

論文96-33B-3-1

# 횡단형 월쉬필터와 최적 LMS기법을 이용한 적응 등화기의 설계

## (A Design of Adaptive Equalizer using the Transversal Walsh Filter and the Optimal LMS Algorithm)

金 鐘 夫 \*

(Jong Boo Kim)

### 요 약

채널 왜곡으로 인한 수신 신호의 ISI(Intersymbol interference)를 제거하기 위하여 적응등화기를 설계하는데 있어서, 횡단형 필터는 직교 변환 특성을 가지는 월쉬함수와 블럭펄스함수를 이용하여 구성하였고, 적응 처리 부분에는 LMS 기법을 이용하였다. 기존의 등화기에 적용된 LMS 기법은 수렴 인자를 결정할 때 시행착오법을 이용하므로써, 입력 신호의 변화를 능동적으로 처리하지 못하고, 수렴 속도가 저하되는 문제가 있었다. 본 논문에서 제안한 수렴 인자는 각 탭에 대해서 시변적으로 최적하게 결정되어 입력 신호의 변화를 반영할 수 있으며, 직교 변환된 필터의 출력으로 표현되어 적응 성능을 향상시켰고, 연산 량도 줄일 수 있었다. 제안한 월쉬필터와 알고리즘의 성능은 TDL, DFT등화기와 컴퓨터 시뮬레이션으로 비교해 보았다.

### Abstract

This paper proposes a novel transversal filter and an optimal LMS algorithm, and show how these can be realized as an adaptive equalizer. The transversal filter consists of a Walsh and Block pulse functions. In the LMS algorithm with equalizers, the convergence factor is an important design parameter because it governs stability and convergence speed. The conventional adaptation techniques use a fixed time constant convergence factor by the trial and error method. In this paper, an optimal method in the choice of the convergence factor is proposed. The proposed algorithm is obtained that is tailored for each filter tap and is updated at each iteration. The performance of the proposed algorithm is compared with those of the conventional TDL and DFT equalizers by computer simulations.

### 1. 서 론

채널 왜곡(Channel distortion)으로 인한 수신 신호의 ISI(Intersymbol interference)<sup>[1]</sup>를 능동적으

로 해결하기 위해서는 등화기를 수신단에 설계하므로써 가능하다. 등화기가 처음에 도입될 당시에는 수동(Manual) 등화기나 송신 측의 Fixed compromise 등화기 등이 주종을 이루었으나,<sup>[2] [3]</sup> 채널의 특성이 수시로 변하는 교환 통신망<sup>[1]</sup>이 도입되면서 채널의 변화에 능동적으로 대처할 수 있는 적응 등화기의 필요성이 증대되었다. 이러한 필요에 의해서 1965년 Lucky가 적응 등화기를 통신 채널에 도입한 이래 안정도 및 실행 속도의 향상 측면에서 연구가 계속되고 있다.<sup>[2] [3] [4]</sup>

\* 正會員, 仁德專門大學 電子科  
(Dept. of Electronic Engineering., Induk College)

※ 본 논문은 인덕전문대학 학술연구비의 일부지원에 의함.

接受日字: 1995年11月2日, 수정완료일: 1996年2月14日

적응 등화기는 크게 횡단형 필터(Transversal fil-

ter)와 적응 처리(Adaptive processing)부분으로 나눈다.<sup>[2][14]</sup>

횡단형 필터는 1970년대까지는 하드웨어로 용이하게 구현하는데 많은 연구를 하였으며, 1980년대에 들어와서는 직교 변환 등에 의해 적응 처리 부분의 안정도 및 실행 속도를 향상시키는데 주력하였다.<sup>[2]</sup>

적응 처리 부분에 대한 연구는 크게 두 분야로 나눌 수 있는데, 우선 최소 자승(Least square) 법은<sup>[11]</sup> 수렴 속도는 빠르나 계산이 복잡하고 실계에서 구현이 어렵다는 문제가 있다. 또 하나는 기울기(Gradient)에<sup>[2]</sup> 기초한 기법인데, 이 기법은 계산이 간단하고 실시간 처리가 가능하여 실계에서 많이 이용하고 있다. 이 기법의 가장 간단한 형태는 Wiener-Hopf 기법인데<sup>[2]</sup> 이것은 공분산 행렬의 역행렬이 존재하여 채널의 왜곡이 심할 경우 문제가 지적되어 왔다. 이러한 문제를 해결하고 반복적인 연산이 가능하도록 개발된 기법이 Steepest-descent 기법<sup>[2]</sup>이다. 그러나, 이 기법도 평균 자승 오차의 기대값 계산이 어렵고, 실계에서의 구현이 어렵다는 문제가 있다. 그래서, 1959년 Widrow - Hoff는 기대값 대신 추정치를 사용하고, 수렴 인자를 결정할 때  $tr[R]$ 을 사용하는 LMS 기법<sup>[11][12]</sup>을 개발하였다. 그러나, LMS 기법도 수렴 인자를 결정할 때 시행착오법<sup>[2]</sup>을 이용하므로 입력 신호의 변화에 능동적으로 대처하지 못하고, 수렴 속도가 저하되는 문제가 있다.

