

< 논 문 >

## 관성효과가 고려된 강소성 유한요소법을 이용한 고속변형해석

유요한\* · 박 근\* · 양동열\*

(1995년 11월 15일 접수)

### High-Velocity Deformation Analysis Using the Rigid-Plastic Finite Element Method Considering Inertia Effect

Yo-Han Yoo, Khun Park and Dong-Yol Yang

**Key Words :** Rigid-Plastic Finite Element Method(강소성 유한요소법), Inertia Effect(관성효과), Rod Impact Simulation(환봉충격해석), High-Velocity Compression Simulation(고속압축해석)

#### Abstract

The rigid-plastic finite element formulation including the inertia force is derived and then the rigid-plastic finite element program considering the inertia effect is developed. In order to consider the strain hardening, strain rate hardening and thermal softening effects which are frequently observed in high-velocity deformation phenomena, the Johnson-Cook constitutive model is applied. The developed program is used to simulate two high-velocity deformation problems; rod impact test and high-velocity compression process. As a result of rod impact test simulation, it is found that the simulated result has a good agreement with the experimental observation. Through the high-velocity compression process simulation, it is also found that the accuracy of the simulated result is dependent upon the time increment size and mesh size.

#### 1. 서 론

고속변형현상을 충분히 이해하고 실제적으로 적용하기 위해서는 고속변형현상 자체에 대한 정량적 분석이 필요하다. 고속성형문제인 경우 슬랩법(slab method)<sup>(1)</sup>과 상계해방법(upper bound method)<sup>(2)</sup>, 하계해방법(lower bound method)<sup>(3)</sup>등을 적용한 해석 예가 있으나 실제 문제 분석에 필요한 충분한 정보를 만들어내지 못하거나 실제 문제보다 지나치게 단순화된 모델에 의한 해가 얻어지므로 제품의 설계 및 생산에 필요한 구체적인 결과가 나오지 못하고 있다. 최근 고속변형현상의

해석에 많이 사용되는 외연적 시간적분 유한요소법(explicit time integration finite element method)<sup>(4,5)</sup>의 경우 변형속도가 빠른 대부분의 문제에서 만족할 만한 결과를 보여 주고 있지만 해법의 특성상 프로그램의 구성이 엄밀하지 못하면 오차가 누적되어 실제해와 다른 거동을 보일 수 있다는 문제점이 있으며 변형속도가 다소 느린 경우 계산 시간이 크게 증가하는 단점이 있다. 한편 관성효과(inertia effect)를 고려한 내연적 시간적분 탄소성 유한요소법(implicit time integration elasto-plastic finite element method)<sup>(6)</sup>의 경우, 해석의 신뢰성은 좋다고 판단되지만 탄소성 유한요소법의 특성때문에 계산시간이 너무 많이 소요되어 실제 적용에 문제점으로 지적되고 있다.

강소성 유한요소법(rigid-plastic finite element

\*회원, 한국과학기술원 기계공학과

method)<sup>(7)</sup>은 1970년대 개발된 이후 압출, 단조, 압연, 박판금속가공해석 등 각종 금속성형해석에 널리 사용되어 왔다. 강소성 유한요소법은 탄소성 유한요소법보다 변형량 증분의 크기를 크게 잡을 수 있어 컴퓨터 계산시간을 줄일 수 있으며 수식화 및 프로그래밍이 간단한 장점이 있다. 최근에는 이런 장점을 활용하여 강소성 유한요소법으로 고속성형공정을 해석하려는 연구가 수행되고 있다.<sup>(8,9)</sup>

본 논문에서는 관성효과를 고려한 강소성 유한요소법을 개발하여 고속변형해석에 적용하여 보고자 한다. 우선 관성효과를 고려한 강소성 유한요소 수식화를 수행하여 유한요소 방정식(finite element equation)을 유도하고 개발된 방법을 환봉충격시험(rod impact test)에 적용하여 시험결과와의 비교를 통하여 신뢰성을 평가한 후, 마지막으로 고속압축공정 해석에 적용하여 시간증분의 크기와 요소의 격자 크기가 해석결과에 미치는 영향에 대하여 검토하고 폭발성형(explosive forming) 등 성형속도가 빠르고 관성효과가 큰 고속성형공정의 해석 수단으로서의 가능성에 대하여 고찰한다.

## 2. 관성효과를 고려한 유한요소 수식화

### 2.1 변분방정식의 유도

체적이  $V$ 이고 외부 접촉력  $T_i$ 가 정의된 표면  $S_F$ 와 속도  $U_i$ 가 정의된 나머지 표면  $S_U$ 로 둘러싸인 von Mises 항복조건과 유동법칙을 따르는 강소성체는 동적하중이 가해질 때 체적력을 무시하면 실제 응력  $\sigma_{ij}$ 와 속도장  $v_i$ 는 다음 관계들을 만족한다.

(i) 평형조건

$$(\sigma_{ij} + a\Delta\sigma_{ij})_{,j} - \rho a_i = 0 \quad (1)$$

(ii) 기하학적 적합조건

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i}) \quad (2)$$

비압축성조건

$$\dot{\epsilon}_v = v_{i,i} = 0 \quad (3)$$

(iii) 구성방정식

$$\sigma'_{ij} + a\Delta\sigma'_{ij} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma} + a\Delta t \dot{\epsilon} H'}{\bar{\epsilon}} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (4)$$

(iv) 경계조건

$$(\sigma_{ij} + a\Delta\sigma_{ij}) n_j = T_i + a\Delta T_i \text{ on } S_F \quad (5)$$

$$v_i = U_i \text{ on } S_U \quad (6)$$

여기서,  $\rho$ 는 밀도,  $a_i$ 는 가속도,  $\bar{\sigma}$ 는 등가 응력(equivalent stress),  $\bar{\epsilon}$ 는 등가 변형률속도(equivalent strain rate)이고  $n_j$ 는 해당 표면 바깥방향으로의 수직단위벡터(outward unit normal vector)이다. 또한  $a$ 는 변형률 경화를 고려하기 위한 상수<sup>(10)</sup>로 보통 0.5정도의 값을 가지며  $\Delta t$ 는 시간 간격  $\Delta t$  동안의 증분을 나타내는 표시로  $\Delta\sigma'_{ij}$ 는  $\Delta t$  동안의 편차 응력의 증분을 표시한다. 한편  $H'$ 은 변형경화률(strain-hardening rate)을 나타낸다.

