

## 〈논 문〉

# 차체구조 모형의 조인트 해석에 관한 연구

문용모\* · 지태한\*\* · 박영필\*\*\*

(1995년 6월 20일 접수)

## A Study on the Joint Stiffness of Automotive Structural Model

Yong-mo Moon, Tae-han Jee and Young-pil Park

**Key Words :** Joint Stiffness(조인트강성), Equivalent Translational Spring(동가 병진스프링), Sensitivity Analysis(감도해석), Structural Modification(구조변경)

### Abstract

In building a finite element model of an automotive structure, the pillars and rockers are generally modeled as beam elements. The finite element modeling using beam elements is faster and more efficient than that using shell elements. A joint is defined as the intersection region of beam elements and generally modeled with coupled rotational springs. In this study, joint modeling technique is presented. First, the definitions of and analysis hypothesis for the joint are defined. Second, the evaluating method of the joint stiffness from the static test is proposed. This method is simpler than existing evaluating methods. Third, the sensitivity analysis method and updating algorithm for joint stiffness are presented. To verify these methods, the finite element results of structural models with rigid joints and rotational spring joints are compared with experimental results.

### I. 서 론

자동차 차체의 유한요소 모델을 작성함에 있어서 차체의 대부분은 강판으로 이루어져 있으므로 셀요소로 모델을 작성해야 한다. 그러나, 차체의 모든 부분을 셀요소로 모델링하게 되면 자유도가 많아지므로, 계산기의 용량·계산시간 때문에 초기 설계 단계처럼 모델변경이 잦은 경우에는 셀모델이 부적합하다. 그러므로, 초기 차체설계 단계에서는 필라(pillar)나 락커(rocker) 등의 부분과 같이 보형상을 가지는 부분에 대해서는 보요소로 모델링을 하게 된다. 이와 같은 보형상 구조물들이 자동차 하

중의 대부분을 감당하게 되므로 보와 보, 보와 환구조물 사이의 조인트의 해석이 하중의 전달을 밝히는데 중요하다. 특히, 이 조인트부들은 상대적으로 약한 부분이 되고 국부변형을 일으키는 원인이 되므로 유한요소 모델을 작성할 때 세밀한 주의를 필요로 한다. 차체해석의 초기단계에서는 보요소로 모델링할 때 보와 보가 만나는 조인트부를 강결합으로 모델링하는 것이 일반적이었다. 그러나, 이 방법은 차체의 정직·동직 특성을 잘 표현하지 못했다.

조인트해석의 초기단계에서 Chang<sup>(1)</sup>은 2차원 모델을 이용하여 조인트부의 유연성을 무시할 수 없음을 보여서 조인트부에 회전스프링 모델을 사용하는 것이 타당함을 밝혔고, Chon<sup>(2)</sup>은 차체 전체의 스트레인 에너지에 대한 각 조인트강성의 영향을 밝혔다. 그후 조인트부에 1개의 스프링을 사용한

\*회원, 한국과학기술연구원

\*\*회원, 연세대학교 대학원 기계공학과

\*\*\*회원, 연세대학교 기계공학과

모델링이 일반화되었고, 小野裕行 등<sup>(3)</sup>은 유한요소법을 이용한 조인트의 3자유도 스프링을 이용한 모델링 및 강성평가법을 제안하였다. 또, Lee<sup>(4)</sup>는 조인트의 일반적인 모델링 기법과 그에 필요한 가정 및 강성평가에 관한 방법을 제안하였다.

설계 변화량의 산출이나 수학적 모델을 개선하기 위하여, 변경하고자 하는 구조변수에 대한 동적파라미터의 감도를 이용하는 감도해석법이 많이 연구되었다. Fox 등<sup>(5)</sup>은 모달좌표계를 이용하여 고유벡터의 감도를 구하는 방법을 제안하였고, 孫國-<sup>(6)</sup>은 모달방법을 이용하는 구조변수의 추정법을 정리하였다. 또, 이 방법보다 간단하고 빠르게 고유벡터에 대한 감도를 구하는 방법을 Nelson<sup>(7)</sup>이 제안하였고, Lim<sup>(8)</sup>은 모달방법과 Nelson의 방법을 비교하였다.

본 연구에서는 차체조인트를 정의하고, 부재가 3개인 조인트의 일반적인 모델링 기법을 제시하였다. 특히 연성된 조인트 스프링의 강성값을 구하는 방안을 제시하였으며, 이를 간단하게 얻을 수 있는 정하중 실험기법을 제안하였다. 또한, Nelson의 방법을 이용하여 고유벡터의 감도를 구한 후, 이를 이용하여 조인트의 강성값을 변화시켜 유한요소해석 결과와 실험결과를 일치시키는 알고리즘을 제안하였다. 또, 이를 검증하기 위하여 차체구조 모형을 제작하고, 그에 대한 해석을 수행하였다.

## 2. 조인트 모델링 및 강성의 해석적 평가법

### 2.1 조인트의 모델링

자동차 차체의 유한요소 모델링에서 보와 보가 만나는 경우에 보의 기하학적 연속성이 없어지는 영역을 조인트로 정의한다. 실제 자동차의 경우 락커와 센터필라, 루프레일과 센터필라, 윈드실드필라와 부프 등 필라부의 끝나이 차체의 환구조 혹은 다른 보구조물과 만나는 경우가 이에 해당한다. 이와 같은 보구조물의 조인트부를 스프링으로 모델링한 후 강성행렬을 구성하여 보면, 강성행렬의 대각항의 크기에 비해 비 대각항의 크기가 0.1% 이하의 값이다. 이 값들은 실제모델을 해석하는데 큰 영향을 주지 못하므로 무시할 수 있다. 또, 실제 BIW(Body In White)의 경우 필라와 루프레일의 질량에 비해 조인트부의 질량은 5% 정도의 질량이며, 본 연구에 사용한 모델에서는 2%의 질량을 갖

는다. 따라서, 조인트부의 질량이 모델 전체의 동특성에 미치는 영향은 크지 않다. 그러므로, 자동차 조인트 모델링에 있어서 다음의 세 가지를 가정한다.

가정 1. 보의 강체운동은 모두 조인트의 회전강성에 의하고 병진운동은 강결합되어 있다고 한다.

가정 2. 회전강성의 좌표축 사이의 인성을 없는 것으로 한다.

가정 3. 조인트의 질량은 무시한다.