본 논문에서는 이러한 문제들을 개선하기 위해서 횡단형 필터에는 연산량 및 하드웨어 구성에 많은 장점을 가지고 있는 월쉬함수<sup>[6]</sup>와 블럭펄스함수<sup>[7]</sup>를 이용하여 입력을 직교 변환하였다. 적응 처리 부분에는 LMS 기법을 Taylor급수<sup>[9]</sup>를 이용하여 k+1번째 자승 오차를 최소로 하는 k번째 수렴 인자를 시변적으로 최적하게 결정하는 기법을 제시하였다. 그래서, 수렴 인자가 직교 변환된 값으로 표현되고, 각 탭에 대해서 시변적으로 최적하게 결정되어, 입력의 변화가 수렴 인자에 직접적으로 반영되도록 하였다.

II. 적응 등화기의 설계

1. 횡단형 월쉬필터의 구성

횡단형 필터는 등화기의 구조적 특성을 결정 짓는 부분으로서, 현재 TDL(Tapped delay line)방식<sup>[2]</sup>이 주종을 이루고 있다. TDL방식은 하드웨어 구성은

비교적 용이하나 고유치의 퍼짐(Eigenvalues spread)<sup>[2][3]</sup>이 커서 적응 처리 속도가 느리다는 문제가 있다. 이러한 문제는 직교 변환(Orthogonal transform)에 의해서 해결이 가능한 것으로 알려져 있다.<sup>[2][6]</sup> 직교 변환을 이용한 대표적인 것이 DFT(Discrete fourier transform)방식<sup>[2][3]</sup>인데 TDL 방식의 문제점은 어느 정도 해결하였으나, 변환에 이용된 기저 함수가 복소함수로 이루어져 실행 속도를 크게 향상시킬 수 없고, 하드웨어로 구성하는데 어려움이 있으며, 안정도에도 문제가 제기되어 왔다.<sup>[6][10]</sup> 본 논문에서는 이러한 문제들을 해결하기 위해서 그림 1과 같이 직교 함수인 월쉬함수와 블럭펄스함수의 직교 변환 특성을 이용하여 횡단형 필터를 구성하고자 한다. 횡단형 필터를 구성하는데 이용하는 월쉬함수와 블럭펄스함수는 다음과 같은 특성을 가진다. 월쉬함수는 기저 함수가 +1과 -1을 가지는 완전 직교 함수이며, 주기 함수이다. 기저 함수가 +1과 -1의 값을 가지기 때문에 연산량이 적고 하드웨어 구성이 용이하며, 월쉬함수끼리의 곱은 또다른 월쉬함수로 표현된다. 블럭펄스함수는 주기를 임의로 설정할 수 있어서 필터를 구성했을 때 대역폭의 설정과 샘플링을 쉽게 할 수 있다.

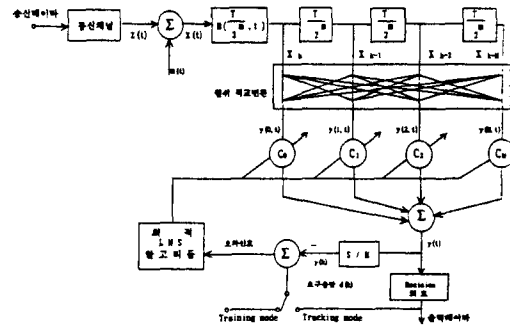


그림 1. 횡단형 월쉬필터를 갖는 적응 등화기  
Fig. 1. Adaptive equalizer with the transversal Walsh filter.

n번째 이산 월쉬함수의 t번째 구간에서의 일반적인 표현은 다음과 같다.

$$Wal(n_{p-1}, n_{p-2}, \dots, n_0; t_{p-1}, t_{p-2}, \dots, t_0) = \prod_{r=0}^{p-1} (-1)^{n_{p-r}} (t_r + t_{r-1}) \quad (1)$$

$$n : 0, 1, 2, \dots, N-1$$

$$N = 2^P \quad (N: \text{세부 구간 수}, P: \text{임의의 정수})$$

또한, 블럭펄스함수는 구간  $0 \leq t \leq T$ 에서 다음과 같이 정의된다.<sup>[7]</sup>

$$B_k\left(\frac{T}{2^m}, t\right) = \begin{cases} 1, & \frac{kT}{2^m} \leq t < \frac{(k+1)T}{2^m} \\ 0, & \text{그 외 구간} \end{cases} \quad (2)$$

