

〈논 문〉

튜브형 line mixer용 element의 비틀음 성형에 대한 연구

김 권 희*

(1996년 4월 18일 접수)

Study on twist forming of elements for tube type line mixers

Kwon-Hee Kim

Abstract

The process of strip twisting is practiced for the manufacture of some commercial parts such as elements for tube type line mixers. A thin metal strip with rectangular cross section is twisted thru an angle greater than 180° . Initial geometry is altered into a complex one with dimensional changes. In practice, several tryouts are necessary to obtain required dimensional accuracies. A simple analysis model is proposed to predict the dimensional changes, forming torque and axial force.

Key Words : Tube type line mixer (관내고정식 혼합장치), Twist (비틀음), Rectangular Strips (직사각 단면 얇은 판재), Work Hardening Rigid-Plastic Material (가공경화성 강 소성재료), Combined Loading (복합하중)

1. 서 론

본 연구에서는 튜브형 line mixer (관내 고정식 혼합장치)용 element의 제조공정으로 이용되고 있는 얇은 직사각형 단면 금속 부재의 비틀림에 대한 단순하고 실용적인 해석모델을 제시하기로 한다. 튜브형 line mixer는 유체의 난류유동을 이용하여 다른 유체간의 혼합을 일으키는 장치로서 종래의 교반식 혼합장치와는 매우 상이한 구조를 지니고 있다. 이 장치는 원관 내부에 설치된 element들의 적절한 배열을 통하여 난류유동과 유동 분할효과를 얻도록 설계되어 있으며 혼합성능은 element의 형상과 갯수, 배열방법, 원관의 직경, 원관과 element간의 틈새 등에 의하여 결정된다. Element들은 3차원 곡면으로 구성되는 복잡한 형상을 지니고 있는데 element의 제조공정은 이 장치

의 제조에 있어서 가장 중요한 부분이 된다. Element의 원형은 직사각형 단면 시편(strip)을 충분히 풀림처리한 다음 시편의 한쪽 끝을 고정하고 다른 끝을 고정단에 대하여 180° 정도의 각도로 비틀어서 제작한다. 이 원형은 수 단계의 후속가공을 거쳐서 원관내에 결합될 수 있는 상태로 완성된다. Element를 원관에 결합하는 과정에서 element와 원관 내면간의 틈새를 일정한 범위로 유지하는 것이 혼합장치의 성능향상을 위하여 중요하다.

비틀림에 의한 element의 성형 과정에서 시편 각 부위는 복잡한 소성변형 이력(history of plastic deformation)을 갖게 되고 폭 방향, 길이 방향, 두께 방향으로 수축하게 된다. 길이 방향의 수축은 변형 후 탄성복원(springback) 과정에서 element의 축방향 정밀도(진직도)를 감소시키는 것이 경험적으로 알려져 있다. 따라서 시편의 비틀음 과정에서 시편이 축방향으로 수축하지 않도록 grip의 축방향으로 이동을 억제하는 것이 바람직하다. 반면

*고려대학교 기계공학과

에 시편의 폭 방향, 두께 방향 수축은 인위적으로 제어하기가 어렵다. 성형 완료 후 시편에 가해진 비틀림 모멘트와 축 방향 하중을 제거하는 과정에서 시편은 탄성복원을 거치게 된다. 성형 후 시편은 복잡한 3차원 형상을 지니게 되며 길이, 폭, 두께 등의 치수는 시편 각 부위에 따라 매우 불균일한 분포를 갖게 된다. 성형된 제품의 치수 정밀도를 얻기 위하여 보통 수 차례의 시행착오를 거치게 되며 성형 후의 소재 형상, 가공력, spring-back 등을 사전에 예측하는 것은 제품의 정밀도를 높이고 시행착오를 최소화 하기 위하여 매우 중요하다. 이 들 중에서도 element 의 조립성과 최종 성능에 직접적으로 관련되는 부분은 시편의 폭 변화라고 할 수 있다. 원관과 element 간의 틈새를 정밀하게 유지해야 하는 고기능 제품의 경우에는 폭 변화를 사전에 예측하여 시행착오를 최소화하는 것이 중요하다.

