

論文96-33A-10-1

# DBS용 심볼동기알고리즘의 성능평가

## (Performance Evaluation of Symbol Timing Recovery for Direct Broadcasting via Satellite)

金 勇 勳 \*, 李 慶 河 \*, 崔 炯 辰 \*

(Yong Hoon Kim, Kyung Ha Lee, and Hyung Jin Choi)

## 요 약

본 논문에서는 SNR과 초과 대역폭에 따른 결정-지향 Gardner 알고리즘(DD-Gardner)의 타이밍 검출기 이득 변화를 수학적으로 유도하고 모의 실험을 통해 이를 검증한다. 또한 일반적인 Gardner 알고리즘과의 낮은 SNR 과 잔류 반송파 성분이 존재하는 환경 하에서 추적 성능, 지터성능 등을 비교 평가한다.

## Abstract

In this paper, we evaluate the performance of DD-Gardner(Decision-Directed Gardner) algorithm. We derive an analytic gain of the timing detector that is a function of SNR and an excess bandwidth, and verify the result by simulation. We also compare the DD-Gardner algorithm with the Gardner algorithm with respect to tracking performance and jitter performance under low SNR and a residual frequency component.

## 1. 서 론

국내의 위성통신 분야는 1995년 무궁화 위성의 발사를 계기로 디지털 방식에 의한 DBS 방송을 개시하기로 결정되었으며, 최근 디지털TV위성 방송의 송신 표준 방식 기술 기준이 발표됨에 따라 이를 위한 수신기에 관한 연구도 활발하게 진행되고 있으며, 1996년 가을부터는 상용 서비스에 들어갈 예정이다. 디지털 전송 방식을 위한 수신기는 상업적인 보급을 목표로 하는 만큼 저가격화, 소형화, 저전력소모, 고장 및 수리의 최소화에 의한 신뢰성 향상, 그리고 성능 최적화를 동시에 추구해야 하는 어려움을 안고 있다. 이러한 목표를 달성하기 위해 디지털 회로 방식에 의한 복조IC칩을 개발하는 것이 최근의 추세이다<sup>[6], [7], [8], [9], [10]</sup>. 현재 DBS용 고속복조칩을 위해 널리 사용되고 있는

수신기 구조는 IF 신호를 아날로그 회로를 이용하여 기저 대역으로 변환시킨 후 A/D 변환을 통하여 샘플 신호로 변환시키는 디지털/아날로그 혼합 방식(또는 기저 대역 변환 방식)으로 샘플링 속도 면에서 낮은 샘플 속도가 가능하다는 장점을 가지고 있는 구조이다<sup>[5]</sup>. 이러한 구조를 갖는 고속칩을 구현하기 위해서는 요구되는 샘플 수를 최소화하고 반송파 동기 회로와는 독립적으로 동작할 수 있는 심볼동기 알고리즘이 요구된다.

이러한 요구를 만족하며 DBS용 심볼동기를 위해 현재 널리 채택되고 있는 방식은 영점 교차 지점을 추적하는 동기방식으로 Gardner가 제안한 방식이다<sup>[11]</sup>. Gardner 알고리즘은 Lindsey 와 Simon(L&S)에 의해 제안된 DTTL (Data Transition Tracking Loop)을 기본으로 하는 방식이다. L&S에 의해 제안된 DTTL(Data Transition Tracking Loop)은 Integrator & Dump등을 이용한 아날로그 구현 방식으로 두 개의 branch로 구성되며 한 심볼당 두 샘플로 동작한다. 두 샘플중 한 샘플은 심볼의 중앙점으로 결

\* 正會員, 成均館大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng. SungKyunKwan University)

接受日字: 1996年6月3日, 수정완료일: 1996年10月7日

정되어 심볼의 구성에 대한 정보를 제공하고 또 다른 샘플은 지연 소자를 거쳐 심볼동기 오차에 대한 정보를 제공한다. 그러나 이 방식은 아날로그 동기 회로를 전제하였으며 그 수학적 유도가 한 채널만을 가지는 기저 대역의 구형파를 대상으로 하여 협대역 채널 환경 하에서의 인접 심볼 간섭(ISI)을 줄이기 위한 파형정형 필터이나 잔류반송파가 존재할 경우 등에 대한 구체적인 적용에 대해서는 고려되지 않았다<sup>[3]</sup>.

Gardner는 DTTL의 결정과정과 Integrator & Dump등을 제거하고 Quadrature 형태의 변조 방식에 적합한 디지털 회로로 구현된 심볼동기 알고리즘을 제안하였다<sup>[1]</sup>. Gardner 알고리즘은 기저 대역으로 변환된 신호를 A/D 변환을 통해 심볼당 2샘플을 취하고 이 중 심볼 천이 지점의 영점 교차를 추적하는 방식이다. DTTL과는 달리 추적의 방향을 주는 심볼의 중앙값을 결정하지 않고 그냥 사용하고 있으며 In-phase 채널과 Quadrature-phase 채널의 신호를 동시에 연산하여 더함으로써 잔류반송파가 존재하는 상황에서도 비교적 동작 성능이 우수하다는 장점이 있다. 이와 같이 심볼당 2샘플만으로 동작하며 반송파 회로에 독립적으로 동작하는 Gardner 알고리즘은 DBS용 심볼동기 알고리즘으로 적합한 특성을 가지고 있어 널리 사용되고 있다<sup>[9]</sup>. 하지만 Gardner 알고리즘은 2개의 디지털 곱셈기를 필요로 함으로 H/W 구현이 다소 복잡해진다. 또한 협대역 신호에 대해서는 타이밍 검출기의 이득이 작고 선형 구간 또한 좁다는 단점이 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해서 Gardner 방식에서 샘플치를 직접 이용하는 것보다 DTTL과 같은 방식으로 샘플치의 결정된 값을 이용하여 타이밍 에러를 유도하는 결정 지향 Gardner (DD-Gardner :Decision-Directed Gardner) 알고리즘이 현재 상용 복조 IC에 심볼동기 알고리즘으로 많이 사용되고 있다<sup>[10]</sup>. DD-Gardner 알고리즘은 hard limiter의 decision 동작에 의해서 실제 하드웨어로 구현할 때 곱셈기를 제거할 수 있고 타이밍 특성 곡선의 선형 구간이 Gardner 알고리즘보다 넓고 이득이 클 뿐 아니라 hard decision을 통해 잡음을 걸러 내는 효과를 가져 옴으로 지터성능 또한 향상된다. 그러나 DD-Gardner 알고리즘의 검출기 이득은 SNR이 낮거나 반송파 동기가 이루어지지 못해 잔류반송파 성분이 존재하는 상황에서는 결정과정의 오류로 인해 그 성능이 급격히 감소하는 단점이 있다. 특히 SNR에 따른 타이밍 검출기

의 이득 변화는 디지털 동기 루프의 정확한 설계를 어렵게 한다.