$k = 0, 1, \dots, 2^m - 1$

월쉬함수로 필터를 구성하기 위해서 직교성<sup>[6]</sup>을 주기 구간에 적용하면 주기 외에선 0의 값을 갖는 월쉬 임펄스함수(Walsh impulse function)가 유도되며, 이 함수는 횡단형 필터를 구성하는데 기저 함수로 이용된다. 또한, 채널 신호의 샘플링을 위해서 월쉬 임펄스함수에 블럭펄스함수를 도입하자. 블럭펄스함수를 이용하여 월쉬 임펄스함수를 표현하면 다음과 같다.

$$W_{im}(n, t) + \sum_{k=0}^{2^m-1} WAL(n, k) B_k\left(\frac{T}{2^m}, t\right) \quad (3)$$

$WAL(n, k)$ 는 구간  $\frac{kT}{2^m} \leq t < \frac{(k+1)T}{2^m}$ 에서  $Wal(n, t)$ 의 값을 나타낸다.

월쉬 임펄스함수로 구성된 횡단형 필터는  $2^m$ ( $m$ : 월쉬 함수와 블럭펄스함수의 세부구간수)개의 탭을 가지며 탭간의 지연이  $T/2^m$ 이고, 지연 시간은 샘플링주기  $T_s$ 와 같게 구성한다.  $n$ 번째 탭 출력은 다음과 같다.

$$y(n, t) = x(t) * W_{im}(n, t), \quad n = 0, 1, 2, \dots, 2^m - 1 \quad (4)$$

$$= z(t) + n(t) * W_{im}(n, t)$$

식 (4)에서 \*는 합성(Convolution)을 의미하며,  $x(t)$ 는 채널 출력 신호  $z(t)$ 와 평균이 0인 가우시안 잡음  $n(t)$ 의 합으로 이루어지는데,  $z(t)$ 와  $n(t)$ 는 Ergodic 하고 서로 상관관계가 없다고 가정한다.  $M$ 개의 탭에 대한 횡단형 필터의 출력은 다음과 같다.

$$y(t) = \sum_{n=0}^M C_n y(n, t) \quad (5)$$

수신데이터는 횡단형 필터의 출력을  $t = kT_s + \tau$  ( $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,  $\tau$ : 시간 오차)로 샘플링하여 얻는다. 또한 요구 응답(Desired response)은 Training mode에서는 Duobinary 신호를 사용하였다. 요구 응답과 필터의 출력에 대한  $K$ 번째 시간의 오차는 다음과 같다.

$$\epsilon(k) = d(k) - y(k), y(k) \hat{=} y(kT_s + \tau) \quad (6)$$

$$= d(k) - C^T Y(k)$$

식(6)에서  $C$ 는 탭의 이득 가중치이고  $Y(k)$ 는 탭의 출력을 의미한다. 오차에 대한 평균 자승 오차는 다음과 같다.

$$\epsilon_{MSE} = E\{\epsilon^2(k)\} \quad (7)$$

$$= E\{d^2(k)\} - 2E\{d(k)Y^T(k)\}C + C^T E\{Y(k)Y^T(k)\}C$$

식(7)에서 탭의 출력과 요구 응답 사이의 상호 상관과 탭 출력간의 공분산 행렬을 다음과 같이 표시하자.<sup>[2]</sup>

$$E\{d(k)Y^T(k)\} = P \quad (8)$$

$$E\{Y(k)Y^T(k)\} = R$$

$P$ 는  $2^m \times 1$ ,  $R$ 은  $2^m \times 2^m$ 을 의미하고, 이것으로 식(7)를 나타내면 다음과 같다.

$$\epsilon_{MSE} = E\{d^2(k)\} - 2P^T C + C^T R C \quad (9)$$

식(9)에서 공분산 행렬을 횡단형 월쉬필터의 출력 신호에 대한 시간 평균으로 표시하면 다음과 같다.

$$R_{ij} = \overline{y(i, kT_s + \tau)y(j, kT_s + \tau)}, \quad i, j = 0, 1, \dots, M \quad (10)$$

$$= \overline{\left[ \frac{1}{M+1} \sum_{k=0}^M \{x(kT_s + \tau) * W_{im}(i, kT_s + \tau)\} \{x(kT_s + \tau) * W_{im}(j, kT_s + \tau)\} \right]}$$

$$= \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} \sum_{k=0}^M \{ \{x(kT_s + \tau) * W_{im}(i, kT_s + \tau)\} \{x(kT_s + \tau) * W_{im}(j, kT_s + \tau)\} \}$$

식(10)의 공분산 행렬은 월쉬함수에 의해서 직교 변환된 신호로 나타내지며, 월쉬함수의 특성<sup>[6]</sup>으로 다음과 같이 두 월쉬함수의 합이 기수이면 결과가 0이 되고, 우수이면 임의의 값을 갖는다.