일반적인 Y자 조인트의 각 부재를 보요소로 모델링하고, 조인트부는 각 부재사이를 연결하는 회전스프링으로 모델링하면 Fig. 1과 같이 된다. 여기서 각 스프링은 X,Y,Z의 3축에 대해서 회전강성을 갖는 3자유도 스프링이다. 가정 2에 따라 조인트의 강성을 행렬형태로 표시하면식 (1)과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{array}{c} [K_b] + [K_c] - [K_c] \\ \cdot [K_c] \quad [K_c] + [K_a] - [K_a] \\ \cdot - [K_b] \quad - [K_a] \quad [K_a] + [K_b] \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \{\Theta_1\} \\ \{\Theta_2\} \\ \{\Theta_3\} \end{array} \right\} \\ & = \left\{ \begin{array}{l} \{M_1\} \\ \{M_2\} \\ \{M_3\} \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $[K_i]$ 는 조인트 강성행렬 ( $3 \times 3$ ,  $i = a, b, c$ ),  $\{M_i\}$ 는 조인트에 작용하는 모멘트벡터 ( $3 \times 1$ ,  $i = 1, 2, 3$ )이고,  $\{\Theta_i\}$ 는 조인트에서의 회전변위벡터 ( $3 \times 1$ ,  $i = 1, 2, 3$ )이다.

부재의 수가 3개인 경우 전체 설계수가  $N_j$ 개인 모델이라면 설계는  $6N_j$ 개의 자유도를 갖지만, 조인트와 연결되는 부분의 병진운동이 강결합인 조건을 적용하면 설계는  $6N_j - 6$ 의 자유도를 갖게 된다. 만약 부재의 수가 3이 아니고 임의의 수  $n_j$ 개

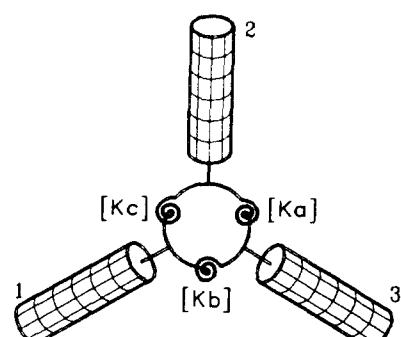


Fig. 1 Joint model of Y-type joint

이면 선계의 자유도는  $6N_j - 3(n_j - 1)$ 이 된다.

## 2.2 조인트의 강성의 해석적 평가법

식 (1)의 강성행렬은 특이행렬이 되므로, 하중과 변위를 측정한 후 식 (1)에 대입하고 역행렬을 취하여서는 조인트의 강성을 구할 수 없다. 따라서 이제까지 조인트부의 정확한 강성값을 해석적으로 구하는 것은 곤란하였다. 그러므로, 본 연구에서는 한번의 하중조건에 한 부재의 회전변위만을 측정해서 조인트의 강성을 구할 수 있는 방법을 제안한다. Fig. 2와 같이 부재 2를 고정하고, 부재 3에 하중을 가한 후 부재 3의 회전변위를 측정하는 경우를 생각하자(계산의 편의를 위해 스프링의 3자유도 중에서 어느 한 자유도만을 생각한다). 여기서 각 부재는 비틀림과 굽힘을 받지 않는 강체보라고 가정하면, 부재에 가해지는 모멘트에 의한 회전변위는 조인트의 스프링에 의해서만 발생하게 된다. 따라서, 이 모델의 강성을 계산하기 위하여 Fig. 3과 같은 등가 병진스프링 모델을 도입한다. 이 등가모델에서 강성을 계산하면, 식 (2)의 첫째 식이 성립하게된다. 여기서, 첨자 3-2는 2를 고정하고 3에 하중을 가하는 것을 의미한다. 다음에 경계조건과 하중조건을 바꾸어 가면서 식 (2)의 3개의 관계

식을 완성한다.

$$\begin{aligned} \left(K_a + \frac{K_b K_c}{K_b + K_c}\right) \Theta_{3-2} &= M_{3-2} \\ \left(K_b + \frac{K_c K_a}{K_c + K_a}\right) \Theta_{1-3} &= M_{1-3} \\ \left(K_c + \frac{K_a K_b}{K_a + K_b}\right) \Theta_{2-1} &= M_{2-1} \end{aligned} \quad (2)$$

이 연립방정식을 풀기 위해 다음의 세 상수를 정의 한다.

$$\alpha \triangleq \frac{M_{3-2}}{\Theta_{3-2}}, \quad \beta \triangleq \frac{M_{1-3}}{\Theta_{1-3}}, \quad \gamma \triangleq \frac{M_{2-1}}{\Theta_{2-1}} \quad (3)$$

식 (3)을 식 (2)에 대입하면 식 (2)는

$$\begin{aligned} \left(K_a + \frac{K_b K_c}{K_b + K_c}\right) &= \alpha \\ \left(K_b + \frac{K_c K_a}{K_c + K_a}\right) &= \beta \\ \left(K_c + \frac{K_a K_b}{K_a + K_b}\right) &= \gamma \end{aligned} \quad (4)$$

이 되고, 식 (4)를 정리하면

$$\begin{aligned} K_a \times K_b + K_b \times K_c + K_c \times K_a &= (K_b + K_c) \times \alpha \\ K_a \times K_b + K_b \times K_c + K_c \times K_a &= (K_c + K_a) \times \beta \\ K_a \times K_b + K_b \times K_c + K_c \times K_a &= (K_a + K_b) \times \gamma \end{aligned} \quad (5)$$

이 된다. 식 (5)를 연립해서 스프링의 강성을 구하면

$$K_c = \frac{-\alpha \times \beta + \beta \times \gamma + \gamma \times \alpha}{\alpha \times \beta - \beta \times \gamma + \gamma \times \alpha} \times K_a \triangleq n_1 \times K_a \quad (6)$$

$$K_b = \frac{\alpha \times \beta + \beta \times \gamma - \gamma \times \alpha}{\alpha \times \beta - \beta \times \gamma + \gamma \times \alpha} \times K_a \triangleq n_2 \times K_a \quad (7)$$

$$\begin{aligned} K_a &= \frac{(n_1 + n_2) \times \alpha}{n_1 \times n_2 + n_2 + n_1} \\ &= \frac{(1 + n_1) \times \beta}{n_1 \times n_2 + n_2 + n_1} \\ &= \frac{(1 + n_2) \times \gamma}{n_1 \times n_2 + n_2 + n_1} \end{aligned} \quad (8)$$

와 같이 조인트강성의 해석해를 얻을 수 있고, 나머지 자유도에 대해서도 같은 방법으로 구할 수 있다. 정하중 실험에서 하중과 변위값을 얻고 식 (6) ~ (8)에 대입하면 각 조인트의 강성값을 구할 수 있다. 이 방법을 이용하면 기존에 사용하던 방법과 달리 간단한 실험만을 이용하여 정확한 조인트의 정적 강성값을 얻을 수 있고, 계산도 편리하게 된다.

