

<논 문>

민감도 해석기구를 이용한 4절기구의 기계적 오차 해석

신재균 · 최흥석

(1995년 9월 11일 접수)

Application of the concept of a Sensitivity Linkage for the Analysis of Mechanical Error in 4-Bar Mechanism

Jae-Kyun Shin and Hong-Suck Choi

Key Words: Mechanical Error(기계적 오차), Clearance(틈새), Tolerance(제조공차), Sensitivity(민감도)

Abstract

The method of utilizing sensitivity linkages for the analysis of mechanical errors are proposed. As sources of the mechanical error, tolerances in the link lengths and clearances in the joints are considered. It is demonstrated that the problem of calculating mechanical errors of a 4-Bar mechanism can be transformed into a problem of conventional velocity analysis of a sensitivity linkage. As a result of the present study, it is found and proved that the mechanical error of the output angle in the 4-Bar mechanism is represented as a simple harmonic function with respect to the relative position of the pin on the clearance circle. Also the vector representing the mechanical error of a coupler point makes, in general, an ellipse as the relative angle varies on the clearance circle. With these results, we can better identify the characteristic of the mechanical errors in linkages.

1. 서 론

기계나 기구에서 제조공차(tolerance)나 틈새(clearance) 등으로 인하여 동작오차가 발생하는데 이를 기계적 오차라 한다. 공차나 틈새는 기계의 제작 가능성이나 운동성의 부여를 위하여 반드시 존재하게 되는 것인데, 흔히 설계과정에서 이들로부터 유발되는 기계적오차를 무시하고 설계하게 되면, 실제 제작된 기계나 기구는 설계자의 의도와는 전혀 다른 성능을 갖게 될 수 있으므로 설계자의 노력은 의미가 없어질 것이다. 따라서 실제적인 설계를 위하여 설계단계에서 기계적인 오차의 요인을

설계변수로 취급하는 방법이 많이 연구되었다. 이러한 연구에서 효과적인 설계를 위해서는 틈새나 공차가 도입되었을때 유발되는 기계적오차를 계산해 낼수 있는 방법이 요구됨은 자명한 일이다.

Garett와 Hall⁽¹⁾은 기계적 오차를 민감도 해석을 통하여 구할 수 있다는 점에 착안하였고, 구체적으로 민감도의 계산을 위해 수치미분에 의존하였다. 이들은 연구결과로서 특히 틈새에 의한 오차의 최대치는 틈새원중심과 핀의 중심을 연결하는 선분이 커플러 링크의 중심선과 일직선일때 발생한다는 사실을 기하학적으로 증명하였다. Dubowsky⁽²⁾는 4절기구에 대한 민감도 해석에 해석식을 사용하여 Garrett 등의 최대오차에 대한 사실을 증명하였다. 앞의 두 연구가 4절 함수발생장치 문제를 취급한데 반해 Vocaturo⁽³⁾는 복잡한 평면기구의 어떤 링크

*회원, 영남대학교 기계공학과

**영남대학교 대학원 기계공학과

상의 설계점이 틈새로 인하여 특정방향으로 이동될 수 있는 최대거리를 계산하는 문제를 다룸으로써 사실상 경로발생장치의 기계적 오차 문제를 취급하였다. 특히 동 참고문헌에서는 핀과 틈새원의 상대적인 위치의 함수로 주어지는 기계적오차의 최대치를 최소 몇 번의 오차계산을 통해 찾아낼 수 있는가 하는 문제에 관심을 가졌으나 제시된 결론에 대한 합리적인 근거를 제시하지 못하였다. 대부분의 관련연구에서 기계적 오차를 해석하는 방법으로는 해석적인 수식에 의존하였고, 따라서 연구가 단순한 4절기구에 국한되었다.^(4,5) 보다 더 복잡한 기구에 대한 연구에서는 수치미분을 통하여 해결하는 방법도 이용되고 있다.⁽⁶⁾ 또한 비교적 최근에는 3차원 기구의 기계적오차에 대한 연구도 시도되고 있으나,⁽⁷⁾ 관련수식이 지나치게 복잡하여 효율적이지 못한것으로 판단된다.

본 연구에서는 해석식에 의존하거나 수치미분에 의존하였던 종래의 기계적 오차 해석방법과는 다른 민감도 해석기구의 이용방법을 제시하였다. 민감도 해석기구의 개념은 링크의 길이나 각도등의 변화에 따른 설계점 등의 위치 변화율, 즉 설계 민감도를 기구의 속도해석 문제로 변환하여 해결하는 방법으로 제시된 바 있다.⁽⁸⁾ 또한 4절기구의 예제를 통하여 틈새에 의한 기계적오차가 틈새원 내에서의 핀의 상대적 위치에 대한 단순조화함수 혹은 타원식으로 표시됨을 증명하였다.