$$R_{ij} = \begin{cases} \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} \sum_{k=0}^M \{ \{x(kT_s + \tau) * W_{im}(i, kT_s + \tau)\} \{x(kT_s + \tau) * W_{im}(j, kT_s + \tau)\} \} & (i+j) \text{가 우수형} \\ 0 & (i+j) \text{가 기수형} \end{cases} \quad (11)$$

식(11)과 같은 월쉬 직교 변환의 결과는  $2^m \times 2^m$ 의 차수를 갖는 공분산 행렬을  $2^m \times 1$ 의 차수를 갖는 탭계수와 연산을 수행할 때  $2^{2m}$ 의 곱이 필요하나 이 경우에는  $2^{m-1} \times 2^m$ 의 곱만이 필요하게 되어 연산량이 줄어든다. 또한 월쉬함수의 직교 변환에 의한 특성은 공분산 행렬의 고유치들의 편차도 줄여 주어 왜곡이 심한 경우에도 안정성 및 수렴 특성을 좋게 한다.

2. LMS기법의 수렴 인자 최적화 알고리즘  
 탭 이득 가중치를 연속적으로 조정하여 평균 자승

오차가 최소가 되도록 하는 적응 처리 기법(Adaptive processing algorithm)은 기울기(Gradient)에 기초한 기법 중에서 현재 실제에서 광범위하게 사용되고 있는 다음과 같은 LMS 기법을 이용한다.<sup>[2] [8]</sup>

$$C_{k+1} = C_k + \mu(-\hat{\nabla}_k) \quad (12)$$

$$\text{이때 } \nabla_k = \frac{\partial(\varepsilon_k^2)}{\partial C_k} = -2\varepsilon_k Y_k$$

식(12)에서  $\hat{\nabla}_k$ 는 기울기의 추정치이며,  $\mu$ 는 적응 처리의 안정도 및 수렴 속도에 지대한 영향을 주는 수렴 인자로써 다음과 같은 조건에서 결정된다.<sup>[2]</sup>

$$0 < \mu < \frac{1}{\text{tr}\{R\}} \quad (13)$$

$\text{tr}\{R\}$ 은 공분산 행렬  $R$ 의 대각 요소의 합이다. 식(13)과 같은 조건에서 최적한  $\mu$  값을 얻기 위해서는 많은 시행착오를 거쳐야 하기 때문에 등화기의 성능이 저하되는 원인이 된다. 또한, 시행착오법으로 한번 구한 수렴 인자는 적응 처리 동안 계속 사용하기 때문에 채널의 변화를 반영할 수 없다는 문제가 있다. 본 논문에서는 이러한 문제들을 해결하기 위해서 수렴 인자를 최적하게 결정하는 방법을 제시한다. 우선, LMS 기법을 기울기의 추정치로 표시하면 다음과 같다.

$$C_{i,k+1} = C_{i,k} - \mu_{i,k} \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial C_{i,k}} \quad (14)$$

최적 수렴 인자는  $k+1$ 번째 자승 오차  $\varepsilon_{k+1}^2$ 을 최소로 하는  $k$ 번째의 수렴 인자를 구하여 얻는다.  $k$ 번째의 수렴 인자를 구하기 위해서 Taylor진개를 이용하여  $\varepsilon_{k+1}$ 를  $k$ 번째 오차  $\varepsilon_k$ 의 항으로 나타낸다.

$$\varepsilon_{k+1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial^m \varepsilon_k}{\partial C_{i,k}^m} \frac{1}{m!} (C_{i,k+1} - C_{i,k})^m \quad (15)$$

식(15)에서  $\varepsilon_k^m \{C_{i,k}\}$ 는 각  $C_{i,k}$ 에 대한  $m$ 계 연속 편도함수로 표현되며,  $C_{i,k+1} - C_{i,k}$ 를  $\Delta C_i$ 로 놓으면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\varepsilon_{k+1} = \varepsilon_k + \sum_{i=0}^M \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial C_{i,k}} \Delta C_i + \frac{1}{2!} \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^M \frac{\partial^2 \varepsilon_k}{\partial C_{i,k} \partial C_{j,k}} \Delta C_i \Delta C_j + \dots \quad (16)$$

식(16)은 필터 계수들에 대하여 선형 종속이므로 2차 도함수 이상의 고차 항은 0이 되어 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_{k+1} = \varepsilon_k + \sum_{i=0}^M \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial C_{i,k}} \Delta C_i \quad (17)$$

식(14)로부터 구한  $\Delta C_i$ 를 식(17)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\varepsilon_{k+1} = \varepsilon_k \left\{ 1 - \sum_{i=0}^M \mu_{i,k} \left[ \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial C_{i,k}} \right]^2 \right\} \quad (18)$$

$\varepsilon_{k+1}^2$ 을 최소로 하는 수렴 인자를 구하기 위해서 식(18)의 양변에 자승을 취하고  $\mu_{i,k}$ 에 대해서 편 미분하면 다음과 같다.

