

〈논 문〉

비틀림 및 횡압력을 받고 있는 복합재 원통셸의 좌굴

한병기* · 이성희** · 이재원*** · 유택인****

(1995년 6월 20일 접수)

Buckling of Composite Cylindrical Shells Subjected to Torsion or Lateral Pressure

Han Byoung Kee, Lee Sung Hee, Lee Jae Won and Yu Teak In

Key Words : Stability of Composite Cylindrical Shell(복합재 원통셸의 안정성), Laminated Shell(적층셸), Buckling of Cylindrical Shell(원통셸의 좌굴), Torsion or Lateral Pressure(비틀림 및 횡압력), Perturbation Technique(섭동법), Critical Load(임계하중)

Abstract

The problem of instability of laminated circular cylindrical shell under the action of torsion or lateral pressure is investigated. The analysis is based on the Sanders' theory for finite deformations of thin shell. The buckling is elastic for thin composite shell and the geometry is assumed to be free of initial imperfections. The equilibrium equations and the related boundary conditions were derived by variational methods. The buckling equations are obtained by using the perturbation technique. Solution procedure is based on the Galerkin method. The computer program for numerical results is made for several stacking sequence, length-to-radius ratio, and radius-to-thickness ratio. The numerical results of buckling load are presented.

1. 서 론

경량구조설계를 위하여 여러 하중조건에서 원통셸의 탄성안정성을 명백히 하는 것은 매우 중요하다. 더욱이 항공우주산업의 발달과 더불어 중량과 강성에 대한 가장 효과적인 구조를 개발하기 위하여 수많은 연구자들이 이 문제를 다루었다. 초기의 연구들은 수학적 어려움과 물리적 복잡성으로 인하

여 특정한 하중과 경계조건에 대한 근사해만 구하였다. 실험적인 연구도 두께가 얇은 금속재 실험체에 대해 이루어졌으며, 그 결과 역시 이론적 해석의 타당성을 검증하고 개선하기에는 충분할 정도로 정확하지 않았다. 그 이유는 초기결합과 소성변형의 효과를 충분히 고려하지 않았기 때문이다. 1960년대의 고속 컴퓨터의 출현은 충분한 정밀도를 가지고 좌굴문제를 다룰 수 있는 기반이 되었으며 여러 하중조건에서 경계조건의 영향 및 초기 좌굴시 단부의 회전에 의한 효과를 고려하여 풀 수 있게 되었다. 또한 최근에는 보다 경량화된 구조물을 개발하기 위하여 신소재를 이용하는 복합재 원통셸에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 얇은 두께를

*회원, 홍익대학교 기계공학과

**회원, 홍익대학교 대학원 기계공학과

***회원, 삼성중공업(주) 중앙연구소

****회원, 생산기술연구원 선임연구원

갖는 복합재 원통셀에 관한 연구는 고전적인 이차원 셀이론으로 충분히 좋은 결과를 얻을 수 있는 것으로 알려져 있다. 고전 셀이론은 그 이론식을 전개할 때에 Kirchhoff-Love hypotheses와 같은 적절한 가정을 기초로 하여 전개되었기 때문에 근사적이다. 고전이론 중에서 Donnell 이론, Flügge 이론, Sanders 이론 등이 셀의 거동해석에 쓰여 왔으며, 복합재 원통셀의 거동에도 잘 응용되고 있다. 특히, Donnell 이론은 상대적으로 매우 단순화되어 특정한 경우에는 그 응용에 문제가 제기되고 있으나, 좌굴해석에 널리 쓰이고 있다. 이 이론은 평면변위가 셀의 처짐과 같은 차원을 가질 때, 즉 원주방향의 주름의 수가 4 보다 작은 길이가 긴 원통셀에서 굽힘 변형이 일어날 때에는 모순이 있다.⁽⁴⁾ 반면에 Flügge 이론은 얇은 셀의 근사해석에 의하지 않고 기본식을 유도하여 오일러 좌굴의 문제에도 적용 가능하다. 그러나 그해를 구하는 데에 어려움이 있다.

따라서 본 연구에서는 상대적으로 복잡하지 않은 Sanders 이론을 사용하여 복합재 원통셀의 좌굴거동을 고찰하고자 한다. 이미 본 연구자에 의해 발표된 논문^{(9),(10)}에서는 복합재 원통셀이 축방향하중(axial load) 및 횡압력을 받고 경계조건이 SS3인 경우만 다루었는데, 본 연구에서는 하중조건(비틀림 및 횡압력)과 경계조건(SS1~SS4)에 따른 복합재 원통셀의 안정성에 영향을 미치는 중요한 인자들을 조직적으로 연구하였다. 이를 위하여 'Total Potential Stationary Value Principle'로 부터 평형방정식을 유도하였다. 그리고 구성방정식을 얻기 위하여 단순화된 Hooke의 법칙을 사용하였다. 좌굴방정식은 평형방정식에 섭동법(perturbation method)을 사용하여 얻었으며, 이 결과식에 구성방정식을 대입하여 변위(U, V, W)항으로 표시된 좌굴방정식을 얻었다. 변위함수 $U(x, y), V(x, y)$ 와 $W(x, y)$ 는 단순지지(SS1~SS4)의 기하학적 경계조건을 만족하도록 이중급수의 항으로 가정하였다. 그리고 적층방법은 상하대칭으로 하여 커플링계수 $B_{ij}=0$ 인 경우를 다루었다. 좌굴방정식에 Galerkin procedure를 적용함으로써, 6개의 식으로 나타내지는 무한항의 선형연립방정식을 얻는다. 이 연립방정식의 해를 얻기 위하여 프로그램을 개발하고, 이 프로그램을 사용하여 원통셀의 안정성에 영향을 미치는 주요 인자들에 대하여 조직적으로 수치해를 얻었다. 해의 신뢰도를 위하여 기존의

연구에서 구해진 수치결과들과 비교하였다.