본 논문에서는 대역폭 효율이 우수하여 디지털TV 위성 방송의 송신 표준 방식으로 채택된 QPSK 변조 방식에 대해 DD-Gardner 방식을 채택한 심볼동기 회로의 성능을 평가한다. 먼저 파형정형 필터의 초과대역 폭과 SNR에 따른 DD-Gardner의 타이밍 검출기의 이득을 수학적으로 유도하고 위성 채널을 고려하여 낮은 SNR과 잔류 반송파 성분이 존재하는 상황에서의 성능을 평가하였다. II장에서는 DD-Gardner 알고리즘의 타이밍 검출기의 출력 특성을 수학적으로 해석하고, 모의실험을 통해 이를 검증한다. III장에서는 일반적인 Gardner 알고리즘과의 타이밍 검출기 특성, 추적 성능 그리고 위성 채널을 고려한 낮은 SNR 환경 하에서의 지터성능, 잔류 주파수에 의한 영향 등 다양한 면의 성능 평가를 통하여 DD-Gardner 알고리즘의 장단점을 분석하였다.

## II. DD-Gardner 알고리즘 타이밍 검출기의 출력 특성의 수학적 해석

DD-Gardner 알고리즘의 타이밍 에러 검출식은 일반적인 Gardner 알고리즘과 동일하다.

$$u_e(r) = x_I(\tau + (r - \frac{1}{2})T) \{ \text{sign}(x_I(\tau + rT)) - \text{sign}(x_I(\tau + (r-1)T)) \} + x_Q(\tau + (r - \frac{1}{2})T) [ \text{sign}(x_Q(\tau + rT)) - \text{sign}(x_Q(\tau + (r-1)T)) ] \quad (1)$$

단, 차이점은 두 샘플의 차를 이용하는 것이 아니라 두 샘플의 결정된 값의 차를 이용함으로써 우측 두 번째 항은 decision된 값만을(-2, 0, 2) 갖는다. 따라서 실제로는 에러 검출식에 영향을 미치는 요소는 천이가 일어나는(zero-crossing) 지점의 샘플 값이다. 식 (1)에 따른 DD-Gardner 알고리즘의 블록도는 아래 그림 1과 같다.

타이밍 검출기의 평균 이득은 검출기의 평균 출력 특성 곡선(s-curve)에서 최적의 샘플 지점의 기울기이다. 검출기 이득이 클고 선형구간이 넓을수록 잡음 성분에 따른 성능 열화가 적고, 빠른 추적 및 우수한 jitter 성능을 보인다. 검출기 이득은 디지털 동기 루프 설계의 중요한 설계 파라미터로서 SNR에 따른 이득의 변화는 루프의 효율적인 설계를 어렵게 한다. 검출기 이득의 수학적 해석은 상당히 복잡하다. 실질적인 출

력 특성을 얻기 위해서는 파형정형 필터의 불완전 성에 기인한 인접 심볼 간섭(ISI)과 특히 decision 에러로 인한 방향 착오 등이 고려되어야 한다. 실제 채널의 임펄스응답은 무한하지만 계산의 편이를 위해 본 논문에서는 유한한 응답 길이를 가지는 파형정형 디지털 필터를 고려하여 간략하면서도 비교적 정확한 결과를 유도한다. 또한 수학적 편이성을 위해서 높은 SNR 환경에서 즉, 결정이 틀릴 경우를 고려하지 않는 경우에 대해 먼저 이득을 구한 후 잡음 등으로 인해 발생하는 decision 에러로 인한 이득 감소를 계산하여 최종적인 검출기 이득을 파형정형 초과대역폭과 SNR의 함수로 유도하였다.

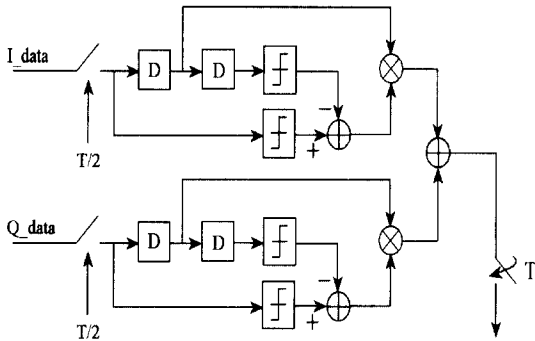


그림 1. DD-Gardner 방식의 타이밍 검출기의 블록도  
Fig. 1. Timing detector of DD-Gardner.

1. Decision이 틀릴 경우를 고려하지 않는 경우의 검출기 이득

수신되는 time-continuous 신호가 다음과 같은 PAM 신호열이라고 하자.

$$x(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} a_p g(t-pT) \quad (2)$$

신호열  $\{a_p\}$ 는 평균이 0이고 각각 uncorrelated한  $\pm 1$ 의 2진수이다. 즉  $E(a_p) = 0$ ,  $E(a_p a_q) = \delta_{pq}$ ,  $E(a_p^2) = \delta_{pq}$ 이다.  $g(t)$ 는 펄스파형필터(pulse shaping filter)를 통과한 신호이고  $n(t)$ 는 평균이 0, 전력 스펙트럼 밀도가  $N_0/2$ 인 AWGN 신호이다. 위 식을 식 (1)에 대입하면 다음과 같다.

$$u_r(\tau) = \sum_p a_p g(\tau + (r-1/2)T - pT) \times (\text{sign}(\sum_q a_q g(\tau + rT - qT)) - \text{sign}(\sum_s a_s g(\tau + (r-1)T - sT))) \quad (3)$$

위 식에 평균을 취함으로써 타이밍 검출기의 평균 출

력을 얻을 수 있다.

$$U_r(\tau) = E(u_r(\tau)) = \sum_p g(\tau + (r-1/2)T - pT) \times (\text{sign}(g(\tau + rT - pT)) - \text{sign}(g(\tau + (r-1)T - pT))) \quad (4)$$

위 식 우변 항의 두 번째 항은 결정을 통하여  $-2, 0, 2$  세 값중 하나를 갖는다. 위에서 언급한 바와 같이 DD-Gardner 알고리즘의 타이밍 검출기의 특성은 천이 지점의 샘플 값에 의해서만 영향을 받는다. 검출기 이득은 검출기 평균 출력 특성 곡선(s-curve)에서  $\tau=0$ 인 지점에서의 기울기이다. 따라서 검출기 이득은 위 식 4의 미분식에  $\tau=0$ 을 대입하므로써 구할 수 있다.

$$d(U_r(\tau))/d\tau|_{\tau=0} = \sum_p g'(\tau + (r-1/2)T - pT)|_{\tau=0} \times (\text{sign}(g(\tau + rT - pT)) - \text{sign}(g(\tau + (r-1)T - pT))) \quad (5)$$

위 식을 통하여 알 수 있듯이 DD-Gardner 방식의 타이밍 검출기 이득은 zero crossing 지점에서의 기울기이다.