단면의 형태가 길이 방향에 대하여 일정한 봉재나 관재의 비틀림 문제에 대하여는 많은 연구가 수행되었다^(1~4). 탄성 소재의 비틀림 문제에 대하여는 Timoshenko⁽¹⁾의 해석이 널리 알려져 있고 소성 변형을 수반하는 탄소성 소재의 비틀림에 대하여서는 Hill⁽²⁾의 이론이 잘 알려져 있다. Narayanaswamy 와 Samanta⁽³⁾는 비틀림과 인장의 복합하중을 받은 직사각형 단면 봉재의 탄성복원(springback)에 대한 연구결과를 발표한 바 있으며 Jonas 등⁽⁴⁾은 원형 단면 봉재의 비틀림 변형 이후에 발생하는 잔류응력에 대한 연구결과를 발표한 바 있다. 이들 대부분의 기존 연구는 비틀림의 크기가 작은 경우, 즉 비틀림 과정에서 소재 단면의 형상과 방향의 변화를 무시할 수 있는 경우에 국한되어 있다. 시편의 길이가 폭에 비해서 비교적 짧고 얇은 직사각형 단면 봉재 양단에 가해진 비틀림 각도가 180 이상인 경우에는 시편의 형상자체가 대폭적으로 변화한다. 이 경우 소재 단면의 형상과 방향은 변형중에 크게 변화하기 때문에 상기의 가정을 사용할 수 없게 된다. 최근에는 이런 종류의 문제에 대하여 유한요소 해석법이 적용되고 있다^(5,6). 유한요소 해석법은 실제에 가까운 해석결과를 얻을 수 있다는 장점이 있으나 중소규모 사업장에서 채택하기에는 현실적으로 많은 어려움이 있다. 이러한 점을 고려하여 개인용 컴퓨터를 이용하여 가공력과 성형후 치수를 신속히 예측하기 위한 단순한 해석기법이 연구된 바 있다⁽⁷⁾.

2. 해석 모델

Fig. 1은 폭 w_0 , 길이 h_0 , 두께 t_0 를 갖는 직사각형 단면 시편의 한쪽 끝을 고정하고 다른 끝을 시편의 축 방향에 대하여 약 180°정도로 비트는 경우에 변화하는 시편의 형상을 나타내고 있다. 비틀림의 진행과 더불어 초기의 단순한 형태가 점차 복잡한 3차원 형상으로 변화하는 것을 볼 수 있다. 이러한 변형의 해석을 위하여는 시편의 형상변화를 구체적으로 이해하고 변형과정에 대한 모델을 설정할 필요가 있다. Fig. 2는 비틀림과 더불어 진행되는 시편의 형상 변화를 도식적으로 표현하고 있다. $dh_0 \times t_0 \times w_0$ 의 초기 치수를 갖는 폭방향 체적요소 A는 변형이 진행되는 동안에 반경 방향에 대하여 비틀림을 받게 되고 $dr_0 \times t_0 \times h_0$ 의 초기 치수를 갖는 길이 방향 체적요소 B는 길이 방향에 대하여 비틀림을 받게 된다. 변형에 대한 해석을 단순화하기 위하여 다음과 같은 가정을 도입하기로 한다. 즉 변형의 진행과정에서

- (1) 체적요소 A의 중심선은 직선을 유지하며 $x-y$ 평면에 평행하다.
- (2) 체적요소 B의 중심선은 시편의 중심축 z 에 대한 나선(helix)의 형태를 유지한다.
- (3) 시편의 두께는 폭에 비하여 작으며 폭은 길이보다 작다($t_0 \ll w_0, w_0 < h_0$).
- (4) Grip에 물리는 시편 양끝의 불균일 변형상태는 무시할 수 있다.