2. 이 론

2.1 평형방정식의 유도

Fig. 1은 본 연구에 적용된 셀의 기하학적 형상을 나타낸 것이며, 섬유방향의 각도는 Fig. 1의 x 축방향을 기준으로 하여 반시계방향울 양의 값으로 표시한 것이다.

Total potential energy 원리에 의하면

$$\delta U_T = 0 \quad (1)$$

여기서, $U_T = U_i + U_p = \text{Strain energy} + \text{External potential energy}$ 이므로 δU_i 와 δU_p 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta U_i = & \int_0^{2\pi R} \int_0^L (N_{xx} \delta \epsilon_{xx} + 2N_{xy} \delta \epsilon_{xy} + N_{yy} \delta \epsilon_{yy}) \\ & + M_{xx} \delta x_{xx} + 2M_{xy} \delta x_{xy} + M_{yy} \delta x_{yy} \, dx dy \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \delta U_p = & - \int_0^{2\pi R} [\bar{N}_{xy} \delta v + \bar{Q}_x \delta w \\ & - \bar{M}_{xx} \delta w_{,x} - \bar{M}_{xy} \delta w_{,y}]_0^L dy \end{aligned} \quad (3)$$

변형률과 변위의 관계식은 비선형으로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{xy}^0 &= u_{,x} + (1/2) w^2_{,x} \\ \gamma_{xy}^0 &= 2\epsilon_{xy}^0 = u_{,y} + v_{,x} + w_{,x} w_{,y} - \bar{\delta} (v/R) w_{,y} \\ \epsilon_{yy}^0 &= v_{,y} + w/R + (1/2) w^2_{,y} + \bar{\delta} ((1/2) v^2/R^2 \\ & \quad - v w_{,y}/R) \end{aligned} \quad (4)$$

$$x_{xx} = -w_{,xx}$$

$$x_{yy} = -W_{,yy} + \bar{\delta} (v_{,y}/R)$$

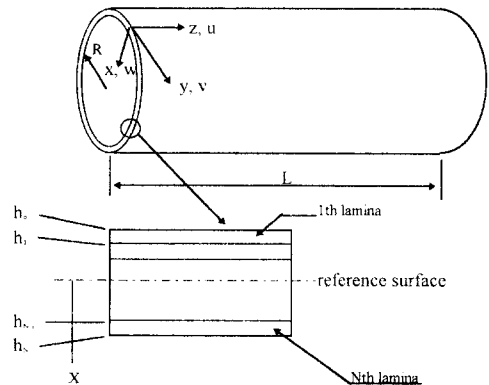


Fig. 1 Geometry and sign convention

$$x_{,xy} = -W_{,xy} + (1/2) \delta(v, r/R) \quad (5)$$

위의 Kinematic relation에서 $\delta=0$ 일 때는 Donnell-type의 방정식이 유도되며, $\delta=1$ 일 때는 Sanders-type의 방정식이 얻어진다. 그리고 (1), (2), (3)와 (4), (5)는 변위분을 의미하며, u, v, w 는 각각 중립면의 x, y, z 방향의 변위이다. 또한, ϵ_{ij}^0 는 중립면에서의 변형률성분, $x_{,ij}$ 는 중립면의 곡률 변화율을 나타낸다. 위의 식 (1)에 식 (2)와 (3)을 대입하고, 역학적 관계식 (4)와 (5)를 대입하여 정리하면 다음과 같은 평형방정식과 경계조건을 구할 수 있다.

평형방정식

$$N_{xx,x} + N_{xy,y} = 0 \quad (6a)$$

$$N_{xy,x} + N_{yy,y} + (N_{xy} + N_{yy})(w_{,y}/R) - N_{xx}v/R + (M_{xy,x} + M_{yy,y})/R = 0 \quad (6b)$$

$$M_{xx,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{yy,yy} - N_{xy}/R + N_{xx}w_{,xx} + 2N_{xy}w_{,xy} + N_{yy}w_{,yy} + (N_{xy,x} + N_{yy,y})w_{,y} - (v(N_{xy} + N_{yy}),_y + R + v_{,y})(N_{xy} + N_{yy})/R = 0 \quad (6c)$$

