한국소성가공학회지 제 5 권 제 2 호, pp. 105~114, 1996

〈논 문〉

스퍼어기어의 열간단조와 냉간사이징의 유한요소해석

박종진* · 이정환**

(1995년 9월 6일 접수)

FEM Analyses of Hot Forging and Cold Sizing of a Spur Gear

Jong-Jin Park and Jung-Hwan Lee

Abstract

Recently, precision forging techniques are applied to manufacture spur gears. Compared to conventional machining, they produce parts of better mechanical properties and less residual stresses, with a much higher production rate. In the present investigation, a rigid-plastic three dimensional finite element method was applied to analyze hot forging and cold sizing of a spur gear by closed dies. The involute curve of a tooth profile was approximated by a circle close to the curve. Results of the analyses make it possible to predict local strengths of the gear, die failure and an appropriate preform for cold sizing. It was found that the preform for the cold sizing is the most important because it determines whether the gears, especially teeth, can be successfully formed.

Key Words : Finite Element Method(유한요소법), Spur Gear(스퍼어기어), Hot Forging(열간단조), Cold Sizing(냉간사이징)

1. 서 론

스퍼어기어의 가공법에는 총형공구나 형판을 이용한 절삭가공과 글리이슨(Gleason)식 등이 있다. 정밀도와 생산성등의 문제로 인하여 자동차 공업 등 다량의 정밀도가 높은 기어는 글리이슨식에 의하여 가공하여 연삭가공 후 열처리를 하여 사용한다. 이와 같은 기어의 절삭가공은 치형을 한 개씩 순차적으로 절삭하여야 하므로 상당한 시간이 소요된다. 최근 단조에 의한 기어 성형방법이 개발되고 일부는 실용화되고 있다. 일반적으로 단조에 의한 가공품은 절삭에 의한 가공품보다 기계적 성질이 우수하다. 예를들어 단조에 의하여 생산된 기어는 미세조직이 치형을 따라 연속적으로 존재함에 따라 피로강도가 향상되며, 단조된 면의 내마모성이 좋아진다. 또한 절삭가공은 재료에 잔류응력을 존재시킴으로 열처리시 변형을 유발하나, 단조가공은 비교적 잔류응력의 존재가 미약하여 열처리시 변형의 문제점이 적다. 기어와 같은 정밀도를 요하는 제품의 단조가공에는 프레스와 다이의 진동과 강성, 기어 표면의 정밀성과 금형설계 및 가공기술이 문제가 된다.

본 연구에서는 스퍼어기어의 열간가공과 냉간사이징을 위한 폐쇄단조시 재료의 변형을 유한요소법에 의하여 해석을 하고자 하였다. 이 수치해석의 결과로 부터 첫째, 열간가공 치형의 각 부분의 변형량과 성형과정을 관찰하여 미세조직의 방향성과 강도 및 경도를 예측할 수 있다. 둘째, 프레스에 작용하는 단조하중과 금형에 작용하는 응력을 예측하여, 프레스의 최적 선정과 안전한 금형설계를 도모할 수 있다. 세째, 냉간사이징 가공시 치형의 각

*홍익대학교 공과대학 기계공학과
**한국기계연구원 소재성형실

부분의 성형과정을 관찰하여 예비성형체(preform)의 최적 형상설계를 도모할 수 있다.

2. 단조공정의 수치해석

1970년대 부터 시작하여 소성가공분야에 컴퓨터를 이용한 기술이 급격히 발전되었다. 이러한 컴퓨터 응용기술은 공정설계분야에도 확산되었다. 그리하여 과거에는 슬라브 방법, 슬립방법, 상계법 등에 의해 해석되어 왔던 재료의 소성변형[1~7]에 대한 해석도 유한요소법에 의하여 수행되게 되었다[8~11]. 이 유한요소법은 우선 해석하고자 하는 재료를 유한요소로 나누고, 각 유한요소에 연속적인 형상함수(shape function)를 도입하여 요소내의 임의의 점에서의 값을 그 유한요소를 둘러싸고 있는 절점(nodal point)의 값에 의하여 표현하게 된다. 유한요소로 구분된 재료를 총합시켜 내부일율와 외부일율의 차이를 최소화시키는 과정을 거친다. 유한요소법의 장점은 변형되는 재료의 상세한 내용(즉 각 절점에서의 속도, 변형도, 응력, 접촉압력 등)을 계산할 수 있다는 점이다. 또한 체계적인 컴퓨터 프로그램으로 작성되어 있으면, 다양한 형상과 외부조건에 대하여 단지 입력 데이터(input data)만 바꿔줌으로써 해를 구할 수 있다.