비압축성 조건을 만족하기 위해 벌칙함수(penalty constant)  $K$ 를 도입하여 변분식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\int_V (\bar{\sigma} + a\Delta t \dot{\epsilon} H') \delta \bar{\epsilon} dV + K \int_V \dot{\epsilon}_v \delta \dot{\epsilon}_v dV + \int_V \rho a_i \delta v_i dV - \int_{S_F} (T_i + a\Delta T_i) \delta v_i dS = 0 \quad (7)$$

### 2.2 유한요소 방정식의 유도

체적  $V$ 를  $M$ 개의 요소로 분할하는 경우 식 (7)은 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$\sum_{m=1}^M \left[ \int_{V_m} (\bar{\sigma} + a\Delta t \dot{\epsilon} H') \delta \bar{\epsilon} dV + K \int_{V_m} \dot{\epsilon}_v \delta \dot{\epsilon}_v dV + \int_{V_m} \rho a_i \delta v_i dV - \int_{S_F^m} (T_i + a\Delta T_i) \delta v_i dS \right] = 0 \quad (8)$$

어느 한 요소안에서의 속도장  $v_i$ 를 형상함수(shape function)  $N_{ia}$ , 변형률속도와와의 관계를 나타내는  $B_{ia}$ 를 도입하여 요소내 각 절점에서의 속도를 선형조합으로 나타내면 속도성분과 변형률속도는 다음과 같다.

$$v_i = \sum_{a=1}^8 N_{ia} v_a \quad (9)$$

$$\dot{\epsilon}_i = B_{ia} v_a \quad (10)$$

등가응력과 등가변형률속도를 절점의 속도항으로 나타내고  $\delta \bar{\epsilon}$ 와  $\delta v_i$ 를 절점속도성분의 변화량  $\delta v_a$ 로 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} = \sqrt{\frac{2}{3} K_{a\beta} v_a v_\beta} \quad (11)$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}} \quad (12)$$

$$\dot{\epsilon}_v = Q_a v_a, \quad \delta v_i = \sum_{a=1}^8 N_{ia} \delta v_a \quad (13)$$

$$\delta \bar{\epsilon} = \frac{2}{3} \frac{K_{a\beta}}{\bar{\epsilon}} v_\beta \delta v_a \quad (14)$$

여기서,  $K_{\alpha\beta} = B_{i\alpha} B_{j\beta}$ 이고  $Q_\alpha$ 는 체적 변형률속도로 부터 유도된 행렬이며  $N_{i\alpha}$ 는 형상함수 행렬이다.

식 (8)의 세번째 항을 이산화(discretization)하여 유한요소 방정식을 얻기 위하여 Newmark method<sup>(11)</sup>를 사용하면 가속도  $a_i$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$a_i = \frac{1}{\gamma} \frac{v_i - v_i^p}{\Delta t} - \frac{1-\gamma}{\gamma} a_i^p \quad (15)$$

여기서,  $\gamma$ 는 해의 정밀도와 안정성을 조절하기 위한 상수이고  $v_i^p$ 와  $a_i^p$ 는 각각 전 단계에서 구해진 속도장과 가속도장이다. 식 (15)를 이용하여 식 (8)의 세번째 항을 이산화하면 다음식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \int_{V_{v^m}} \rho a_i \delta v_i dV = \delta v_\alpha \left[ \int_{V_{v^m}} \frac{\rho}{\gamma \Delta t} (N_{i\beta} v_{\beta} N_{i\alpha} \right. \\ \left. - N_{i\beta} v_{\beta}^p N_{i\alpha}) dV \right. \\ \left. - \int_{V_{v^m}} \frac{\rho(1-\gamma)}{\gamma} \right. \\ \left. (N_{i\beta} a_{\beta}^p N_{i\alpha}) dV \right] \quad (16) \end{aligned}$$

위의 관계식을 식 (8)에 대입하여 임의의  $\delta v_\alpha$ 에 대하여 만족시키면 다음과 같은 유한요소 방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M \left[ \int_{V_{v^m}} \frac{2}{3} \left( \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} + H' a \Delta t \right) K_{\alpha\beta} v_{\beta} dV \right. \\ \left. + K \int_{V_{v^m}} Q_\alpha Q_\beta v_{\beta} dV \right. \\ \left. + \int_{V_{v^m}} \frac{\rho}{\gamma \Delta t} (N_{i\beta} v_{\beta} N_{i\alpha} - N_{i\beta} v_{\beta}^p N_{i\alpha}) dV \right. \\ \left. - \int_{V_{v^m}} \frac{\rho(1-\gamma)}{\gamma} (N_{i\beta} a_{\beta}^p N_{i\alpha}) dV \right. \\ \left. - \int_{S_{f^m}} (T_i + a \Delta T_i) N_{i\alpha} dS \right] = 0 \quad (17) \end{aligned}$$