상기의 가정에 근거하여 시편의 반경방향, 나선방향, 두께방향으로 이루어지는 (r, s, t) 국부좌표계를 Fig. 2에 보인 것처럼 정의할 수 있다. 첫번째 가정에 의하여 r 축의 방향은 z -축으로부터 반경 방향의 거리에 관계없이 일정하게 된다. 반면에 s -축, t -축의 방향은 나선의 방향에 따라 좌우되므로 z -축으로부터 반경 방향의 거리에 따라 변화하게 된다. 변형의 진행 과정에서 체적요소 A는 r -축에 대하여 비틀림을 받게 된다. 초기에는 s -축의 방향이 z -축 방향과 일치하지만 변형이 진행됨에 따라 Fig. 3에 보인 것처럼 s -축과 z -축 방향은 나선각(helix angle) α 만큼 차이가 나게 된다. 나선각 α 는 Fig. 3에 보인 것처럼 시편의 길이 h , 시편의 중심을 지나는 z -축 으로부터의 거리 x , 그리고 비틀림각 θ 의 함수로 다음과 같이 주어진다.

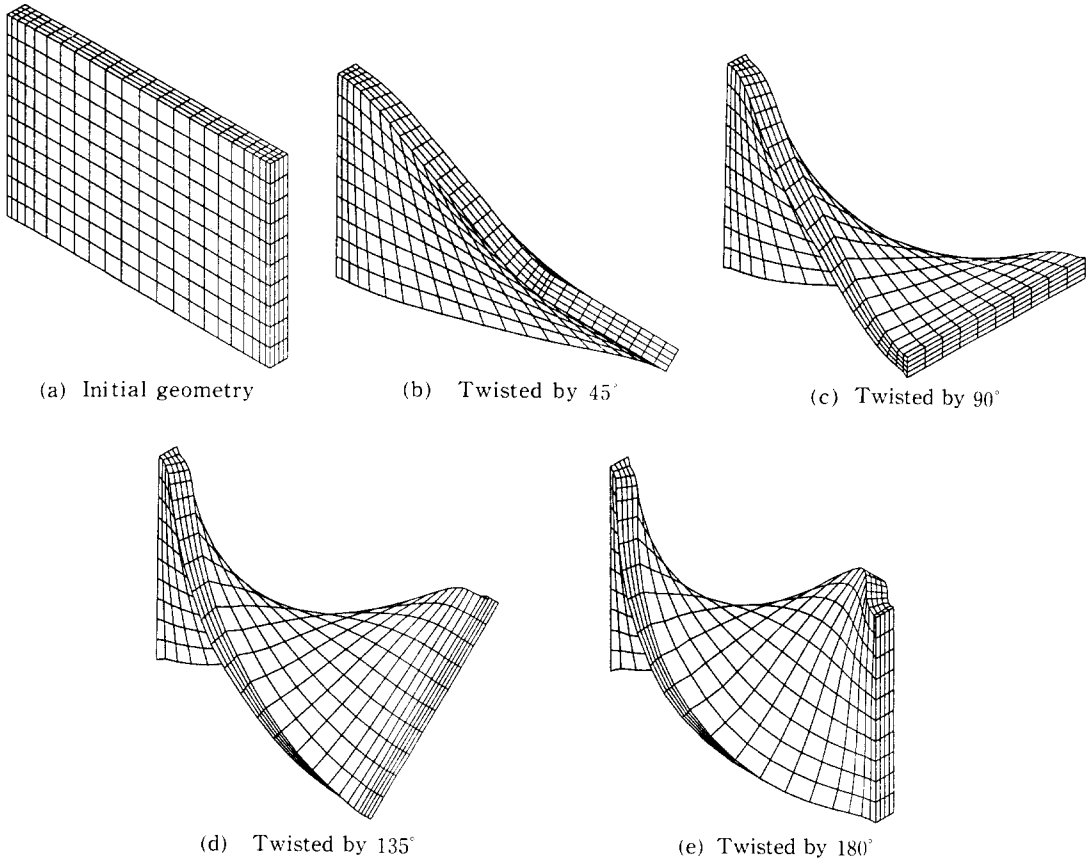


Fig. 1 Twisting of a thin rectangular strip. One end is fixed and the other end is twisted.

