

〈논 문〉

구속된 환경에서의 여유자유도 로봇의 기구학적 제어와 원자력 발전소 노즐댐 장/탈착작업에의 적용

박기철* · 장평훈** · 김승호***

(1996년 4월 15일 접수)

Kinematic Control of Redundant Robots in the Constrained Environment and Its Application to a Nozzle Dam Installation/Detachment Task in Nuclear Power Plants

Ki Cheol Park, Pyung Hun Chang and Seung Ho Kim

Key Words: Redundant Robot(여유자유도 로봇), Inverse Kinematics(역기구학), Kinematic Control(기구학적 제어), Nuclear Power Plant(원자력발전소), Nozzle Dam Task(노즐댐 작업)

Abstract

In this paper, a closed-form formulation for inverse kinematics of robot manipulators with kinematic redundancy under the constrained environment has been derived using the Kuhn-Tucker condition, the extended Lagrange multiplier method and the working set method. The proposed algorithm satisfies the necessary and sufficient conditions for optimization subject to equality and inequality constraints. In addition, computationally efficient kinematic control methods have been proposed using differential kinematics and gradient projection method. The effectiveness of the proposed methods has been demonstrated with a 4-dof planar robot, and then a 7-dof spatial robot as a practical application to the nozzle dam task in the Nuclear Power Plant.

1. 서 론

최근 여러 산업현장에서 로봇이 많이 이용되고 있다. 특히 원자력발전소나 우주, 심해 등 사람이 접근하기 어려운 극한상황에서 그 이용이 더욱 절실히 요구되고 있다. 일반적으로 로봇 손의 위치와 방향은 컴퓨터나 원격지의 운전자에 의해 주어지게 되므로 이로부터 로봇의 적절한 관절경로를 찾는 것이 중요한 일이다.

작업환경에는 로봇의 기구학적 특이점, 관절한계, 주변환경 등으로 인해 충돌을 회피해야 할 많은 장애물이 존재할 수 있다. 여유자유도가 없는 일반 로봇은 주어진 손의 위치에 대해 관절의 위치 또는 자세가 완전히 결정되므로, 장애물로 인해 작업공간이 상당히 제한될 뿐만 아니라, 상황에 따라서는 충돌회피 경로를 찾지 못할 수도 있다. 이에 반해 여유자유도를 가진 로봇은 주어진 손의 위치에 대해 다양한 자세를 가질 수 있으므로 장애물 회피가 가능하고 따라서 비여유자유도 로봇에 비해 작업공간이 넓다는 장점이 있다. 그러나 무수히 많은 관절경로가 가능하다는 것은 역으로 그 해를 구하거나 제어하는 것을 어렵게 만드는 원인이 되므

*한국과학기술원 기계공학과

**회원, 한국과학기술원 기계공학과

***회원, 한국원자력연구소

로, 여유자유도 로봇의 장점을 제대로 활용하기 위해서는 효과적인 역기구학 해법 및 제어 알고리즘이 요구된다.

이러한 목적을 다루기 위해서 적절한 성능지수를 이용해 가중치를 주고 최적화하는 알고리즘에 대한 많은 연구가 이루어져 왔다.⁽¹⁾ 그러나 장애물과 관절한계의 회피를 위해서는 그 특성상 비선형의 부등식 구속조건을 이용하는 것이 자연적이고 효율적이다.

Seraji와 Colbaugh⁽²⁾는 여유자유도 로봇을 위한 통합적인 제어방법으로 Configuration Control을 제안하고 부등식 구속조건을 사용하였다. 부등식 구속조건이 비활성화되었을 때는 이를 무시하다가, 활성화되었을 때는 등식 구속조건으로 전환하여 주 작업처럼 다루는 방법이다. 그러나 Sung 등⁽³⁾에 의하면 이 방법은 활성화된 부등식 구속조건이 등식 구속조건으로 전환된 후에는 계속 등식 구속조건으로 남아있게 되므로 해의 존재영역이 제한되는 문제점이 발생한다.

Sung 등⁽³⁾는 여유자유도 로봇의 역기구학문제를 등식/부등식 구속조건하에서의 성능지수 최적화 문제로 설정하고, 이 문제에 대한 최적화 필요조건인 Kuhn-Tucker 조건⁽⁴⁾을 이용해서 최적해 방정식을 구하였다. 그리고 계산의 효율을 위해 미분기구학을 이용해서 관절속도공간에서의 해를 구했다. 이 방법은 부등식 구속조건이 필요조건에 의해 활성화/비활성화될 수 있기 때문에, 앞에서 언급한 Configuration control의 문제점을 해결하게 되었다.

그러나 Sung 외의 방법⁽³⁾도 여러 개의 부등식 구속조건중에서 오직 하나만이 활성화되는 경우만을 고려함으로써, 2여유자유도 이상의 로봇에 대한 해의 존재영역에 제한을 주게 된다. 그리고 이 방법은 행렬의 차수가 로봇의 자유도보다 하나가 큰 확장된 자코비안행렬에 대한 역행렬을 필요로 하는데, 역행렬에 대한 계산량은 행렬차수의 3승에 비례해 증가하므로 계산수행에 부담을 가할 수 있다. 또한 이 방법은 필요조건만을 다룬 것이므로 알고리즘적 특이점이나 가역작업공간의 제한 등의 바람직하지 않은 결과를 초래할 수 있다. 따라서 충분조건이 요구되는데, 한 예로 부등식 구속조건을 포함하지 않은 최적화에 대한 연구를 살펴보면, Chang⁽⁵⁾의 최적화 필요조건식에 대해 Cho 외⁽⁶⁾과 Park 등⁽⁷⁾가 충분조건을 제시한 것을 들 수 있다.

본 연구의 목적은 극히 제한된 환경에서 충돌회피 및 능숙성을 고려한 여유자유도 로봇의 효과적인 기구학적 제어 알고리즘을 개발하고 그 효율성을 입증시키는 데 있다. 그리고 이 과정을 통해, 위에서 언급한 모든 문제가 해결됨을 보이려 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 구속된 환경에서 여유자유도 로봇의 다중작업을 위해 최적화 필요·충분조건을 포함해서 정확한 역기구학해를 위한 조건식을 구한다. 그리고 3장에서는 계산량면에서 효율적인 기구학적 제어 알고리즘을 제안한다. 4장에서는 제안된 알고리즘을 평면 4 자유도 로봇에 적용하는 시뮬레이션을 통해 그 효과를 확인한다. 특히 2개 이상의 여유자유도가 있는 경우의 최적해를 위해서는 역시 여유자유도 만큼의 부등식 구속조건이 활성화될 수 있어야 함을 예로 보인다. 그리고 실용적인 작업에 대한 예로 원자력 발전소내에서 노즐담 운반작업을 수행하는 공간 7 자유도 로봇에 적용하는 시뮬레이션을 수행한다. 마지막으로 5장에서 본 연구의 결론을 내리고 추후 과제를 다룬다.