2. 민감도 해석기구와 제조공차에 의한 기계적 오차

민감도 해석기구란 링크의 길이나 각도 등의 변화에 따른 관심 링크의 각도나 기구내 특정 점의 위치변화, 즉 민감도를 효율적으로 계산하기 위해 사용되는 기구를 말한다.⁽⁸⁾ 민감도 해석기구는 원래의 대상 기구에서 적절한 링크나 조인트를 첨가하여 얻어진다. 민감도 해석기구의 예를 들기위해 Fig. 1의 4절기구를 고려한다.

전형적인 기구학적인 설계문제는 링크의 길이나 각도 등을 설계변수로 하고, 출력링크의 각도나 경로추적점의 위치 등을 설계대상으로 삼는다. 이때 대부분의 설계방식에서는 설계변수에 대한 민감도 해석과정이 수반된다.

Fig. 1의 4절기구에서 두 개의 설계변수 l_2 와 θ_1 을 생각하자. 예를 들어 경로점 P 의 x 좌표에 대한

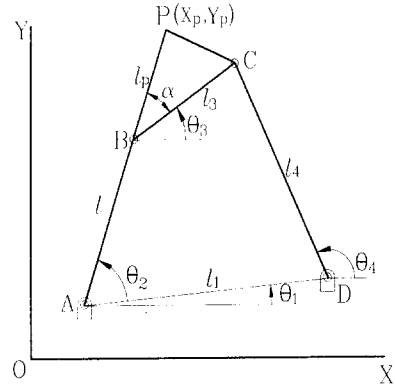


Fig. 1 4-Bar mechanism

이들 두 설계변수에 대한 민감도는 다음과 같이 정의된다.

$$S_{l_2}^{x_p} = \frac{\partial X_p}{\partial l_2} \tag{1}$$

$$S_{\theta_1}^{x_p} = \frac{\partial X_p}{\partial \theta_1} \tag{2}$$

마찬가지로 출력링크 θ_4 의 민감도는 다음식과 같이 정의 할 수 있다.

$$S_{l_2}^{\theta_4} = \frac{\partial \theta_4}{\partial l_2} \tag{3}$$

$$S_{\theta_1}^{\theta_4} = \frac{\partial \theta_4}{\partial \theta_1} \tag{4}$$

식 (1)~(4) 등으로 주어진 민감도는 Fig. 2에 나타낸 바와 같은 민감도 해석기구의 속도해석을 통하여 간접적으로 계산될 수 있음은 쉽게 증명할 수 있다.⁽⁸⁾

Fig. 2에서 링크 l_2 는 2개의 링크 l_2^1 및 l_2^2 로 분리되었고, 이들 사이에는 하나의 미끄럼 조인트 s_1 이 도입되었다($l_2^1 + l_2^2 + s_1 = l_2$). 또한 핀조인트 A에는 하나의 핀조인트가 추가로 도입되었고, 링크 AD는 고정링크로부터 분리되었다. Fig. 2에 보인 민감도 해석기구는 3자유도 기구인데 이 기구에서 식 (1)~(4)로 정의된 민감도는 다음과 같이 계산될 수 있다.⁽⁸⁾

$$S_{l_2}^{x_p} = \dot{X}_p \mid_{\dot{\theta}_2=0, s_1=1, \dot{\theta}_1=0} \tag{5}$$

$$S_{\theta_1}^{x_p} = \dot{X}_p \mid_{\dot{\theta}_2=0, s_1=0, \dot{\theta}_1=1} \tag{6}$$

식 (5), (6)에는 3자유도의 민감도 기구에 대한 속도해석시의 입력조건을 | 이하에 나타내었다. 변위에 대한 입력조건은 원래 4절기구에서의 각 점들의 위치가 3자유도의 민감도 해석기구에서도 동일하도

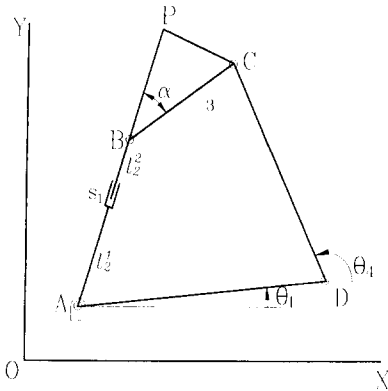


Fig. 2 A sensitivity linkage

복 하여야 한다. 민감도 해석기구의 개념을 이용함으로써 기구해석을 위한 범용 소프트웨어를 수정 혹은 보완치 않고 민감도 해석을 수행할 수 있다. 특히 기구의 종류에 관계없이 설계변수에 따라 적절한 민감도 해석기구를 얻는 일반적인 방법도 제시된 바 있다.⁽⁸⁾