셀의 양단에서의 경계조건

기하학적 경계조건 및 힘의 경계조건

$$u=0 \quad N_{xx} = \bar{N}_{xx} \quad (7a)$$

$$v=0 \quad N_{xy} + (M_{xy}/R) = \bar{N}_{xy} + \bar{M}_{xy}/R \quad (7b)$$

$$w=0 \quad N_{xx}w_{,xx} + N_{xy}w_{,xy} + M_{xx}w_{,x} + (N_{xy}v/R) + 2M_{xy,y} - \bar{Q}_x + \bar{M}_{xy} = 0 \quad (7c)$$

$$W_{,x} = 0 \quad M_{xx} = \bar{M}_{xx} \quad (7d)$$

여기서, () 호호는 외력으로 작용하고 있는 힘과 모멘트를 나타낸다. SS 경계조건은 단순지지이므로 셀의 양단에서 처짐 $w=0$ 과 모멘트 $M_{xx}=0$ 즉, $w_{,xx}=0$ 이므로 식 (7a)와 (7b)의 기하학적 경계조건과 역학적 경계조건을 조합하여 선택함으로써 4가지의 SS1~S4의 단순지지 경계조건이 식 (12a~d)과 같이 얻어진다. 한편 합응력 및 모멘트와 변형률 및 곡률 변화율의 관계인 구성방정식은 다음과 같다.⁽⁹⁾

$$\begin{pmatrix} N_{ij} \\ M_{ij} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [A_{ij}] & [B_{ij}] \\ [B_{ij}] & [D_{ij}] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{ij} \\ \chi_{ij} \end{pmatrix} \quad (8)$$

2.2 좌굴방정식의 유도

좌굴방정식을 얻기 위하여 하중과 변위 항들에

대하여 섭동법율을 사용하면 다음과 같다. 여기서 중분량 ()^a는 좌굴상태로 가기 위한 미소중분량이며 R 은 기준원통면(중립면)의 반경을 나타낸다.

$$N_{xx}^a + N_{yy}^a = 0 \quad (9a)$$

$$N_{xy}^a + N_{yy}^a + (M_{xy}^a + M_{yy}^a)/R = 0 \quad (9b)$$

$$M_{xx}^a + 2M_{xy}^a + M_{yy}^a - N_{xy}^a/R + \bar{N}_{xy}w_{,xy} = 0 \quad (9c)$$

이 좌굴방정식 (9a, b, c)를 변위함수 U, V, W 로 나타내면 다음과 같다.

$$A_{11}U_{,xx} + 2A_{13}U_{,xy} + A_{33}U_{,yy} + A_{13}V_{,xx} + A_{23}V_{,yy} + (A_{12} + A_{33})V_{,xy} + A_{12}W_{,x}/R + A_{23}W_{,y}/R = 0 \quad (10a)$$

$$A_{13}U_{,xx} + (A_{12} + A_{33})U_{,xy} + A_{23}U_{,yy} + (A_{33} + D_{33}/R^2)V_{,xy} + (A_{22} + D_{22}/R^2)V_{,yy} + A_{22}W_{,y}/R + A_{23}W_{,x}/R - \{D_{13}W_{,xxx} + (D_{12} + 2D_{33})W_{,xxy} + 3D_{23}W_{,xyy} + D_{22}W_{,yyy}/R\} - N_{xy}W_{,y}/R = 0 \quad (10b)$$

$$A_{12}U_{,x}/R - A_{22}V_{,y} - A_{23}U_{,y}/R - A_{23}V_{,x}/R - A_{22}/R + \{D_{33}V_{,xxx}/R + (D_{12} + 2D_{33})V_{,xxy} + 3D_{23}V_{,xyy} + D_{22}V_{,yyy}/R\} - D_{13}W_{,xxx} - 4D_{13}W_{,xxy} - 4D_{23}W_{,xyy} - 2(D_{12} + 2D_{33})W_{,xxy} + D_{22}W_{,yyy} - 2N_{xy}(W_{,xy} - V_{,x}/2R) = 0 \quad (10c)$$

본 연구에서는 중립면을 기준으로 상하대칭으로 작용하여 $B_{ij}=0$ 이 되는 경우로 한정하였으므로 위 식에서 B_{ij} 항을 제거하였다.

3. 해석방법

3.1 변위함수의 가정

셀의 양단에서의 경계조건인 단순지지조건 (SS*i*; *i*=1~4)의 구분은 면내변형, 즉 x, y 축 방향의 변위 U, V 에 대한 구속조건에 따라 구분된다. 변위함수 (U, V, W)는 Fig. 1의 양단에서, 즉 $x=0$ 과 $x=L$ 에서 기하학적 경계조건인 $w=0$ 과 $w_{,xx}=0$ 을 만족하도록 다음과 같이 정의한다.

$$U = \sum_{m=1}^{\infty} \{ \bar{A}_{mm} \sin(my/R) + \bar{B}_{mm} \cos(mn/R) \} \Phi_m(x) \quad (11a)$$

$$V = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ \bar{C}_{mn} \sin(ny/R) + \bar{B} \cos(ny/R) \} X_m(x) \quad (11b)$$

$$W = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=2}^{\infty} \{ \bar{D}_{mn} \sin(ny/R) + \bar{E} \cos(ny/R) \} \Psi_m(x) \quad (11c)$$