$$2\varepsilon_k^2 \left\{ 1 - 2 \sum_{i=0}^M \mu_{i,k} \left[ \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial C_{i,k}} \right]^2 \right\} \left[ \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial C_{i,k}} \right]^2 = 0 \quad (19)$$

자승 오차를 최소로 하기 위하여 식(19)는 다음과 같은 조건을 만족해야 한다.

$$\sum_{i=0}^M \mu_{i,k} \left[ \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial C_{i,k}} \right]^2 = \frac{1}{2} \quad (20)$$

식(20)은 최적 수렴 인자를 구하기 위한 제한 조건<sup>[2] [9]</sup>을 의미하며, 모든 각각의 탭에 대하여 수렴 인자가 같다고 가정<sup>[9]</sup>하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mu_k^* = \frac{1}{2 \sum_{i=0}^M \left[ \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial C_{i,k}} \right]^2} \quad (21)$$

식(21)은 다음과 같은 수렴 인자 결정 조건<sup>[2] [8]</sup>을 만족한다.

$$\frac{1}{\text{tr}\{R\}} = \frac{1}{2 \sum_{i=0}^M \left[ \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial C_{i,k}} \right]^2} \quad (22)$$

식(22)를 월쉬필터의 출력으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mu_k^* &= \frac{1}{2 \sum_{i=0}^M |y(i, kT_s + \tau)|^2} \\ &= \frac{1}{2 \sum_{i=0}^M | \{x(kT_s + \tau) * W_m(i, kT_s + \tau)\} |^2} \end{aligned} \quad (23)$$

그러나 실제에서는 각각의 탭에 대한 수렴 인자가 같지 않고, 식(21)은 각각의 탭에 대한 정보를 수렴 인자가 반영하지 못하여, 적응 성능을 크게 향상시키지는 못한다. 적응 성능을 보다 향상시키기 위해서  $|\partial \varepsilon / \partial C|$ 을 월쉬필터의 출력 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial C} \right| = \left| \sum_{i=0}^M |y(i, kT_s + \tau)| \right| \quad (24)$$

식(22)에서  $\partial \varepsilon / \partial C$ 이 클수록 필터의 안정성이 증대된

다는 전제하에 각 탭에 대한 최적 수렴 인자를 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} \mu_{j,k}^* &= \alpha |y(j, kT_s + \tau)| \\ &= \alpha |x(kT_s + \tau) * W_{im}(j, kT_s + \tau)| \end{aligned} \quad (25)$$

식(25)에서  $\alpha$ 는 최적 수렴 인자를 구할 때 가능한 한  $|\partial \epsilon / \partial C|$ 을 보다 크게 선택하기 위한 가중치이며,  $||$ 는 절대치를 의미한다. 식(25)는 최적 수렴 인자의 제한 조건을 만족해야 하므로 식(20)에 대입하면 다음과 같다.

$$\alpha \sum_{i=0}^M |y(i, kT_s + \tau)|^3 = \frac{1}{2} \quad (26)$$

가중치  $\alpha$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2 \sum_{i=0}^M |y(i, kT_s + \tau)|^3} \\ &= \frac{1}{2 \sum_{i=0}^M |x(kT_s + \tau) * W_{im}(i, kT_s + \tau)|^3} \quad (27) \\ &= \frac{1}{2 \sum_{i=0}^M [R_{ii} | |x(kT_s + \tau) * W_{im}(i, kT_s + \tau)|]} \end{aligned}$$

식 (27)에서  $[R_{ii}]$ 는 횡단형 필터의 출력에 대한 공분산 행렬의 대각 요소이며, 통계적 기대값(Expectation)으로서 실제 시스템에서는 이 값을 구하기가 어렵다. 그래서 본 논문에서는 입력 신호가 Ergodic 하다고 가정하여  $R_{ii}$ 의 이산 시간 평균을 구하여 사용한다. 구한 결과는 월쉬함수의 CAL 성분<sup>[6]</sup>으로 나타나며, 식(27)를 식(25)에 대입하면 다음과 같은 최적 수렴 인자가 구해진다.

$$\mu_{j,k}^* = \frac{|x(kT_s + \tau) * W_{im}(j, kT_s + \tau)|}{2 \sum_{i=0}^M [R_{ii} | |x(kT_s + \tau) * W_{im}(i, kT_s + \tau)|]} \quad (28)$$

식(28)의 최적 수렴 인자는 기존의 LMS 기법에서 수렴 인자를 결정할 때 시행착오 법으로 구하던 문제를 해결할 수 있었으며, 직교 변환된 월쉬필터의 출력으로 직접 표현되고, 각 탭에 대해서 시변적으로 결정되어 채널의 변화가 수렴 인자에 반영되어 채널의 왜곡이 심할 때에도 등화의 성능을 향상시킬 수 있을 것으로 생각된다.