협대역 채널 환경을 고려하여 Raised cosine filter를 통과한 신호는 다음 식과 같이 표현된다.

$$g(t) = \left[ \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T} \right] \left[ \frac{\cos(\alpha \pi t/T)}{1 - (2\alpha t/T)^2} \right] \quad (6)$$

여기에서  $\alpha$ 는 초과대역폭이다. 심볼간의 천이가 존재하는  $(r-1/2)T$  지점(mid way point)에서의 기울기는 아래 식 (7)의 미분식을 통하여 구할 수 있다.

$$\left. \frac{dg(\tau + (r-1/2)T)}{d\tau} \right|_{\tau=0} = \frac{\text{분자항}}{\text{분모항}}$$

분자항 =

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{T} \right)^2 \left[ (1+a) \cos\left( \frac{\pi}{T}(1+a) \right) + (1-a) \cos\left( \frac{\pi}{T}(1-a) \right) \right] \left[ t - \left( \frac{2\alpha}{T} \right)^2 t^3 \right]$$

$$- \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{T} \right) \left[ \sin\left( \frac{\pi}{T}(1+a) \right) + \sin\left( \frac{\pi}{T}(1-a) \right) \right] \left[ 1 - 3 \left( \frac{2\alpha}{T} \right)^2 t^2 \right]$$

분모항 =  $\left\{ \frac{\pi}{T} t - \left( \frac{2\alpha}{T} \right)^2 \left( \frac{\pi}{T} \right)^2 t^3 \right\}^2 \quad (7)$

위에서 언급 한대로 Raised cosine filter를 통과한 심볼 파형은 인접한 4개의 심볼에 대해서만 영향을 받는다고 가정하였다. 그림 2는 한 신호는  $(-2T \sim 2T)$  이외의 구간에서는 영향을 받지 않는다고 가정한 신호 파형이다.

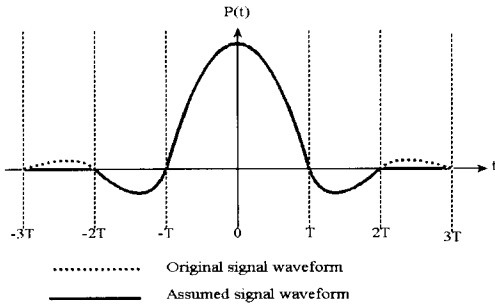


그림 2. Raised cosine filter를 통과한 가정된 신호 파형  
 Fig. 2. Assumed signal waveform passing raised cosine filter.

그림 3에서는 수신된 연속적인 4 심볼(1, 0, 1, 0)에 대한 신호 파형을 나타낸다. 그림 2에서와 같이 한 심볼에 영향을 끼치는 심볼은 연속되는 4개의 심볼이다. 타이밍 검출기의 이득은 위에서 언급 한대로 심볼 천이가 이루어지는 지점, 즉 zero-crossing point 지점으로 그림에서 가리키는 midway sampling point에서의 기울기이다.

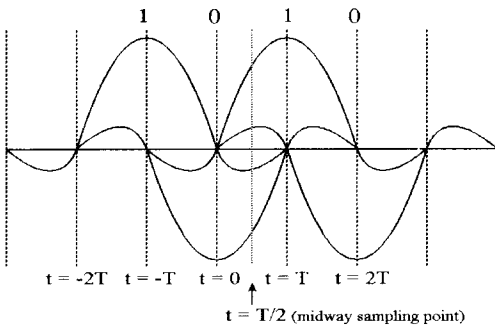


그림 3. 연속적인 4 심볼에 대한 신호 파형  
 Fig. 3. Signal waveform of four consecutive symbols.

연속적인 4개의 심볼에 대해서만 영향을 받는다는 가정 하에서 고려해야 할 경우의 수는 표 1과 같이 16가지 경우의 수이다. 16개의 경우의 수 중에서 실제로 고려해야 할 경우의 수는 가운데 두 심볼  $g_2(t)$ ,  $g_3(t)$  간에 천이가 있는 경우만을 고려한다(표에서 음영 구간). 따라서 총 8가지의 경우에 대한 각각의 기울기의 합으로서 타이밍 검출기의 평균 이득을 구할 수 있다. 최종적인 QPSK 신호에 대한 DD Gardner 알고리즘의 타이밍 검출기 이득은 다음 식 (8)과 같은 최

종식을 통하여 얻을 수 있다.

표 1. 연속적인 4 심볼에 대한 경우의 수  
 Table 1. Possible outcome for four consecutive symbols.

$g_1(t)$	$g_2(t)$	$g_3(t)$	$g_4(t)$	확률	$g_1(t)$	$g_2(t)$	$g_3(t)$	$g_4(t)$	확률
0	0	0	0	1/16	1	0	0	0	1/16
0	0	0	1	1/16	1	0	0	1	1/16
0	0	1	0	1/16	1	0	1	0	1/16
0	0	1	1	1/16	1	0	1	1	1/16
0	1	0	0	1/16	1	1	0	0	1/16
0	1	0	1	1/16	1	1	0	1	1/16
0	1	1	0	1/16	1	1	1	0	1/16
0	1	1	1	1/16	1	1	1	1	1/16

$$\begin{aligned} \text{타이밍 검출기 이득} &= \sum_{r=-1}^2 g[\tau+(r-1/2)T] \Big|_{\tau=0} \times 1/16 \\ &\times \{ [\text{sign}(I(r)) - \text{sign}(I(r-1))] + \\ &\quad \{ \text{sign}(Q(r)) - \text{sign}(Q(r-1)) \} ] \end{aligned} \quad (8)$$

위 식에서 제시한 최종적인 타이밍 검출기 이득은 초과대역폭 따라 비례한다. 위 식에 따라 rolloff 0.35, 0.2, 0.8을 갖는 신호 각각에 대한 검출기 이득을 수학적으로 계산하였다. 수학적으로 유도한 검출기의 이득과 모의실험 결과치의 비교를 표 2에 나타냈다. 모의실험 결과와 수학적인 분석은 약 0.05%이내의 오차율을 보인다.