여기서, 함수 $\Phi_m(x)$, $X_m(x)$, $\Psi_m(x)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{SS1 : } (W=0, W_{,xx}=0, N_{xx}=-N_{xx}, N_{xy}=N_{xy}) \\ \Phi_m(x) = \cos(m\pi x/L) \\ X_m(x) = \cos(m\pi x/L) \\ \Psi_m(x) = \sin(m\pi x/L) \end{aligned} \quad (12a)$$

$$\begin{aligned} \text{SS2 : } (W=0, W_{,xx}=0, U=0, N_{xy}=N_{xy}) \\ \Phi_m(x) = \sin(m\pi x/L) \\ X_m(x) = \cos(m\pi x/L) \\ \Psi_m(x) = \sin(m\pi x/L) \end{aligned} \quad (12b)$$

$$\begin{aligned} \text{SS3 : } (W=0, W_{,xx}=0, N_{xx}=-N_{xx}, V=0) \\ \Phi_m(x) = \cos(m\pi x/L) \\ X_m(x) = \sin(m\pi x/L) \\ \Psi_m(x) = \sin(m\pi x/L) \end{aligned} \quad (12c)$$

$$\begin{aligned} \text{SS4 : } (W=0, W_{,xx}=0, U=0, V=0) \\ \Phi_m(x) = \sin(m\pi x/L) \\ X_m(x) = \sin(m\pi x/L) \\ \Psi_m(x) = \sin(m\pi x/L) \end{aligned} \quad (12d)$$

각각의 경계조건에 따라 변위함수를 선택하고, 다음과 같은 해석과정에 따라 수치해를 구한다. 식 (11a~c)와 식 (12a~d)에서 가정한 변위함수를 선택하여 좌굴방정식 (10)에 대입한다. 위의 결과식에 갤러킨방법을 적용하면 다음과 같은 변위함수

의 계수들에 관한 선형연립방정식을 얻는다. 앞에서 얻어진 변위함수의 계수들에 대한 선형연립방정식을 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [R_{(i,j)}][T_{(i,j)}]\{\beta_j\} - [S_{(i,j)}]\{\beta_j\} \\ \text{or } [G_{(i,j)}]\{\beta_j\} = \{ [R_{(i,j)}][T_{(i,j)}] - [S_{(i,j)}] \} \{\beta_j\} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

여기서, 열벡터 $\{\alpha_j\}$ 와 $\{\beta_j\}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{\alpha_j\} = [A_{1n}, C_{1n}, B_{2n}, D_{2n}, A_{3n}, \\ C_{3n}, B_{4n}, D_{4n}, \dots] \\ \{\beta_j\} = [F_{1n}, E_{2n}, F_{3n}, E_{4n}, F_{5n}, \\ E_{6n}, F_{7n}, E_{8n}, \dots] \end{aligned}$$

결국, 식 (13)의 해를 구하기 위하여 행렬 $[G_{(i,j)}]$ 의 고유치분해가 된다. 여기서, 언급된 각 행렬의 요소성분은 경계조건 및 하중조건에 따라 달라지며, 여기서는 그 내용을 생략한다.⁽⁹⁾

4. 수치결과 및 고찰

본 연구에서 선택한 복합재로는 graphite/epoxy로서, 적층방법의 영향을 고찰하기 위하여 Table 1에서와 같은 적층시퀀스로 적층하여 좌굴안정성의 임계하중값을 구하였다. 셸의 형상과 복합재 graphite/epoxy의 기계적 특성치는 다음과 같으며, 얻어진 수치결과들을 Figs. 2~6에서 보여준다.

$$E_{11} = 146.99 \text{ MPa } (21.70 \times 10^6 \text{ psi})$$

$$E_{22} = 9.93 \text{ MPa } (1.44 \times 10^6 \text{ psi})$$

Table 1 Convergence of numerical data for critical load of anisotropic cylindrical shell subjected to torsion(SS3) : case 3

Seq. of Seq. of stacking	L / R	Ref. [1] Nxy (lb/in)	Matrix size : Present		
			24×24	36×36	48×48
[~45°/45°]s	1	58.33/15	59.9481/15	59.8843/15	59.8602/15
	2	37.14/11	36.6568/11	36.6171/11	36.6021/11
	3	21.66/7	21.2975/7	21.2954/7	21.2934/7
[0°/45°/-45°]s	1	58.95/18	61.1037/18	61.1006/18	61.0995/18
	2	41.32/13	41.7899/13	41.7857/13	41.7723/13
	3	36.67/9	33.3868/9	33.5548/9	33.5881/9

$$G_{12}=4.48 \text{ GPa } (0.65 \times 10^6 \text{ psi})$$

$$R=19.05 \text{ cm } (7.5 \text{ in}), \nu_{12}=0.28$$

$$h_{total}=0.053848, 0.1905, 0.3175,$$

$$\text{and } 0.635 \text{ cm } (0.0212, 0.075, 0.125$$

$$\text{and } 0.250 \text{ in})$$

$$L/R=1, 2, 3, 5 \text{ and } 10$$

Table 1에서 행렬의 크기는 급수로 가정한 변위 함수의 항의 수를 나타낸다. 여기서, 비틀림을 받고 있을 때에는 24×24 보다 size가 증가하여도 이 미 값이 수렴하여 별로 변화가 없음을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서 얻어진 수치결과는 횡방향 압력 또는 비틀림을 받고 있는 경우에는 수렴성이 좋아 24×24 로 하여 수치해를 얻었다. Table 2의 신장강성(\bar{A}_{ij})와 굽힘강성(\bar{D}_{ij})의 값은 A_{22} 와 D_{22} 로 각각 나누어줌으로써 무차원화한 값이며, 모든 적층방범은 커플링계수 B_{ij} 의 값이 영이 되도록 하기 위하여 판의 중립면을 기준으로 대칭적층하였다. Table 2에서 1st Block은 A_{ij} 의 값은 서로 같지만 D_{ij} 의 값은 서로 다르게 적층한 경우로서, D_{11}/D_{22} 의 비를 비교인자로 하여 수치결과들을 비교하였다. 2nd Block은 처음 열의 적층시퀀스를 일정한 각도로 전체를 회전하여 주면서 만든 경우들이며, 회전각을 비교인자로 선택하여 수치결과를 비교하였다. 얻어진 임계하중값의 변화를 잘 비교할 수 있도록 각 비교인자에 대한 임계하중의 값을 비교