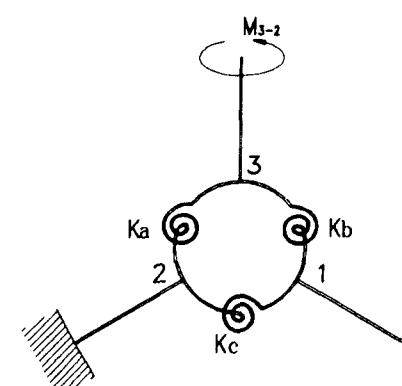


Fig. 2 Rotational spring joint model applied static moment

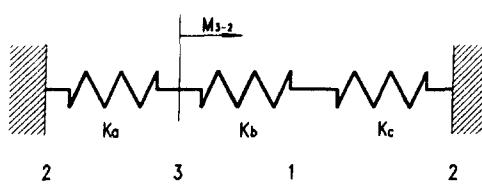


Fig. 3 Equivalent translational spring model

### 3. 감도해석

#### 3.1 고유치에 대한 감도

$n$ 차의 비감쇠계의 운동방정식은 다음 식과 같다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (9)$$

여기서,  $[M]$ ,  $[K]$ 는  $n \times n$ 의 질량, 강성행렬로 대칭행렬이고  $\{x\}$ ,  $\{F\}$ 는  $n$ 차원의 변위, 힘벡터이다. 또, 원식을 고유치 문제로 놓으면 다음과 같다.

$$([K] - \lambda_r[M])\{\phi_r\} = \{0\} \quad (10)$$

여기서,  $\lambda_r$ 은  $r$ 번째 고유치를,  $\{\phi_r\}$ 는  $r$ 번째 고유벡터를 의미한다. 식 (10)의 양변을 구조변수  $P_i$  ( $i = 1, \dots, N$ )로 편미분하면

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial[K]}{\partial P_i} - \lambda_r \frac{\partial[M]}{\partial P_i} \right) \{\phi_r\} - \frac{\partial \lambda_r}{\partial P_i} [M]\{\phi_r\} \\ & + ([K] - \lambda_r[M]) \frac{\partial\{\phi_r\}}{\partial P_i} = \{0\} \end{aligned} \quad (11)$$

이 된다. 식 (11)의 양변에  $\{\phi_r\}^T$ 를 곱하면

$$\begin{aligned} & \{\phi_r\}^T \left( \frac{\partial[K]}{\partial P_i} - \lambda_r \frac{\partial[M]}{\partial P_i} \right) \{\phi_r\} - \frac{\partial \lambda_r}{\partial P_i} \{\phi_r\}^T [M] \\ & \times \{\phi_r\} + \{\phi_r\}^T ([K] - \lambda_r[M]) \frac{\partial\{\phi_r\}}{\partial P_i} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

이 된다. 여기서, 식 (12)의 세번째 항의  $\{\phi_r\}^T ([K] - \lambda_r[M])$ 은 식 (10)의 전치행렬이므로  $\{0\}^T$ 가 된다. 그리고, 고유벡터가 질량에 대해 정규화되어있다면, 두번째 항의  $\{\phi_r\}^T [M]\{\phi_r\}$ 는 1이므로 식 (12)를 정리하면 고유치의 구조변수에 대한 감도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial \lambda_r}{\partial P_i} = \{\phi_r\}^T \left( \frac{\partial[K]}{\partial P_i} - \lambda_r \frac{\partial[M]}{\partial P_i} \right) \{\phi_r\} \quad (13)$$

#### 3.2 고유벡터에 대한 감도(Nelson의 방법<sup>(7)</sup>)

식 (11)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \{[K] - \lambda_r[M]\} \frac{\partial\{\phi_r\}}{\partial P_i} \\ & = - \left\{ \frac{\partial[K]}{\partial P_i} - \lambda_r \frac{\partial[M]}{\partial P_i} - \frac{\partial \lambda_r}{\partial P_i} [M] \right\} \{\phi_r\} \end{aligned} \quad (14)$$

계산을 간단히 하기위해, 이식을 다음과 같이 정의한다.

$$[G] \frac{\partial\{\phi_r\}}{\partial P_i} = \{f\} \quad (15)$$

여기서,  $[G]$ 의 차수(rank)는  $n-1$ 이고,  $\{\phi_r\}$ 은  $[G]$ 의 영공간(nullspace) 중의 하나이다. 즉,

$$[G]\{\phi_r\} = \{0\} \quad (16)$$

여기서, 식 (15)의 해를  $\{\sigma\}$ 라 하면,

$$[G]\{\sigma\} = \{f\} \quad (17)$$

이고, 임의의 상수  $\gamma$ 에 대해서

$$[G]\{\{\sigma\} + \gamma\{\phi_r\}\} = \{f\} \quad (\because [G]\gamma\{\phi_r\} = \{0\}) \quad (18)$$

이 된다. 따라서 고유벡터에 대한 감도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial\{\phi_r\}}{\partial P_i} = \{\sigma\} + \gamma\{\phi_r\} \quad (19)$$

또, 식 (16)의 좌변에서 임의의  $p$ 번째 행과 열을 분리하여 다시 쓰면

$$\begin{bmatrix} [G_{jj}] & \{G_{jp}\} [G_{nj}]^T \\ \{G_{jp}\}^T & G_{pp} \{G_{np}\}^T \\ [G_{nj}] & \{G_{np}\} [G_{nn}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\phi_j\} \\ \phi_p \\ \{\phi_n\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ 0 \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

이 되고, 식 (20)의 좌변의  $p$ 열을 우변으로 이항하면

$$\begin{bmatrix} [G_{jj}] & [G_{nj}]^T \\ \{G_{jp}\}^T & \{G_{np}\}^T \\ [G_{nj}] & [G_{nn}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\phi_j\} \\ \{\phi_n\} \end{Bmatrix} = -\phi_p \begin{Bmatrix} \{G_{jp}\} \\ G_{pp} \\ \{G_{np}\} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

이 된다. 이 식의 좌변은 차수(rank)가  $n-1$ 이고, 크기가  $n \times (n-1)$ 인 행렬이므로  $p$ 번째 열은 서로 독립적인 나머지  $n-1$ 열의 선형조합으로 표현 가능하다. 따라서, 식 (21)의  $p$ 행을 소거하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} [G_{jj}] & [G_{nj}]^T \\ [G_{nj}] & [G_{nn}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\phi_j\} \\ \{\phi_n\} \end{Bmatrix} = -\phi_p \begin{Bmatrix} \{G_{jp}\} \\ \{G_{np}\} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

여기서, 식 (22)의 좌변의 행렬을 다음과으로 정의한다.

$$\begin{bmatrix} [G_{jj}] & [G_{nj}]^T \\ [G_{nj}] & [G_{nn}] \end{bmatrix} \triangleq [g] \quad (23)$$