식 (17)은 비선형 방정식이므로 Newton-Raphson 방법으로 선형화시켜 반복계산을 통하여 해를 구한다. 식 (8)의 세번째 항을 제외한 나머지 항의 선형화는 참고문헌 (12)에서와 같은 방법으로 이루어진다. 한편 식 (8)의 세번째 해당되는 부분만을 선형화시켜 보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M \left[ \int_{V_{v^m}} \frac{\rho}{\gamma \Delta t} (N_{i\beta} v_{\beta} N_{i\alpha}) dV \right]_{(n-1)} \cdot \Delta v_{(n)} \\ = - \sum_{m=1}^M \left[ \int_{V_{v^m}} \frac{\rho}{\gamma \Delta t} (N_{i\beta} v_{\beta} N_{i\alpha} - N_{i\beta} v_{\beta}^p N_{i\alpha}) dV \right. \\ \left. - \int_{V_{v^m}} \frac{\rho(1-\gamma)}{\gamma} (N_{i\beta} a_{\beta}^p N_{i\alpha}) dV \right]_{(n-1)} \quad (18) \end{aligned}$$

여기서,  $v_{(n-1)}$ 과  $\Delta v_{(n)}$ 은 각각 전 단계 반복계산에서 얻어진 속도장과 현재 반복계산에서 얻어진 속도장의 교정량이며 현재 반복계산에서 얻어지는 속도장  $v_{(n)}$ 은 다음식과 같이 표시된다.

$$v_{(n)} = v_{(n-1)} + \beta \Delta v_{(n)} \quad (19)$$

$\beta$ 는 감속계수(deceleration coefficient)로 0과 1 사이의 값을 가지며 보통 0.5의 값을 사용한다. 한편 반복계산시 수렴판정(convergency criterion)은 다음식을 사용하였다.

$$\frac{\|\Delta v_{(n)}\|}{\|v_{(n)}\|} \leq \epsilon_0 \quad (20)$$

여기서,  $\|\cdot\|$ 는 Euclidean vector norm이고  $\epsilon_0$ 는 매우 작은 상수값으로  $10^{-5}$  정도의 값을 가진다.

### 2.3 초기 속도장의 발생방법

Newton-Raphson 반복방법을 이용할 때는 초기 속도장(initial velocity field)의 가정이 매우 중요하며 본 논문에서는 Oh<sup>(13)</sup>가 제안한 방법을 사용하였다. 소재를 선형 점성재료(linear viscous material)로 가정하면 다음과 같은 구성방정식이 얻어진다.

$$\sigma'_{ij} = 2\mu \dot{\epsilon}_{ij} \quad (21)$$

$$\mu = \frac{1}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \quad (22)$$

식 (22)를 식 (7)에 대입한 후 마찰 관련항을 무시하고  $\alpha=0$ 로 하여 2.2절에서와 같은 방법으로 이산화 과정을 거치면 다음과 같은 유한요소 방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M \left[ \int_{V_{v^m}} 2\mu K_{\alpha\beta} v_{\beta} dV + K \int_{V_{v^m}} Q_\alpha Q_\beta v_{\beta} dV \right. \\ \left. + \int_{M^m} \frac{\rho}{\gamma \Delta t} N_{i\beta} v_{\beta} N_{i\alpha} dV \right] \\ = \sum_{m=1}^M \left[ \int_{V_{v^m}} \frac{\rho}{\gamma \Delta t} (N_{i\beta} v_{\beta}^p N_{i\alpha}) dV \right. \\ \left. + \int_{V_{v^m}} \frac{\rho(1-\gamma)}{\gamma} (N_{i\beta} a_{\beta}^p N_{i\alpha}) dV \right. \\ \left. + \int_{S_{f^m}} T_i N_{i\alpha} dS \right] \quad (23) \end{aligned}$$

식 (23)은 선형 방정식이므로 직접 해석이 가능하며 이 해석에서 점성  $\mu$ 가 수렴할 때 얻어진 속도장을 본 문제 해석을 위한 초기 속도장으로 사용한다.

### 3. 고속변형에 대한 적용

관성효과를 고려한 강소성 유한요소 프로그램을 환봉충격시험과 고속압축의 두가지 고속변형해석에 적용하여 개발된 프로그램의 신뢰성과 적용성을 살펴보았다.

#### 3.1 환봉충격시험 해석

환봉충격시험<sup>(14)</sup>은 동적항복응력(dynamic yield stress) 등 재료의 동적변형거동 특성을 평가하기 위하여 사용되는 대표적인 시험법으로 1940년대 Taylor에 의하여 제안되고 정립되었으므로 테일러 시험(Taylor test)<sup>(15)</sup>이라고도 한다. 최초에 Taylor가 제안한 실험방법은 원통형 시편을 고속으로 강체벽(rigid wall)에 충돌시켜 얻어진 시편의 최종 형상으로부터 재료의 동적 항복 응력을 추정하는 방법이었으며 이 방법을 전통적 테일러 시험법(classic Taylor test)이라고 부른다. 그러나 이 시험방법의 경우 강체벽과 시편 사이의 경계면에서 상대운동이 발생되므로 시험결과 분석시 마찰에 의한 효과를 보정해 주어야 하는 단점이 있었다. 이런 문제점을 해결하기 위하여 1980년대 D. C. Erlich 등이 대칭 환봉충격시험(symmetric rod impact test)방법<sup>(16)</sup>을 제안하였다. 대칭 환봉충격 시험에서는 충격에 사용되는 원통형 시편의 모양과 크기, 재질 등이 동일한 원통형 시편을 한 개 더 가공하여 강체벽 대신 이 원통형 시편을 사용한다. 이 경우 충격 후 두 시편의 변형이 대칭적으로 발생되므로 두 시편 사이의 경계면에서 상대운동이 일어나지 않아 마찰에 의한 영향을 받지 않게 되므로 시험 결과의 분석시 마찰에 의한 효과를 고려하지 않아도 되는 장점이 있다. Fig. 1에 전통적 테일러 시험법과 대칭 환봉충격시험법을 개념적으로 나타내었다.