2. 구속된 환경에서의 여유자유도 로봇을 위한 역기구학 해법

여유자유도 로봇의 기구학 식은

$$f(\theta) = x \quad (1)$$

의 등식 구속조건으로 표현된다. 여기서, $x \in \mathbb{R}^m$ 는 로봇 손의 위치를 나타내는 벡터, $\theta \in \mathbb{R}^n$ 는 관절각을 나타내는 벡터, $f \in \mathbb{R}^m$ 는 스칼라함수, 그리고 $m < n$ 이다.

관절한계 및 장애물 회피를 위해서는 다음과 같이 p 개의 부등식 구속조건을 그 요소로 갖는 벡터를 이용할 수 있다.

$$r(\theta) \leq 0 \quad (\in \mathbb{R}^p) \quad (2)$$

여기서, 등식조건 $r=0$ 일 경우는 장애물 경계, $r=0$ 은 장애물 내부를 나타낸다.

마지막으로 최적화할 성능지수 $H(\theta)$ 를 고려할 수 있다. 이를 위해서는 특이점 회피 및 능숙성 향상을 위한 성능지수 등 목적에 따라 다양한 성능지수를 이용할 수 있다.

따라서 관절한계 및 장애물로 구속된 여유자유도 로봇의 역기구학해는 다음과 같은 일반적인 구속상

태에서의 최적화 문제가 된다.

최대화 성능지수 : $H(\theta)$

구속조건 : $f(\theta) = x, r(\theta) \leq 0$

여기서, $\theta \in \mathbb{R}^n, H \in \mathbb{R}^1, f \in \mathbb{R}^m, r \in \mathbb{R}^p,$

$$H, f, r \in C^2$$

이 문제의 해결을 위해 먼저 라그랑지(Lagrange) 함수 L 을 다음과 같이 정의한다.

$$L(\theta, \lambda, \mu) = H(\theta) + \lambda^T(f(\theta) - x) + \mu^T r(\theta) \quad (3)$$

여기서, $\lambda \in \mathbb{R}^m, \mu \in \mathbb{R}^p$ 이다. Kuhn-Tucker 조건⁽⁴⁾에 의하면 최적화를 위한 필요조건은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} f(\theta) &= x \\ \mu^T r(\theta) &= 0, r(\theta) \leq 0, \mu \leq 0 \\ \nabla H(\theta) + \lambda^T \nabla f(\theta) + \mu^T \nabla r(\theta) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

어느 순간 부등식 구속조건이 그 경계에 도달하는 (로봇이 장애물과 만나는) 경우가 있는데, 이때 그 부등식 조건이 활성화(active) 되었다고 한다. 본 연구에서는 활성화된 부등식 구속조건인 인덱스 집합을 다음과 같이 정의하고, 이를 active set이라 한다.

$$A = \{i : R_i(\theta) = 0\} \quad (5)$$

여기서, R_i 는 r 의 i 번째 구성요소이다. 총 p 개의 부등식 구속조건중에서 활성화되어 active set에 포함되는 조건의 수를 a 라 하자. 그러나 실제 알고리즘에 적용되는 조건의 수는 항상 a 가 될 수는 없다. 예를 들면, 어느 순간 $a < n - m$ 인 경우가 발생할 수 있는데, 이때는 남아있는 자유도가 없으므로 활성화된 모든 조건을 만족할 수가 없게 된다. 이 경우 만약 해가 존재한다면, active set중에서 반드시 만족되어야만 하는 구속조건을 구할 수 있다. 이런 구속조건인 인덱스 집합을 working set이라 정의한다.

$$W = \{i : R_i(\theta) = 0, \mu_i \leq 0\} \quad (6)$$

Working set에 포함된 조건의 갯수를 w 라 하면, $0 \leq w \leq n - m$ 이 된다. Working set에 포함된 부등식 구속조건은, 등식 구속조건과 똑같이 취급되어, 알고리즘을 이용해 구한 그다음 상태에서의 관절위치에서도 최적화에 대한 필요·충분조건을 만족하게 되며, 계속 active set으로 남게 된다. 만

약 이런 조건을 만족하는 working Set을 구할 수 없으면, 해를 구할 수 없게 된다. 역으로 해가 존재하지 않는다면, 이런 working set이 존재하지 않는다. (물론 이에 대한 가장 자연스러운 해결책으로는 여유자유도를 증가시키는 것을 들 수 있다.) active set은 쉽게 구할 수가 있지만, 그 중에서 알고리즘에 이용되는 working set을 구하는 것은 그리 쉽지 않다. 모든 가능한 working set의 수는

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^a C_k &= 2^a \text{ for } a \leq n - m \\ \sum_{k=0}^{n-m} a C_k & \text{ for } a > n - m \end{aligned} \quad (7)$$

이 된다. 각각의 경우에 대해 주어진 조건을 만족하는지 확인해야 하는데, 이 작업은 많은 계산량을 요구할 수 있다. 그러나 작업의 특성상 하나의 가정이 가능하다. 즉, active set에 포함된 부등식 구속조건들이 한번에 하나씩 추가되거나 감소된다는 가정이다. 실제로 동시에 두개 이상의 장애물과 새로 만나거나 헤어지는 경우는 드물다고 볼 수 있다. 이런 가정을 이용하면 문제를 보다 간단히 할 수 있다. 여기서는 다음과 같은 두가지 경우에 대하여 고려한다.

● $a \leq n - m$ 인 경우 :

일단 active set을 working set으로 가정하고 알고리즘에 적용해서 라그랑지 곱수가 조건($\mu_i \leq 0, i \in A$)을 만족하는지 확인한다. 이 중에서 조건을 만족하는 것만이 Working Set이 된다.

● $a > n - m$ 인 경우 :

바로 이전의 active set(또는 working set)의 크기가 $n - m$ 이므로 이 경우는 $a = n - m + 1$ 인 경우이다. 가능한 working set의 종류는 기존의 working set을 그대로 이용하는 것과 새로 발생한 활성화된 구속조건을 추가하고 기존의 것중에서 하나를 빼는 것이 있으므로 모두 $a = n - m + 1$ 개의 working set이 가능하다. 이 중에서 주어진 모든 조건을 만족하는 working set을 구한다.

본 논문에서 제안된 working set의 개념을 이용하면, Kuhn-Tucker 조건 (4)의 두번째 조건식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_i = 0, \mu_i \leq 0 \text{ for } i \in W$$

$$R_j < 0, \mu_j = 0 \text{ for } j \notin W \tag{8}$$

따라서 식 (4)의 세번째 조건식은 식 (8)을 이용하면

$$\nabla H(\theta) + \lambda^T \nabla f(\theta) + \sum_{i \in W} \mu_i \nabla R_i(\theta) = 0 \tag{9}$$