일반적으로 소성가공시 발생하는 변형률은 매우 커서, 탄성변형률은 무시할 만하다. 따라서, 재료를 강소성(rigid-plastic) 또는 강점소성(rigid-viscoplastic)으로 가정하게 된다. 재료의 변형은 접촉하는 다이와의 마찰에 의하여 영향을 받는데 단조와 같이 체적변형이 심한 소성가공시의 접촉마찰은 쿨롱(Coulomb) 마찰대신 일정전단응력(constant shear stress)마찰로 표현된다. 이와 같이 또는 유사한 방법에 의하여 기어단조 성형해석이 수행되어 왔다[12,13]. 기어와 같이 복잡한 형상의 단조는 부분적인 변형의 차이가 커서 유한요소시 요소망재구성(remeshing)을 필요로 한다. 최근 삼차원 강소성에 의한 기어단조공정의 해석에 요소망재구성과정이 도입되었다[14]. 재료를 여러 부분으로 나누고, 각 부분마다 여러 유형의 요소망 구성을 적절히 배치하였다. 또한 금형의 형상을 분할 표면으로 나누어 표현하였다. 이러한 방법은 특정한 형태의 기어단조에 효과적이나, 일반화하는데 무리가 따르고 또한 인벌류트 곡선의 민감성을 잃기 쉽다. 따라서 본 연구에서는 삼차원 강소성 유한요소법에 의한 해석을 시도하는데, 첫째, 요소망의 구성 및 재구성은 IDEAS시스템에 의한 이차원 자유절점구성(free mesh)을 사용하고 이를 삼차원으로 연장하는 방법을 개발하였다. 둘째, 치형곡선을 가장 근접한 원주로 대신하여 연속적인 함수로 표현하였다. 세째, 전, 후처리(pre/post processing)는 IDEAS시스템을 최대한 사용하여 해석 및 결과 검토과정을 용이하게 하였다.

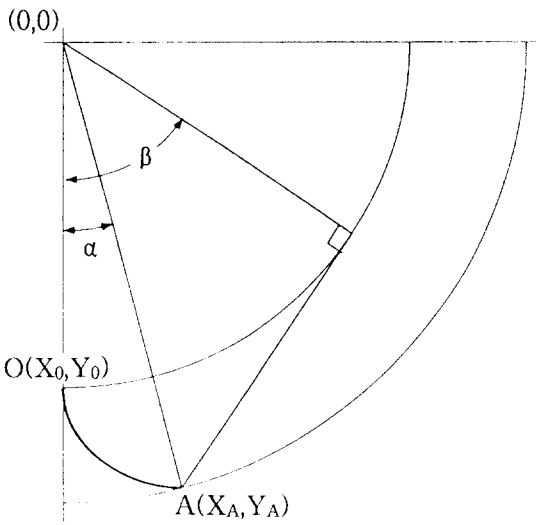
강소성체에서는 변형률속도가 0일 때에는 유동응력이 정의되지 못한다. 즉, 재료 중 일부가 강체 또는 근사강체운동을 하게 되면 해를 구하기 어렵게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위해서 유동법칙에 수정을 가하여 유효변형률속도가 어떤 일정한 값 이하이면 편차응력과 변형률속도가 선형관계를 갖도록 한다. 기어단조의 삼차원해석에 사용된 유한요소는 8절점 선형육면체요소(8-node linear hexahedral element)이다. 이 요소는 자연좌표계에서 -1과 +1사이의 값을 갖는다. 유한요소식의 유도는 참고문헌[15,16]에 자세히 설명되어 있다. 금형의 표면은 일반적으로 곡면안에 유한요소로 분할되어 있는 소재의 표면과는 일치하지 않는다. 두면 중 어느면도 접촉면으로 취할 수 있는데, 본 연구에서는 유한요소로 이루어진 면을 경계면으로 취한다. 8점 선형육면체 요소의 각면은 네개의 절점으로 구성되는데, 그중 세개 또는 네개의 절점이 금형과 접촉되어 있으면 접촉면으로 고려된다. 접촉되어 있는 절점의 법선 방향은 접촉점에서 금형에 대한 법선 방향으로 정의된다. 계산상의 편의를 위해서 접촉절점은 각각 국부 좌표계(local coordinate system)을 갖게 되는데, z축은 법선 방향에, x축과 y축은 접면에 위치하게 된다. 접촉절점에서의 절점의 법선 방향속도는 금형의 같은 방향으로의 속도와 같고, 접면에서의 상대속도는 그 면에서의 절점속도와 금형속도에 의하여 결정된다.

3. 근사치형곡선

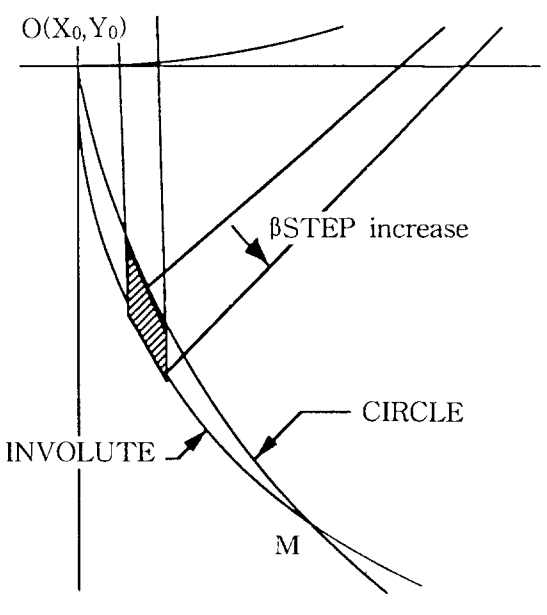
본 연구에서 성형하고자 하는 기어의 치형은 인벌류트곡선이다. 따라서 수치해석을 수행할 때 재료와 접촉되어 치형을 형성하는 금형의 표면은 인벌류트곡선으로 정의되어야 한다. 이것은 원통을 감고 있는 실끝이 풀리면서 그려나가는 곡선이다. 이 곡선은 본 연구의 해석과정에서 계산을 용이하게 하기 위하여 원주로 대치하였다. 주어진 인벌류

트곡선에 가장 가까운 원주는 다음과 같은 과정에 의하여 결정되었다.