민감도는 공차나 틈새에 의한 기계적 오차와 직접 관련되어있기 때문에, 민감도 해석기구의 개념을 이러한 기계적 오차 해석에 적용할 수 있을 것임은 당연하다. Fig. 1에 보인 4절기구에서 입력링크 l_2 에 허용된 공차에 의한 추적점 P 의 기계적 오차를 해석하는 문제를 고려하자. 또한 문제를 단순화하기 위해 설계변수로서 l_2 만 고려하기로 하면, $X_p = X_p(l_2, \theta_2)$ 로 볼 수 있다. 주어진 입력각도 θ_2 에서 기계적 오차는 다음과 같이 정의된다.

$$\epsilon_p = R_p(l_2 + \Delta l_2, \theta_2) - R_p(l_2, \theta_2) \quad (7)$$

식 (7)에서 Δl_2 는 링크 l_2 에 도입된 공차를 나타낸다. 일반적으로 공차는 링크의 공칭길이에 비해 그 크기가 작기 때문에 식 (7)을 선형화하여 사용하는 선형공차이론을 적용할 수 있음은 많은 연구가에 의해 지적된 바 있다. 즉, 식 (7)은 다음식으로 근사화할 수 있다.

$$\epsilon_p = \frac{\partial R_p}{\partial l_2} \cdot \Delta l_2 \quad (8)$$

이제 식 (8)에서 $\frac{\partial R_p}{\partial l_2} = \left(\frac{\partial X_p}{\partial l_2}, \frac{\partial Y_p}{\partial l_2} \right)^T$ 는 민감도를 나타내므로, 공차에 의한 기계적 오차는 민감도에 공차의 크기를 곱하여 나타낼 수 있다. 또한 식 (8)의 계산을 위한 민감도 해석에는 Fig. 2에서 제시된 민감도 해석기구를 이용할 수 있음은 이미 실

명한 바와 같다. 제조공차에 의한 기계적 오차의 해석은 틈새에 의한 기계적 오차의 계산방법을 활용할 수 있기 때문에 구체적인 예제에 대한 설명은 다음 절에서 취급하고자 한다.

3. 틈새에 의한 기계적 오차의 계산

먼저 Fig. 3의 4절기구에서 핀 조인트 B 에 크기 r_1 인 틈새가 존재하는 경우를 고려하자. 틈새원 내에서 틈새원의 중심 B_1 과 핀 중심 B_2 사이의 상대적인 위치는 2개의 변수에 의해 정의될 수 있다. 그러나, 기계적 오차는 B_2 가 틈새원상의 내부에 존재할 때 보다 틈새원상에 존재할 때가 더 크기 때문에 후자의 경우를 기준으로 논의하고자 한다.

이때 틈새에 의한 P 점의 기계적 오차는 $r_1 = r_1, \delta_1 = \delta_1$ 일 때의 P 점의 위치와 $r_1 = 0$ 일 때의 P 점의 위치와의 차이로 정의될 수 있으므로 기계적 오차는 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

이제 틈새의 크기가 링크들의 치수에 비하여 작을 것이므로 식 (9)의 첫번째 항을 Taylor급수 전

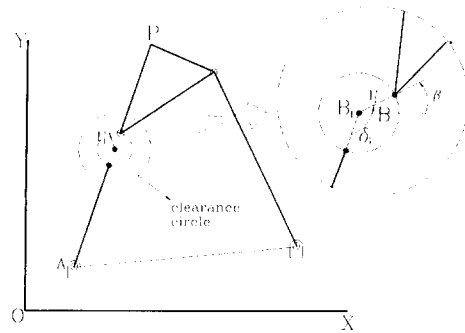


Fig. 3 4-bar mechanism with a clearance

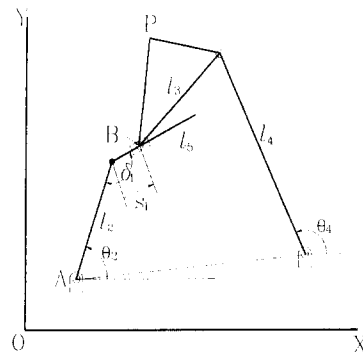


Fig. 4 Sensitivity linkage for the clearance problem

개하여 1차식으로 근사화 하면

$$\epsilon_p(r_1, \delta_1) = \frac{\partial R_p}{\partial r_1} \Big|_{r_1=0, \delta_1=\delta_1 \cdot r_1} \quad (10)$$

과 같이 나타낼 수 있다. 이제 식 (10)에서 $\frac{\partial R_p}{\partial r_1}$ 는 민감도를 나타내므로 그 해석을 위해 Fig. 4와 같은 민감도 해석기구를 활용한다.