으로 나타낼 수 있다. 이제 $h = (\nabla H)^T$, $J = \nabla f$, $J_w = \nabla r_w$ 그리고 $\mu_w \in \mathbb{R}^w$ 로 정의하자. 여기서, r_w 는 $R_i (i \in W)$ 를 원소로 갖는 벡터이다. 그러면 식 (9)는

$$h^T + \lambda^T J + \mu_w^T J_w = 0 \tag{10}$$

이 된다. 여기서, $\lambda_{ew} = \begin{pmatrix} \lambda \\ \mu_w \end{pmatrix}$ 이고, $J_{ew} = \begin{bmatrix} J \\ J_w \end{bmatrix}$ 이라 하면,

$$h^T + \lambda_{ew}^T J_{ew} = 0 \tag{11}$$

이 된다. 이 식의 양변을 전치시키면,

$$h + J_{ew}^T \lambda_{ew} = 0 \tag{12}$$

이 된다. 이 식은 n 개의 식으로 되어 있지만, 독립적인 식은 $(n - m - w)$ 개이다. 라그랑지곱수를 없애기 위해

$$Z_w J_{ew}^T = 0 \tag{13}$$

을 만족하는 Z_w 를 양변에 곱하면,

$$Z_w h = 0 \tag{14}$$

의 조건을 얻게 된다. Chang⁽⁵⁾에 의하면, Z_w 는

$$J_{ew} = \begin{bmatrix} J_{m+w}^T : J_{n-m-w}^T \end{bmatrix} \tag{15}$$

라 할때,

$$Z_w = \begin{bmatrix} J_{n-m-w} \text{adj}(J_{m+w}) : -\det(J_{m+w}) I_{n-m-w} \end{bmatrix} \tag{16}$$

으로 구해진다.

그러면 다음과 같이 독립적인 n 차의 식, 즉 로트의 자유도 만큼의 등식 구속조건이 구해진다.

$$\begin{aligned} f(\theta) &= x \ (\in \mathbb{R}^m) \\ r_w(\theta) &= 0 \ (\in \mathbb{R}^w) \\ Z_w h &= 0 \ (\in \mathbb{R}^{(n-m-w)}) \end{aligned} \tag{17}$$

여기서, 활성화된 부등식 구속조건에 대한 라그랑지 곱수는

$$\mu_w = -S(J_{ew} J_{ew}^T)^{-1} J_{ew} h \leq 0 \tag{18}$$

이다. 여기서, $S = [0_{w \times m} : I_{w \times w}]$ 가 되고, 비활성화된 부등식 구속조건에 대한 라그랑지곱수는

$$\mu_i = 0 \text{ for } i \notin W \tag{19}$$

이 되어 Kuhn-Tucker의 최적화 필요조건 식 (4)를 만족하게 된다.

그러나 성능지수의 최대화를 원할때, 지금까지 논의한 필요조건(1st order necessary condition)이 만족되더라도, 최소화상태에 있을 수 있는 문제가 발생한다. 따라서 그 최대/최소의 상태를 판별할 수 있는 방법이 요구된다. 부등식 구속조건이 있더라도, 제안된 working set method에 의해 등식 구속조건에 추가되므로, 기존의 등식 구속조건만 있는 경우의 충분조건 유도방법^(6,7)을 이용할 수 있다. 중요한 것은 고려하는 등식구속조건의 수와 내용이 상황에 따라 변천하더라도, 성능지수 최대화를 위한 필요·충분조건을 구할 수 있다는 것이다. 본 논문에서는 이를 2차의 최적화 필요·충분조건에 대한 다음의 두 정리로 나타낸다. 이 두 정리의 기본적인 개념은 참고문헌 (4)에서 찾을 수 있다.

정리 1 : (2차 최적화 필요조건) $H, f, r \in C^2$ 이고 θ^* 이 구속조건식 (1), (2)에서 특이점이 아니라고 하자. 라그랑지함수 L 에 대한 Hessian 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla^2 L(\theta^*) &= \nabla^2 H(\theta^*) + \lambda^T \nabla^2 f(\theta^*) + \mu^T \nabla^2 r(\theta^*) \\ &= \nabla^2 H + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla^2 F_i + \sum_{i \in W} \mu_i \nabla^2 R_i \end{aligned} \tag{20}$$

여기서, F_i 는 f 의 i -번째 원소이다. 그리고 θ^* 의 등식 구속조건과 working set에 포함된 부등식 구속조건의 접선공간 M 은

$$M = \{z_w : \nabla f(\theta^*) z_w = 0, \nabla R_i(\theta^*) z_w = 0 \text{ for all } i \in W\} \tag{21}$$

이다. 만약 θ^* 이 구속조건에 대한 극대점이라면, 1차 최적화 필요조건 식 (17)~(19)를 만족하고, $\nabla^2 L$ 이 M 위에서 negative definite

$$z_w^T (\nabla^2 L) z_w < 0 \tag{22}$$

이다. 또는 $Z_w (\nabla^2 L) Z_w^T$ 이 negative definite이다. (여기서, z_w^T 는 Z_w 의 행벡터의 선형결합으로 구할 수 있다.)

증명 1 : $\theta(l)$ 을 $\theta(0) = \theta^*$ 를 포함하는 셀프모션 매니폴드 상의 아크(arc)라고 하고, $z_w = \frac{d\theta(l)}{dl} \in \mathbb{R}^n$ 을 그 아크의 접선벡터라고 하자.

미적분의 기초적인 내용으로부터, 극대점에서의 두 번 미분값은

$$\left. \frac{d^2}{dt^2} H(\boldsymbol{\theta}(l)) \right|_{l=0} < 0 \quad (23)$$

이 된다. 그리고 정의로부터,

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2}{dt^2} H(\boldsymbol{\theta}(l)) \right|_{l=0} &= \mathbf{z}_w^T \nabla^2 H(\boldsymbol{\theta}^*) \mathbf{z}_w \\ &+ \nabla H(\boldsymbol{\theta}^*) \frac{d\mathbf{z}_w}{dt} \end{aligned} \quad (24)$$

이다. 또한 식 (4)로부터 얻을 수 있는

$$\lambda^T \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}(l)) + \mu_w^T \mathbf{r}_w(\boldsymbol{\theta}(l)) = 0 \quad (25)$$

의 관계식을 l 에 대해 두 번 미분하고 더하면,

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_w^T (\lambda^T \nabla^2 \mathbf{f} + \mu_w^T \nabla^2 \mathbf{r}_w) \mathbf{z}_w \\ + (\lambda^T \nabla \mathbf{f} + \mu_w^T \nabla \mathbf{r}_w) \frac{d\mathbf{z}_w}{dt} = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

이 된다. 위 두 식 (24)와 (26)을 더하면,

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} H(\boldsymbol{\theta}^*) &= \mathbf{z}_w^T (H + \lambda^T \nabla^2 \mathbf{f} + \mu_w^T \nabla^2 \mathbf{r}_w) \mathbf{z}_w \\ &= \mathbf{z}_w^T (\nabla^2 L) \mathbf{z}_w < 0 \end{aligned} \quad (27)$$

이 된다. 그리고 \mathbf{z}_w 가 Z_w^T 의 열벡터의 선형결합으로 이루어지므로,

$$\mathbf{z}_w = Z_w^T \mathbf{y} \quad (28)$$

가 성립되는 $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{n-m-w}$ 가 존재하게 된다. 식 (28)을 식 (27)에 대입하면,

$$\mathbf{y}^T [Z_w^T (\nabla^2 L) Z_w] \mathbf{y} < 0 \quad (29)$$

이 된다.

정리 2 : (2차 최적화 충분조건) $H, \mathbf{f}, \mathbf{r} \in C^2$ 이고 $\boldsymbol{\theta}^*$ 는 구속조건에서 비특이점이다. 만약 1차 최적화 필요조건식을 만족하고 $\nabla^2 L$ 이 M 위에서 negative definite이면 $\boldsymbol{\theta}^*$ 이 셀프모션 매니폴드상에 극대점이 된다.