표 2. 타이밍 검출기 이득의 모의실험 결과  
 Table 2. Simulation result for gain of the timing detector.

rolloff factor	Analytic	Simulation	(%)
0.2	5.14008	5.14645	99.87
0.35	5.234224	5.2413	99.86
0.80	5.73556	5.71105	99.57

Alternative code(1,-1,1,-1,...)일 경우에는 단지 1010, 0101 두 가지 경우만이 존재한다. 따라서 두 가지 각각의 경우의 확률은 1/2이 된다. 따라서 analytic 타이밍 검출기 이득은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} &\sum_{r=-1}^2 p[\tau+(r-1/2)T] \times \frac{1}{16} \times \{ \text{sign}(I(r)) - \text{sign}(I(r-1)) \} \\ &= (5.907944 + 0.064587 \times 4) \times 1/2 + (5.907944 + 0.064587 \\ &\quad \times 4) \times 1/2 \times 2 = 12.332672 \end{aligned}$$

모의실험 결과 타이밍 검출기 이득은 12.433으로 분석적인 결과와 비교하여 보면 99.2%의 정확도를 보인다.

2. 잡음 성분에 의해 결정이 틀릴 경우를 고려한 검출기 이득

낮은 SNR 환경 하에서는 잡음 성분으로 인해 결정이 틀릴 확률이 높아져 검출기 이득이 감소한다. 따라서 잡음성분에의해 결정이 틀릴 경우에는 검출기 이득이 SNR의 함수로도 표현 되어야 한다. DD-Gardner 방식에서 검출기 출력은 연속적인 세 개의 샘플을 이용한다. 만약 한 심볼의결정이 틀리면 틀린 결과가 타이밍 에러식 계산에 2번 영향을 끼치는데 이는 Differential encoded PSK (DPSK)신호에 대한 차등 복조에서의 error가 전파되는 것과 유사한 결과이다 [21], [31]. 심볼의 중앙에서 이루어진 결정의 기대값은 본래의 심볼값을 a, 결정이 맞을 경우 확률을  $P_d$ , 결정이 틀릴 경우의 확률을  $P_e$ 라고 하면 decision 과정에서의 기대치는  $a(P_d - P_e)$ 로 계산되며 이는  $a(1 - 2P_e)$ 와 같다. 결과적으로 decision error가 존재할 경우 검출기 출력값은 곱해지는 상수값을 고려하지 않았을 경우 식 (9)와 같이  $1 - 2P_e$ 만큼 줄어든다.

$$U_i(\tau) = E(u_i(\tau)) = \sum_p g(\tau + (r-1/2)T - pT) \cdot (1 - 2P_e(\tau)) \times (\text{sign}(g(\tau + rT - pT)) - \text{sign}(g(\tau + (r-1)T - pT))) \quad (9)$$

여기에서,  $P_e(\tau) = 2P_{err}(\tau)(1 - P_{err}(\tau))$

$$P_{err}(\tau) = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_o} \exp\left(-\frac{(x - m(\tau))^2}{2\sigma_o^2}\right) dx$$

$$\text{혹은 } P_{err}(\tau) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_o} \exp\left(-\frac{(x - m(\tau))^2}{2\sigma_o^2}\right) dx$$

$$m(\tau) = g((r-1)T + \tau) + g(rT + \tau) + g((r+1)T + \tau) + g((r+2)T + \tau) \quad (10)$$

윗 식에서 높은 SNR 환경에서와 동일한 방식으로 양변에 timing phase ( $\tau$ )에 의한 미분을 취함으로써 타이밍 검출기의 이득을 유도한다.

$$d(U_i(\tau))/d\tau|_{\tau=0} = \left(\sum_p g'(\tau + (r-1/2)T - pT)\right)_{\tau=0} \cdot (1 - 2P_{err}(\tau))^2 - \sum_p g(\tau + (r-1/2)T - pT)|_{\tau=0} \cdot 4(1 - 2P_{err}(\tau)) \frac{dP_{err}(\tau)}{d\tau} \Big|_{\tau=0} \times (\text{sign}(g(\tau + rT - pT)) - \text{sign}(g(\tau + (r-1)T - pT))) \quad (11)$$

윗 식에서  $P_{err}(\tau)$ 은 closed-form의 해를 가지고 있지 않기 때문에 다음과 같은 근사화를 통해 해를 구할 수 있다 [41].

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-\xi^2/2) d\xi \approx \left[ \frac{1}{(1-a)x + a\sqrt{x^2 + b}} \right] \frac{e^{-x^2/2}}{\sqrt{2\pi}} \quad (12)$$

여기에서 a, b 는 상수이다. 위 근사식은  $x \geq 0$ 일 경우  $a=0.339, b=5.510$ 일 때에 가장 작은 절대 오차(0.27%)를 갖는다. 따라서  $P_{err}(\tau)$ 는 식 (13)과 같이 표현되며  $dP_{err}(\tau)/d\tau|_{\tau=0}$ 는 식 (14)와 같이 근사화된 closed-form으로 표현될 수 있다.

$$P_{err}(\tau) = \left[ \frac{1}{(1-a) \frac{-m(\tau)}{\sigma_o} + a\sqrt{\frac{m(\tau)^2}{\sigma_o^2} + b}} \right] \frac{e^{-\frac{m(\tau)^2}{2\sigma_o^2}}}{\sqrt{2\pi}} \quad (13)$$

$$dP_{err}(\tau)/d\tau|_{\tau=0} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{m(\tau)^2}{2\sigma_o^2}} \left( -2m(\tau)m'(\tau) \left( (1-a) \frac{-m(\tau)}{\sigma_o} + a\sqrt{\frac{m(\tau)^2}{\sigma_o^2} + b} \right) - \left( \frac{-am'(\tau)}{\sigma_o} + \left( \frac{m(\tau)m'(\tau)}{\sigma_o^2} \right) \right) \left( \sqrt{\frac{m(\tau)^2}{\sigma_o^2} + b} \right) \right) \times \frac{1}{\left( (1-a) \frac{-m(\tau)}{\sigma_o} + a\sqrt{\frac{m(\tau)^2}{\sigma_o^2} + b} \right)^2} \quad (14)$$

위의 식(14)에서  $m(\tau)$ 의 값은 수신된 데이터의 패턴에 따라 그 값이 틀려진다. 또한 우측의 두 번째 항은  $\sum_p g(\tau + (r-1/2)T - pT)|_{\tau=0} = m(\tau - 1/2T)$  값이 0이 아닐 경우에만 값을 갖는다. 앞절에서 가정한 심볼 파형에 대해서 연속적인 4 심볼의 16 경우의 수중 다음의 4가지 경우만을 제외하고  $\tau=0$ 인 지점에서 non-zero 값을 갖는다.