Fig. 4에는 두개의 링크와 두개의 조인트들이 추가로 도입되었는데, 원래의 입력링크 l_2 와 도입된 링크 l_5 사이에는 핀 조인트가 있고, 도입된 슬라이더와 l_5 사이에는 미끄럼 조인트 s_1 이 도입되었다. 이제 식 (10)에 포함된 민감도 $\frac{\partial R_p}{\partial r_1}$ 는 다음과 같이 민감도 기구의 속도해석으로 부터 얻을 수 있다.⁽⁸⁾

$$\frac{\partial R_p}{\partial r_1} \Big|_{r_1=0, V_p} \Big|_{s_1=0, \delta_1=\delta_1, \theta_2, \theta_2, s_1=1, \delta_1=0, \theta=0} \quad (11)$$

마찬가지 방법에 의해 출력링크의 각도오차의 경우를 생각해 보면

$$\begin{aligned} \epsilon_{\theta_4}(r_1, \delta_1) &= \theta_4(r_1, \delta_1) - \theta_4(0, \delta_1) \\ &\cong \frac{\partial \theta_4}{\partial r_1} \Big|_{r_1=0, \delta_1=\delta_1 \cdot r_1} \quad (12) \end{aligned}$$

와 같고, 민감도는 민감도 해석기구로 부터 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{\partial \theta_4}{\partial r_1} \Big|_{r_1=0, \delta_1=\delta_1} = \dot{\theta}_4 \Big|_{s_1=0, \delta_1=\delta_1, \theta_2=\theta_2-s_1=1, \delta_1=0, \theta=0} \quad (13)$$

식 (13)에서 $\dot{\theta}_4$ 는 출력링크의 각속도를 나타낸다.

4. 예 제

특수에 의한 기계적 오차를 계산하는 방법을 Fig. 1의 4절기구가 Table 1과 같은 치수를 가질 때를 예제로 하여 검토해 보고자 하였다.

입력각도 $\theta_2=72^\circ$ 로 하였으나, θ_2 의 다른 값에 대해서도 동일한 방법이 적용가능할 것이므로 중요치 않다.

먼저 Fig. 5에는 출력링크의 각도 θ_4 에 대한 민감도 해석결과를 δ_1 의 변화에 따라 나타내었다. 해석을 위하여는 Fig. 4에 제시된 민감도 해석기구와

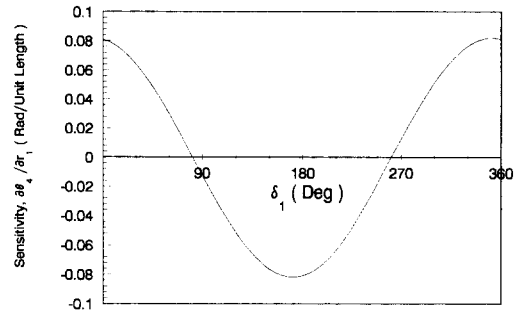


Fig. 5 Sensitivity of the output angle ($\theta_2=72^\circ$)

식 (13)에서 나타낸 해석조건을 활용하였다.

Fig. 5에 제시된 민감도는 식 (12)를 통하여 기계적 오차의 계산에 활용될 수 있다. 본 연구에서 제시한 방법의 타당성을 보이기 위하여 실제로 틸새를 고려한 엄밀해석으로부터 얻은 기계적 오차와 민감도 해석을 통하여 얻은 해석의 결과를 Table 2에 비교해 보았다. Table 2에 의하면 틸새의 크기가 0.1로서 링크의 길이의 1%정도에 달할 정도로 큰 경우임에도 불구하고 결과가 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 다만 $\delta_1=90^\circ, 270^\circ$ 부근에서 상대오차가 크게 나타나지만 이 경우에는 기계적 오차의 절대치 자체가 작으므로 대수롭지 않다.

흔히 설계자가 관심을 갖는 질문들 중의 하나는 틸새의 크기가 주어졌을때 기계적 오차가 최대가 되는 조건이 무엇이며 그 최대값은 무엇인가하는 것이다. 이러한 질문은 Fig. 5의 민감도 그래프에서 민감도의 최대치와 최대치가 발생하는 δ_1 을 구하는 문제와 같다. 참고문헌⁽²⁾에서는 이러한 문제에 답하기 위해 여러개의 δ_1 값에 대해 민감도를 계산하고 그로부터 최대값을 찾아내는 방법을 고려하였는데, 예를들어 35번이상의 계산을 통하여 95%의 신뢰성을 갖고 일정오차 이내로 최대치를 찾을 수 있다고 하였다. 보다 효율적인 탐색법을 도입하면 -예를 들어 황금분할법 등- 계산회수를 줄일 수 있겠지만 최선의 방법은 가능하다면 사전에 우리가 최대값을 찾고자하는 함수에 대한 보다 많은 정보를 확보하는 것이다. 본 연구에서는 Fig. 5에 주어

Table 1 Numerical data for the example problem

Variable	l_1	l_2	l_3	l_4	l_p	α	θ_1
Value	13.55	8	5.25	13.3	3.816	38°	5°

Table 2 Comparison of the mechanical errors ($r_1=0.1$)