증명 2 : $\boldsymbol{\theta}^*$ 이 극대점이 아니라고 가정한다. 그리고 $\{\mathbf{a}_k\}$ 를 $H(\mathbf{a}_k) \geq H(\boldsymbol{\theta}^*)$ 를 만족하면서 $\boldsymbol{\theta}^*$ 에 수렴하는 점들의 집합이고 $\mathbf{a}_k = \boldsymbol{\theta}^* + \delta_k \mathbf{s}_k$, ($|\mathbf{s}_k| = 1, \delta_k > 0$)이라 하자. 그러면 $\delta_k \rightarrow 0$ 일때, $\mathbf{s}_k \rightarrow \mathbf{s}^*$ 라고 가정할 수 있다. $\nabla H(\boldsymbol{\theta}^*) \mathbf{s}^* \geq 0$ 이고, 각각의 $j=1, \dots, m$ 에 대해 $\nabla F_j(\boldsymbol{\theta}^*) \mathbf{s}^* = 0$ 이 된다. 또한 각 활성화된 구속조건에 대해 $R_i(\mathbf{a}_k) - R_i(\boldsymbol{\theta}^*) \leq 0$ 이 되므로 $\nabla R_i(\boldsymbol{\theta}^*) \mathbf{s} \leq 0$ 이 된다. 모든 $i \in W$ 에 대해 $\nabla R_i(\boldsymbol{\theta}^*) \mathbf{s}^* = 0$ 라면, Taylor의 정리에 의해 각

각의 i 와 j 에 대해

$$\begin{aligned} 0 &\leq H(\mathbf{a}_k) - H(\boldsymbol{\theta}^*) = \delta_k \nabla H(\boldsymbol{\theta}^*) \mathbf{s}_k + \frac{\delta_k^2}{2} \mathbf{s}_k^T \nabla^2 H(\eta_0) \mathbf{s}_k \\ 0 &= F_j(\mathbf{a}_k) - F_j(\boldsymbol{\theta}^*) + \delta_k \nabla F_j(\boldsymbol{\theta}^*) \mathbf{s}_k + \frac{\delta_k^2}{2} \mathbf{s}_k^T \nabla^2 F_j(\eta_{F_j}) \mathbf{s}_k \\ 0 &= R_i(\mathbf{a}_k) - R_i(\boldsymbol{\theta}^*) + \delta_k \nabla R_i(\boldsymbol{\theta}^*) \mathbf{s}_k + \frac{\delta_k^2}{2} \mathbf{s}_k^T \nabla^2 R_i(\eta_{R_i}) \mathbf{s}_k \end{aligned} \quad (30)$$

이다. 여기서, 각각의 n_{R_i} 와 η_{F_j} 는 $\boldsymbol{\theta}^*$ 와 \mathbf{a}_k 를 연결하는 선분위의 한 점이다. 위 식에 각각 λ_j 와 μ_i 를 곱하고 더한 후 정리하면,

$$0 \leq \frac{\delta_k^2}{2} \mathbf{s}_k^T \left[\nabla^2 H(\eta_0) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \nabla^2 F_j(\eta_{F_j}) + \sum_{i=1}^m \mu_i \nabla^2 R_i(\eta_{R_i}) \right] \mathbf{s}_k \quad (31)$$

이 되는데, 이는 앞에서의 가정에 위배된다. 만약 적어도 하나의 $i \in W$ 에 대해 $\nabla R_i(\boldsymbol{\theta}^*) \mathbf{s}^* < 0$ 이라면,

$$0 \leq \nabla H(\boldsymbol{\theta}^*) \mathbf{s}^* = -\lambda^T \nabla \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}^*) \mathbf{s}^* - \mu^T \nabla \mathbf{r}(\boldsymbol{\theta}^*) \mathbf{s}^* < 0 \quad (32)$$

이 되므로 역시 가정에 위배된다.

서론에서 언급했듯이, 성능지수 최적화를 위한 충분조건에 대한 비슷한 연구가^(6,7)에서도 나타난다. 이 연구들은 chang⁽⁵⁾의 필요조건에 대한 충분조건을 제시한 것으로, 등식 구속조건하에서의 성능지수 최적화만을 다룬 것이다. 이에 비해, 본 논문에서 다룬 방법은 부등식 구속조건을 포함하는 것으로, 보다 광범위한 작업을 다룰 수 있다. 특히 working set 방법을 통해 부등식 구속조건을 등식 구속조건처럼 다룰 수 있으므로, 매순간 변하는 등식 구속조건의 최적화에 대한 충분조건이 되는 것이다. 또한 이것이 바로 고정된 등식구속조건만을 이용한 기존의 방법과 다른 점이다.

이상을 통해 우리는 등식/부등식 구속조건을 가진 상태에서의 최적화에 대한 필요·충분조건을 이용한 closed-form 조건식을 구하였다. 따라서 문제는 필요조건 식 (17)~(19)와 충분조건 식 (22)를 만족하는 n 개의 비선형방정식을 푸는 문제로 정리된다.

3. 기구학적 제어방법

최적의 관절경로를 얻기 위해서는 앞에서 제시한

필요·충분조건을 만족시키는 해를 순차적으로 구하는 것이 요구된다. 앞에서 제안한 역기구학 방법은 매 순간 n 개의 비선형 방정식과 판별식을 풀어야하므로 계산량이 많아 실시간보다는 오프라인에 적합하다. 계산량 문제를 해결하기 위해 이 절에서는 속도수준에서 최적의 해를 구하는 방법을 제시하고자 한다.

3.1 방법 1 : 미분기구학

앞에서 필요조건식 (17)을 시간에 대해 각각 미분하고 정리하면,

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} J \\ J_w \\ \frac{\partial Z_w h}{\partial \theta} \end{bmatrix} \dot{\theta} = J_{ex} \dot{\theta} \tag{33}$$

이 구해진다. 그리고 정방행렬 $J_{ex} \in \mathbb{R}^{(n \times n)}$ 이 비특이행렬이면,

$$\dot{\theta} = J_{ex}^{-1} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{34}$$

으로 관절속도를 구할 수 있다.

3.2 방법 2 : 경사투영법

앞의 방법은 J_{ex} 이 복잡해서 계산량이 많을 수 있는데, 실제로는 근사 최적해를 구하는 것으로도 충분한 경우가 많다. 여기서는 계산량면에서 보다 효율적인 경사투영법을 이용한다.

- 의사역행렬을 이용하는 방법

$$\dot{\theta} = J_{ew}^+ \dot{x} + (I - J_{ew}^+ J_{ew}) h \tag{35}$$

여기서, J_{ew}^+ 은 J_{ew} 에 대한 Moore-Penrose의 사역행렬이다.

