efficiency

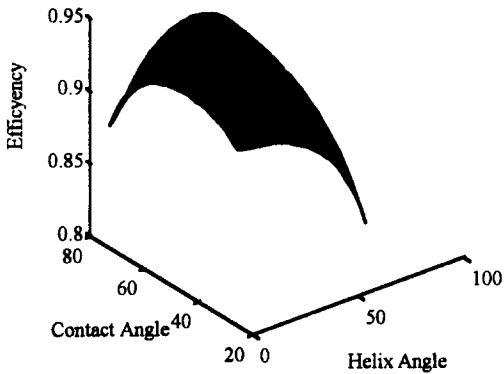
할 수 있으므로 건조마찰의 경우에만 효율을 계산하기로 한다. Fig. 9는 식 (8)을 이용하여 마찰 계수를 추정된 결과이다.

볼나사의 마찰계수 값은 스톱스톱 볼베어링 형태의 구름운동에서 구한 마찰계수 값 (약 0.0022<sup>(7)</sup>) 보다 10배 정도 차이가 있다. 이 사실은 Lin이 이론에서 밝혔듯이 볼나사의 볼이 슬립을 일으키기 때문이다. 또, 리드각에 따라 볼나사 마찰계수가 다른 것은 Lin이 계산한 슬립각이 리드각에 따라 다르기 때문이라고 생각된다.

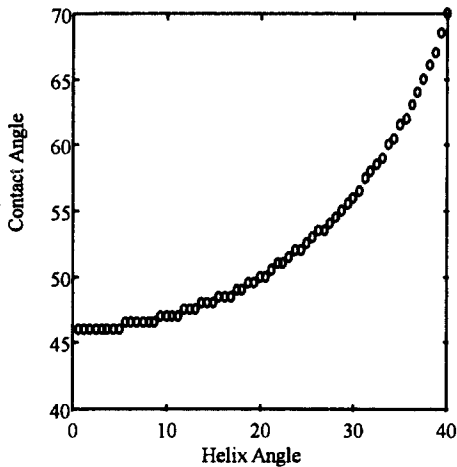
Fig. 10은 추정된 마찰계수를 이용하여 계산한 나사구동시의 볼나사 효율값을 나타낸다.

윤활상태에서의 예압토크는 윤활유의 점도에 따라 크게 다르므로 Fig. 11에서는 건조윤활시의 볼나사 A와 볼나사 B의 마찰계수를 평균한 값을 이용하여 리드각과 볼의 접촉각에 따른 효율분포와 최고효율시 리드각에 따른 볼의 접촉각을 구했다. 최적조건인 볼 접촉각은 Fig. 11에서 최고 효율을 가질 경우 리드에 따른 접촉각을 수치해석적으로 계산하여 구하였다.

볼나사 A와 볼나사 B의 리드각은 각각 4.44°와 5.26°인데 Fig. 11(b)에서 보는 바와 같이 두 볼나사의 최적효율을 갖는 볼의 접촉각은 45°보다 조금 큰 값을 알 수 있다. 이 그래프를 이용하면 리드각이 큰 볼나사의 설계에 큰 도움이 될 것이다.



(a) Efficiency ( $f=0.034$ )



(b) Max. efficiency condition ( $f = 0.034$ )

Fig. 11 Calculation of efficiency and max. efficiency condition ( $f=0.034$ )

### 5. 결 론

본 연구에서는 스프링 예압볼나사를 제작하여 볼나사 효율을 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 볼나사의 마찰계수는 콜롬 마찰의 가정을 만족시키는 건조마찰시의 마찰계수로 추정하였다. 윤활유를 사용하여 볼나사를 운전할 경우 윤활유의

점도에 따라 예압토크랑이 변하고, 윤활유의 점도가 높은 경우는 회전속도가 증가함에 따라 예압토크가 커지기 때문에 윤활유를 사용해서 얻은 마찰계수는 볼나사의 마찰계수로 추정하기에는 부적합함을 알 수 있다.

(2) 건조마찰로 추정된 볼나사의 마찰계수가 일반 구름 마찰계수보다 10배 가량 크게 나왔는데 이 결과는 리드각 때문에 볼나사의 볼이 슬립을 피할 수 없다는 Lin의 이론과 일치한다.

(3) 추정된 마찰계수와 Lin이 제시한 효율식을 이용하여 효율을 계산하고 최고효율시 리드각에 따른 볼의 접촉각을 계산하였다. 본 연구에서 추정된 볼나사의 마찰계수는 0.034이고, 실험에 사용된 볼나사의 경우 효율은 0.90~0.95로 계산되었다.

### 참고문헌

- (1) 이상조, 1995, "고정밀 가공 및 측정기술에 관한 연구 (3차년도 연차보고서)," 통상산업부·과학기술처 G7과제 개발사업 기술개발 보고서.
- (2) Levit, G. A., 1963, "Calculations of Recirculating Ball Screw and Nut Transmissions," *Machines & Tooling*, Vol. XX XIV No. 5, pp. 9~16.
- (3) Lin, Ming-Ching, 1989, "Design and Mechanics of the Ball Screw Mechanism," The University of Wisconsin-Madison.
- (4) Kreyszig, E., 1988, *Advanced Engineering Mathematics*, John Wiley & Sons Book Inc., Sixth edition.
- (5) Nobuo Obuchi and Jiro Otsuka, 1988, "Study on Friction Torque of Ball Screw," *BULL. P. M. E. (T. I. T)*, No. 61.
- (6) 中島克洋, 高藤和樹, 1985, "ボールねじの 駆動性能," 日本機械學會論文集(C編), 51卷, 467號, pp. 1577~1584.
- (7) 차금환, 황동환, 김대은, 1995, "볼과 Plate 간의 건식 구름접촉현상에 관한 실험적 고찰," 1995년도 제21회 윤활학회 학술대회, pp. 25~30.