### III. 시뮬레이션

본 논문에서 제한한 월쉬필터와 수렴 인자 최적화

알고리즘의 성능을 평가하고 문제점을 고찰하기 위해서 적응 등화기의 몇가지 특성을 살펴보자. 비교의 대상은 현재 실계에서 많이 이용되고 있는 TDL등화기와 DFT등화기를 택하였으며, 시뮬레이션에 이용한 채널의 응답 특성과 요구 응답은 다음과 같다.<sup>[11][13][13]</sup>

$$x(t) = \frac{\sin \pi t / T}{\pi / T} \cdot \frac{\cos \pi \beta t / T}{1 - 4\beta^2 t^2 / T^2} \quad (29)$$

$$d(x) = \frac{4}{\pi} \frac{\cos \frac{\pi}{T_s}}{1 - \frac{4t^2}{T_s^2}} \quad (30)$$

채널의 응답 특성에서 Rolloff 매개변수는 0.75를 택하였으며, 등화기의 탭수는 Rockwell사와 Intel사의 모뎀에서 택하고 있는 6.5 Symbol interval에서 지연이 Baud time의 T/2인 특성을 갖는 13탭 또는 15탭 등화기를 설계하는 것에 감안하여,<sup>[13][13]</sup> 탭수가 비슷하여 영향이 적은 16탭을 선택하였다. 또한 성능의 평가는 실계에서 이용하고 있는 응답 및 학습 특성에 의해서 비교 평가하였으며, 이때 잡음의 표준편차는 0.5 로 하였고, 수렴의 조건은 MSE가  $10^{-8}$ 이 될 때까지의 결과이다. 그림에서 약자는 다음과 같다.

AWE: Adaptive Walsh Equalizer.

TDL: Tapped Delay Line Equalizer.

DFT: Discrete Fourier Transform Equalizer

#### 1. LMS 기법에 의한 응답 및 학습 특성

LMS 기법에 의해서 본 논문에서 제시한 월쉬필터와 최적 수렴 인자를 갖는 적응등화기를 TDL, DFT 등화기의 응답 및 학습 특성과 비교하였다.

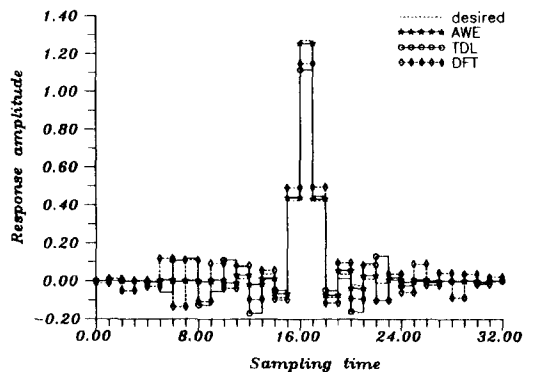


그림 2. LMS 기법에 의한 응답 특성 비교

Fig. 2. A comparison of response characteristics by the LMS method.

비교 결과 그림 2와 같이 최적 수렴 인자를 갖는 적응 등화기(AWE)의 응답 특성이 다른 등화기에 비해 원하는 값에 보다 가깝게 접근했으며, 그림 3의 학습 특성에서도 빠르게 수렴함을 볼 수 있었다.

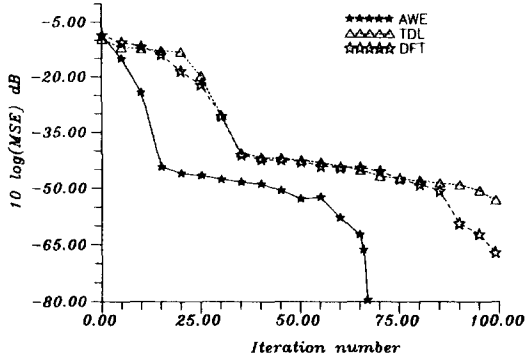


그림 3. LMS 기법에 의한 학습 특성 비교  
Fig. 3. A comparison of learning characteristics by the LMS method.

2. 시행착오법과 최적화법에 의한 응답 및 학습 특성

본 논문에서 제안한 기법에 의해서 결정한 최적 수렴 인자와 기존의 시행착오법에 의한 수렴 인자의 응답 및 학습 특성을 비교하였다. 최적 수렴 인자는 식 (28)에 의해 각 반복마다 시변적으로 결정한 것이며, 시행착오법은 0 에서 부터 0.137까지  $13.7 \times 10^{-4}$ 의 크기로 시행하여 결과가 좋은 것 4 개를 나타낸 것이다.

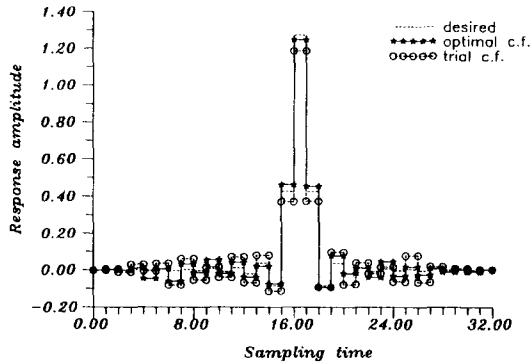


그림 4. 시행착오법과 최적 화법에 의한 응답 특성  
Fig. 4. Response characteristics by the trial and error method and the optimal method.