또, 식 (17)을 같은 방법으로 정리하면

$$\begin{Bmatrix} \{\sigma_j\} \\ \{\sigma_n\} \end{Bmatrix} = [g]^{-1} \left\{ -\phi_p \begin{Bmatrix} \{G_{jp}\} \\ \{G_{np}\} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{f_j\} \\ \{f_n\} \end{Bmatrix} \right\} \quad (24)$$

여기서,  $\sigma_p=0$ 인  $\{\sigma\}$ 를 선택하면 식 (24)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \{\sigma_j\} \\ \{\sigma_n\} \end{bmatrix} = [g]^{-1} \begin{bmatrix} \{f_j\} \\ \{f_n\} \end{bmatrix}, \quad \{\sigma\} = \begin{cases} \{\sigma_j\} \\ 0 \\ \{\sigma_n\} \end{cases} \quad (25)$$

또,  $\gamma$ 를 구하기 위하여  $\{\phi_r\}^T [M] \{\phi_r\} = 1$ 의 양변을 구조변수로 미분하면

$$2 \frac{\partial \{\phi_r\}^T}{\partial P_i} [M] \{\phi_r\} + \{\phi_r\}^T \frac{\partial [M]}{\partial P_i} \{\phi_r\} = 0 \quad (26)$$

와 같이 된다. 여기에 식 (19)을 대입하면

$$2\{\phi_r\}^T [M]\{\sigma\} + \gamma\{\phi_r\} + \{\phi_r\}^T \frac{\partial [M]}{\partial P_i} \{\phi_r\} = 0 \quad (27)$$

이고, 식 (27)을 정리해서  $\gamma$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\gamma = -\frac{1}{2} \left( 2\{\phi_r\}^T [M]\{\sigma\} + \{\phi_r\}^T \frac{\partial [M]}{\partial P_i} \{\phi_r\} \right) \quad (27)$$

식 (25)와 식 (28)을 식 (19)에 대입하면, 고유벡터의 설계변수에 대한 감도를 구할 수 있다. 이 방법은 관심있는 몇 개의 고유모드만 사용하므로, 모든 고유모드를 사용하는 모달좌표계를 이용하는 방법에 비해 계산시간이 빠르다. 또한, 이 방법을 사용할 때  $p$ 항을 고유벡터의 항중 되도록 큰 항으로 설정하는 것이 계산의 정확도를 높이는데 좋다.

### 3.3 구조변경량의 산출

감도해석을 이용하여 구조변경량을 계산하기 위해서는 우선 목적함수가 있어야 하는데, 여기서는 실험에서 구한 고유진동수와 고유모드를 목적함수로 하였다. 또한, 조인트의 강성값을 구조변수로 하였는데, 되도록이면 실제값에 근접한 초기값을 사용해야 한다. 만일 초기값이 물리적 의미가 없는 값이라면 결과 역시 물리적 의미가 없는 값에 수렴할 가능성성이 높다. 따라서 본 연구에서는 정하중 실험으로 구한 강성값을 초기값으로 사용하였다.

조인트의 강성값을 변화시켜 원하는 고유진동수와 고유모드를 얻는 알고리즘을 다음과 같이 구현하였다. 실험에서 구한 고유진동수가  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ 이고 이에 대응하는 고유모드가  $\{\phi_1\}, \{\phi_2\}, \dots, \{\phi_n\}$ 라면 이때의  $i$ 번째 고유치는  $\lambda_i = (2\pi\omega_i)^2$ 이 된다. 이 경우 목적함수  $\{h\}$ 를 다음과 같이 놓는다.

여기서 목적함수는 목표로 하는 임의의  $l$ 개의 고유치와 임의의  $m$ 개의 고유벡터로 구성된다.

$$\{h\} = \begin{cases} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_l \\ \{\phi_1\} \\ \{\phi_2\} \\ \vdots \\ \{\phi_m\} \end{cases} \quad (28)$$

이 목적함수는 구조변수  $P_i$ 의 함수이므로 초기값을  $\bar{P}_i$ 라면, 다음과 같이泰일러 급수전개 할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \{h(P_1, P_2, \dots, P_N)\} \\ &= \{h(\bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots, \bar{P}_N)\} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial \{h\}}{\partial P_i} (P_i - \bar{P}_i) \end{aligned}$$

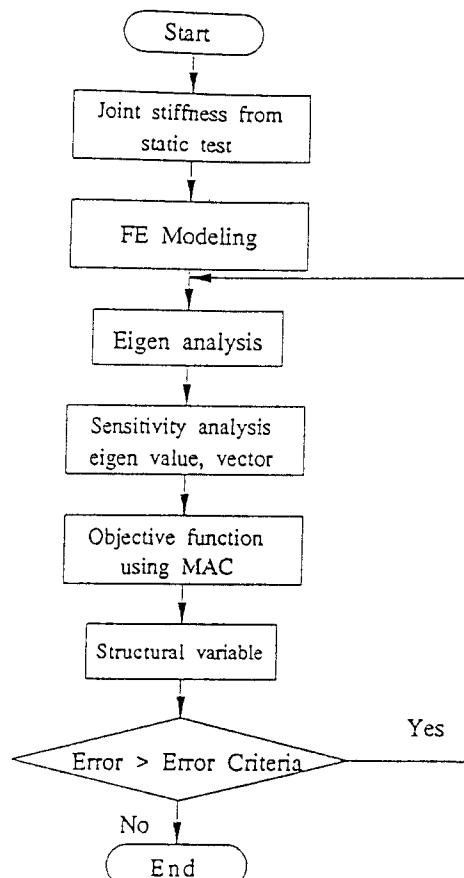


Fig. 4 Updating algorithm

$$+ \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 \{h\}}{\partial P_i^2} (P_i - \bar{P}_i)^2 + \dots \quad (29)$$

이 식에서 2차 이상의 고차항을 무시하고 정리하면,

$$\{\Delta h\} = \left[ \frac{\partial \{h\}}{\partial \{P\}} \right] \{\Delta P\} \quad (30)$$

이 된다. 여기서, 구조변경량  $\{\Delta P\}$ 를 구하기 위하여 의역행렬을 구하여 양변에 곱하면 식 (30)은 다음의 식 (31)과 같아진다.

$$\{\Delta P\} = \left[ \frac{\partial \{h\}}{\partial \{P\}} \right]^+ \{\Delta h\} \quad (31)$$

의역행렬의 계산방법에는 여러 가지가 있지만 본 연구에서는 구조변수의 수와 목적함수의 수가 항상 같지는 않으므로 특이값분해를 이용하는 의역행렬법<sup>(9)</sup>을 사용했다. 이상에서 설명한 구조변수의 계산순서를 Fig. 4에 나타내었다.