δ_1 (Deg.)	Exact	Using sensitivity	Relative error (%)
0	0.8105×10^{-2}	0.8097×10^{-2}	-0.10
30	0.6387×10^{-2}	0.6385×10^{-2}	-0.03
60	0.2916×10^{-2}	0.2962×10^{-2}	1.58
90	-0.1342×10^{-2}	-0.1255×10^{-2}	-6.48
120	-0.5216×10^{-2}	-0.5135×10^{-2}	-1.55
150	-0.7672×10^{-2}	-0.7640×10^{-2}	-0.42
180	-0.8088×10^{-2}	-0.8097×10^{-2}	0.11
210	-0.6382×10^{-2}	-0.6385×10^{-2}	0.05
240	-0.3006×10^{-2}	-0.2961×10^{-2}	-1.50
270	0.1169×10^{-2}	0.1255×10^{-2}	7.36
300	0.5055×10^{-2}	0.5135×10^{-2}	1.58
330	0.7606×10^{-2}	0.7640×10^{-2}	0.45
360	0.8105×10^{-2}	0.8097×10^{-2}	-0.10

진 민감도 곡선이 단순조화함수로 나타남을 확인하였고, 또한 이를 해석적으로 증명하였다.

θ_4 의 민감도 곡선이 δ_1 에 대한 단순조화함수로 나타남을 증명하기 위해서는 Fig. 4에 주어진 민감도 해석 기구와 식 (13)으로 주어지는 해석조건을 이해하여야 한다.

민감도 해석조건을 관찰하면 결국 θ_4 의 민감도는 Fig. 6에 나타낸 개방연쇄에서 B점에 β 방향으로 단위 속도를 주었을 때 ω_4 를 구하는 문제와 같음을 알 수 있다. 물론 이때 개방연쇄의 θ_3 및 θ_4 등의 변위는 원래기구와 동일하여야 한다. Fig. 6에서 다음 식들은 쉽게 증명할 수 있다.

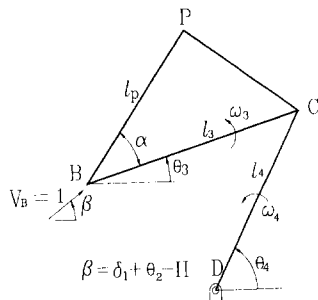


Fig. 6 Open Kinematic chain

$$V_C = V_B + V_{CB} \quad (14)$$

$$V_C = (-l_4 \sin \theta_4 \cdot \omega_4, l_4 \cos \theta_4 \cdot \omega_4)^T \quad (15)$$

$$V_{CB} = (-l_3 \sin \theta_3 \cdot \omega_3, l_3 \cos \theta_3 \cdot \omega_3)^T \quad (16)$$

또한 해석조건에서

$$V_B = (\cos \beta, \sin \beta)^T \quad (17)$$

이므로 식 (15)~(17)을 식 (14)에 대입하여 다음과 같은 2개의 연립방정식을 얻을 수 있다. 즉,

$$\begin{bmatrix} l_3 \sin \theta_3 & -l_4 \sin \theta_4 \\ -l_3 \cos \theta_3 & l_4 \cos \theta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{bmatrix} \quad (18)$$

식 (18)에서 두개의 각속도 ω_3, ω_4 를 구하면 다음과 같다. 즉,

$$\omega_3 = \frac{\cos(\theta_4 - \beta)}{l_3 \sin(\theta_3 - \theta_4)} \quad (19)$$

$$\omega_4 = \frac{\cos(\theta_3 - \beta)}{l_4 \sin(\theta_3 - \theta_4)} \quad (20)$$

식 (20)의 ω_4 는 민감도를 나타내는데 이는 θ_3, θ_4 등이 주어진 상황에서는 β 에 대한 단순조화함수로 나타남을 알 수 있다.

또한, Fig. 4와 Fig. 6으로부터 식 (21)의 관계가 성립함을 쉽게 보일 수 있으므로, 식 (20)의 민감도 함수는 결국 δ_1 에 대해서도 단순조화함수로 됨

을 알 수 있다.

$$\beta = \delta_1 + \theta_2 - \pi \quad (21)$$

또, 식 (20)에서 민감도의 최대치는 $\beta = \theta_3$ 혹은 $\beta = \theta_3 \pm 180^\circ$ 에서 나타나는 것을 알 수 있다. 이 사실은 Dubowsky⁽²⁾의 연구결과에서 출력링크의 오차는 틸새원 중심과 핀의 중심을 연결하는 선분이 커플러 링크의 중심선과 일직선일때 최대, 최소가 된다는 결론과 정확히 일치하는 것이다.