4가지 경우의 수 : (1,0,1,0), (0,1,0,1), (1,1,0,0), (0,0,1,1)

최종적으로 잡음 성분으로 인해 결정이 틀릴 경우의 타이밍 검출기 이득은 다음과 같이  $E_b/N_o$ 와 초과대역폭의 함수로서 표현된다.

$$\text{타이밍 검출기 이득} = K_d \cdot (1 - 2P_{err}(\tau))^2 - \sum_p g(\tau + (r-1/2)T - pT)|_{\tau=0} \cdot 4(1 - 2P_{err}(\tau)) \frac{dP_{err}(\tau)}{d\tau} \Big|_{\tau=0}$$

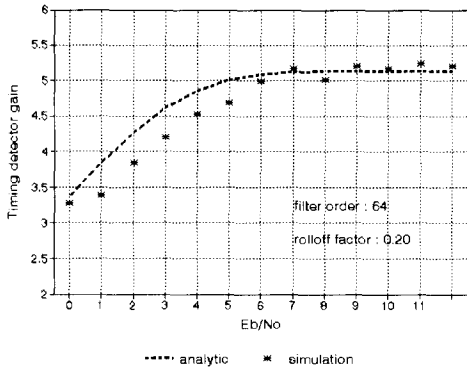
$$(\text{sign}(g(\tau+rT-pT)) - \text{sign}(g(\tau+(r-1)T-pT))) \quad (15)$$

여기에서  $K_d$ 는 결정이 틀릴 경우를 고려하지 않은 경우(높은 SNR 환경)의 타이밍 검출기의 이득이다.

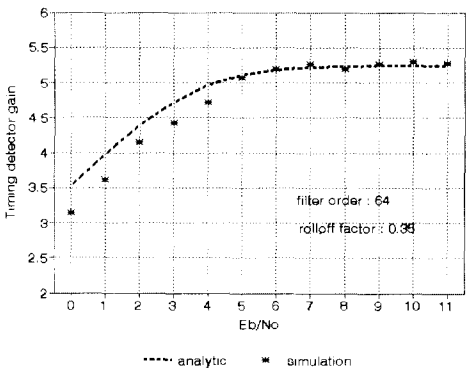
3. 모의 실험

앞절에서 유도한 DD-Gardner 알고리즘의 검출기 이득을 검증하기 위해 Raised cosine filter tap 수를 64차로 하고 초과대역폭 = 0.20, 0.35, 0.80 각각에 대해 모의실험을 수행하였다.

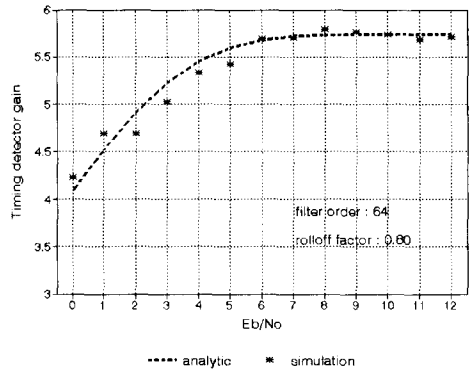
그림 4(a)는 초과대역폭 가 0.20인 경우이고 그림 4(b)는 0.35, 그림 4(c)는 0.80인 경우의 모의 실험 결과이다. 모의실험을 통하여 알 수 있듯이 분석적인 결과가 모의실험과 상당히 일치함을 확인할 수 있다. 그러나 낮은  $E_b/N_0$ 에서 약간의 오차가 존재하는데 이는 식 (12)의 근사화 과정에서 생기는 오차와 인접 심볼 간섭에 의한 decision 오차라고 볼 수 있다.



(a) Rolloff factor = 0.20



(b) Rolloff factor = 0.35



(c) Rolloff factor = 0.80

그림 4.  $E_b/N_0$ 와 초과대역폭에 따른 타이밍 검출기 이득 변화

Fig. 4. Variation of a gain of the timing detector versus  $E_b/N_0$  and excess bandwidth.

III. DD-Gardner 알고리즘을 채택한 심볼동기 루프의 성능 평가

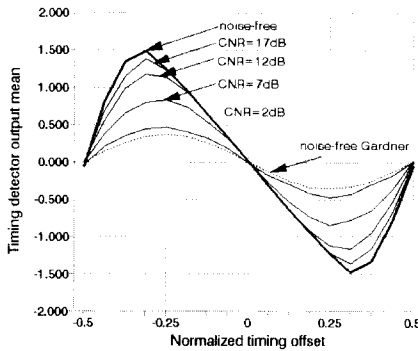
본 절에서는 대역폭 효율이 좋아 디지털TV 위성 방송의 송신 표준 방식으로 채택된 QPSK 신호에 대하여 DD-Gardner 방식을 채택한 심볼동기 루프의 위성 채널을 고려한 좁은 대역폭 및 열악한 SNR 등의 환경 하에서 잡음 및 잔류반송파 성분에 의한 타이밍 에러 검출기의 특성과 지터성능, 추적 성능 등을 평가한다. 또한 일반적인 Gardner 방식을 채택한 루프와의 성능 비교를 통하여 DD-Gardner 방식의 장단점을 분석한다<sup>[11]</sup>.

1. CNR에 따른 타이밍 검출기의 특성

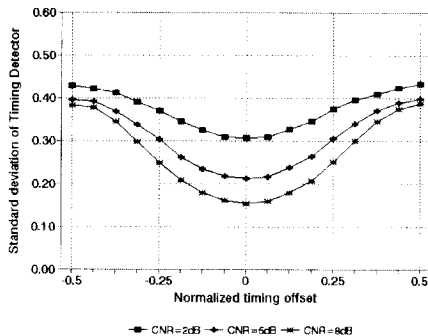
AWGN만이 존재하는 아주 이상적인 채널을 가정하여 좁은 대역폭과 열악한 SNR의 환경 하에서 타이밍 검출기의 특성을 분석한다. 일반적인 Gardner 알고리즘은 샘플된 값을 직접 사용하는 반면 DD-Gardner 알고리즘은 수신된 신호의 샘플치가 타이밍 검출기에 입력되면서 hard decision된 값을 이용하므로 decision 동작에 의해 타이밍 검출기에 입력되는 많은 잡음 성분을 제거할 수 있다. 검출기 출력의 평균 특성이 좋다 하더라도 분산이 크면 큰 잡음 성분에 대해 안정된 동작을 하지 못한다. 그림 5에 CNR에 따른 타이밍 검출기 출력의 평균 및 분산 특성을 보였다. 좁은 대역폭과 A/D 변환기의 잡음 제거 효과를 고려하여

초과대역폭 은 0.35에 대하여 CNR 2 dB에서부터 모의실험을 하였다. 그림 5(a)는 CNR에 따른 타이밍 검출기 출력의 평균 특성이고 5(b)는 타이밍 검출기의 출력을 검출기 이득에 의해 정규화된 표준편차 특성을 나타낸다.