- 확장실공간 자코비안⁽⁸⁾의 이용

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} J \\ J_w \\ Z_w \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ 0 \\ Z_w h \end{pmatrix} \tag{36}$$

이 방법은 방법 2와 역행렬의 차수는 같지만, $(\partial Z_w h / \partial \theta)$ 과 Z_w 의 계산량을 비교할 때, 보다 효율적이라고 판단된다.⁽⁸⁾

여기서, 라그랑지곱수와 충분조건에 대한 판별식은 앞에서와 같다. 이상의 방법을 이용하면 보다

적은 계산량으로 최적화조건을 근사하게 만족하는 관절속도를 효과적으로 구할 수 있게 된다.

3.3 알고리즘적 특이점

여유자유도 로봇의 제어에 있어 중요한 특성으로 알고리즘적 특이성(algorithmic singularity)을 들 수 있다. 식 (34)와 (35)는 특이점(singular point)이 발생하는 조건을 확실히 보여준다. 이로부터 특이점에 대한 정량적인 조건을 살펴보면, 다음과 같다.

- (1) J 가 특이(singular)한 경우

$$\det(JJ^T) = 0 \tag{37}$$

이 상황은 기구학적 특이점(kinematic singular point)으로 알려져 있다.

- (2) J 는 특이하지 않으나, J_{ew} 가 특이한 경우

$$\det(J_{ew} J_{ew}^T) = 0 \text{ or } \det(J_w J_w^T - J_w J^+ J J^T) = 0 \tag{38}$$

working set에 포함된 부등식 구속조건으로 인해 발생하는 것으로, 알고리즘적 특이점으로 나타난다.

- (3) J_{ew} 는 특이하지 않으나, J_{ex} 가 특이한 경우

$$\det\left(\frac{\partial Z_w h}{\partial \theta} Z_w^T\right) = 0 \tag{39}$$

정리 2의 충분조건을 유도하는 동기로부터, 충분조건과 위의 세번째 조건의 깊은 연관성을 파악할 수 있다. 부등식구속조건을 고려하지 않은 경우에 대해서는 이런 관계가 Cho 등⁽⁶⁾과 Park 등⁽⁷⁾의 연구에 나타나 있다. 본 연구에서는 부등식 구속조건을 포함한 경우에 대해 그 관계를 다음과 같이 유도한다.

$$Q = \frac{\partial Z_w h}{\partial \theta} Z_w^T = Z_w (\nabla^2 L) Z_w^T \tag{40}$$

즉, positive definite Q 는 성능지수의 최소화를, negative definite Q 는 성능지수의 최대화를, 그리고 특이한 Q 는 알고리즘적 특이점을 나타낸다.

4. 시뮬레이션 : Case Studies

4.1 평면 4자유도 로봇을 이용한 다중작업

제안된 알고리즘의 성능을 테스트하기 위해 평면 작업시 여유자유도를 2개 가진 4자유도 로봇을 이

용한다. 로봇 팔의 길이는 각각 3, 2.5, 2.0, 1.5 units이다. 주작업은 (3, 4)에서 (3, 2)를 거쳐 다시 (3, 4)로 일정속도로 돌아오는 반복적인 경로이다. 작업공간상에 두개의 장애물이 있는데, 이를 부등식 조건으로 나타내면

$$\begin{aligned} R_1 &= 4.0 - (x - 3.0)^2 - (y + 3.5)^2 \leq 0 \\ R_2 &= 4.0 - (x - 6.5)^2 - (y + 0.5)^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (41)$$

이 된다. 그리고 여유자유도를 이용해 최적화할 성능지수로는 조작성능지수 $H(\theta) = \sqrt{\det(JJ^T)}$ 를 이용한다.

방법 2에서 제안된 알고리즘을 적용했을 때의 결과는 Figs. 1, 2에 나타난다. 먼저 Fig. 1은 작업공간과 장애물 그리고 로봇의 동작을 보여준다. 로봇이 장애물 속으로 침투하지 않고 주작업을 잘 수행함을 볼 수 있다. Fig. 2(b)도 역시 주작업이 장애물과는 상관없이 잘 처리됨을 보여준다.

처음에는 장애물과 만나지 않고 진행되는데 이때는 여유자유도가 2개가 있으므로 2차원의 영공간에서 성능지수 최적화를 수행한다. Fig. 2의 (e)와

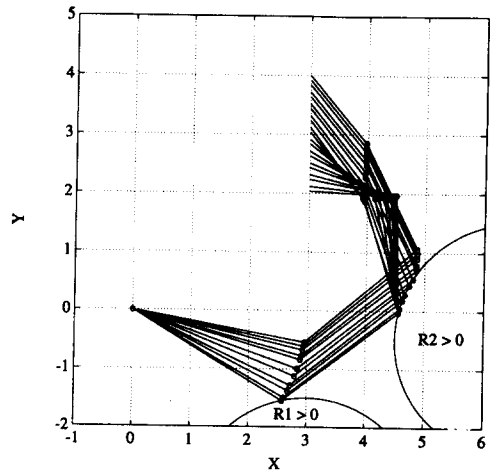
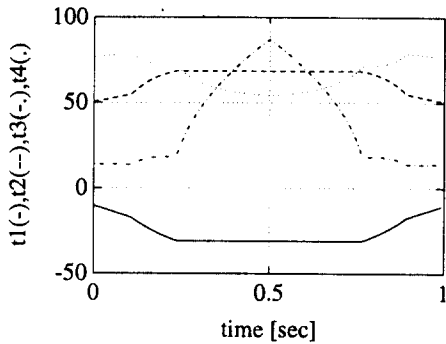


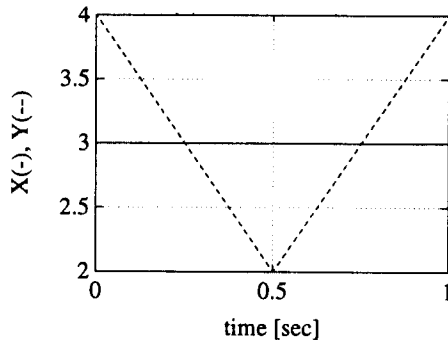
Fig. 1 Optimal motion of a planar 4-dof robot manipulator for obstacle avoidance and manipulability improvement

(f)에서 최적화 필요조건 ($Zh=0$, $Z_{w1}h=0$, $Z_{w2}h=0$)이 잘 만족됨을 볼 수 있다.