θ_4 의 민감도가 틸새원 내에서 핀 중심의 상대적인 위치 δ_1 에 대한 단순조화함수의 형태로 나타나기 때문에 민감도의 최대치를 구하기 위해서는 서로 다른 3개의 δ_1 값에서의 민감도 해석결과만 있으면 충분하다. 민감도의 함수형태를 몰랐던 종래의 연구방법에서는 어떤 효율적인 방법을 동원하더라도 최소한 10번 정도의 민감도 해석이 필요할 것이며, 결과의 정밀도는 떨어질 것이다.

출력링크에 대한 기계적 오차해석과 비슷한 방법으로 경로추적점 P 의 기계적오차를 해석해 보았다. P 점의 기계적오차를 구하기 위해서는 식 (11)로 주어지는 민감도 $\frac{\partial R_P}{\partial r_1}$ 를 구하면 된다. 또한 식 (11)에 주어진 해석조건이 식 (13)에 주어진 해석조건과 같으므로 결국 P 점에 대한 민감도는 Fig. 6에서 P 점의 속도를 구하는 문제와 동일함을 알 수 있다. Fig. 6에서 다음의 식들을 얻는다.

$$V_P = V_B + V_{PB} \quad (22)$$

$$V_{PB} = [-\omega_3 l_P \sin(\alpha + \theta_3), \omega_3 l_P \cos(\alpha + \theta_3)]^T \quad (23)$$

식 (17)과 식 (23)을 식 (22)에 대입하면

$$V_P = [\cos\beta - \omega_3 l_P \sin(\alpha + \theta_3), \sin\beta + \omega_3 l_P \cos(\alpha + \theta_3)]^T \quad (24)$$

식 (19)과 식 (21)를 식 (24)에 대입하여 정리하면 최종적으로 다음의 식들을 얻는다.

$$V_P = [g_1 \cos\beta + g_2 \sin\beta, h_1 \cos\beta + h_2 \sin\beta]^T \quad (25)$$

단,

$$g_1 = \frac{1 - l_P \sin(\alpha + \theta_3) \cdot \cos\theta_4}{H}$$

$$g_2 = \frac{l_P \sin(\alpha + \theta_3) \cdot \sin\theta_4}{H}$$

$$h_1 = \frac{l_P \cos(\alpha + \theta_3) \cdot \cos\theta_4}{H}$$

$$h_2 = \frac{1 - l_P \cos(\alpha + \theta_3) \cdot \sin\theta_4}{H}$$

$$H = l_s \sin(\theta_3 - \theta_4)$$

식 (25)로 주어지는 민감도는 $\theta_2, \theta_3, \theta_4, \alpha$ 등이 주어졌을 때 β 의 함수가 된다. 이때 그 함수의 형태가 타원형이 됨은 쉽게 증명가능하다. 먼저 식 (25)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$V_{PX} = g_1 \cos\beta + g_2 \sin\beta \quad (27)$$

$$V_{PY} = h_1 \cos\beta + h_2 \sin\beta \quad (28)$$

식 (27), (28)를 $\cos\beta, \sin\beta$ 에 대해 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\cos\beta = a_1 V_{PX} + a_2 V_{PY} \quad (29)$$

$$\sin\beta = b_1 V_{PX} + b_2 V_{PY} \quad (30)$$

식 (29), (30)에서 a_1, b_1 등은 g_1, h_1 등으로 표현된다.

식 (29), (30)을 제곱하여 더하면 다음과 같다.

$$1 = (a_1^2 + b_1^2) V_{PX}^2 + 2(a_1 a_2 + b_1 b_2) V_{PX} V_{PY} + (a_2^2 + b_2^2) V_{PY}^2 \quad (31)$$

식 (31)은 V_{PX}, V_{PY} 에 대한 2차함수이며, 특히 2차함수의 계수들 사이에 Cauchy-Schwarz 부등식에 의해 $(a_1 a_2 + b_1 b_2)^2 - (a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2) \leq 0$ 가 만족되므로 타원의 방정식으로 볼 수 있다. 그러나, a_1, b_1 등의 계수에 따라서 식 (31)은 2개의 직선(선분)에 대한 방정식이거나 혹은 한 점을 나타낼 수도 있다.⁽⁹⁾ 그러나 선분은 단축의 길이가 0인 타원으로, 점은 장단축의 길이가 동시에 0인 타원의 특별한 형태로 본다면 식 (31)은 일반적으로 타원의 방정식을 나타낸다고 말하여도 좋을 것이다. 부연하여 설명하자면, $[V_{PX}, V_{PY}]$ 는 추적점 P 의