모의실험을 통하여 DD-Gardner 알고리즘은 일반적인 Gardner 알고리즘에 비해 선형 구간이 넓고 검출기 이득 또한 큼을 확인할 수 있다. CNR 2 dB에서는 일반적인 Gardner 알고리즘과 비슷한 성능을 보이지만 CNR이 증가함에 따라 선형 구간이 넓어지고 검출기 이득이 증가하고 최적의 샘플 지점에서 정규화된 표준편차가 작아지는 등 전반적인 타이밍 검출기 특성이 향상된다.



(a) 타이밍 검출기 출력의 평균 특성



(b) 타이밍 검출기 출력의 분산 특성

그림 5. CNR에 따른 타이밍 검출기 특성  
Fig. 5. Characteristic of the timing detector versus CNR.

그림 6은 CNR에 따른 일반적인 Gardner 알고리즘과의 표준편차 성능을 비교하였다. 그림 6은 CNR=2

dB, 8dB 대해서 표준편차에 대한 성능 비교를 하였다. 열악한 잡음 환경 하에서 DD-Gardner 알고리즘의 타이밍 검출기 특성이 전반적으로 우수한 성능을 보임을 모의실험을 통하여 확인할 수 있다.

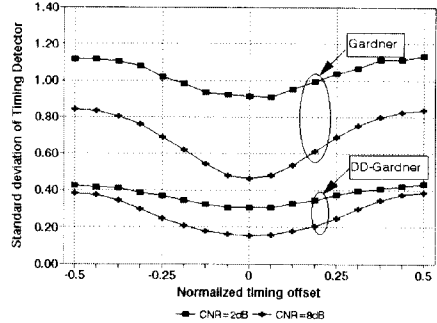


그림 6. DD-Gardner와 Gardner 방식의 CNR에 따른 표준편차 성능 비교  
Fig. 6. Comparison of standard deviation between the DD-Gardner and the Gardner.

2. 주파수 오프셋에 대한 성능 변화 분석

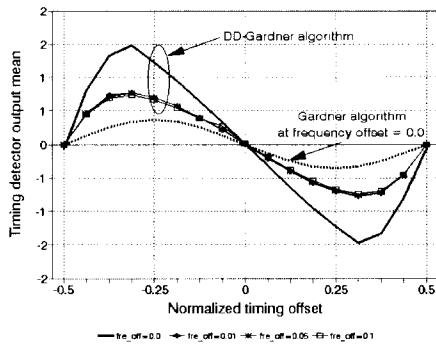
앞에서 언급한 바와 같이 DBS용 고속 디지털 복조 회로를 IC로 구현하기 위해서는 반송파 복구에 선행하는 심볼 타이밍 복구 회로가 필요하므로 심볼 타이밍 복구 회로에 입력되는 신호에는 주파수 오차 및 위상 오차가 남게 된다. Gardner 알고리즘의 경우에는 k번째 타이밍 검출기 출력  $u(k)$ 는 다음과 같이 표현된다<sup>[11]</sup>.

$$u(k) = \{I_{k-1/2}(I_k - I_{k-1}) + Q_{k-1/2}(Q_k - Q_{k-1})\} \cos \pi \Delta f T - \{I_{k-1/2}(Q_k + Q_{k-1}) - Q_{k-1/2}(I_k + I_{k-1})\} \sin \pi \Delta f T \quad (16)$$

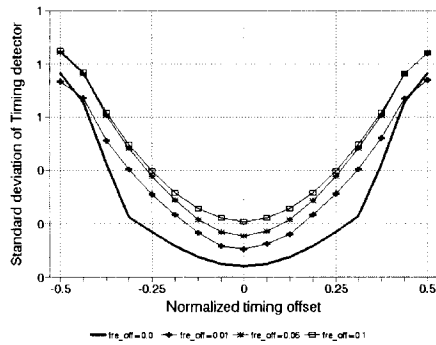
위의 식 (16)에서 cos의 함수에 관계된 항이 실제 타이밍 에러를 반영하는 항이며 sin의 함수에 관계되는 항은 평균은 0인 교란 성분에 해당한다. 따라서 주파수 오차가 있을 경우  $\cos \pi \Delta f T$  만큼의 평균 이득 감소 및 교란 성분에 따른 성능 열화가 생긴다. Gardner 알고리즘의 경우에는 이론적으로는 주파수 오프셋 ( $\Delta f T$ )이 0.4 까지도 S-curve 특성이 좋은 편이지만 실제 다른 루프와 연동 시에는 0.2 이상의 주파수 오프셋이 존재하면 추적이 거의 불가능하다.

DD-Gardner 방식도 주파수 오프셋이 존재할 경우 검출기 이득의 손실이 있지만 수학적 해석은 복잡하다. 그림 7은 수신된 신호에 잔류반송파 성분이 존재할 경우 타이밍 검출기의 특성을 나타낸다. 그림 7(a)는

검출기 출력의 평균 특성이고 7(b)는 검출기 이득에 정규화된 표준편차 특성이다. 잔류 반송파 성분이 존재할 경우에 타이밍 검출기의 선형 구간, 이득이 Gardner 방식에 비해 큰 손실이 있지만 Gardner 방식보다는 큰 검출기 이득과 넓은 선형 구간을 유지한다. 또한 심볼 전송 속도에 정규화된 잔류 주파수 오프셋이( $\Delta fT$ )이 0.20 이하일 경우에는 일정한 타이밍 검출기 특성을 보인다. 정규화된 주파수 오프셋( $\Delta fT$ )이 0.2 이상일 경우에는 S-curve가 무너지기 시작하면서 추적 성능의 열화가 심해진다.



(a) 검출기 출력의 평균 특성



(b) 검출기 출력의 표준편차 특성

그림 7. 주파수 오프셋에 따른 타이밍 검출기 특성  
Fig. 7. Characteristic of the timing detector versus frequency offset.

3. Tracking 성능 비교

DBS용 고속복조칩을 구현하기 위해서는 빠른 초기 동기 포착이 필수적이다. Gardner 알고리즘과 DD-Gardner 알고리즘은 한 심볼당 2 샘플로 동작하고 반송파 동기와 독립적으로 동작하므로 초기 동기 포착을

빠르게 수행할 수 있다. DD-Gardner 방식의 경우 타이밍 검출기 특성의 선형 구간이 넓고 이득이 크므로 Gardner 방식보다 빠른 추적 성능을 보인다. 정규화된 타이밍 오프셋에 따른 두 가지 알고리즘의 추적 성능을 분석하였다. 정규화된 타이밍 오프셋( $1/T$ )이 0.125, 0.25, 0.375, 0.5 일 때  $CNR = 5$  dB,  $B_L T = 0.001$ ,  $B_L T = 0.005$  에서의 각각의 추적 성능을 그림 8에 나타냈다(여기에서  $B_L T$ 은 심볼 전송 속도에 정규화된 동기 루프의 대역폭을 의미한다.). DD-Gardner 방식은 일반적인 Gardner 방식 보다 검출기 이득이 크고 선형 구간이 넓기 때문에 선형 영역에서는(정규화된 타이밍 오프셋이 0.125인 지점)에서는 거의 동일한 추적 성능을 보이지만 비선형 영역(정규화된 타이밍 오프셋이 0.375, 0.5인 지점)에서 월등히 빠른 추적 성능을 보임을 확인할 수 있다.