인벌류트곡선이 기초원에서 이끝원으로 형성됨에 있어서 전반에는 곡률이 크고 후반에는 곡률이 작아지는 반면 원주는 곡률이 일정하다. 즉, 전반에는 인벌류트곡선이 원주의 외부에 형성되고 후반에는 원주의 내부에 형성되므로 이들 두 곡선이 이루는 면적들의 차가 가장 적은 원주를 인벌류트곡선에 가장 근사한 원주로 정의하였다. 임의의 인벌류트곡선에 대한 근사원주의 중심과 반경을 구하기 위하여 컴퓨터 프로그램을 개발하였는데 다음과 같은 과정에 의해 작성되었다.



(a)



(b)

Fig. 1 (a) An involute curve, (b) Generation of a circle close to an involute curve

(a) 인벌류트곡선식의 정의는 $X=R\beta*(\sin\beta-\beta*\cos\beta)$, $Y=-R\beta*(\cos\beta+\beta*\sin\beta)$이다. 주어진 치형에 대한 정보로 부터 기초원반경 R_b, 이끝원반경 R_a를 결정하고 인벌류트곡선이 시작되는 점 $O(X_0, Y_0)$와 끝나는 점 $A(X_a, Y_a)$를 결정한다(Fig. 1(a)).

(b) 이 두점 사이에서 인벌류트곡선과 원주곡선이 교차하여야 하므로 두 점 사이를 허용오차 이하의 값을 얻도록 등분하여 그 만큼의 교점 $M(X_m, Y_m)$을 결정하고 세점 O, A, M을 지나는 원주의 중심 $C(X_c, Y_c)$을 결정한다(Fig. 1(b)).

(c) 각각의 원주에 대하여 전반부 인벌류트곡선과 원주곡선이 이루는 면적과 후반부 원주곡선과 인벌류트곡선이 이루는 면적을 계산하여 그 차를 계산하고 차가 가장 적은 원주를 찾아내어 인벌류트곡선에 가장 근사한 원으로 결정한다.

4. 전, 후처리 및 요소망재구성

대부분의 범용 공학계산용 소프트웨어는 다른 소프트웨어와의 데이터 호환을 위하여 데이터 저장방식을 통일한 universal file이 운영되고 있다. 기어단조를 위한 컴퓨터 시뮬레이션을 행함에 있어서 해석 프로그램의 데이터 입출력을 위한 모델의 전처리와 후처리 과정에는 IDEAS 라는 범용 FEM 시스템이 사용되었다. IDEAS 시스템은 이러한 universal file의 운영이 이루어지고 있으므로 이를 이용한 해석 프로그램과의 호환을 목적으로 다음과 정이 필요하였다.

4.1 전, 후처리과정

전처리는 해석 프로그램을 위한 입력 화일의 준비를 위한 작업이다. 기어의 인벌류트곡선을 가장 근사한 원주로 커브핏팅한 후 기어 치형곡선의 형태를 가시화하고 이를 요소의 형성에 이용하기 위해 universal file을 만든다. 이 화일은 IDEAS 상에서 작업이 가능하며, 읽혀진 각 점을 이용하여 시편의 형상을 완성하고 여기에 유한요소망을 구성

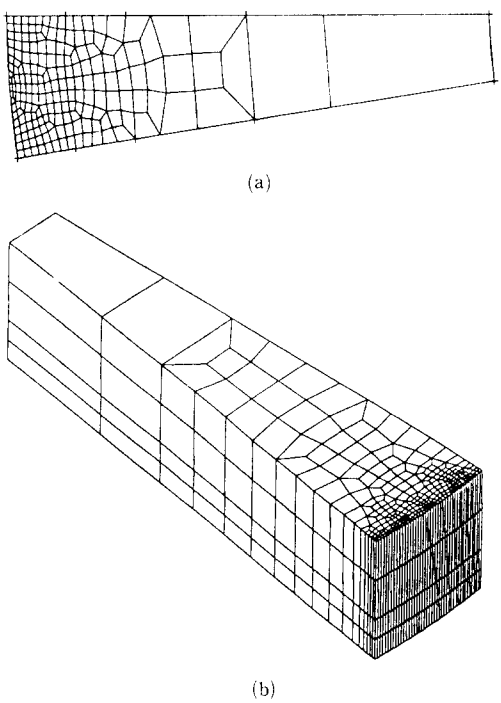


Fig. 2 (a) 2E free mesh generated by IDEAS, (b) Generation of 3D mesh from 2D mesh

하며 이를 다시 universal file로 기록한다(Fig. 2(a)). 그 다음 구성된 요소망을 실제 컴퓨터 시뮬레이션에 사용되기 위한 삼차원 요소망으로 만들기 위한 작업이 필요하다. 여기서는 삼차원에 따른 요소망의 밀도의 조정을 위하여 높이 방향으로의 요소의 크기와 갯수 등을 지정하여준다(Fig. 2(b)). 생성된 삼차원 요소망을 가진 시편의 데이터를 해석 프로그램의 입력 데이터의 저장방식이 되도록 새로운 화일을 생성한다.