시행 결과 그림 4의 응답 특성에서는 최적 수렴 인자(optimal c.f.)를 갖는 경우가 시행착오법(trial

c.f.)에 비해서 원하는 값에 가깝게 수렴했으며, 그림 5의 학습 특성에서도 보다 빠르고 안정하게 수렴하는 것을 볼 수 있었다. 수렴 특성에서는 특히  $\mu$  값이  $\text{Tr} [R]$ 의 경계값 내에서는 클수록  $10^{-2}$ 까지는 빨리 수렴하였으나,  $10^{-8}$ 까지는 대체로 늦게 수렴하였다.

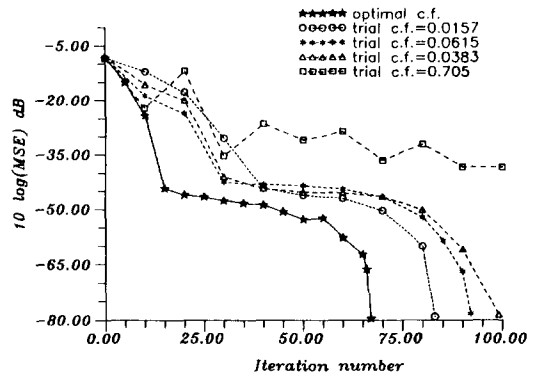


그림 5. 시행착오법과 최적 화법에 의한 학습 특성  
Fig. 5. Learning characteristics by the trial and error method and the optimal method.

3.  $\text{Tr} [R]$  및 고유치의 값

수렴 인자를 결정할 때 필요한 각 등화기의 공분산 행렬의  $\text{Tr} [R]$  및 고유치의 값은 다음과 같다. 그리고, 표 1에서  $\lambda_{\max}$ 는 공분산 행렬의 최대 고유치이고,  $\lambda_{\min}$ 은 최소 고유치이다.

표 1.  $\text{Tr} [R]$  및 고유치의 값

Table 1. The results of  $\text{Tr} [R]$  and eigen-values.

등화기	AWE	TDL	DFT
$\text{Tr}[R]$	7.3073	5.9625	5.9521
$1/\text{Tr}[R]$	0.1368	0.1705	0.1709
$\lambda_{\max}$	0.9067	1.1091	0.9952
$\lambda_{\min}$	0.0532	0.0074	0.0131

4. 평균 신호 왜곡과 수렴횟수

수렴조건으로 평균 자승 오차가  $10^{-2}$  과  $10^{-8}$ 으로 하였을 때, 평균 신호 왜곡<sup>[2] [3]</sup>과 수렴 반복 횟수는 표 2와 같다. 표 2에서 잡음제거와 잡음부기는 시물레이션 신호에 잡음의 부가 여부를 의미한다.

5. 등화기의 연산량 비교

등화기의 성능을 연산량에 의해서 비교하기 위해서

등화기를 구성하는 기저 함수의 계산상 비교를 해보았다. AWE의 기저 함수인 월쉬함수는  $\pm 1$ 의 실수로 구성되어 있어서 입력 데이터의 크기가  $N$ 일 때  $N \log_2 N$ 의 덧셈과 뺄셈이 필요하고 곱은  $(N-1) \times N$ 번 필요하다. 그러나 TDL, DFT의 기저 함수인 푸리에함수는 복소지수형태이기 때문에  $2N \log_2 N + (8N+4)$ 의 곱셈과  $3N \log_2 N + 4N$ 번의 덧셈이 필요하다. 결과적으로 월쉬함수를 이용하여 만든 AWE가  $N$ 이 증가할수록 연산량이 푸리에함수보다 상대적으로 적어지는 것을 알 수 있다.

표 2. 평균 신호 왜곡과 수렴횟수

Table 2. The mean pulse distortion and iteration number for convergence.