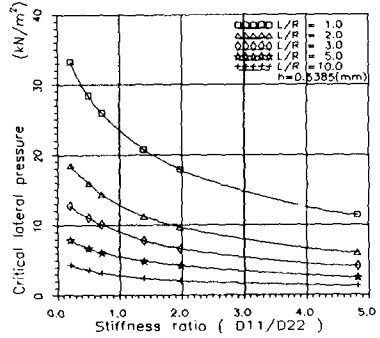
하여 Figs. 2~6에 도시하였다.

Fig. 2에서는 횡방향 압력을 받고 있는 경우에 길이방향과 원주방향 굽힘강성의 비(D_{11}/D_{22})에 따른 임계하중의 변화를 나타낸 것이다. 여기서 경계조건은 SS3으로 하였으며, (a), (b), (c) 그리고 (d)는 각각의 셀의 두께에 대한 굽힘강성비의 변화에 따른 임계하중의 변화를 나타낸 것이다. 그림에서 보듯이 각각의 셀의 두께에 대하여 길이대 반경비(L/R)가 증가하면, 임계하중이 감소하여 일정한 값으로 수렴함을 볼 수 있다. 즉, 굽힘강성의 비가 작을수록 임계하중치가 증가함을 알 수 있다. 또한 셀의 두께가 증가하면 임계하중의 값이 증가함을 볼 수 있다. Fig. 3에서는 횡방향 압력을 받고 있는 경우에 길이방향과 원주방향 굽힘강성의 비(D_{11}/D_{22})에 따른 각각의 경계조건에 대한 임계하중의 변화를 나타낸 것이다. 여기서, 면내변형률에 대한 경계조건의 변화에 따라 임계하중의 값이 차이가 있음을 볼 수 있다. 즉, 경계조건 SS1과 SS2 보다는 SS3과 SS4일 때가 낮은 임계치를 보이고 있다. 또한, 반경대 길이의 비(L/R)의 값이 증가함에 따라 어떤 값으로 점차 수렴해 감을 알 수 있다. 그리고 SS1과 SS2인 경우에는 굽힘강성의 비가 작을수록 임계하중치가 계속 증가하지 않음을 보이고 있다.

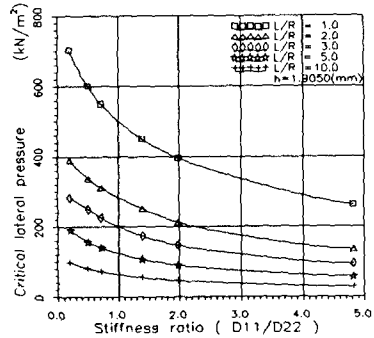
Fig. 4에서는 비틀림 하중을 받고 있는 경우에 길이방향과 원주방향 굽힘강성의 비(D_{11}/D_{22})에 따

Table 2 Nondimensional extensional and flexural stiffnesses (A_{ij}/A_{22} & D_{ij}/D_{22})

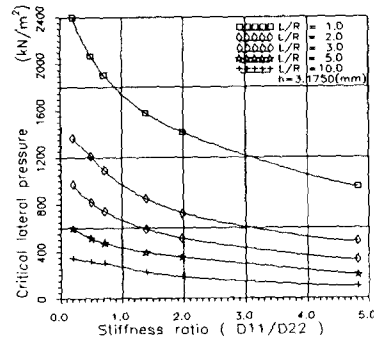
Stacking seq.	\bar{A}_{11}	\bar{A}_{12}	\bar{A}_{13}	\bar{A}_{23}	\bar{A}_{33}	\bar{D}_{11}	\bar{D}_{12}	\bar{D}_{13}	\bar{D}_{23}	\bar{D}_{33}
[0/0/90/90]s	1.0	.035	.00	.00	.056	4.83	0.10	0.00	.00	0.16
[0/90/0/90]s	1.0	.035	.00	.00	.056	1.98	0.05	0.00	.00	0.08
[0/90/90/0]s	1.0	.035	.00	.00	.056	1.39	0.04	0.00	.00	0.07
[90/0/0/90]s	1.0	.035	.00	.00	.056	0.72	0.03	0.00	.00	0.05
[90/0/90/0]s	1.0	.035	.00	.00	.056	0.51	0.03	0.00	.00	0.04
[90/90/0/0]s	1.0	.035	.00	.00	.056	0.21	0.02	0.00	.00	0.03
[0/0/90/90]s	1.0	.035	.00	.00	.056	4.83	0.10	0.00	.00	0.16
[30/30/-60/-60]s	1.0	.522	.27	-.27	.552	2.87	1.01	1.33	.28	1.07
[45/45/-45/-45]s	1.0	.805	.00	.00	.842	1.00	0.81	0.57	.57	0.84
[60/60/-30/-30]s	1.0	.522	.27	.27	.553	0.35	0.35	0.10	.47	0.37
[90/90/0/0]s	1.0	.035	.00	.00	.056	0.21	0.02	0.00	.00	0.03