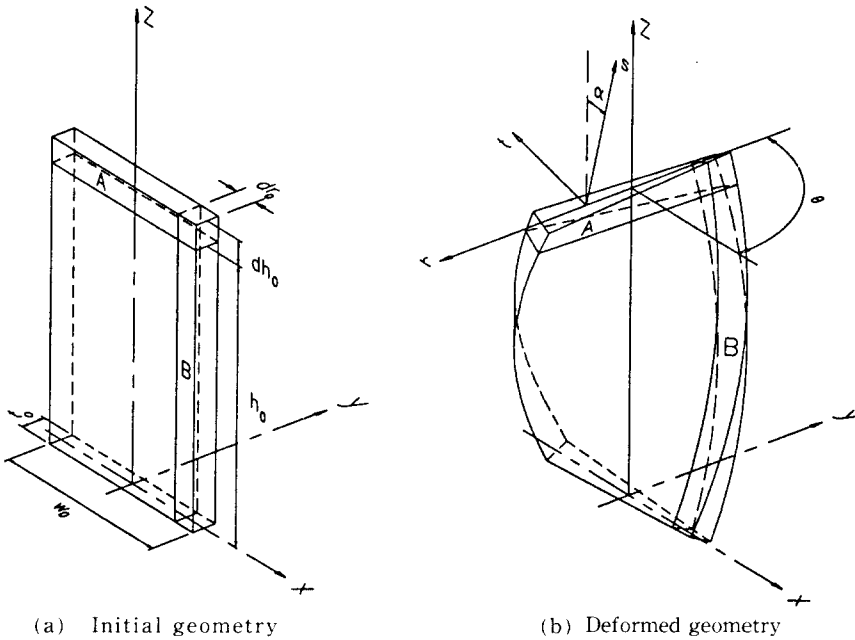
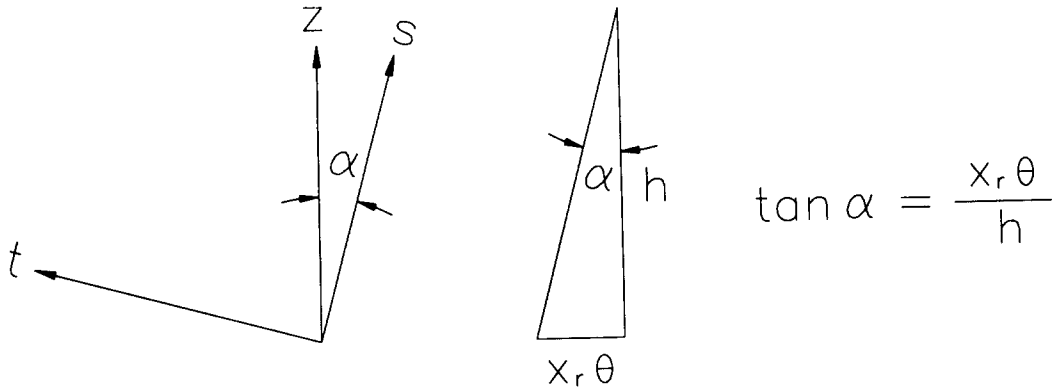


Fig. 2 Deformation during twisting of a thin rectangular strip.



(a) Local coordinate system (r, s, t)

(b) Helix angle α

Fig. 3 Definition of local coordinate system (r, s, t) and helix angle α .

$$\tan \alpha = \frac{x_r \theta}{h},$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{x_r \theta}{h} = \alpha(x_r, \theta, h) \quad (1)$$

α : helix angle

x_r : radial distance from z-axis

θ : twist angle

h : length of the specimen

시편의 길이 h 는 시편 양끝의 구속조건에 따라서 초기값 h_0 와 달라질 수 있다. 나선각의 증가와 더불어 체적요소 B는 s-축 방향에 대한 인장과 비틀림을 동시에 받게 된다. 시편의 r-축, t-축 방향으로의 외부에서 가해진 하중이 없으므로 이들 방향으로 수축이 진행되어 시편의 폭과 두께가 감소하게 된다.