#### 4. 모형차 조인트의 모델링

##### 4.1 차체구조 모형

본 연구에서 제안한 자동차 조인트강성의 계산 및 모델링기법을 적용하기 위하여 실제차의 1/2정도 길이의 차체구조 모형을 제작하였다. Fig. 5에

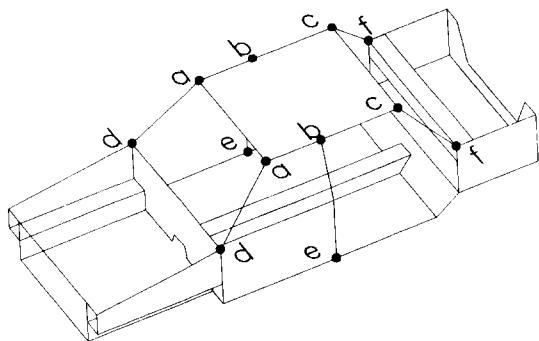


Fig. 5 Automotive Structural model and joints

차체구조 모형의 모양을 나타내었다. 각 필라부는  $20 \times 10 \text{ mm}$ , 두께  $1 \text{ mm}$ 의 사각 스테인레스판을 사용하였고, 나머지 보 부분은  $10 \times 10 \text{ mm}$ 와  $15 \times 15 \text{ mm}$ , 두께  $1 \text{ mm}$ 의 사각 스테인레스판을 사용하였으며, 판 부분은 두께  $1.2 \text{ mm}$ 의 강판을 사용했다. 각 부재들은 용접하여 결합하였고, 자동차 조립시 사용되는 접용접의 효과를 극사하기 위하여 판재와 판재, 보와 판재의 용접은 단속적으로 하였다. 여기서, a~f는 조인트부를 나타낸다.

차체구조 모형에 대한 유한요소해석을 위하여 유한요소해석 프로그램인 ANSYS를 이용하여 Fig. 6

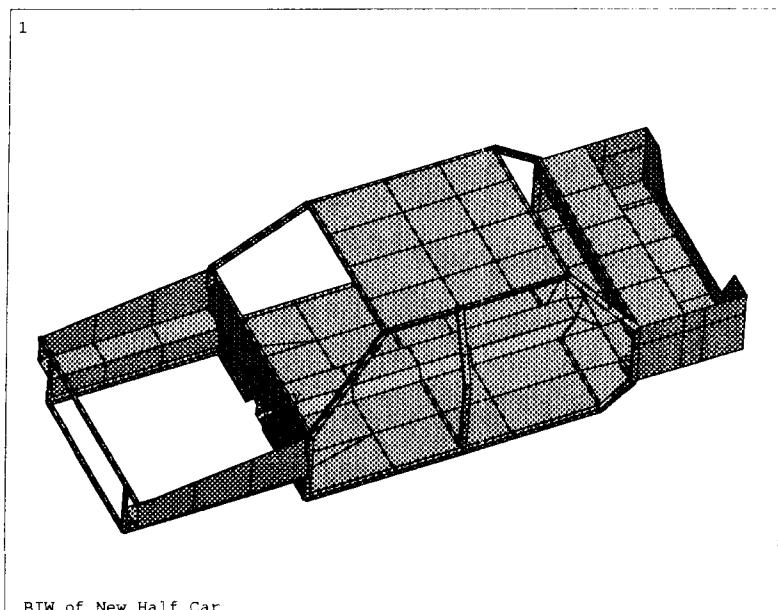


Fig. 6 FE model of automotive structural model

과 같이 유한요소 모델을 작성하였다. 보요소는 BEAM 4, 판요소는 SHELL 63을 사용하였고, 모델의 총 자유도는 1248이고, 셀 요소는 127개 보요소는 128개를 사용하였다.

#### 4.2 모형차 조인트 해석

차체구조 모형에는 Fig. 5의 a~f와 같은 6 가지의 조인트가 각 2개씩 12개 있다. 이들 조인트는 크게 T-형과 모서리형의 두 가지로 구분할 수 있다. T-형 조인트는 b, c 4개이고, 모서리형 조인트는

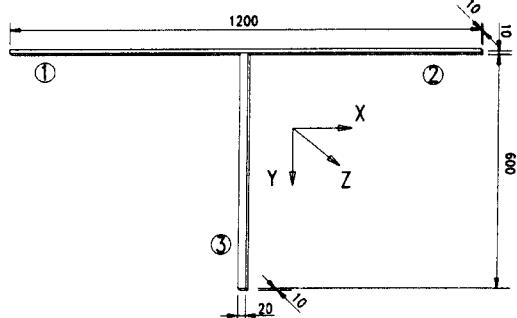


Fig. 7 T-type joint

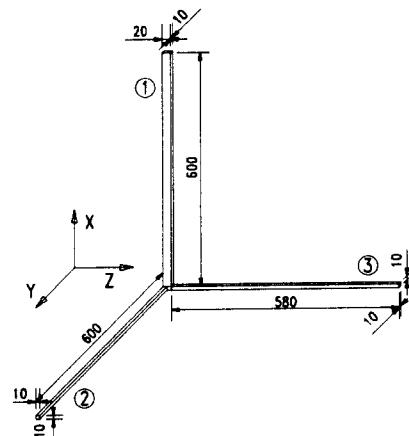


Fig. 8 Edge-type joint

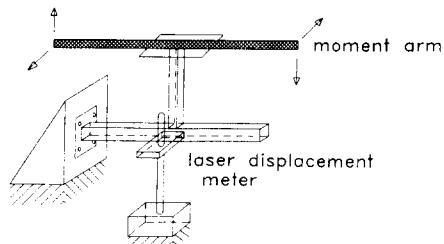


Fig. 9 Experimental setup of static load test

Table 1 Static loat test results of T-type joint(mm)

Moment		Measuring point ①	Measuring point ②	Distance
$M_{1-2}$	X	-0.135	-0.44	15
	Y	1.753	1.5875	12
	Z	1.008	1.1975	12
$M_{1-3}$	X	-0.18	0.138	10
	Y	1.638	1.7725	13
	Z	2.0275	2.3225	12

Table 2 Static loat test results of edge-type joint(mm)

Moment		Measuring point ①	Measuring point ②	Distance
$M_{2-1}$	X	-1.42	-1.232	14.5
	Y	-0.14	0.138	13.5
	Z	-0.011	0.16	6.5
$M_{2-3}$	X	-0.09	-0.25	9
	Y	-0.0212	0.122	7.5
	Z	1.518	1.356	11

a, c, d, f의 8개가 있다. 이중 강성이 비교적 약해서 강결합으로 모델링할 경우 오차가 클것으로 예상되는 천정과 필라의 연결조인트 2개의 모형을 제작, 해석하였다. Fig. 7과 Fig. 8에 각 조인트의 형상과 치수를 나타내었다.