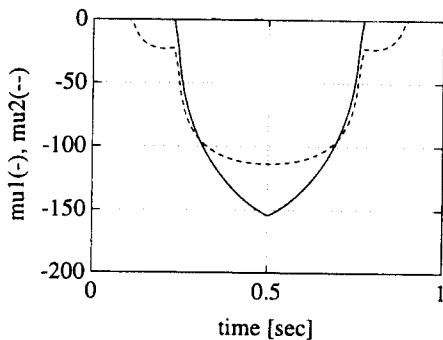
장애물 R_2 를 만나고부터는 $R_2=0$ 을 유지하며 μ_2



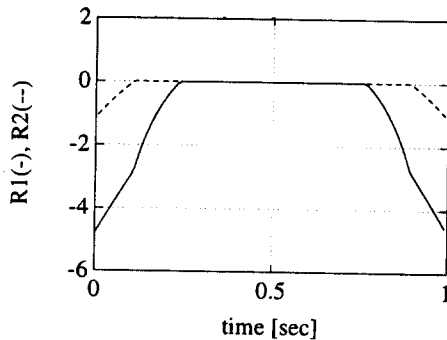
(a) Theta [deg]



(b) End-effector path



(c) Lagrange multipliers



(d) Inequality constraints

Fig. 2 Continued

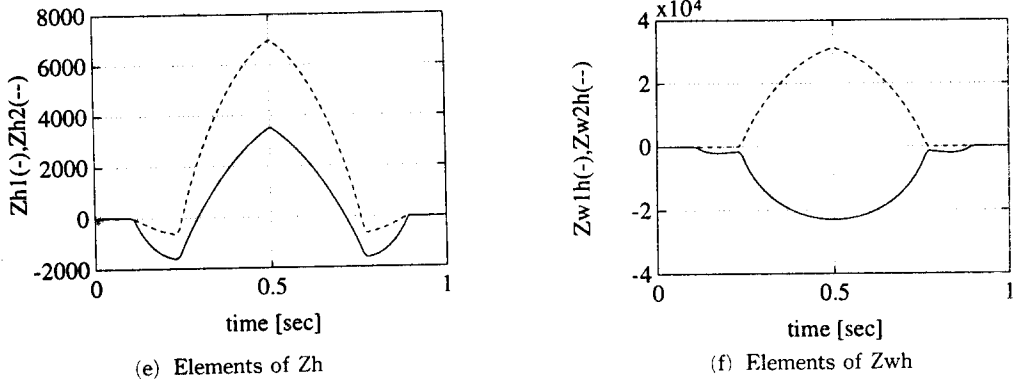


Fig. 2 Variables for a planar 4-dof robot manipulator

가 0에서 음의 값으로 움직인다. 활성화된 장애물로 인해 구속조건이 하나 추가됨으로 여유자유도는 1개가 되고, 이제 남아있는 1차원의 영공간에서 성능지수 최적화가 수행되는데, 이는 Fig. 2의 (e)와 (f)에 잘 나타나 있다. 즉, $Zh \neq 0$, $Zw_1h \neq 0$ 그리고 $Zw_2h = 0$ 이 된다.

장애물 R_1 이 나타나면 새로운 구속조건이 요구되는데, 라그랑지곱수가 모두 0보다 크지 않으므로 최적화 조건을 만족한다. 즉, 이제는 두개의 장애물로 인해 동시에 두개의 부등식 구속조건이 활성화 되어야 한다. 만약 이 중 하나만을 구속조건으로 하면, 선택되지 않은 조건으로 인해 그에 해당하는 장애물과 충돌하게 된다. 이제 남아있는 자유도가 없으므로 성능지수에 대한 고려는 할 수가 없

다. 즉, $Zh \neq 0$, $Zw_1h \neq 0$ 그리고 $Zw_2h \neq 0$ 이 된다. 복귀하는 작업을 할 때는 구속조건이 차례로 탈락이 되는데, 이때는 라그랑지곱수 또는 최적화 필요조건을 통해 상황을 쉽게 판단할 수 있다. 즉 라그랑지곱수가 양의 값이 되는 부등식 구속조건을 탈락시키면 된다.

이 시뮬레이션 결과는 제안된 알고리즘이 여유자유도가 많은 로봇(hyper redundant robot)에도 그대로 적용될 수 있고 여유자유도 만큼의 부작업을 추가로 할 수 있게 됨을 보여준다.

4.2 공간 7자유도 로봇을 이용한 원자력발전소 내의 노즐담 운반 작업

Fig. 3은 원자로와 연결된 증기발생기내의 노즐

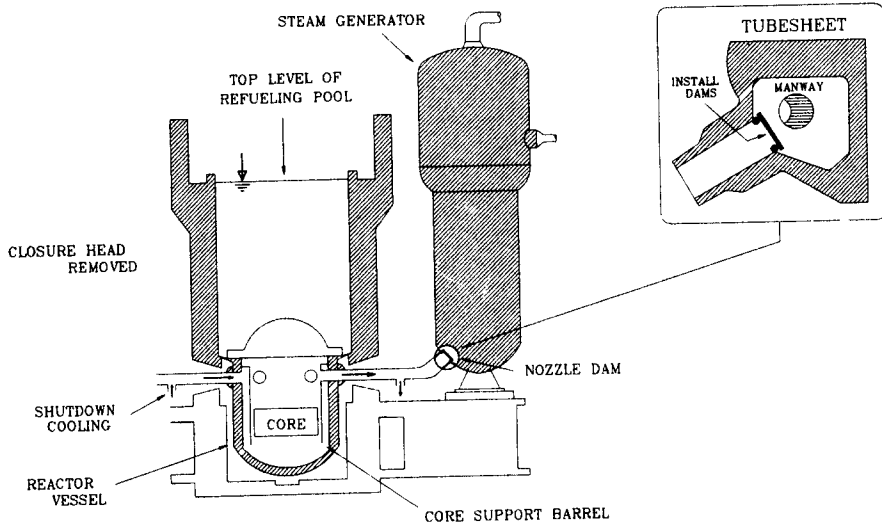


Fig. 3 Location of nozzle dam in nuclear power plant

댐 설치 위치를 보여준다. 노즐댐 설치작업은 원자력발전소의 보수 및 유지를 위해 필요한 것으로, 종래 사람이 해오던 것을 안전을 위해 로봇으로 대체하는 연구가 현재 진행중에 있다.

사용할 로봇(이하 KAEROT)은 기본적으로 6자유도로 되어있는데, 모의실험과 애니메이션을 통해 6자유도만을 가지고는 충돌이나 특이점을 회피할 수가 없음을 확인했다. 따라서 자연스럽게 여유자유도의 이용이 요구되는데, 이를 위해 베이스 모션을 추가하면 7자유도 로봇으로 이용가능하다.

주작업, 즉 KAEROT 손의 경로는 노즐댐을 맨 웨이로 부터 노즐링까지 운반하는 것으로 경험적으로 적절한 직선경로를 선정했다. 복잡하게 구속된 증기발생기 내부 환경에서 안전한 작업을 위해 고려할 상황은 크게, (a) 노즐댐과 증기발생기 수실 내부의 충돌, (b) 노즐댐과 KAEROT 관절/팔의 충돌, (c) KAEROT 관절/팔과 증기발생기 수실 내부의 충돌, (d) KAEROT의 관절한계와의 충돌,

(e) 기구학적 특이점과의 만남의 다섯가지로 구분할 수 있다. 이 중 (a)와 (b)의 상황은 노즐댐을 파지한 KAEROT 손의 경로를 적절히 주는 것만으로 쉽게 해결이 되었다. 시뮬레이션 및 애니메이션을 통해 충돌이 발생하는 주요 상황은 (c)와 (d)중의 몇가지 상황임을 알 수 있었다. 다음은 시뮬레이션에서 고려한 관절한계 및 장애물 회피를 위한 부등식 구속조건들이다.