본 절에서는 실험결과가 알려져 있는 AISI4340 강의 대칭 환봉충격시험(참고문헌 (14)의 p.205 Fig. 13(a)에서 인용)을 관성효과를 고려한 강소성 유한요소법으로 해석한 후 변형형상 등을 실험결과와 비교하여 개발된 프로그램의 신뢰성을 검증해 보기로 한다.

재료의 구성방정식은 재료의 고속변형시 초래될 수 있는 변형률 경화효과(strain hardening effect), 변형률 속도 경화효과(strain rate har-

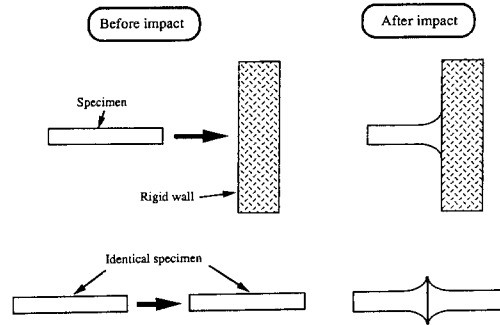


Fig. 1 Two rod impact configurations

dening effect) 그리고 열적연화효과(thermal softening effect)를 모두 고려할 수 있는 다음 형태의 Johnson-Cook 모델<sup>(17)</sup>을 사용하였다.

$$\bar{\sigma} = [A + B\bar{\epsilon}^n] \cdot \left[ 1 + \text{Cln} \left( \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\dot{\bar{\epsilon}}_0} \right) \right] \cdot \left[ 1 - \left( \frac{T - T_{room}}{T_{melt} - T_{room}} \right)^m \right] \quad (24)$$

한편 재료의 소성변형에 의한 재료내 단열 온도 증가  $\Delta T$ 를 계산하기 위하여 다음 식을 사용하였다.

$$\Delta T = \frac{\chi}{\rho C} \int_0^{\bar{\epsilon}_f} \bar{\sigma} d\bar{\epsilon} \quad (25)$$

여기서,  $\chi$ 는 소성변형에너지가 열에너지로 변환되는 정도를 나타내는 상수로 실험적으로 0.85~1.0의 값을 가지는 것으로 알려져 있으며,<sup>(18)</sup>  $\rho$ 와  $C$ 는 각각 재료의 밀도와 비열(specific heat)을 나타낸다. 그리고  $\bar{\epsilon}_f$ 는 최종 등가소성변형률 값이다.

AISI4340강의 재료물성은 참고문헌 (17)의 실험 데이터를 사용하였으며 대칭 환봉충격시험의 경우 시편 사이의 상대운동이 없으므로 마찰상수(friction factor)  $m=0.0$ 으로 취하였다.

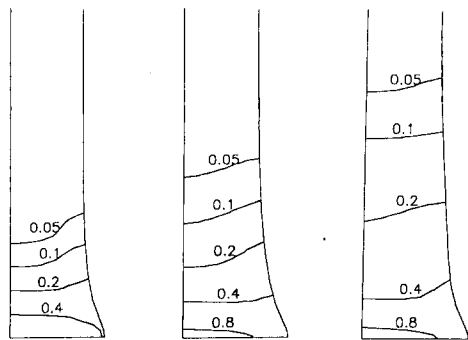
해석에 사용된 계산조건이 참고문헌 (14)의 실험 조건과 같아 지도록 하였으며 계산에 사용된 주요 데이터는 Table 1에 정리하여 나타내었다.

시간증분 크기가 해석결과에 미치는 영향을 살펴 보기 위하여 시간증분 크기를 0.1  $\mu\text{sec}$ , 1.0  $\mu\text{sec}$ , 3.0  $\mu\text{sec}$ 로 각각 다르게 하여 최종 변형형상이 얻어지는 30  $\mu\text{sec}$ 까지 해석을 수행하였다.

Fig. 2는 시간증분 크기가 1.0  $\mu\text{sec}$ 인 경우 충돌

**Table 1** Data for rod impact simulation

Specimen size	Length: 44.4 mm	
	Diameter: 9.5 mm	
Impact velocity	V=457m/sec	
Material constants (AISI 4340 steel)	Density $\rho=7.83 \text{ g/cm}^3$	
	Strain hardening properties A=792.0 MPa B=510.0 MPa n=0.26	
	Strain rate hardening properties C=0.014 $\dot{\epsilon}=10^{-6} \mu\text{sec}^{-1}$	
	Temperature softening properties m=1.03 $T_{\text{melt}}=1520^\circ\text{C}$ $T_{\text{room}}=10^\circ\text{C}$ $T_{\text{initial}}=10^\circ\text{C}$ $\chi=0.9$ C=477.0 J/kg°C	
	Friction factor m=0.0	
	Penalty constant K=5×10 <sup>6</sup>	
	Newmark method parameter $\gamma=0.5$	
	Strain hardening constant $\alpha=0.5$	
Simulation conditions		



(a) At 5μsec (b) At 10μsec (c) At 30μsec

**Fig. 2** Rod impact simulation: Equivalent plastic strain distribution

후 시간경과에 따른 등가 소성변형률 분포(equivalent plastic strain distribution)의 변화를 나타내고 있다. 충돌 후 5 μsec에 이미 큰 운동량 변화에 기인한 관성효과 때문에 충돌 부위에 큰 변형이 발생되었으며, 10 μsec까지 충돌 부위에서 변형이 국소적으로 증가하지만 10 μsec부터 30 μsec까지의 시간 동안에는 충돌 부위의 변형은 거의 증가하지 않고 상부쪽으로만 변형이 전파되어 나가는 현상을 볼 수 있다.

해석결과와 신뢰성을 평가하기 위하여 시간중분 크기가 1.0 μsec인 경우의 최종 해석결과와 실험에서 얻어진 최종 변형형태를 비교하여 Fig. 3에 도시하였다. 해석에서 얻어진 변형형태 및 형상이 전반적으로 실험결과와 비교적 잘 일치하고 있는 것

을 알 수 있으며 이로써 개발된 프로그램의 신뢰성을 확인할 수 있다.