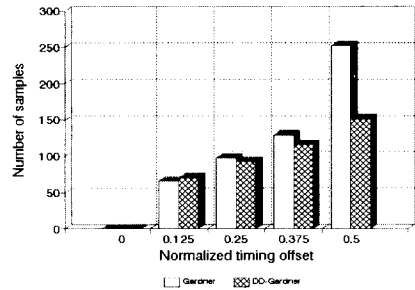


그림 8. 추적 성능 비교( $CNR = 5$  dB,  $B_L T = 0.005$ )  
Fig. 8. Comparison of tracking performance( $CNR = 5$  dB,  $B_L T = 0.005$ ).

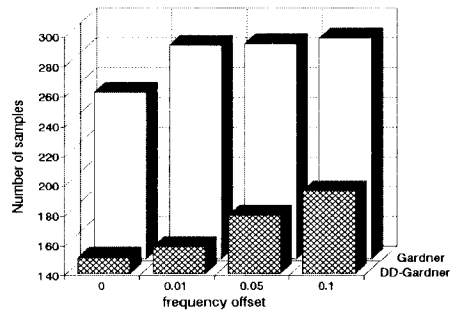


그림 9. 주파수 오프셋에 따른 추적 성능 ( $1/T = 0.5$ ,  $CNR = 5$  dB,  $B_L T = 0.005$ )  
Fig. 9. Tracking performance versus frequency offset. ( $1/T = 0.5$ ,  $CNR = 5$  dB,  $B_L T = 0.005$ )



주파수 오프셋이 존재할 경우에 DD-Gardner 방식은 검출기 이득 감소하면서 추적 성능은 열화된다. 비선형 영역(Delay=8, 정규화된 타이밍 오프셋 = 0.5)인 지점에서의 CNR = 5 dB,  $B_L T = 0.005$ 에서 주파수 오프셋에 따른 추적 성능을 그림 9에 나타냈다. 주파수 오프셋이 존재할 경우 Gardner 방식은 그다지 영향을 받지 않고 일정한 특징을 보인다. 그러나 DD-Gardner 방식은 주파수 오프셋에 따라 추적 성능의 열화가 발생하지만 Gardner 방식에 비해서는 여전히 빠른 추적 성능을 보인다.

낮은 SNR 환경 하에서는 DD-Gardner 방식의 경우 결정이 틀릴 확률이 커지므로 추적 속도가 떨어진다. 그림 11은 정규화된 타이밍 오프셋( $1/T$ )이 0.375이고  $B_L T = 0.001$  인 경우의 CNR에 따른 추적 성능을 나타낸다. 모의 실험을 통해 확인할 수 있듯이 Gardner 방식의 경우 CNR에 따른 추적 성능의 변화가 거의 없다. 약 5dB 이하의 CNR에서는 Gardner 방식이 빠른 추적 성능을 보이지만 약 5dB 이상의 CNR에서는 DD-Gardner 방식이 빠른 추적 성능을 보인다. 이는 DD-Gardner 방식이 결정에 의존하므로 낮은 CNR에서 성능이 열화되기 때문이다. DD-Gardner 방식의 경우 CNR 이 17 dB 이상일 경우에는 추적 성능의 변화가 거의 없음을 모의 실험을 통하여 확인할 수 있다.

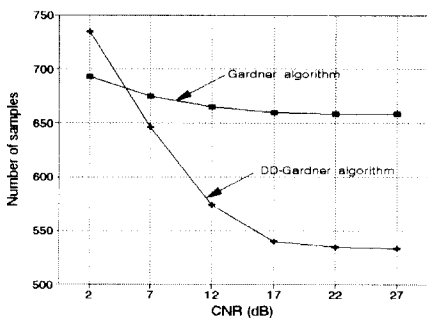


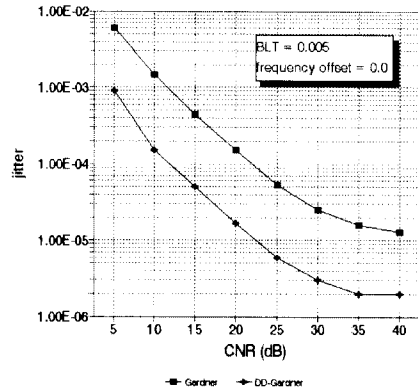
그림 10. CNR 에 따른 추적 성능 ( $1/T = 0.375$ ,  $B_L T = 0.001$ )

Fig. 10. Tracking performance versus CNR. ( $1/T = 0.375$ ,  $B_L T = 0.001$ )

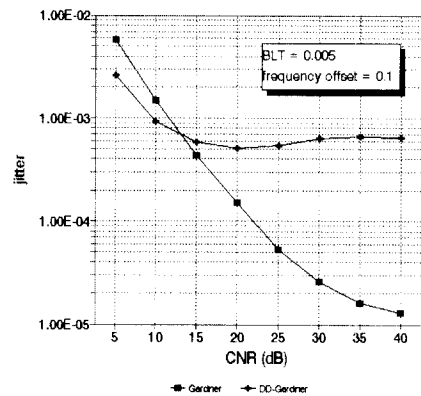
4. 잡음에 의한 지터성능 분석

지터는 심볼 동기 회로에서 루프의 성능에 영향을 끼치는 가장 큰 요소이다. 잡음 성분 뿐만 아니라 신호의

대역폭이 좁음으로서 지터성능이 열화된다. 또한 랜덤한 데이터 열의 패턴 지터(self-noise)에 의한 영점 교차의 흔들림으로 지터성능이 크게 열화된다. 그림 11에서 협대역 신호에 대한 두 알고리즘의 지터성능을 비교하였다. DD-Gardner 알고리즘은 hard-decision 동작으로 인해 잡음 성분을 상당히 제거한다. 이로 인해 잔류 반송파 성분이 없을 때는 jitter 성능이 전반적으로 우수하다.