Fig. 2에 보인 체적요소 A, B의 형태변화는 비틀림 과정중 s-축 방향의 신장 (elongation) 과 더불어 Fig. 4, Fig. 5에 보인 것과 같은 s-r 평면에서의 전단변형을 발생시킨다. Fig. 4(a)에 나타낸 미소 체적요소는 $dx_r \times dx_s \times dx_t$ 의 크기를 갖고 있으며 $(0, 0, x_t)_{(r,s,t)}$ 의 좌표에 위치한다. 변형과정에서 s-축과 t-축의 방향은 (1)식에 따라 r-축 상의 좌표 x_r 에 따라 편차를 갖게 되고 Fig. 4에 보인 것처럼 $(dx_r, 0, x_t)_{(r,s,t)}$ 에 위치한 크기 $dx_s \times dx_t$ 의 미소단면은 $(0, 0, x_t)_{(r,s,t)}$ 에 위치한 미소단면에 대하여 상대각 $\frac{\partial \alpha}{\partial x_r} dx_r$ 만큼의 회전을 하게 된다. 이에 따라 Fig. 4(b)에 보인 것처럼 s-r 평면에서 발생하는 전단스트레인은 다음과 같이 주어진다.

$$\gamma_{rs}^A = x_t \frac{\partial \alpha}{\partial x_r} \quad (2)$$

여기서 A는 체적요소 A (Fig. 2 참조)의 비틀림 변형을 수반하는 스트레인 임을 표시한다. Fig. 5(a)에 나타낸 미소 체적요소는 Fig. 4(a)의 경우와 마찬가지로 $dx_r \times dx_s \times dx_t$ 의 크기를 갖고 있으며 $(0, 0, x_t)_{(r,s,t)}$ 의 좌표에 위치한다. $(0, dx_s, x_t)_{(r,s,t)}$ 에 위치한 크기 $dx_r \times dx_t$ 의 미소단면은 $(0, 0, x_t)_{(r,s,t)}$ 에 위치한 미소단면에 대하여 상대각 $\left(\frac{\partial \theta}{\partial x_s} dx_s\right) \cos \alpha$ 만큼의 회전을 하게 된다. 이에 따라 Fig. 5(b)에 보인 것처럼 s-r 평면에서 발생하는 전단스트레인은 다음과 같이 주어진다.

$$\gamma_{rs}^B = x_t \frac{\partial \theta}{\partial x_s} \cos \alpha \quad (3)$$

여기서 B는 체적요소 B (Fig. 2 참조)의 비틀림 변형을 수반하는 스트레인 임을 표시한다. 상기의 식 (2), (3)으로부터 r-s 평면에 발생하는 전단스트레인은 다음과 같이 주어진다.

$$\gamma_{rs}^A = \gamma_{rs}^A + \gamma_{rs}^B = \frac{2x_t \theta h}{h^2 + x_r^2 \theta^2} \quad (4)$$

또한 s-축 방향의 인장스트레인은 다음과 같이 주어진다.

$$\epsilon_s = \ln \frac{\sqrt{h^2 + x_r^2 \theta^2}}{h_0} \quad (5)$$

상기의 (4), (5)식으로부터 변형과정에서 발생하는 스트레인 성분은 다음과 같이 주어진다.

$$d\epsilon_s = \frac{hdh + x_r^2 \theta d\theta}{h^2 + x_r^2 \theta^2} \quad (6)$$

$$d\epsilon_{rs} = \frac{1}{2} d\gamma_{rs} = d\left(\frac{x_t \theta h}{h^2 + x_r^2 \theta^2}\right) \quad (7)$$

금속 시편의 변형과정에서 비틀음의 초기를 제외하고는 탄성변형량이 매우 작으므로 소재를 가공경화성의 강소성체 재료로 가정한다. 시편의 측면은 자유표면이므로 소성변형의 체적불변성으로부터 r-방향, t-방향의 스트레인 증분을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$d\epsilon_r = d\epsilon_t = -\frac{1}{2}d\epsilon_s \quad (8)$$

이외에도 전단 스트레인증분 $d\epsilon_{st}$, $d\epsilon_{tr}$ 등을 생각할 수 있으나 이미 앞에서 언급한 변형에 대한 가정으로부터 다음과 같은 결론을 얻는다.