시간증분의 크기가 해석결과에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 시간증분 크기를  $0.1 \mu\text{sec}$ ,  $1.0 \mu\text{sec}$ ,  $3.0 \mu\text{sec}$ 로 각각 다르게 잡아 해석을 수행하였다.  $30 \mu\text{sec}$ 에서의 최종 등가 소성변형률 분포를 Fig. 4에 나타내었다. Fig. 4를 살펴보면 최종 등가 소성변형률의 분포가 충돌면 부근에서는 거의 차이를 보여주지 않지만 시편의 상부쪽에서는 시간증분의 크기에 따라 변형률 분포가 약간 다른 것을 알 수 있다. 시간증분의 크기에 따라 변형률 분포가 약간 차이를 보이므로 정확한 해석결과를 얻기 위해서는 시간증분의 크기를 가능한 작게 잡는 것이 바람직하다.

Fig. 5는 시간증분 크기가  $1.0 \mu\text{sec}$ 일 때 해석 결과 얻어진 등가 소성변형률속도(equivalent plastic strain rate)의 분포를 나타낸다. 충돌 후  $5 \mu\text{sec}$ 일 때 충돌면에서  $2.5 \times 10^4 (\text{sec}^{-1})$  정도의 큰 값을 나타내지만  $10 \mu\text{sec}$ 가 되면 가장자리 부분에서부터 등가 소성변형률속도의 크기가 크게 감소하는

것을 볼 수 있다. 이로부터 대부분의 소성 변형은 충돌 초기  $5 \mu\text{sec}$ 까지의 시간동안 집중적으로 발생되고 그 이후 완만히 진행되다가  $10 \mu\text{sec}$  이후부터는 급격히 소성 변형이 멈추는 것을 알 수 있다.

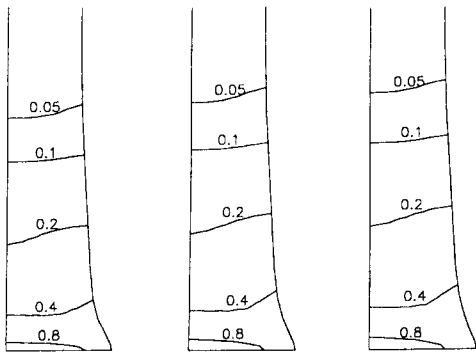
Fig. 6은 시간증분 크기가  $1.0 \mu\text{sec}$ 일 때 해석 결과 얻어진 온도분포를 나타낸다. 충돌면 부근에서  $250^\circ\text{C}$  정도 상승하는 것으로 나타났다. 그러나 해석에 사용되는 격자크기를 더 작게 잘라 해석을 수행하면 국소적으로 변형이 집중되는 곳에서는 더 높은 온도분포가 얻어질 수 있을 것으로 예상된다.

### 3.2 고속압축해석

본 절에서는 개발된 프로그램을 고속열간압축 공정해석에 적용하여 압축속도가 변형하중에 미치는

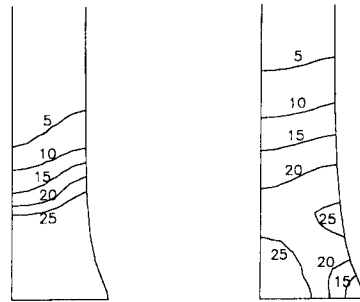


Fig. 3 Rod impact simulation: Comparison of final deformed configuration between experiment<sup>(14)</sup> and simulation



(a)  $\Delta t=3.0 \mu\text{sec}$  (b)  $\Delta t=1.0 \mu\text{sec}$  (c)  $\Delta t=0.1 \mu\text{sec}$

Fig. 4 Rod impact simulation: Equivalent plastic strain distribution at  $30 \mu\text{sec}$



(a) At  $5 \mu\text{sec}$  (b) At  $10 \mu\text{sec}$

Fig. 5 Rod impact simulation: Equivalent plastic strain rate distribution ( $10^4 \text{sec}^{-1}$ )

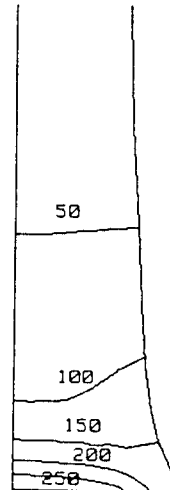


Fig. 6 Rod impact simulation: Temperature distribution at  $30 \mu\text{sec}$  ( $^\circ\text{C}$ )

영향과 시간증분의 크기와 요소의 격자크기가 해석 결과에 미치는 영향에 대하여 고찰해 보고자 한다. 압축속도와 시간증분의 크기 그리고 요소의 격자크기에 따른 계산조건을 정리하여 Table 2에 나타내었다. 해석에 사용된 재료는 Armco iron을 사용하였으

**Table 2** Various conditions of high velocity compression simulation

Case number	Upper die velocity (m/sec)	Lower die velocity (m/sec)	Total number of elements	Total number of solution steps
1	10.0	0.0	192	42
2	50.0	0.0	192	42
3	100.0	0.0	192	42
4	100.0	0.0	192	210
5	100.0	0.0	48	42

**Table 3** Data for high velocity compression simulation

Specimen size	Length: 120.0 mm
	Diameter: 80.0 mm
Compression velocity	V=10.0, 50.0, 100.0m/sec
Material constants (Armco Iron)	Density $\rho=7.89 \text{ g/cm}^3$
	Strain hardening properties A=175.0 MPa B=380.0 MPa n=0.32
Simulation conditions	Strain rate hardening properties C=0.06 $\dot{\epsilon}=10^{-6} \mu\text{sec}^{-1}$
	Temperature softening properties m=0.55 $T_{\text{melt}}=1538^\circ\text{C}$ $T_{\text{room}}=10^\circ\text{C}$ $T_{\text{initial}}=1000^\circ\text{C}$ $\chi=0.9$ C=452.0 J/kg°C
Simulation conditions	Friction factor m=0.2
	Penalty constant K=5×10 <sup>6</sup>
	Newmark method parameter $\gamma=0.5$
	Strain hardening constant $\alpha=0.5$