(a) 잔류 반송파 성분이 존재하지 않을 경우



(b) 잔류 반송파 성분이 존재할 경우

그림 11. 지터성능의 비교 (초과대역폭 = 0.35)

Fig. 11. Comparison of jitter performance. (rolloff factor = 0.35)

DD-Gardner 알고리즘은 주파수 오프셋이 존재할 경우에는 수학적 해석이 어렵다. 그림 11(b)에 Gardner, DD-Gardner에 대해 각각의  $B_L T$ 가 0.005 일 경우 AWGN 채널 하에서의 주파수 오프셋이 존재

할 때(주파수 오프셋( $\Delta f/T$ ) = 0.1)의 지터성능을 보였다. Gardner 알고리즘은 잔류 반송파 성분에 의한 영향을 거의 받지 않은 반면에 DD-Gardner 알고리즘은 잔류 반송파 성분에 의해 지터성능이 크게 열화되며 CNR 25 dB 이상에서는 일정한 지터성능을 보인다. 그러나 위성 채널과 같은 17 dB 이하의 낮은 SNR 환경에서는 DD-Gardner 방식의 지터성능이 더 바람직한 특성을 보인다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 DBS용 복조 IC의 심볼동기 알고리즘으로 인기가 있는 DD-Gardner 알고리즘의 성능을 분석하였다.

먼저 DD-Gardner 알고리즘에 의한 타이밍 검출기의 이득을 SNR과 파형정형 필터의 초과대역폭의 함수로 유도하고 이를 모의실험을 통해 검증하였다. 이러한 분석은 QPSK에 대한 것이나 일반적인 QAM신호에도 적용될 수 있을 것으로 생각된다.

또한 위성 채널을 고려한 낮은 SNR 환경에서 타이밍 검출기 특성, 추적 성능, 지터 성능 등을 평가하였다. 그 결과 타이밍 검출기 특성 면에서 일반적인 Gardner 알고리즘에 비해 선형 구간이 넓고, 검출기 이득 또한 크며 잔류 반송파 성분에 대해 다소의 성능 열화는 있으나 대체로 정규화된 주파수 오차 0.2이하에서는 더 우수한 성능을 보였다. 추적 성능 면에서는 심볼 전송 속도에 정규화된 타이밍 오프셋이 커질수록 Gardner 알고리즘과의 초기동기 포착 속도의 차이가 커진다. 포착 속도에 대한 잡음에 의한 영향을 분석한 결과 CNR 5dB 부근을 기준으로 하여 그보다 CNR이 클 경우에는 DD-Gardner 방식이 그 미만일 경우에는 일반적인 Gardner 방식의 포착 속도가 빠르다는 결론을 얻었다. 지터성능 면에서는 CNR이 매우 낮은 경우 decision에러로 성능이 나빠지긴 하지만 2dB이상의 CNR 환경에서는 Gardner 알고리즘보다 더 바람직한 지터성능을 가짐을 확인할 수 있었다. 그러나 잔류 반송파 성분으로 주파수 오차가 있을 경우에는 일반적인 Gardner방식은 거의 변화가 없는 반면 DD-Gardner방식은 CNR이 높아져도 지터성능이 개선되지 않아 상대적으로 성능 열화가 매우 심하다는 결과를 얻었다. 따라서 이 방식을 사용할 경우에는 이와 연동되는 반송파 동기 회로가 타이밍 지터로 인한

상당한 왜곡 성분에도 잘 동작하여 초기 심볼동기가 이루어진 후에 빠른 시간 안에 반송파 동기가 이룰 수 있어야 할 것으로 판단된다.

이상의 분석 및 평가는 DD-Gardner 방식을 채용한 심볼동기 회로의 설계에 및 적용 가능한 대상의 결정에 도움을 줄 수 있을 것으로 기대된다.

※ 본 연구논문은 1995년도 LG전자의 "위성 DBS의 디지털 수신기 구현에 관한 연구"에 관한 수탁과제 결과임

#### 참 고 문 헌

- [1] F. M. Gardner, "A BPSK/QPSK Timing Error Detector for Sampled Receivers," IEEE Trans. on Comm., vol. COM-34, pp. 423-429, May 1986.
- [2] Bernard Sklar, *Digital Communications - Fundamentals and Applications*, Prentice-Hall Inc, 1989.
- [3] W. C. Lindsey, and M. K. Simon, *Telecommunication Systems Engineering*, Prentice-Hall Inc., 1973.
- [4] Peyton Z. Peebles, *Probability, Random Variables, and Random Signal Principles*, McGraw-Hill, 1993
- [5] 최형진, *동기방식 디지털 통신*, 교학사, 1995년
- [6] G. J. Saulnier, et. al., "A VLSI Demodulator for Digital RF Network Applications : Theory and Results," IEEE Journal on SAC, vol. 8, No. 8, pp. 1512-1519, October 1990.
- [7] H. Samuelli, "A VLSI Architecture for a High Speed All-Digital Quadrature Modulator and Demodulator for Digital Radio Applications," IEEE Journal on SAC, vol. SAC-8, pp 1512-1519, October 1990.
- [8] 石川 達也, 小松 進, "디지털 위성송受信機用 QPSK 復調器", 東芝 리뷰어 1993 Vol.48 No.2, pp. 147-150, 1993.
- [9] Lauren Christopher, "Fully Integrated Digital Demodulation and Forward Error Correction IC for Digital Satellite Television," IEEE CICC 1995.

[10] R.v.d. Wal and L. Montreuil, "BPSK and QPSK Demodulator Chip-Set for Satellite Application," IEEE Trans. on Consumer electronics, February 1995.

[11] W. G. Cowley and L. P. Sabel, "The

Performance of Two Symbol Timing Recovery Algorithms for PSK Demodulators," IEEE Trans. on Comm., vol. COM-42, pp. 2345-2355, June 1994.

저 자 소 개



金 勇 勳(正會員)

1995년 성균관대학교 전자공학과 졸업(학사). 1995년 ~ 현재 성균관대학교 전자공학과 석사과정 재학중. 주관심분야 : 동기관련요소 기술, 디지털통신, 위성통신 등



李 慶 河(正會員)

1993년 성균관대학교 전자공학과 졸업(학사). 1995년 성균관대학교 전자공학과 졸업(석사). 1995년 ~ 현재 성균관대학교 전자공학과 박사과정 재학중. 주관심분야 : 이동통신, 모뎀설계, 동기관련요소

기술, 위성통신, 디지털통신 등



崔 炯 辰(正會員)

1974년 서울대학교 전자공학과 졸업(학사). 1976년 한국과학기술원 전기전자공학과 졸업(석사). 1982년 University of Southern California 전기공학 졸업(박사). 1976년 ~ 1979년 주식회사 금성

사 중앙연구소 연구원. 1982년 ~ 1989년 (미국)LinCom 연구소 책임연구원. 1989년 ~ 현재 성균관대학교 전자공학과 부교수. 주관심분야 : 디지털통신, 무선통신, 이동통신, 위성통신, 및 동기화이론을 포함한 Modem 기술등