후처리는 해석 프로그램의 출력화일을 가시화하기 위한 작업이다. 해석결과 화일을 IDEAS 상에서 가시화하기 위해서 저장방식을 universal file로 변환시키는 작업이다. 이상을 실현하기 위하여 universal file의 구체적인 운영방법과 그 저장방식을 알아야 하며, 전, 후처리과정을 위해서는 화일 입출력시의 데이터베이스(database)의 개폐가 병행되어야 한다. IDEAS 상에서 모델화일의 개폐로 이는 자동적으로 이루어진다.

4.2 요소망재구성

해석 프로그램을 실행함에 있어서 전처리과정으로 형성된 요소망이 해석이 진행됨에 따라 점차 모양이 변하게 되며 마침내는 더 이상 유한요소망으로서의 역할을 수행할 수 없게 된다. 이러한 경우는 소재의 외곽 형상을 유지하면서 요소망의 구성을 다시 시행하여야 하는데 이를 요소망 재구성이라고 한다. 이는 다음의 순서에 따른다. 첫째, 대상이 되는 요소망의 외곽 절점을 판단해서 IDEAS 상에 평면상의 점으로 도시한다. 도시된 이전의 외각 절점이 모두 새로운 요소망의 절점에 포함되도록 시편의 형상을 완성하는데 필요에 따라 시편의 절점을 가감하여 요소망을 구성한다. 둘째, 이차원 요소망을 삼차원 요소망화하고 이 결과를 universal file로 기록한다. 이전의 요소망에서의 경계조건을 재구성된 요소망에 부여시킨다. 이를 해석 프로그램의 입력 데이터화하여 해석을 계속한다.

5. 유한요소해석

기어의 피치원의 반경은 20 mm, 이끝원의 반경은 21.6 mm, 이뿌리원의 반경은 18.2 mm이다. 기초원의 반경은 18.4 mm이고, 클리어런스는 0.2 mm이다. 잇수는 20개, 모듈은 2.0, 전위계수는 0 그리고 압력각은 20o 이다. 이 기어의 단조공정은 열간 단조와 냉간사이징의 복합공정으로 이루어진다. 기어의 소재는 1045강이다.

5.1 열간단조

소재는 외경이 32 mm, 내경이 15 mm이고, 높이가 20 mm인 중공원통형이다. 작업시에는 중앙에 직경이 15 mm인 맨드렐이 삽입된다. 작업온도는 1200℃인데 이 온도에서 1045강의 유동응력은 $\bar{\sigma}=74.4\bar{\varepsilon}^{0.18}$(MPa)이다. 금형의 형상은 부드러운 곡선으로 정의되었는데 네점에 의하여 결정되는 세개의 직선과 내접하는 두개의 원주로 이루어져 있다. 네점의 좌표와 원주의 반경은 각각 (19.984, 5.0), (20.474, 1.904), (17.48, 1.212), (17.48, -1.0) 과 1.28 mm, 1.76 mm이다. 이 단조공정은 상부와 하부다이가 같은 속도로 상하압축하는 것으로 가정한다. 다이의 속도는 10 mm/sec이다. 소재와 금형간의 윤활은 마찰계수 m=0.2로 가정하였다. 단조공정이 빠르게 진행됨으로 인하여 단조중 발생하는 온도변화는 무시하고 등온해석을 수행하였다. 소재의 변형은 대칭면을 고려하면 치형 반쪽부분의 해석으로 가능하다.