이 두 가지의 모형에 대해 Fig. 9와 같은 방법으로 정하중 실험을 수행하였다. 정하중 실험에서는 부재 변형의 영향을 배제하기 위하여 각 부재의 길이가 200 mm인 모델을 사용하였고, 모멘트암은 길이 900 mm이고, 추는 1 kg의 것을 모멘트암 양끝단에 달아 실험하였다. 조인트의 각 측정점에서의 거리의 변화는 레이저변위계를 이용하여 측정하였다. Table 1과 Table 2에 정하중 실험에서 얻은 변위 값을 각각의 모델에 대하여 보여준다. 각 Table에서 측정점 ①과 ②는 인접한 두 측정점을 나타내고, 거리는 두점사이의 길이를 측정한 것이다. 즉, 정하중을 가한후 조인트의 인접한 두 측정점에서 축방향의 변위를 측정한 후, 이 변위차와

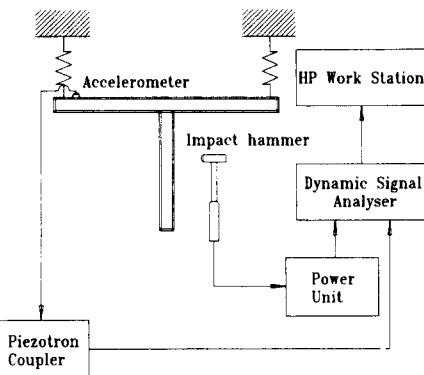


Fig. 10 Experimental setup of impact test

두 측정점사이의 길이를 이용하여 회전변위를 계산하였다.

또, Fig. 7과 Fig. 8에 보인 조인트 모형에 대해서 자유-자유 상태로 충격가진 실험을 하여 실험모드해석을 수행하였다. 실험모드해석은 상용 소프

Table 3 Joint stiffness values of T-type joint ( $\times 10^2 \text{ Nm/rad}$ )

	Static load test			Sensitivity analysis		
	X	Y	Z	X	Y	Z
K <sub>a</sub>	1.0299E2	6.5236E2	1.3130E2	1.0299E2	7.1932E2	6.9321E2
K <sub>b</sub>	3.5105E2	3.9578E2	4.5570E2	3.5105E2	8.0469E2	7.7904E2
K <sub>c</sub>	3.5105E2	3.9578E2	4.5570E2	3.5105E2	5.4098E2	8.1500E2

Table 4 Joint stiffness values of edge-type joint ( $\times 10^2 \text{ Nm/rad}$ )

	Static load test			Sensitivity analysis		
	X	Y	Z	X	Y	Z
K <sub>a</sub>	2.3759E2	3.5235E2	4.9993E2	9.2717E2	5.6799E2	5.3871E2
K <sub>b</sub>	5.1807E2	3.1432E2	1.4090E2	6.0082E2	2.6520E3	5.0943E2
K <sub>c</sub>	5.1807E2	1.6946E2	3.1882E2	6.0077E2	5.6119E2	4.5763E2

Table 5 Natural frequencies of T-type joint (Hz)

Mode	Experiment	Shell model	Rigid joint model	Spring joint model	
				Static load test	Sensitivity analysis
1	33.78	38.95	39.68	24.69	33.78
2	34.44	44.67	45.61	31.38	34.44
3	40.02	44.77	45.65	36.99	40.02

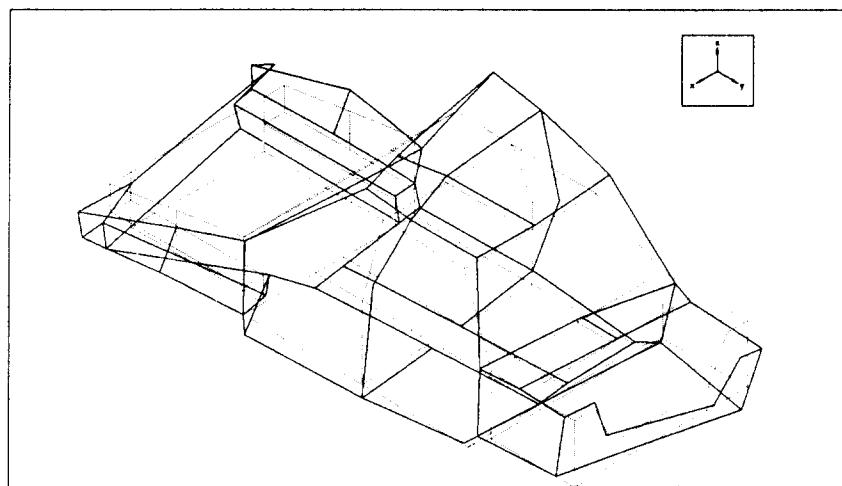
트웨어인 LMS CADA-X를 사용하여 수행하였으며, Fig. 10에 총격가진 실험장치를 나타내었다. 여기서 얻은 고유진동수와 고유모드를 이용해서 감도해석을 수행하였다. Table 3과 Table 4에 각 모형의 강성값을 비교했고, Table 5와 Table 6에 고

유진동수를 비교하였다.

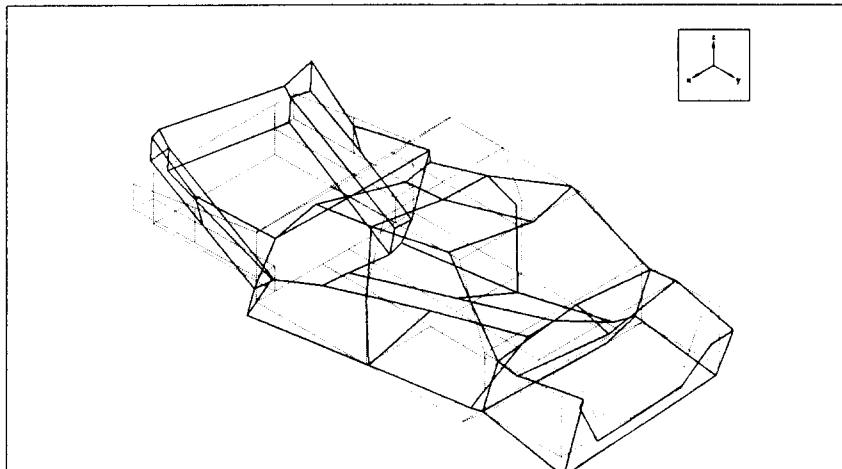
Table 3과 Table 4를 비교해 보면 정하중에 의해 얻은 조인트의 강성값이 감도해석으로 얻은 값보다 작은 것을 알 수 있다. 이것은 식 (6)~(8)의 유도과정에서 보 자체의 변형에 의한 회전변위를

**Table 6** Natural frequencies of edge-type joint(Hz)

Mode	Experiment	Shell model	Rigid joint model	Spring joint model	
				Static load test	Sensitivity analysis
1	29.24	27.30	36.33	27.20	29.76
2	32.44	36.44	39.30	29.42	32.67
3	41.15	46.12	46.25	35.39	38.84