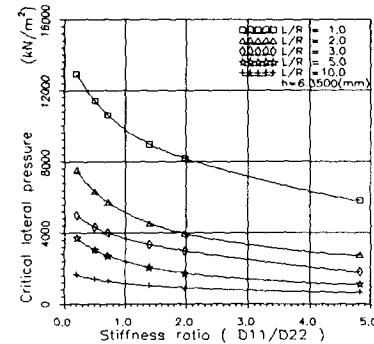
(a) The total thickness is 0.5385 mm



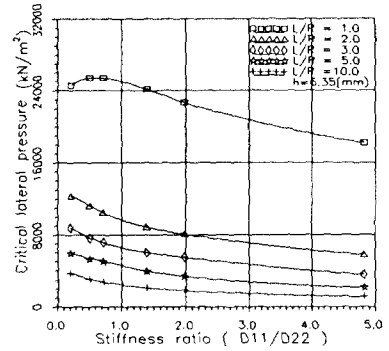
(b) The total thickness is 1.9050 mm



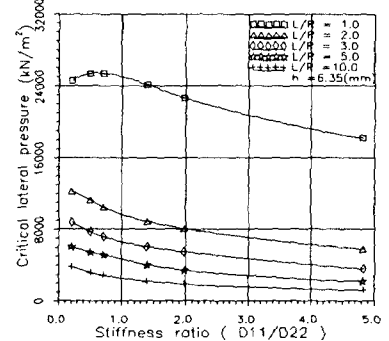
(c) The total thickness is 3.1750 mm



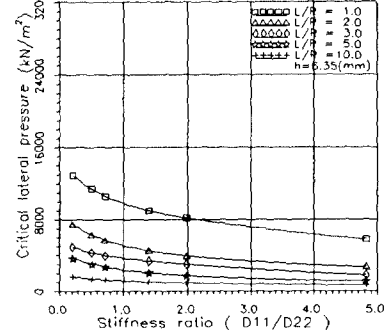
(d) The total thickness is 6.3500 mm



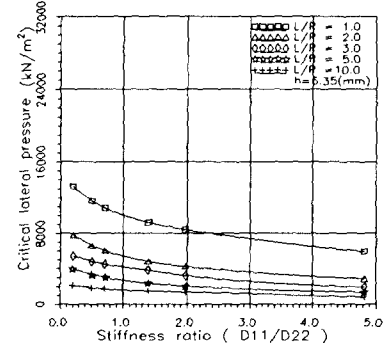
(a) SS1 boundary condition



(b) SS2 boundary condition



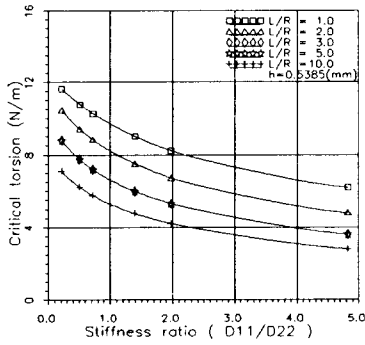
(c) SS3 boundary condition



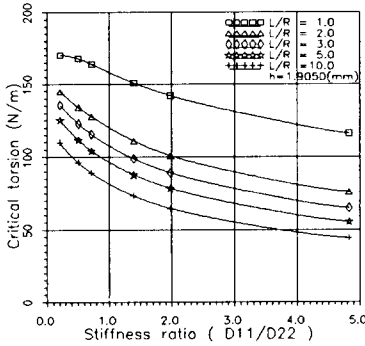
(d) SS4 boundary condition

Fig. 2 Critical lateral pressure versus stiffness ratio. (D_{11}/D_{22})

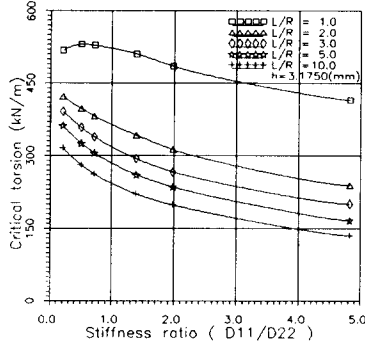
Fig. 3 Critical lateral pressure versus stiffness ratio (D_{11}/D_{22}). (The total thickness is 6.35 mm)