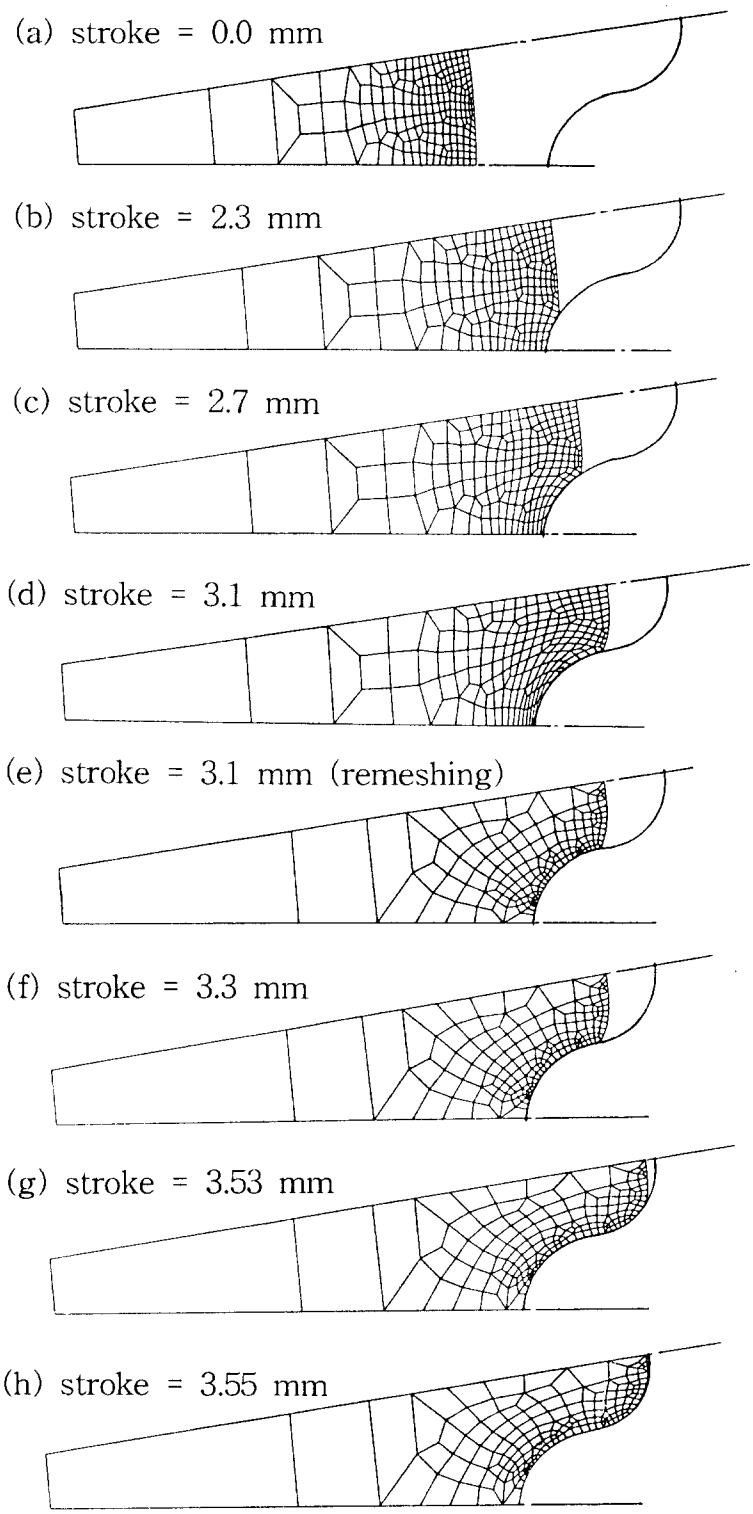


Fig. 3 Predicted mesh distortions at various strokes in hot forging; outer diameter=16mm, inner diameter=7.5mm, initial height=10mm