(a) 1st mode (24.15Hz)

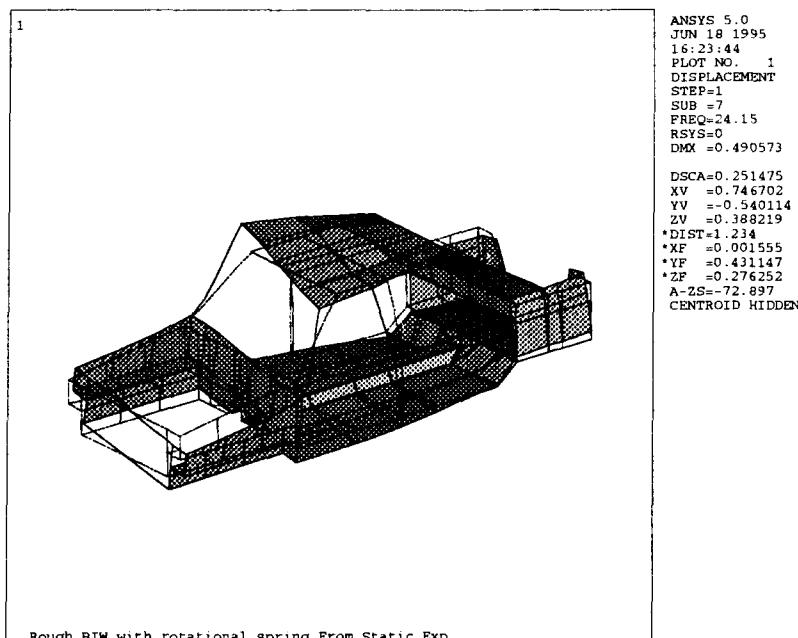


(b) 2nd mode (25.61Hz)

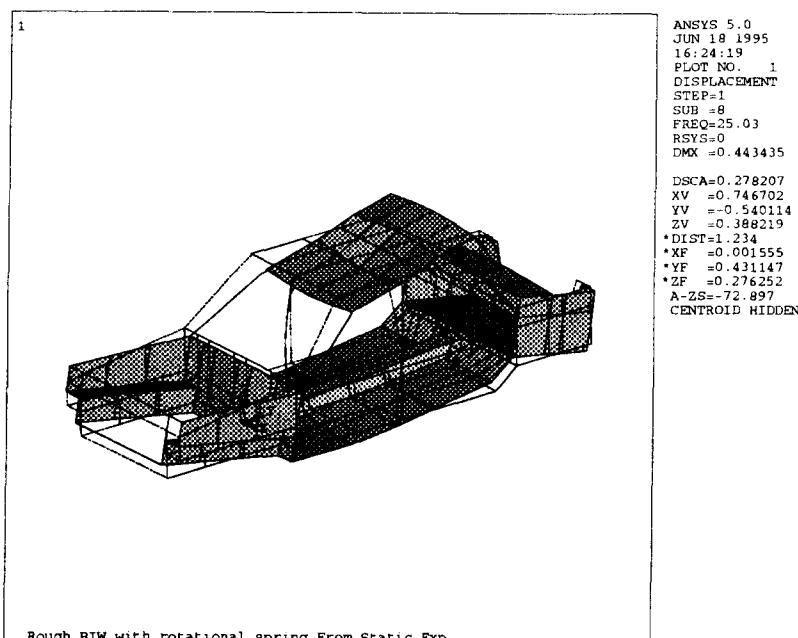
**Fig. 11** Experimental mode shape of automotive structural model

고려하지 않았기 때문에 생긴 오차로 볼 수 있으며, 부재의 길이가 작다면 이 오차는 무시 가능하고, 또 감도해석으로 보정할 수 있기 때문에 고려

하지 않았다. Table 5와 Table 6에서 실험은 총격 가진실험으로 구한 고유진동수 결과이며, 셀모델은 각각의 조인트 부재를 웹오소로 모델링한 결과이



(a) 1st mode (24.15Hz)



(b) 2nd mode (25.03Hz)

**Fig. 12** FE mode shape of automotive structural model

Table 7 Natural frequencies of automotive structural model(Hz)

Mode	Experiment	Rigid joint model	Spring joint model		Mode shape
			Static load test	Sensitivity analysis	
0	—	29.11	—	—	Local bending of the roof
1	24.57	30.72	24.15	26.02	1st torsion
2	25.61	33.18	25.03	26.21	1st bending
3	32.04	—	27.73	30.24	2nd torsion
4	33.57	40.30	34.87	36.48	Torsion+Bending

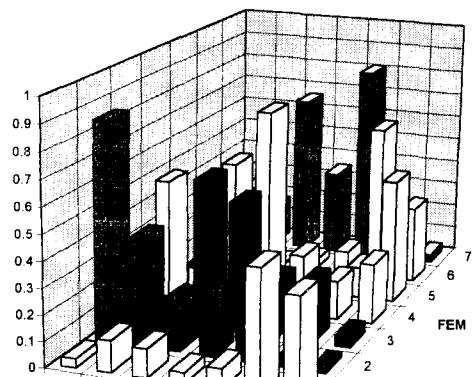
고, 강결합모델은 조인트 부재는 보요소로 모델링 하였으나 조인트부를 강결합으로 처리한 결과이다. 또 조인트모델은 조인트 부재를 보요소로 모델링하고 조인트에 회전스프링을 도입하여 해석한 결과로써, 정하중 실험은 정하중 실험에서 구한 스프링상수 값을 사용한 결과이고, 감도해석은 실험에서 구한 고유진동수와 고유모드를 목적함수로 하여 감도해석으로 구한 스프링상수 값을 사용하여 구한 결과이다. 각 Table에서 셀모델과 강결합모델은 실험결과보다 상당히 높은 값을 나타내는 것을 알 수 있다. 기계구조물의 유한요소해석에서 셀모델의 경우가 보모델보다 사용자유도는 많으나 해석정도는 좋은것이 일반적이나, 본 연구의 경우 오히려 정도가 떨어지는 것은 조인트부의 유연성을 고려하지 않고 셀과 셀을 강결합으로 처리하였기 때문이다.