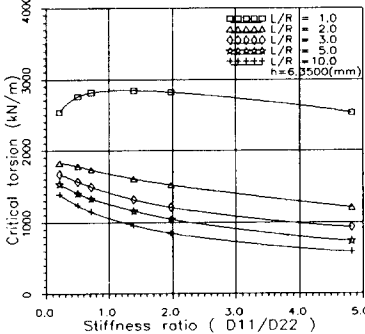
(a) The total thickness is 0.5385 mm



(b) The total thickness is 1.9050 mm

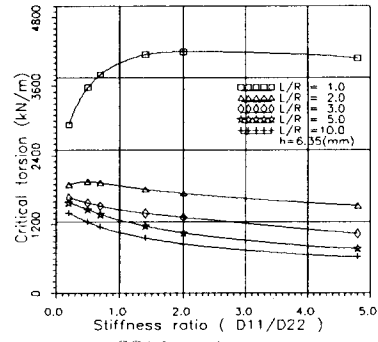


(c) The total thickness is 3.1750 mm

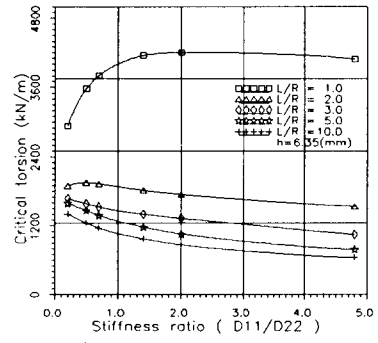


(d) The total thickness is 6.3500 mm

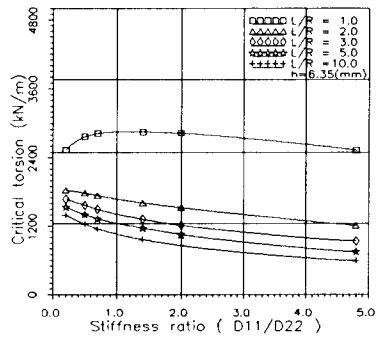
Fig. 4 Critical torsion versus stiffness ratio. (D_{11}/D_{22})



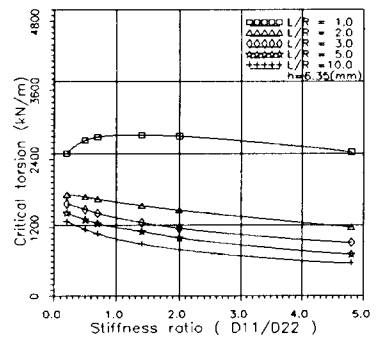
(a) SS1 boundary condition



(b) SS2 boundary condition

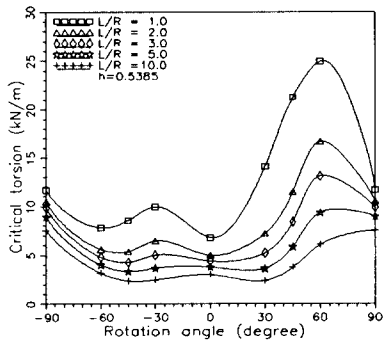


(c) SS3 boundary condition

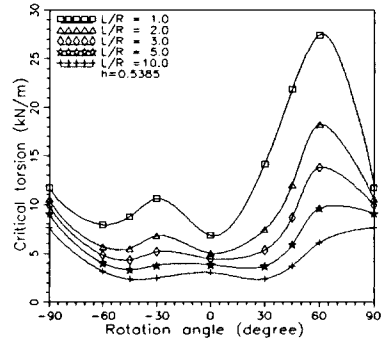


(d) SS4 boundary condition

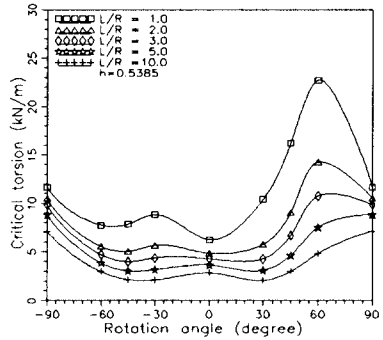
Fig. 5 Critical torsion versus stiffness ratio. (D_{11}/D_{22}) (The total thickness is 6.35 mm.)



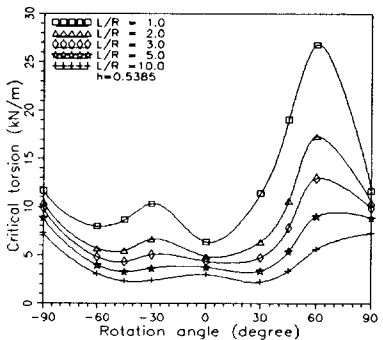
(a) SS1 boundary condition



(b) SS2 boundary condition



(c) SS3 boundary condition



(d) SS4 boundary condition

Fig. 6 Critical torsion versus rotation angle. (The total thickness is 6.35 mm)

른 임계하중의 변화를 나타낸 것이다. 여기서도 경계조건은 SS3으로 하였으며, 그림에서 보듯이 각각의 셀의 두께에 대하여 길이대 반경비(L/R)가 증가하면 임계하중이 감소하여 일정한 값으로 수렴함을 볼 수 있다. 즉, 굽힘강성의 비가 작을수록 임계하중치가 증가함을 알 수 있다. 그러나 횡방향 압력을 받고 있는 경우와는 달리 셀의 길이가 짧고 두께가 두꺼워지면 최대하중값을 보이는 굽힘강성비가 발생함을 볼 수 있다. 즉, $h=3.1750$ (mm)일 때는 $D_{11}/D_{22}=0.5$ 에서 $h=6.3500$ (mm)일 때는 $D_{11}/D_{22}=1.5$ 에서 최대하중값을 보임을 알 수 있다. 또한 셀의 두께가 증가하면 임계하중의 값이 전체적으로 증가함을 여기서도 볼 수 있다.

Fig. 5에서는 비틀림 하중을 받고 있는 경우의 각 경계조건에 대한 임계하중을 나타낸 것이다. 셀의 두께는 $h=6.3500$ (mm)으로 하였다. 여기서도 굽힘강성의 비가 감소할수록 임계하중치는 증가함을 보여주고 있지만, 길이가 짧고 두께가 두꺼워지면 굽힘강성비가 2.0 근처에서 최대하중값을 보이고 있음을 알 수 있다. 면내변위의 구속조건에 따른 경계조건의 영향은 횡방향 압력의 경우와 마찬가지로 SS3과 SS4일 때의 임계치가 SS1과 SS2일 때보다도 낮은 값을 보인다.