며 재료의 구성 방정식은 식 (24)에 표시된 Johnson-Cook 모델을 사용하였으며 단열온도증가  $\Delta T$ 를 계산하기 위하여 환봉충격시험 해석에 사용된 식 (25)를 그대로 사용하였다. Armco iron의 재료 물성은 참고문헌 (17)의 실험데이터를 이용하였으며 해석에 사용된 주요 데이터를 정리하여 Table 3에 나타내었다.

상부금형과 하부금형 사이에 시편을 위치시켰으며 상부금형은 일정한 속도로 하강하고 하부 금형은 정지한 상태로 유지되도록 해석모델을 구성하였다. 기하학적으로 해석모델은 상하 대칭이지만 부하조건 (loading condition)의 상하 비대칭성에 의한 관성효과를 살펴보기 위하여 상부와 하부 모두를 해석 모델에 포함하여 계산하였다.

Fig. 7은 시편의 상부를 100 m/sec의 속도로 압축하는 경우 (Table 2의 case 3) 압하율에 따른 변형 형상의 변화를 나타내고 있다. 압축초기에 시편 상부쪽에서 큰 운동량 변화에 기인하여 발생된 관성력 (inertia force) 때문에 다소의 버섯무리 변형 (mushrooming)이 초래되며 이후 변형이 아래쪽으로 전파되어 하부쪽에서 배불림 (barreling)이 형성된 후 압하율 50%까지 주어진 변형모드로 변형이

계속 진행된다.

Fig. 8은 압하율 70%일 때 시편의 압축속도에 따른 최종 변형형상의 차이를 나타낸다. 시편의 압축속도가 10 m/sec일 때 (Table 2의 case 1) 시편의 변형형상은 상하대칭이며 준정적 (quasi-static) 변형 상태에 가깝다. 이러한 경향은 시편의 압축속도가 50 m/sec일 때 (Table 2의 case 2)까지 지속되어 시편의 상부와 하부의 변형속도 차이에 인한 시편 외곽선의 비대칭성은 나타나지 않는다. 그러나 시편의 압축 속도가 100 m/sec (Table 2의 case 3)가 되면 관성효과의 영향 때문에 시편 외곽선의 비대칭성이 나타나며 상부와 하부 가장자리 부분의 겹침 (folding) 현상도 다르게 나타난다.

Fig. 9는 압하율 70%일 때 시편의 압축속도에 따른 등가 소성변형률분포의 차이를 보여준다. 시편의 압축속도가 10 m/sec일 때 (Table 2의 case 1) 등가 소성변형률의 분포는 완전한 상하 대칭이며, 시편의 압축속도가 50 m/sec일 때 (Table 2의 case 2)도 거의 상하 대칭에 가깝다. 그러나 압축속도가 100 m/sec일 때 (Table 2의 case 3)는 상하 대칭의 변형모드가 깨어져서 다소 다른 변형 형태를 나타낸다.

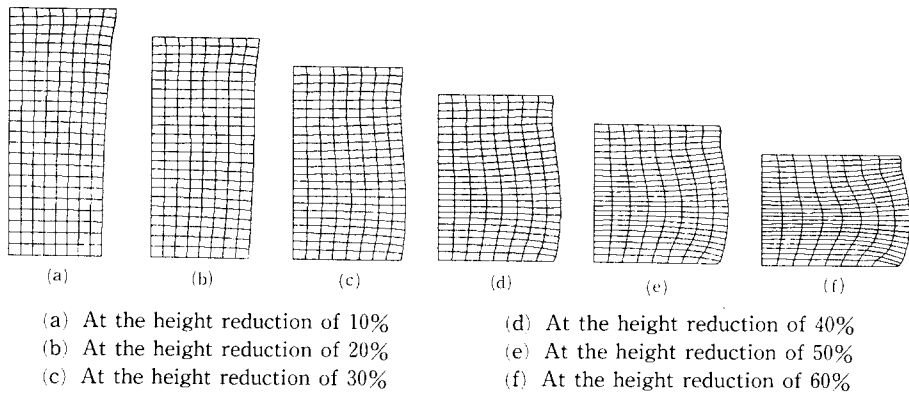


Fig. 7 High velocity compression simulation: Deformed mesh of case 3

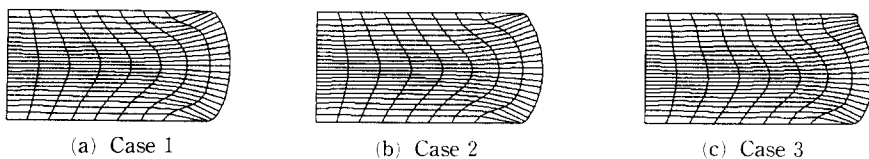


Fig. 8 High velocity compression simulation: Comparison of final deformed mesh at the height reduction of 70%



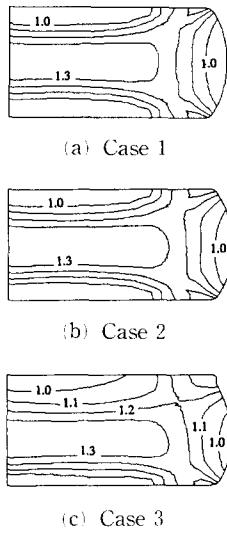


Fig. 9 High-velocity compression simulation: Comparison of final equivalent plastic strain distribution at the height reduction of 70%