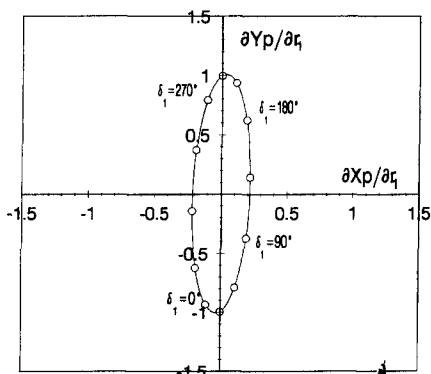


Fig. 7 Sensitivity of the path point $P(\theta_2 = 72^\circ)$

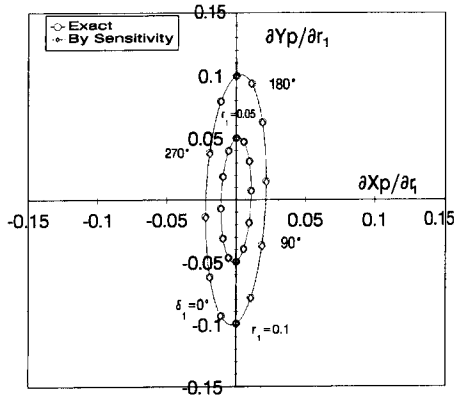


Fig. 8 Comparison of the mechanical errors ($\theta_2=72^\circ$)

위치오차에 대한 민감도를 나타내며, 기구의 임의의 입력위치에 대하여 민감도는 틱새원 내에서 핀의 상대적 위치 β (혹은 δ_1)의 함수로 표현되고, 이때 그 함수의 형태는 타원이라는 것이다. Fig.7에는 Table 1에 나타난 4절기구에서 핀조인트 B에 존재하는 틱새에 의한 P점의 기계적 오차와 관련된 민감도를 나타내고 있다. 예측한 바와 같이 해석결과는 타원형으로 주어진다.

Fig. 8에는 틱새에 의한 기계적 오차 해석결과를 두개의 틱새 크기에 대하여 조사해 보았다. 실제로 틱새를 고려하여 해석해 본 엄밀해와 선형공차이론에 따라 민감도 해석결과를 이용한 근사해석방법이 비교적 큰 틱새에 대해서도 잘 일치함을 보여준다.

5. 결과 및 논의

본 연구에서는 4절기구의 크랭크 핀에 존재하는 틱새에 의한 기계적 오차를 주로 다루었다. 공차에 따른 오차는 틱새가 있을때 $\delta_1=0$ 혹은 π 인 경우와 동일한 방법으로 해석 가능하기 때문에 별도의 취급이 필요치 않아서 생략하였다.

예제를 통하여 얻어진 주요 결과는 민감도 함수의 형태에 관한 것이었다. 민감도 함수의 형태에 대한 확실한 지식은 최소한의 오차해석 회수로 오차의 최대치나 최소치 등을 찾을 수 있는 효율성을 설계자에게 제공한다. 지금까지의 연구결과는 4절기구의 크랭크핀에 틱새가 존재하는 경우만을 취급하였다. 이 경우에 대해 도출된 결과들이 보다 의미를 갖기 위해서는 몇가지 질문에 대한 해답이 필요하다. 과연 단순조화함수나 타원으로 주어진 민

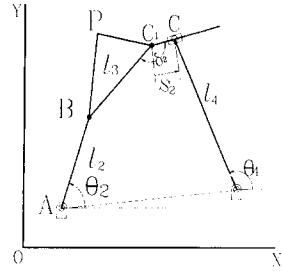


Fig. 9 (a) Sensitivity kinkage

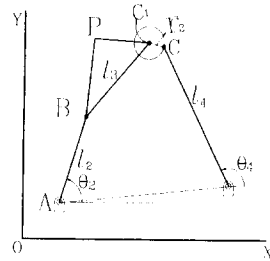


Fig. 9 (b) Clearance at joint C

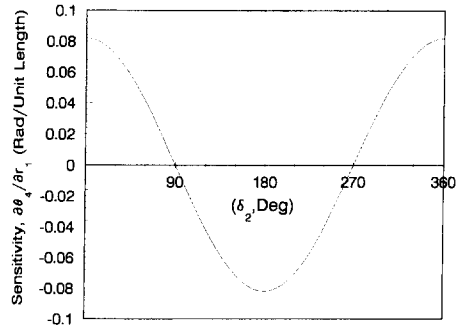


Fig. 10 Sensitivity of the output angle for clearance at joint C ($\theta_2=72^\circ$)

감도함수의 형태가 기구의 종류가 달라지면 어떻게 변할것인가 하는 것과 또 좁게는 동일한 4절기구에서 틱새가 존재하는 핀 조인트가 달라지면 어떻게 되는가 하는것 등이며, 그중 두번째 질문에 대한 대답은 Fig. 9, Fig. 10, Fig. 11에 주어진 민감도 해석 결과로서 제시하는데, 모두 Fig.1의 4절기구에서 핀 조인트 C에 틱새가 존재할 때를 민감도 해석 기구를 통해 해석한 것이다. 먼저 Fig. 9에는 C점에 틱새가 존재하는 4절기구와 그 기계적오차 해석을 위한 민감도기구를 나타내었다. 또한 Fig. 10에는 출력링크의 각도오차에 대한 민감도를 나타내었는데, 여전히 단순조화함수의 형태로 표현됨을