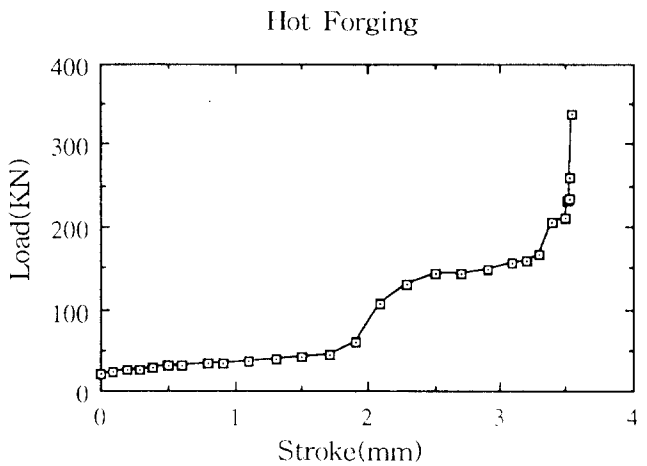


Fig. 4 Predicted load vs stroke curve in hot forging

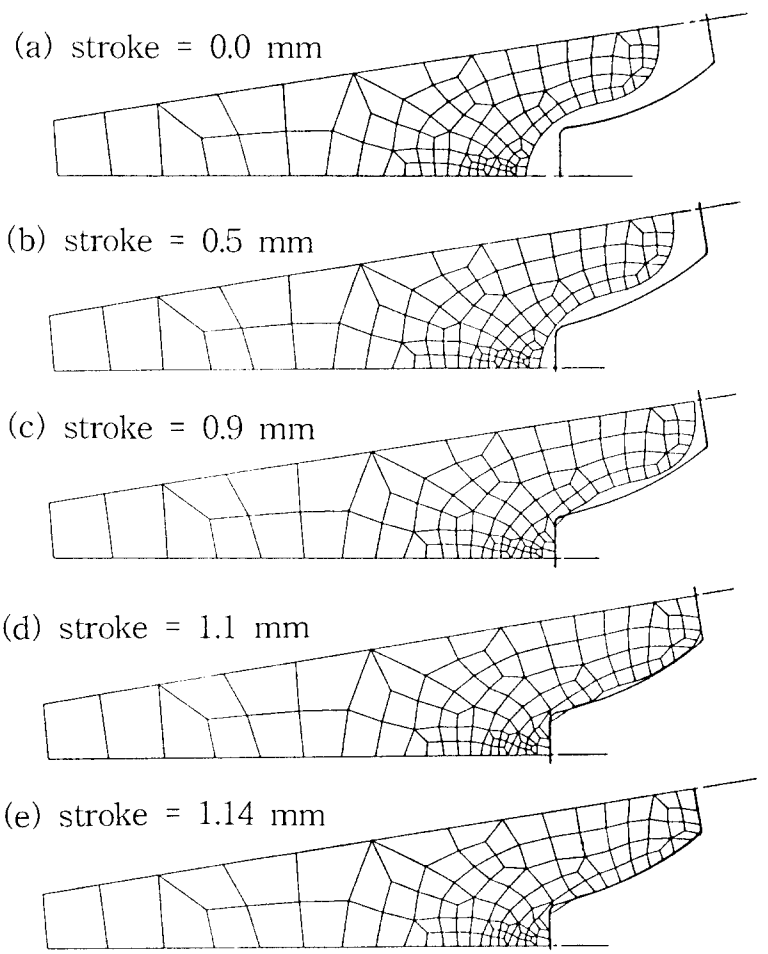
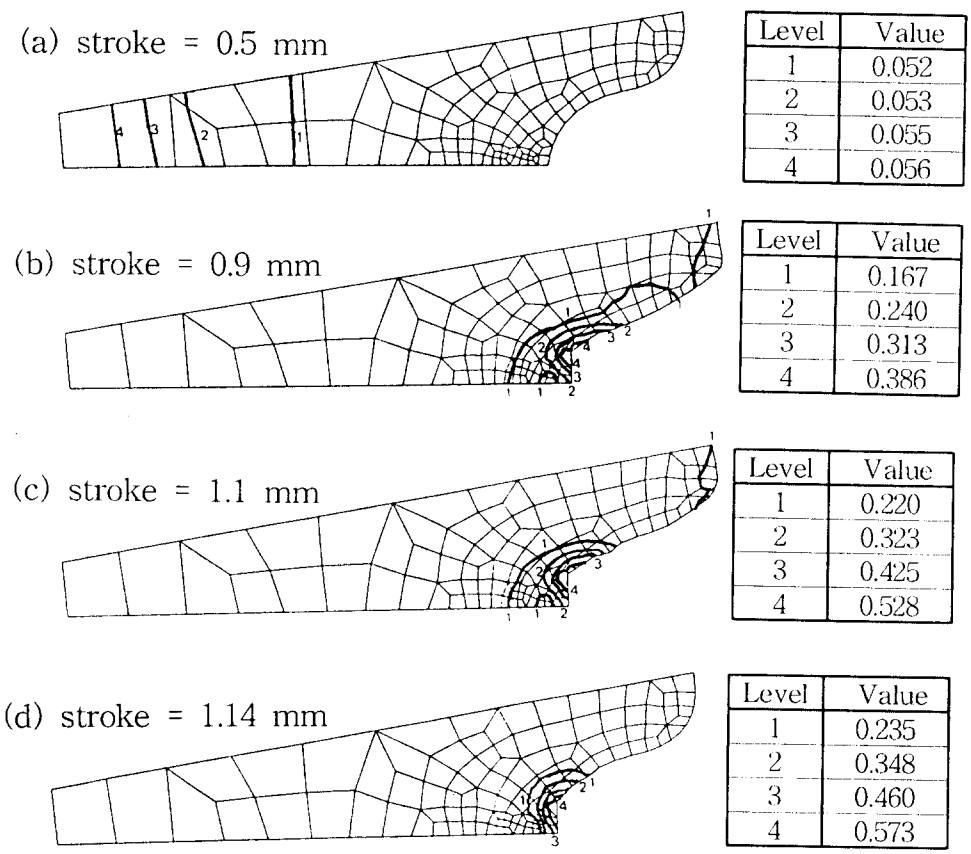


Fig. 5 Predicted mesh distortions at various strokes in cold sizing ; intial workpiece was produced by hot forging

소재의 외부부분은 복잡한 금형의 형상을 접촉하게 되므로 조밀한 요소가 분포된 반면 내부부분은 변형이 비교적 균일하므로 큰 요소가 분포되었다. Fig. 3에 압축거리에 따른 유한요소망의 변형이 도시되어 있다. 압축거리가 약 2 mm가 되었을 때 소재의 외부는 금형의 이뿌리부분에 접촉하기 시작한다. 압축거리가 약 3 mm가 될 때까지 소재의 접촉면은 이뿌리부분에서 이끝부분으로 점차적으로 증가한다. 이 상태가 되면 이끝부분에 접촉하고 있는 요소의 변형상태가 매우 커서 유한요소해석을 계속할 수 없다(Fig. 3(d)). 따라서 유한요소망 재구성법에 의하여 새 요소망을 구성하였다(Fig. 3(e)). 새 요소망을 사용하여 열간단조의 컴퓨터 시뮬레이션을 완료하였다. Fig. 3(h)에서 보여지듯이 이끝부분에 소재가 채워지지 않을 우려가 있다. 소재의 초기 높이는 20 mm인데 열간단조후 높이는 12.9 mm이다. Fig. 4에는 압축거리에 따른 단조하중의 증가를 보여주고 있다. 압축거리가 약 2 mm되었을 때 금형과의 접촉이 시작되므로 하중이 급격히 증가하는 것이 나타나 있고 압축거리가 약