등화기		AWE		TDL		DFT	
평균신호 왜곡	수렴조건	잡음계기	잡음부가	잡음계기	잡음부가	잡음계기	잡음부가
		10-2	0.0156	0.0462	0.0715	0.1821	0.0537
	10-8	1.632E-4	6.369E-4	3.512E-3	3.753E-2	2.961E-3	1.318E-2
수렴횟수	10-2	6회	9회	13회	27회	11회	21회
	10-8	58회	67회	81회	163회	79회	151회

#### IV. 결 론

본 논문에서는 채널의 ISI를 제거하여 신속 정확한 정보를 전송하기 위한 적응 등화기를 설계하는 기법을 제시하였다. 등화기는 횡단형 필터와 적응 처리 부분으로 나누어서 연구를 진행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

횡단형 필터 부분에 대해서는 월쉬함수와 블럭펄스 함수의 직교 변환 특성을 적용한 결과 공분산 행렬의 고유치간의 편차를 줄여 주어 수렴 특성을 향상시켰고 탭수가  $2^m$ 개일때 공분산 행렬의 연산이  $2^{2m}$  대신  $2^{m-1} \times 2^m$  번의 곱만으로도 가능하여 연산량을 줄일 수 있었다. 또한, 월쉬함수와 블럭펄스함수의 특징에 의하여 하드웨어의 구성도 간단하게 할 수 있을 것으로 생각 된다.

적응 처리 부분에 대해서는 시행착오법에 의한 수렴 인자 결정 문제를 수렴 인자를 최적하게 결정하는 방법으로 해결할 수 있었다. 수렴 인자는 각 탭에 대해서 시변적으로 최적하게 결정하여 시행착오법이 한번 결정된 값을 계속 사용하기 때문에, 채널의 변화를 시스

템에 반영하지 못해서 채널의 왜곡이 심할 경우 성능이 저하되던 문제를 해결할 수 있었다. 또한 LMS 기법에서 고유치의 편차가 커지면 수렴 속도가 저하되던 문제도 직교 변환을 이용하여 해결할 수 있었다. 이상의 방법으로 구성한 AWE의 시뮬레이션 결과 기존의 TDL이나 DFT보다 수렴 성능이 우수함을 볼 수 있었다. 특히 AWE는 잡음에 의한 채널의 왜곡이 심할수록 기존의 방법보다 상대적으로 우수하였다.

이상에서 제시한 방법들은 향후 실시간 등화기의 설계 및 적응 신호 처리 분야에 폭넓게 이용될 수 있을 것으로 생각된다.

#### 참 고 문 헌

- [1] John G. Proakis, *Digital communications*, McGraw-Hill, Newyork, pp. 519-701, 1989.
- [2] B. Widrow and S.D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, pp. 231-264, 1985.
- [3] J.A.C. Bingham, *The theory and practice of modem design*, Wiley-Interscience, Newyork, pp. 237-339, 1988.
- [4] Shahid U. H. Qureshi, "Adaptive Equalization", *proc.IEEE*, vol. 73, No.9, pp. 1349-1386, September, 1985.
- [5] K. R. Rao, *Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing*, Springer-Verlag, Newyork, pp. 85-176, 1975.
- [6] K. G. Beuchamp, *Applications of Walsh and Related Functions*, Academic Press, Newyork, pp. 137-239, 1984.
- [7] N. K.Sinha, "Some system theory applications of block pulse functions", *Can. Elec. Eng. J.*, Vol. 10, pp. 341-349, 1985.
- [8] B. Widrow et.al. "Stationary and nonstationary learning characteristics of the LMS adaptive Filter", *Proc.IEEE*, Vol. 64, no. 8, pp. 1151-1162, August, 1976.
- [9] F. F. YASSA., "Optimality in the choice of the convergence factor for gradient-based adaptive algorithms," *IEEE Trans. ASSP-35*, no. 1, pp. 48-59, January, 1987.

- [10] Shuenn-Shyang Wang. "LMS algorithm and discrete orthogonal transfor". IEEE Trans. On Circuit and systems, Vol. 38, No. 8, pp. 949-951, August, 1991.
- [11] E. Eweda, O. Macchi. "Convergence of the RLS and LMS adaptive filters." IEEE Trans. Circuits and Systems, Vol. 34, No. 7, pp. 799-803, JULY, 1987.
- [12] A. O. Ogunfunmi. "On the implementation of the frequency-domain LMS adaptive filter". IEEE Trans. Circuit and Systmes, Vol. 39, No. 5, pp. 318-322, May, 1992.
- [13] Rockwell. *RC96DP designer's guide*. Rockwell Int., California, pp.13-77, May, 1991.
- [14] G. Peceli and B. Feher. "Digital filters based on recursive Walsh-Hadamard transformation." IEEE Trans. CAS-37, no. 1, pp. 150-152, January, 1990.
- [15] Peter J. Voltz. "Almost-sure convergence of the continuous-time LMS algorithm". IEEE Trans. on signal Processing, Vol. 40, No. 2, pp. 395-401, February 1992.

---

 저자 소개
 

---



## 金鐘夫(正會員)

1962년 5월 5일생. 1985년  
성균관대 전기공학과(학사).  
1988년 성균관대 전기공학과  
(석사). 1993년 성균관대 전  
기공학과(박사). 1988년 ~  
1991년 금성정보통신연구소  
주임연구원. 1991년 ~ 현재

인덕전문대학 전자과 조교수. 주관심분야는 적응  
신호처리, 소음 및 진동제어, CIM, 정보제어 등  
임.