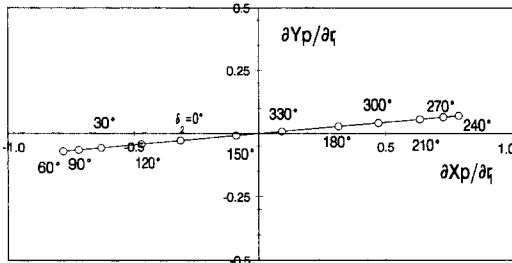


Fig. 11 Sensitivity of the path point P for clearance at joint C ($\theta_2 = 72^\circ$)

알 수 있다. 또한 Fig. 11에는 추적점 P의 위치오차에 관련된 민감도 해석결과인데 함수의 모양이 직선(선분)으로 나타남을 볼 수 있다. 앞에서 논의한 것처럼 선분을 타원의 특별한 형태로 볼 수 있으므로, 결국 조인트 C에 존재하는 틈새에 의한 기계적오차는 조인트 B에 존재하는 틈새에 의한 오차와 동일한 형태를 갖게 됨을 알 수 있다. 오차의 형태가 선분으로 나타나는 것은 Fig. 9(b)를 관찰함으로써 이해할 수 있다. Fig. 9(b)에 의하면 입력각 θ_2 가 주어진 상태에서 B점이 고정되며, 그 결과 틈새된 내부에서 C₁점이 움직이면 P점의 궤적은 B점을 중심으로 하는 미소길이의 원호로 나타나게 되고, 이 원호에 대한 1차적인 근사식으로 직선이 얻어짐은 쉽게 이해할 수 있다. 또한 4절기구가 아닌 다른 일반적인 평면기구에 대한 연구는 현재 진행중에 있다.

6. 결 론

공차와 틈새의 존재로 인한 기계적 오차를 해석하는 방법에 대하여 연구하였다. 특정기구에 대한 기계적 오차의 해석 문제를 적절히 고안된 민감도 해석기구의 속도해석 문제로 유도하여 해결하는 방법을 4절기구의 예제를 통하여 제시하였다. 그 결과 핀 조인트에 존재하는 틈새에 의한 출력링크의 각도 오차는 틈새된 내부에서 핀의 상대적인 위치에 대한 단순조화함수로 표현되며, 경로추적점의 위치오차는 타원의 형태로 표시됨을 알 수 있었고, 이를 수학적으로 증명할 수 있었다.

본 연구의 결과로 틈새나 공차에 의한 기계적 오차를 보다 확실히 이해하게 되었으며, 향후 기계적 오차를 고려한 기구학적 설계문제에 유용하게 쓰일

것으로 기대된다.

후 기

본 논문은 1993년도 영남대학교 학술연구조성비로 지원된 연구결과의 일부이며, 동 지원에 대해 대학 당국에 감사드리는 바이다.

참고문헌

- (1) Garrett, R. E. and Hall A. S., Jr., 1969, "Effect of Tolerance and Clearance in Linkage Design," *AMSE J. Engng Ind.*, Vol. 91, pp. 198~202.
- (2) Dubowsky, S. et al., 1975, "A Parametric Identification Study of Kinematic Errors in Planar Mechanisms," *ASME J. Engng Ind.*, Vol. 97, pp. 635~642.
- (3) Vocaturro, J. M., 1983, "Evaluating the Repeatability of Linkages," *Machine Design*, June 23, pp. 67~71.
- (4) Sharfi, O. M. A. and Smith, M. R., 1983, "A Simple Method for the Allocation of Appropriate Tolerances and Clearances in Linkage Mechanisms," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 18(2), pp. 123~129.
- (5) Dhande, S. G. and Chakraborty, J., 1973, "Analysis and synthesis of Mechanical Error in Linkage - A stochastic Approach." *ASME J. Engng Ind.*, 95, pp. 672~676.
- (6) Coit, W. G. and Riley, D. R., 1981, "Sensitivity Analysis of the Inverted Slider Crank Straight-line Generator," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 16(4), pp. 303~310.
- (7) Lin, P. D. and Chen, J. F., 1992, "Accuracy Analysis of Planar Linkages by the Matrix Method," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 27(5), pp. 507~516.
- (8) 신철규, 1994, "행렬법을 이용한 평면기구의 설계 민감도 해석 및 최적설계," 석사학위논문, 영남대학교.
- (9) Fuller, G., 1978, *Analytic Geometry*, Addison Wesley, Chap. 4.