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \theta_1 - \theta_{1max} \leq 0, & R_2 &= \theta_2 - \theta_{2max} \leq 0 \\
 R_3 &= \theta_{4min} - \theta_4 \leq 0, & R_4 &= \theta_{7min} - \theta_7 \leq 0 \\
 R_5 &= -(\text{distance between elbow and wall}) \leq 0
 \end{aligned}
 \tag{42}$$

그리고 최적화할 성능지수로는 조작성능지수를 택했다. 초기자세는 장애물 회피를 고려해 임의로 선정했는데, 장애물로 인해 성능지수 최적화 필요조건을 만족시킬 수 있는 자세가 없었기 때문이다. 주의해야 할 점은 여유자유도가 하나밖에 없으므로

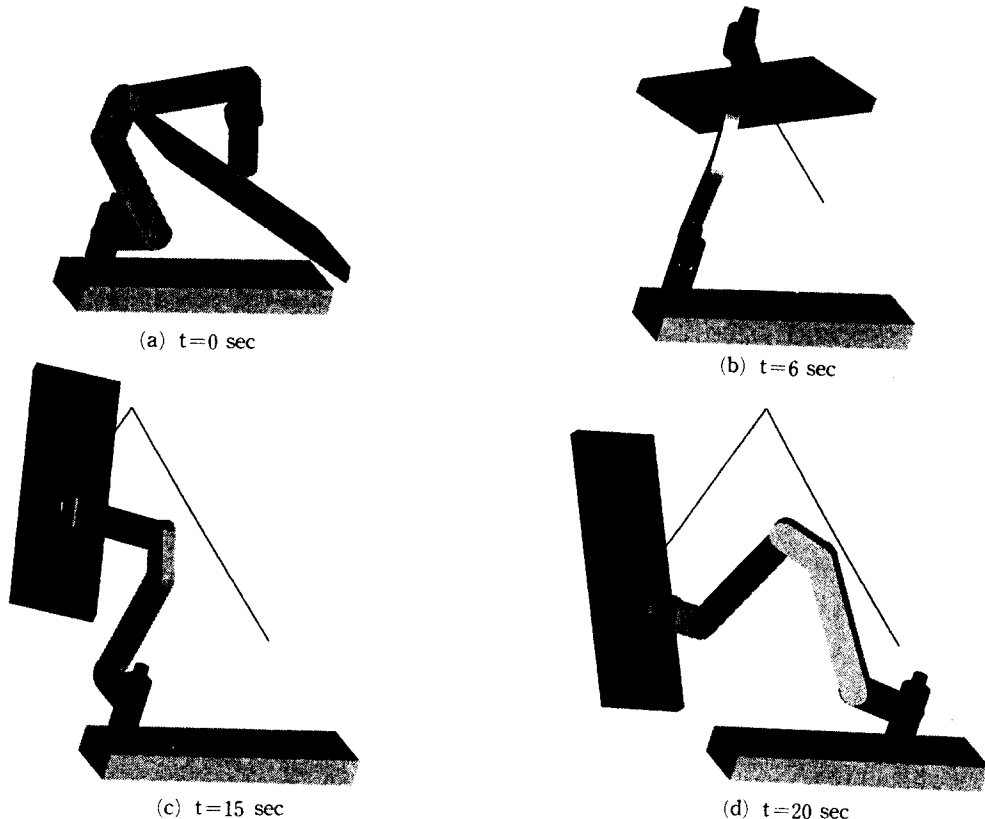
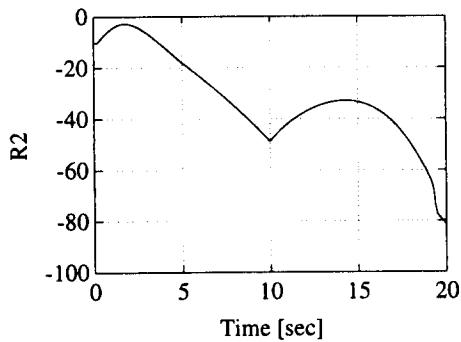


Fig. 4 Optimal motion of KAEROT for nozzle dam task

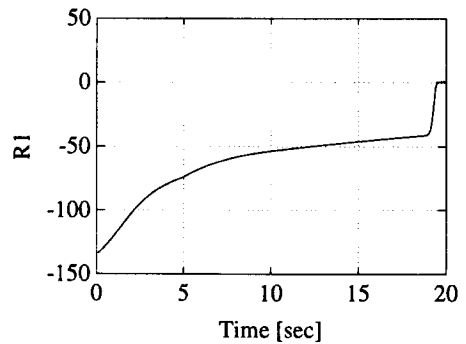
로, 장애물 구속조건이 하나밖에 활성화 되지 못한다는 것이다. 그리고 작업이 수행되는 공간이 많은 장애물로 심하게 구속되어 있으므로 상황에 맞게 최선의 조건을 선택하는 것이 중요하다.

제어 알고리즘으로는 계산의 효율을 위해 경사투영법을 이용했다. Fig. 4는 장애물 및 관절한계를 회피하며 조작성능지수를 최적화하는 KAEROT의 최적모션을 몇개의 시간 상황에서 보여준다.

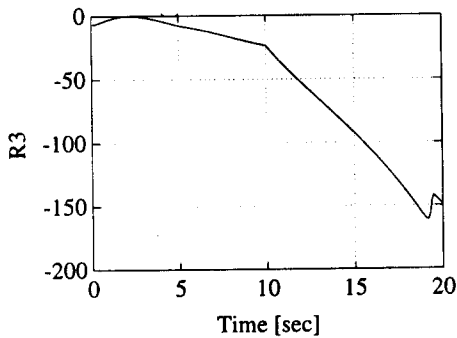
Fig. 5(a)~(e)는 5개의 장애물에 대한 상태를 보여주는데, $R_i \leq 0 (i=1, \dots, 5)$ 로 모든 부등식 구속조건이 잘 만족됨을 알 수 있다. 특히 Fig. 5(h)는 장애물 구속조건이 활성화상태를 보여주는데, '0'은 활성화된 구속조건이 없음을, '1'에서 '5'까지는 그 인덱스에 해당하는 장애물 구속조건이 활성화되었음을 보여준다. 즉, $0 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 0 \rightarrow 1$ 의 순서로 활성화되는 것을 보여준다. Fig. 5(f)는