### 4.3 모형차의 해석결과

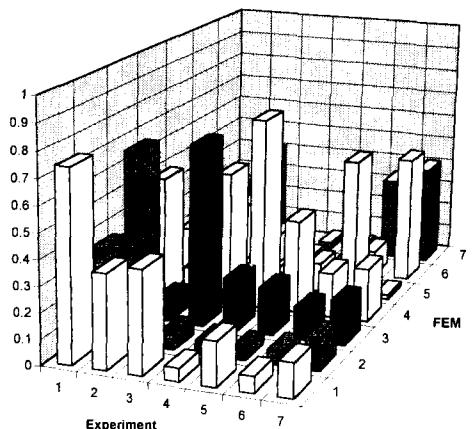
앞 절에서 얻은 조인트의 강성값을 이용하여 모형차의 유한요소 모델에 대입하여 모드특성을 구하여 보았고, 제작한 모형차의 앞뒤의 4부분을 스프링으로 구조물에 연결하여 충격가진실험을 수행하였다. 실험에서 얻은 신호를 실험 모드해석을 수행해서 모드특성을 구했다. Fig. 11에 실험모드해석을 통해 구한 1차와 2차의 고유진동수와 고유모드를 나타내었고, Fig. 12는 정하중 실험에서 구한 스프링상수 값을 이용한 유한요소 모델의 1차와 2차의 고유진동수와 고유모드를 나타내었다. 또 Table 7에서는 실험에서 구한 고유진동수와 조인트 모델을 사용하지 않고 강결합시킨 경우, 조인트 모델을 사용한 경우의 고유진동수를 비교하였다. 각 경우의 모드를 실험과 비교해 보기 위해 MAC (Modal Assurance Criterion) 값을 Fig. 13에 나타

내었다. 고차로 갈수록 국부모드가 많이 나오기 때문에 Table 7에는 다섯 개의 모드를 비교하고 각 모드형상을 설명하였고, Fig. 13에는 8차까지 비교하였다.

실험결과와 해석결과를 비교해 보면 다음을 알 수 있다. 첫째, 모형차의 조인트를 고려하지 않고 보와 보를 강결합으로 모델링하여 유한요소해석을 하면, Table 7과 같이 강결합 보모델이 실험에 비해 고유진동수가 전체적으로 높은 것을 알 수 있다. 여기서, 1차 비틀림모드의 경우 30.72 Hz로 실험에 비해 25% 정도 높다. 또한, Fig. 13(a)에서도 볼 수 있듯이 강결합 유한요소해석의 첫번쩨 모드는 실험에는 나타나지 않는 천정부의 국부모드로 모델링의 오차에 의한 결과로 볼 수 있다. 둘째, 정하중 실험을 통하여 얻은 조인트의 강성값을 천정부의 조인트에 대입하고, 밀판과 필라부의 조인트는 강결합으로 모델링하여 유한요소해석을 수행하면, 이 모델의 경우 1차 비틀림모드는 24.15 Hz로 약간 낮고, 전체적인 고유진동수도 조인트 모형의 해석과정에서 보인 것(Tables 5, 6)과 마찬가지로 약간 낮은 경향을 보인다. 이 모델의 경우 강결합의 경우에 나타나던 0차 국부 모드는 나타나지 않았다. 또, Fig. 13(b)에 나타나듯이 MAC값이 두드러지는 향이 많아 강결합의 경우 보다 모드 판정이 좀 더 용이함을 알 수 있다. 세째, 조인트의 감도해석을 수행한 후 얻어진 강성값을 모델에 대입하고 해석을 수행하면, 이 경우의 1차 비틀림모드는 26.02 Hz로 실험에 비해 5.9%정도 높은 값을 나타낸다. Fig. 13(c)를 보면, 이 모델 역시 강결합만으로 모델링했을 경우에 나타나는 0차의 국부모드는 보이지 않으며, Fig. 13(b)와 거의 같은 것을 알 수 있다.



(a) Experiment and rigid joint



(b) Experiment and spring joint static load test)

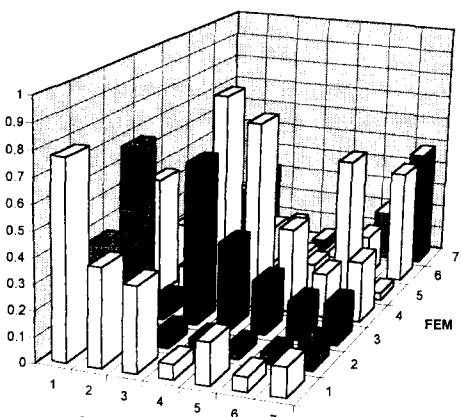


Fig. 13 Comparison of MAC values

## 5. 결 론

자동차 조인트를 모델링하고, 정적·동적실험과 감도해석을 수행하여 조인트의 강성값을 구하고, 모형차의 유한요소 모델을 작성하고 해석하여 실험 결과와 비교하여 본 후 다음의 결론을 얻었다.

(1) 일반적인 Y자형 조인트의 해석적인 강성값을 제시하였으며, 이를 구할 수 있는 정하중 실험 기법을 제안하였다.

(2) 자체 세작한 모형차의 두 가지 형태의 조인트에 대해 제안한 정하중 실험에 의한 강성값을 대입한 조인트 모델의 모달특성과 실험결과를 비교하여 제안한 방법의 타당성을 확인하였다.

(3) 감도해석을 이용하여 강성값을 얻는 알고리즘의 초기값으로 제안한 정하중 실험으로 구한 강성값을 사용하는 것이 의미있고 타당하다는 것을 확인하였다.

(4) 위의 두 가지 방법으로 구한 강성값(정하중 실험에 의한 강성값과 감도해석에 의한 구조변경 알고리즘으로 구한 강성값)을 모형차에 대입하여 해석한 결과와 실험결과를 비교하여 제안한 방법의 타당성을 확인하였으며, 실제 조인트구조물에의 응용이 가능함을 보였다.

## 참고 문헌

- Chang, D. C., 1974, "Effects of Flexible Connections on Body Structural Response," *SEA Paper* 740041.
- Chon, C. T., 1986, "Sensitivity of Total Strain Energy of a Local Joint Stiffness," *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 10, pp. 1391~1395.
- 小野裕行 外, 1990, "車體構造における結合剛性-第1報 結合剛性の評価方法," 日本自動車技術会論文集, No. 43, pp. 138~142
- Lee, K. J., 1992, *Modeling and Identification of Flexible Joints in Vehicle Structures*, Ph. D thesis, Virginia Polytechnic Institute and University.
- Fox, R. L. and Kapoor, M. P., 1968, "Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors," *AIAA Journal*, Vol. 6, No. 12, p. 2426
- 孫國一, 1992, 振動解析を目的とした機械構造物の有限要素モデル化に関する研究, 博士學位論

- 文, 東京工業大學校
- (7) Nelson, R. B., 1976, "Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives," *AIAA Journal*, Vol. 14, No. 9, pp 1201~1205.
- (8) Lim, M. K. and Lin, R. N., 1993, "Method for Calculating Derivatives of Eigenvalues and Eigenvectors," *IMAC XI*, pp. 1554~1558.
- (9) Strang, G., 1988, *Linear Algebra and Its Applications*, HBJ Inc.