Fig. 10은 압하율에 따른 하중의 변화를 도시한 것이다. 시편의 압축속도가 10 m/sec일 때 (Table 2의 case 1) 압하율에 따라 하중은 서서히 증가하며 시편의 상부와 하부에서의 하중 차이는 거의 없다. 그러나 시편의 압축속도가 50 m/sec (Table 2의 case 2)로 증가하면 압축 초기에 상부 하중치가 하부 하중치보다 두배 가량 큰 것을 관찰할 수 있다. 압축속도가 100 m/sec (Table 2의 case 3)로 더욱 증가하면 압축 초기에는 큰 관성효과 때문에 상부 하중이 크게 증가하나 하부에는 거의 힘이 전달되지 않는다. 그러나 변형이 하부로 전파되어감에 따라 하부 하중치가 급격하게 증가하여 상부 하중치보다 큰 값을 가지게 된다. Fig. 10의 (a)와 (c)를 비교해보면 시편의 압축속도가 클 때 변형률 속도 경화 등의 영향때문에 동일 압하율에서 더 큰 하중치를 나타내는 것을 알 수 있다.

시간증분의 크기가 해석결과에 미치는 영향을 알아보기 위하여 기준해석조건 (Table 2의 case 3)보다 시간증분의 크기를 20%로 줄여 계산 (Table 2의 case 4)한 해석결과를 Fig. 11에 도시하였다. 최종 변형형상에서는 큰 차이를 발견하기 어렵지만, 등가 소성변형률분포 Fig. 9의 (c)와 Fig. 11의 (b)를 비교해 보면 변형률분포에 다소 차이가 있다는 것을 알 수 있다. 특히 상부와 하부의 가장자리 부

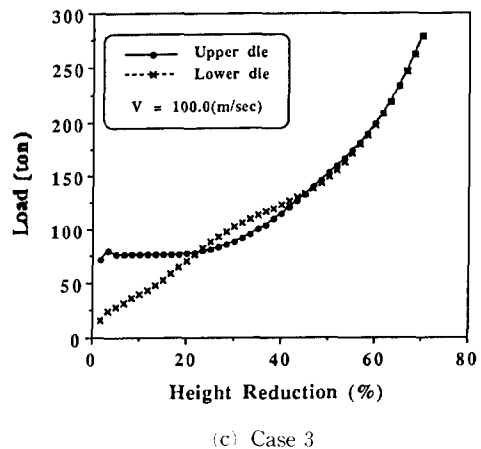
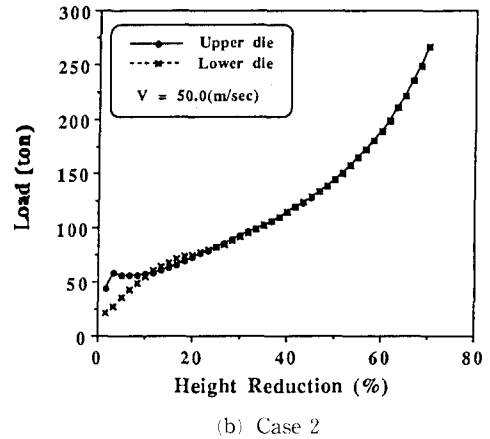
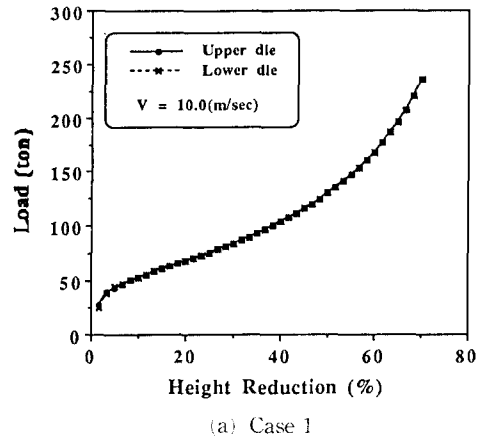
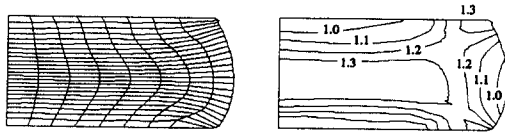
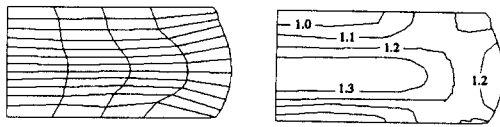


Fig. 10 High velocity compression simulation: Comparison of load between upper die and lower die



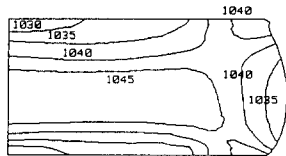
(a) Final deformed mesh at the height reduction of 70%  
 (b) Final equivalent plastic strain distribution at the height reduction of 70%

**Fig. 11** High velocity compression simulation: Simulation result of case 4



(a) Final deformed mesh at the height reduction of 70%  
 (b) Final equivalent plastic strain distribution at the height reduction of 70%

**Fig. 12** High velocity compression simulation: Simulation result of case 5



**Fig. 13** High velocity compression simulation: Final temperature distribution of case 3(°C)

분에서 차이가 많이 발견된다. Fig.12는 요소 격자의 크기가 해석결과에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 기준 해석조건(Table 2의 case 3)보다 요소 격자의 크기를 두배로 늘여 계산(Table 2의 case 5)한 해석결과를 도시한 것이다. 최종 변형형상과 등가 소성변형률 분포의 경우 기준해석조건(Table 2의 case 3)의 해석 결과에서 얻어지는 시편 외곽 부위의 급격한 변형률 구배가 Fig.12의 (b)에서는 발견되지 않는 것을 알 수 있다. Fig. 11과 Fig. 12를 토대로 살펴보면 시간 증분의 크기와 요소의 격자크기 모두 최종 해석결과와 정확성에 상당한 영향을 미치므로 정확한 해석 결과를 얻기 위해서는 해석 수행시 시간 증분의 크기와 요소의 격자크

기를 가능한 작게 잡는 것이 바람직하다.