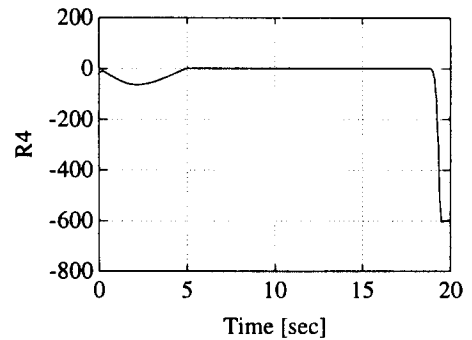
(a) Max. limit of Joint 1



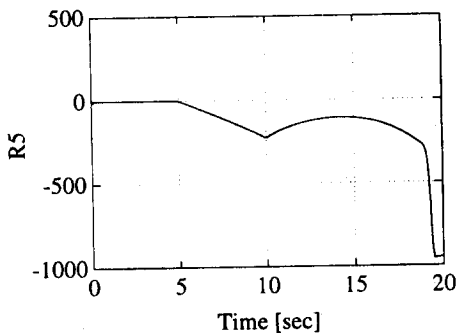
(b) Max. limit of joint 2



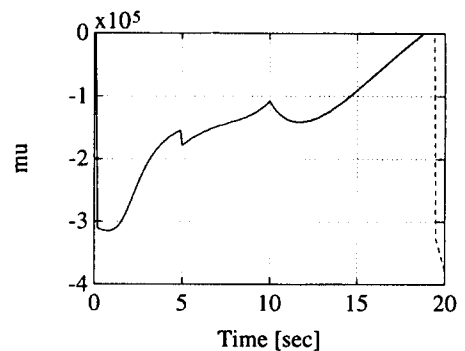
(c) Min. limit of joint 4



(d) Min. limit of joint 7

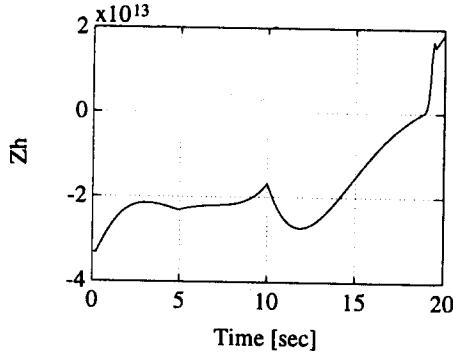


(e) Elbow collision

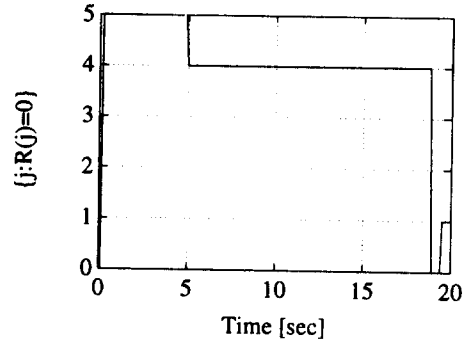


(f) Lagrange multipliers

Fig. 5 Continued



(g) Necessary condition



(h) Selected subtask

Fig. 5 Inequality constraints and optimal condition for nozzle dam task

라그랑지곱수가 모두 0보다 크지 않음을 보여주는 데, 이를 통해 장애물 구속조건에 대한 최적화가 잘 이루어졌음을 알 수 있다.

여기서, 주의할 점은 R_4 에 해당하는 라그랑지곱수 μ 가 0(또는 $Zh=0$)이 되어 비활성화된 이후부터이다. 활성화된 구속조건이 없으므로 $Zh=0$ 을 유지해야 하는데, Fig. 5(g)에서 보는 것처럼 오히려 $Zh=0$ 에서 벗어나는 것을 볼 수 있다. 최적화를 위한 충분조건을 통해 보면 $Zh=0$ 인 지점에서 $z^T(\nabla^2 L)z > 0$ 또는 $Z(\nabla^2 L)Z^T$ 이 positive definite 이 되어 최대그룹이 아닌 최소그룹에 속함을 알 수 있다. 즉, 충분조건에 위배된다는 것이다. 만약 충분조건을 고려하지 않는다면 최소그룹을 따라가게 되므로 조작성능도 나빠지고, 결국 특이점에 가까워지는 그릇된 결과를 초래한다. 이런 상황이 바로 본 연구에서 제안한 최적화 충분조건을 고려할 때의 장점이다.

또한 이 결과는 제어방법과도 관계가 있다. 방법 1은 $Zh=0$ 을 정확히 유지하는 특성이 있으므로, 위와 같은 상황에서 최소값 궤적을 따라간다. 그러나 방법 2는 성능지수 H 를 최대로 하는 방향으로 관절을 이동시키기때문에 최소값 궤적에서 벗어나 가까운 최대값 궤적으로 이동하게 되는 것이다. 이 과정에서 다소 최적화 필요조건을 유지하지는 못하지만 결과적으로는 최적화 필요·충분조건이 만족되는 상태로 이동하게 된다. 그리고 이 과도기 과정에서 다소 급격한 변화가 있는데, 이는 조작성능을 최대화하는 새로운 상태로의 이동을 위한 셀프모션에 기인한다. 이런 셀프모션의 속도는 쉽게 조절이 가능하므로 실제 상황에서는 가능한 적절한 속도에서 이루어지도록 할 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 많은 장애물로 인해 극히 제한된 환경에서의 작업을 효과적으로 수행하기 위해, 여유자유도 로봇을 이용하고, 정확한 역기구학 해법 및 효율적인 기구학적 제어 알고리즘을 개발했다. 이 과정에서 작업상황을 등식/부등식 구속조건이 있는 경우의 최적화 문제로 일반화하고, 필요/충분조건을 고려한 정확한 최적의 조건식을 구하였다. 또한 실시간 제어를 위해 계산량면에서 효율적인 기구학적 제어 알고리즘을 구하였다.

제안된 알고리즘을 테스트하기 위해 평면 4자유도 로봇의 제어에 적용하고 그 효과를 시뮬레이션을 통해 검증했다. 특히 여유자유도가 2이상인 경우, 2개 이상의 장애물조건이 반드시 활성화 되어야 할 경우가 존재함을 확인했다. 그리고 실용적인 예로 원전내의 노즐담 작업용 로봇인 KAEROT에 적용해서 최적해를 구하였다.

제안된 알고리즘은 장애물이 많은 작업공간에서 보다 많은 여유자유도가 있는 경우에도 최적해를 효과적으로 구하고 이를 제어에 이용할 수 있는 효율적인 알고리즘이다. 앞으로는 본 연구에서 개발한 알고리즘을 실제 실험에 적용하는 연구를 할 예정이다.

참고문헌

- (1) Nenchev, D.N., 1989, "Redundancy Resolution through Local Optimization: A Review," *J. Robotic Systems*, Vol. 6, No. 6, pp. 769~798.

- (2) Seraji, H. and Colbaugh, R., 1990, "Improved Configuration Control for Redundant Robots," *J. Robotic Systems*, Vol.7, No. 6, pp. 897~928.
- (3) Sung, Y.W., D.K. Cho, M.J. Chung and K.Koh, 1994, "A Constraints-based Method of the Inverse Kinematics for Redundant Manipulators," *IROS*, pp. 531~538.
- (4) Luenberger, D.G., 1984, *Linear and Nonlinear Programming*, 2ed. Addison-Wesley Publishing Company.
- (5) Chang, P.H., 1987, "A Closed-Form Solution for Inverse Kinematics of Robot Manipulators with Redundancy," *IEEE J. Robotics and Automation*, Vol. RA-3, No. 5, pp. 393~403.
- (6) Cho, D.K., Choi B.W. and Chung, M.J., 1995, "Optimal Conditions for Inverse Kinematics of A Robot Manipulator with Redundancy," *Robotica*, Vol. 13, pp. 95~101.
- (7) Park, J., Chung, W.-K. and Youm, Y., 1996, "Characteristics of Optimal Solutions in Kinematic Resolutions of Redundancy," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, Vol. 12, No. 3.
- (8) Chang, P.H., Park, K.C. and Kim, S.H., 1994, "Extended Operational Space Formulation for the Kinematics, Dynamics and Control of the Robot Manipulators with Redundancy," *Trans. KSME*, Vol. 18, No. 12, pp. 3253~3269.