Level	Value
1	0.052
2	0.053
3	0.055
4	0.056

Level	Value
1	0.167
2	0.240
3	0.313
4	0.386

Level	Value
1	0.220
2	0.323
3	0.425
4	0.528

Level	Value
1	0.235
2	0.348
3	0.460
4	0.573

Fig. 6 Predicted effective strain distributions in cold sizing

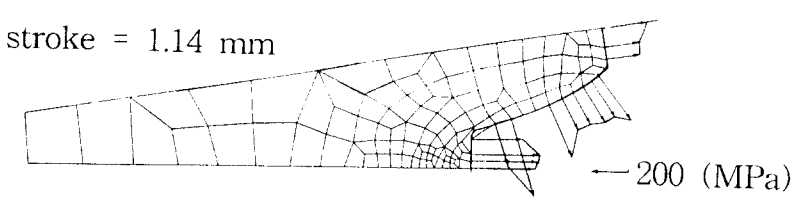


Fig. 7 Predicted pressure distribution on the die surface ; current stroke=1.14mm

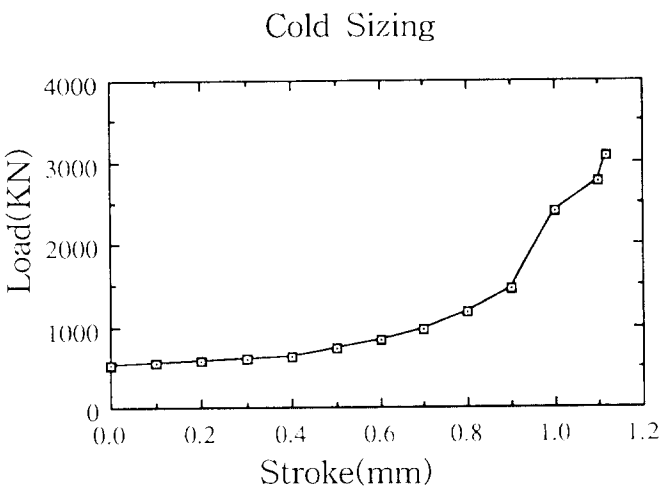


Fig. 8 Predicted load vs stroke curve in cold sizing

3.5 mm되었을 때부터 이끝부분을 성형해 나가므로 하중이 거의 수직으로 증가하는 것이 나타나 있다.

5.2 냉간사이징

열간단조에서 성형된 소재는 냉간사이징 공정에 의하여 최후의 치형으로 완성된다. 상온에서 1045 강의 유동곡선은 $\bar{\sigma}=950\bar{\varepsilon}^{0.14}$(MPa)으로 표현된다. 인벌류트곡선은 중심의 좌표가 (16.869, 7.838)이고, 반경이 7.072 mm인 원주로 근사되었다. 인벌류트곡선과 원주와의 최대간격은 0.022 mm이다. 이뿌리코너의 반경은 0.2 mm이다. 소재의 외부부분에는 비교적 조밀한 요소가 분포되었고, 내부에는 큰 요소가 분포되었다. 108개의 요소가 분포되었고 절점의 수는 270개이다. 소재와 금형과의 마찰계수 m=0.1로 가정하였다. Fig. 5에 압축거리에 대한 유한요소의 변형이 도시되어있다. 압축거리가 약 0.6 mm되었을 때 이뿌리코너부분에서 접촉이 시작되었다. 압축거리가 0.9 mm되었을 때 이뿌리부분은 완전히 성형되었으며 소재는 이끝부분으로 변형되어 간다. 압축거리가 1.1 mm되었을 때 이끝부분이 성형되고, 잇면부분의 성형이 시작된다. 압축거리가 1.14 mm되었을 때 잇면부분의 성형이 완료된다. Fig. 6은 압축거리에 따른 유효변형률의 분포를 도시하고 있다. 접촉이 이뿌리부분부터 발생하므로 이 부분에서의 유효변형률이 가장 높다. 냉간사이징이 완료된 후 이뿌리부분의 유효변형률은 50%인 반면 이끝과 잇면부분은 약 20%정도이다. 이 분포로 부터 치형 각 부분의 강도를 예측할 수 있다. Fig. 7은 압축거리가 1.14 mm일 때 금형에 작용하는 압력의 분포를 나타내고 있다. 압력의 크기는 약 2,000 ~ 4,000 MPa이다. 이 압력분포로 부터 금형의 설계와 재료의 선

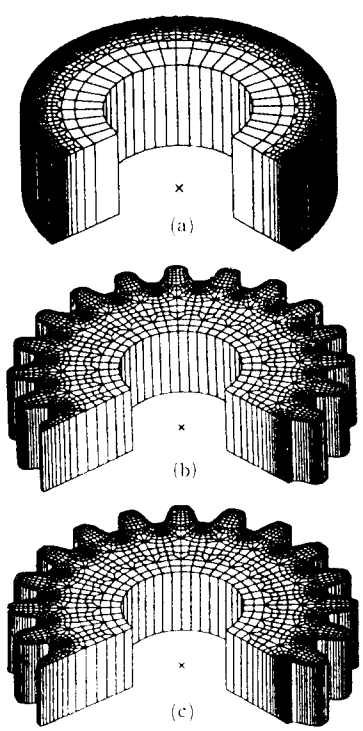


Fig. 9 Meshes at various stages : (a) initial stage, (b) before and (c) after cold sizing

택을 결정할 수 있다. Fig. 8에는 압축거리에 따른 하중의 변화를 나타내었다. 압축거리가 0.9 mm일 때부터 변형모드는 이뿌리부분으로 압출비가 계속 증가하는 압출상태와 유사하며, 따라서 하중의 급격한 증가가 나타나 있다.