Fig. 13은 시편의 압축속도가 100 m/sec일 때 (Table 2의 case 3) 얻어진 최종 온도분포를 도시한 것이다. 시편의 초기 온도를 1000°C로 취하였으므로 시편의 중심부에서는 45°C 정도 온도가 상승한 것으로 나타났다. 시편의 중심부에서 변형률 값이 상당히 큰데도 불구하고 단열 온도 증가가 크지 않은 것은 등가 응력의 값이 상대적으로 작아 소성 변형에너지의 값이 크지 않기 때문으로 생각된다.

#### 4. 결 론

관성효과를 고려한 강소성 유한요소수치화를 이용한 프로그램을 개발하여 고속변형해석에 적용한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 대칭 환봉충격시험해석에 적용한 결과 해석결과와 실험결과는 비교적 잘 일치하였으며 이를 통하여 개발된 프로그램의 신뢰성을 확인할 수 있었다.

둘째, 고속압축해석에 적용한 결과 압축속도의 변화가 변형형상 및 변형하중의 분포에 큰 영향을 미치는 것으로 밝혀졌으며 특히 압축속도가 빠를 때 상부와 하부 금형에 가해지는 변형하중의 변화가 큰 것으로 관찰되었다. 한편 고속압축해석결과와 분석으로부터 개발된 프로그램이 고속 실험공정해석에 효과적으로 사용될 수 있다는 가능성을 제시하였다.

셋째, 대칭 환봉충격시험과 고속압축해석을 통하여 시간증분의 크기와 요소의 격자크기가 해석결과에 미치는 영향에 대하여 고찰한 결과 두가지 요소 모두 해석결과와 정확성에 상당한 영향을 미치므로 정확한 해석결과를 얻기 위해서는 해석 수행시 시간 증분의 크기와 요소의 격자크기를 가능한 작게 잡는 것이 바람직하다.

#### 참고문헌

- (1) Sturgess, C. E. N. and Jones, M. G., 1971, "Estimation of Dynamic Forces in High-Speed Compression Using a Free-Flight Impact Forging Device," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 13, pp. 309~322.
- (2) Tirosch, J. and Kobayashi, S., 1976, "Kinetic Dynamic Effects on the Upper-Bound Loads in

- Metal-Forming Processes," *Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics*, pp. 314~318.
- (3) Tirosh, J. and Iddan, D., 1994, "The Dynamics of Fast Metal Forming Processes," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 42, No. 4, pp. 611~628.
- (4) 유요한, 정동택, 1991, "엑스플리시트 시간적분 유한요소법을 이용한 고속성형해석(1): 마찰 및 관성효과," 대한기계학회논문집, 제15권, 제5호, pp. 1~10.
- (5) 유요한, 정동택, 1991, "엑스플리시트 시간적분 유한요소법을 이용한 고속성형해석(2): 고속압연해석," 대한기계학회논문집, 제15권, 제1호, pp. 1552~1562.
- (6) Hallquist, J., 1991, "User's Manual for NIKE2D-a Nonlinear, Implicit, Two-Dimensional Finite Element Code for Solid Mechanics," *Report UCRL-MA-105413*, Lawrence Livermore National Laboratory, USA.
- (7) Kobayashi, S., Oh, S. I. and Altan, T., 1989, "Metal Forming and the Finite Element Method," Oxford University Press, New York.
- (8) Miles, M. P., Fourment, L. and Chenot, J. L., 1994, "Inertia Effects in Finite-Element Simulation of Metal Forming Processes," *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 45, pp. 19~24.
- (9) Mori, K., Osakada, K. and Matsuoka, N., 1994, "Finite Element Analysis of Peening Process with Plastically Deforming Shot," *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 45, pp. 607~612.
- (10) Kim, Y. J. and Yang, D. Y., 1985, "A Formulation for Rigid-Plastic Finite Element Method Considering Work-Hardening Effect," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 27, pp. 487~495.
- (11) Bathe, K. J., 1982, *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, New Jersey, pp. 511~514.
- (12) 양동열, 유요한, 이종수, 1986, "구속이 없는 축대칭 피어싱 공정의 유한요소해석," 대한기계학회논문집, 제10권, 제6호, pp. 876~888.
- (13) Oh, S. I. 1982, "Finite Element Analysis of Metal Forming Processes with Arbitrarily Shaped Dies," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 24, pp. 479~493.
- (14) *Metals Handbook 9th edition*, 1985, Mechanical Testing, American Society for Metals, Vol. 8, pp. 203~207.
- (15) Taylor, G. I., 1948, "The Use of Flat-Ended Projectiles for Determining Dynamic Yield Strength: I, Theoretical Considerations," *Proc. Roy. Soc. A*, Vol. 194, pp. 289~299.
- (16) Erlich, D. C., Shockey, D. A. and Seaman, L., 1981, "Symmetric Rod Impact Technique for Dynamic Yield Determination," *AIP Conference Proceedings*, No. 78, Second Topical Conference on Shock Waves in Condensed Matter, Menlo Park, CA, pp. 402~406.
- (17) Johnson, G. R. and Cook, W. H., 1983, "A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strain Rates and High Temperature," *Proc. of 7th Int. Symp. on Ballistics*, pp. 541~547.
- (18) Mason, J. J., Rosakis, A. J. and Ravichandran, G., 1994, "On the Strain and Strain Rate Dependence of the Fraction of Plastic Work Converted to Heat: an Experimental Study Using High Speed Infrared Detectors and the Kolsky Bar," *Mechanics of Materials*, Vol. 17, pp. 135~145.