Fig. 6에서는 비틀림 하중을 받고 있을 때 Table 2의 2nd Block의 회전각의 변화에 따른 임계치의 변화를 보여주고 있다. 한 방향으로만 비틀림을 받고 있는 셀의 경우에 가장 효율이 좋은 적층방향이 존재함을 알 수 있다. 셀에서 반경대 길이의 비와 반경대 두께의 비에 따라 최적의 회전각이 변함을 볼 수 있다. 셀의 두께가 얇을 때에는 회전각이 60° 부근의 값에서 최대값을 보이고 있으며, 두께가 증가하면 45° 부근으로 이동되고 있음을 알 수 있다. 또한, 셀의 길이가 계속 증가하면 임계치는 일정한 값으로 수렴하고 있음을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 복합재 원통형셀이 기본 하중(축방향 압축하중, 횡방향 압력 및 비틀림 하중)을 받고 있을 때의 임계하중의 변화를 셀의 여러 주요한 인자들에 대하여 Parametric Study를 하였다. 즉, 셀의 임계하중에 영향을 미치는 인자들에 대하여 비교 평가함으로써 효율적인 적층방법을 제시하고자 하였다. 기본하중중 축방향 압축하중의 경우에는

굽힘강성의 비 $D_{11}/D_{22}=1$ 인 경우에 가장 큰 임계 하중 값을 보임을 참고문헌 (8)에서 제시하였으며, 본 연구에서는 횡방향 압력과 비틀림 하중을 받는 경우에 대한 결과를 요약한다.

(1) 횡방향 압력과 비틀림 하중을 받는 경우는 굽힘강성비가 작을수록 임계하중이 향상된다. 그러나 셸의 길이가 짧고 두께가 두꺼워지면, 횡방향 압력을 받을 때는 굽힘강성의 비가 0.5 일 때 (SS1과 SS2), 비틀림을 받을 때에는 굽힘강성의 비가 2.0 근처에서 효율적인 적층방법임을 알 수 있다.

(2) 길이대 반경비(L/R)가 증가하면, 횡압력이나 비틀림 하중 모두가 감소하여 일정한 값으로 수렴한다.

(3) 비틀림하중을 받고 있을 때에는 셸의 두께대 반경비(h/R)와 길이대 반경비(L/R)에 따라 최적의 회전각이 변한다. 셸의 두께가 얇을 때에는 회전각이 60° 부근에서 최적임을 보이며, 두께가 증가하면 회전각이 45° 부근에서 가장 높은 임계하중 값을 보여준다.

후 기

본 연구는 1991년도 한국과학기술단의 “핵심 전문 연구”과제의 연구비에 의하여 수행되었으며, 이에 감사의 뜻을 포함합니다.

참고문헌

- (1) Yamaki, N., 1984, “Elastic Stability of Circular Cylindrical Shells,” *North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics*, Elsevier Science Publishers B. V.
- (2) Donnell, L. H., 1933, “Stability of Thin-walled Tubes under Torsion,” *National Advisory Committee for Aeronautics(NACA)*, TR-479, Washington, D. C.
- (3) Hoff, N. J., 1955, “The Accuracy of Donnell’s Equations,” *J. of Applied Mechanics*, Vol. 22, No. 3, pp. 329~334.
- (4) Hess, T. E., 1961, “Stability of Orthotropic Cylindrical Shells Under Combined Loading” *Am. Rocket Society Journal*, Vol. 31, No. 2, pp. 237~246.
- (5) Sanders, J. L., 1963, “Nonlinear Theories of Thin Shells” *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 21, pp. 21~36.
- (6) Sheinman, I. and Simitzes, G. J., 1977, “Buckling Analysis of Geometrically Imperfect, Stiffened Cylinders under Axial Compression,” *J. of AIAA*, Vol. 15, pp. 374~382.
- (7) Simitzes, G. J., Sheinman, I. and Shaw, D., 1982, “Stability of Laminated Composite Shells Subjected to Uniform Axial Compression and Torsion” Interim Scientific Report to the Air Force Office of Scientific Research (Grant No. AFOSR 81-0227), AFOSR TR-82-XXXX, Georgia Institute of Technology, Atlanta.
- (8) Simitzes, G. J., 1982, “Analysis of the Non-linear large Deformation Behavior of composite cylindrical shells” Interim Scientific Report to the Air Force Office of Scientific Research (Grant No. AFOSR 81-0227), AFOSR TR-82-XXXX, Georgia Institute of Technology, Atlanta.
- (9) Simitzes, G. J. and Byoungkee, H., 1991, “Analysis of Anisotropic Laminated Cylindrical Shells Subjected to Destabilizing Load(part I : Theory and Solution Procedure),” *J. of Composite Structures*, Vol. 19, pp. 183~205.
- (10) Byoungkee H. and Simitzes G. J., 1991, “Analysis of Anisotropic Laminated Cylindrical Shells Subjected to Destabilizing Load(Part II : Numerical Results),” *J. of Composite Structures*, Vol. 19, pp. 183~205.
- (11) Simitzes, G. J. and Anastasiadis, J. S., 1992, “Shear Deformable Theories for Cylindrical Laminates-Equilibrium and Buckling with Applications,” *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 3, pp. 826~834.