6. 결 론

스퍼어기어는 열간단조에 의하여 대략적인 치형이 성형되고 냉간사이징에 의하여 정확한 치수로 성형된다. 본 연구에서는 이 두가지 공정을 강점소성 유한요소법을 사용하여 해석하였다. 사용된 유한요소는 8점 선형 육면체 요소이며, 변형이 심한 부분이나 금형과 접촉하는 부분에는 조밀하게 요소를 분포하였다. 열간단조공정의 해석 중 요소망의 재구성이 필요하였으며, 해석의 결과로 소재의 변형과정, 접촉과정과 하중의 증가 등을 예측할 수 있었다. 냉간사이징의 해석의 결과로 소재의 변형과정, 접촉과정, 하중의 증가, 접촉압력, 유효변형률의 분포 등을 예측할 수가 있었다. 요소망의 구성과 재구성 등을 포함한 전처리와 유효변형률분포를 도시하는 후처리는 IDEAS 시스템에 의하여 용이하게 수행되었다. Fig. 9에 IDEAS 시스템을 사용하여 열간과 냉간사이징 시 예측된 변형을 삼차원으로 나타내었다. 해석 프로그램과 IDEAS 시스템과의 데이터 호환을 위하여 인터페이스 프로그램을 개발하였다.

추후의 연구과제는 베벨기어의 성형을 유한요소법으로 해석하는 것과 금형에 작용하는 압력분포로부터 금형의 탄성변형을 예측하는 것이다. 이와 같은 연구과제가 성공적으로 수행되면 정밀기어의 단조공정설계에 큰 도움이 될 것으로 사료된다.

후 기

본 연구는 한국기계연구원의 위탁과제(Computer를 이용한 Gear제조의 Simulation기술)로 수행되었읍니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

(1) Izumisawa, M., 1977, "Estimation of Forging Load by Upper Bound Approach-Study on Hot Forging of Straight Bevel Gears", J. of JSTP, Vol. 18, No. 193, p. 92.

(2) Dohmann, F. and Traudt, O., 1984, "Metal Flow and Tool Stress in Cold Forging of Gear Component", Adv. Tech. Plasticity, Vol. 2, p. 1081.

(3) Abdul, N. and Dean, T., 1986, "An Analysis of the Forging of Spur Gear Forms", Int. J. Mach. Tool Des. Res., Vol. 26, No. 2, p. 113.

(4) Izumisawa, M., 1975, "Effects of Die and Workpiece Geometry on the Defect Formation on the Tooth Face of Hot Forged Straight Bevel Gears", J. of JSTP, Vol. 16, No. 178, p. 1049.

(5) Izumisawa, M., 1976, "Effects of Die and Workpiece Geometry on the Flow Line in the Teeth of Hot Forged Straight Bevel Gears", J. of JSTP, Vol. 17, No. 180, p. 14.

(6) Abdel-Rahman, A. and Dean, T., 1981, "The Quality of Hot Forged Spur Gear Forms. Part I : Mechanical and Metallurgical Properties", Int. J. Mach Tool Des. Res., Vol. 21, No. 2, p. 109.

(7) Abdel-Rahman, A. and Dean, T., 1981, "The Quality of Hot Forged Spur Gear Forms. Part II : Tooth Form Accuracy", Int. J. Mach. Tool Des. Res., Vol21, No. 2, p. 129.

(8) Lee, C. and Kobayashi, S., 1973, "New Solution to Rigid-Plastic Deformation Problems Using a Matrix Method", Trans. ASME, J. of Eng. for Ind., Vol. 95, p. 865.

(9) Chen, C. and Kobayashi, S., 1978, "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Ring Compression", Applications of Numerical Methods to Forming Processes, ASME, AMD, 28, p. 163.

(10) Oh, S., 1982, "Finite Element Analysis of Metal Forming Processes with Arbitrarily Shaped Dies", Int. J. Mech. Sci., Vol. 24, p. 249.

(11) Park, J. and Kobayashi, S., 1984, "Three-Dimensional Finite Element Analysis of Block Compression", Int. J. Mech. Sci., Vol. 26, p. 165.

(12) Duggirala, R. and Badawy, A., 1988, "Finite Element Method Approach to Forging Process Design", J. Mater. Shaping Tech., Vol. 6, No. 2, p. 81.

(13) Yoon, J. and Yang, D., 1990, "A Three

-Dimensional Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Bevel Gear Forging by Using a Remeshing Technique", Int. J. Mech. Sci., Vol. 32, p. 277.

(14) Lee, N., 1991, Analysis of Gear Forging Process and Die Deformation by Using the Three-Dimensional Rigid-Plastic Finite Element Method, Ph. D. Dissertation, Korea Advanced Instute of Science and Technology.

(15) Zienkiewicz, O., 1977, The Finite Element Method, 3rd ed. McGraw-Hill, New York.

(16) Kobayashi, S., Oh, S. and Altan, T., 1989, Metal Forming and the Finite-Element Method, Oxford University Press.