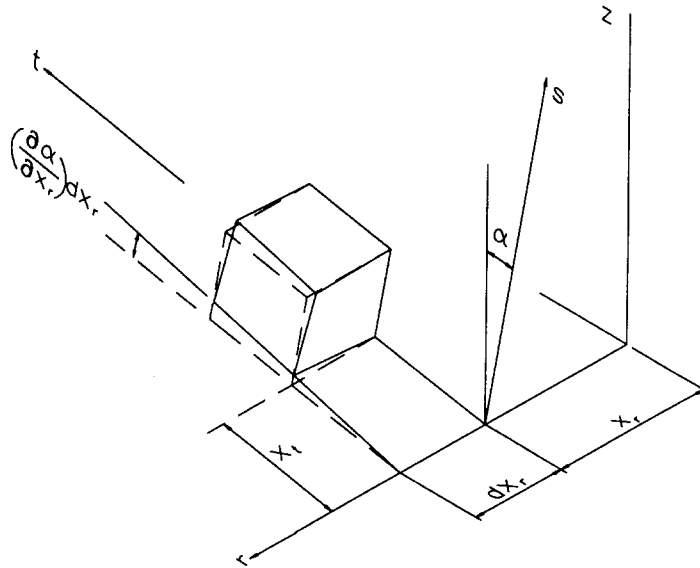
$$d\epsilon_{st} = d\epsilon_{tr} = 0 \quad (9)$$

식 (6)-(9) 에 대응하는 강소성체의 응력상태는 Fig. 6 에 보인 것처럼 s-축 방향의 수직응력성분 σ_s 와 r-s 평면상의 전단응력성분 τ_{rs} 로 표현된다. Levy-Mises 식으로 부터 비틀림을 받는 시편 각 부분의 응력-변형률 관계는 다음과 같이 표현된다.

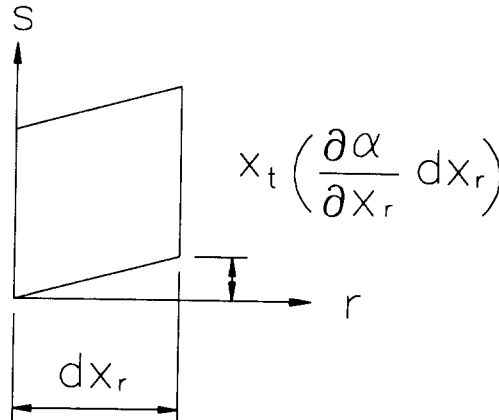
$$d\epsilon_s = \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \sigma_s \quad (10)$$

$$d\epsilon_{rs} = \frac{3}{2} \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \tau_{rs}$$

여기서 $\bar{\sigma}$, $d\bar{\epsilon}$ 는 다음과 같이 정의되는 상당응



(a) Rotation of a s-t plane at $x_r + dx_r$ with respect to one at x_r



(b) Shear strain γ_s^r induced in s-r plane

Fig. 4 Development of shear strain in r-s plane due to the twisting of element A (shown in Fig. 2).

력, 상당스트레인증분이다.

$$\bar{\sigma} \equiv \sqrt{\sigma_s^2 + 3\tau_{sr}^2} \quad (11)$$

$$d\bar{\epsilon} \equiv \sqrt{(d\epsilon_s)^2 + (4/3)(d\epsilon_{rs})^2} \quad (12)$$

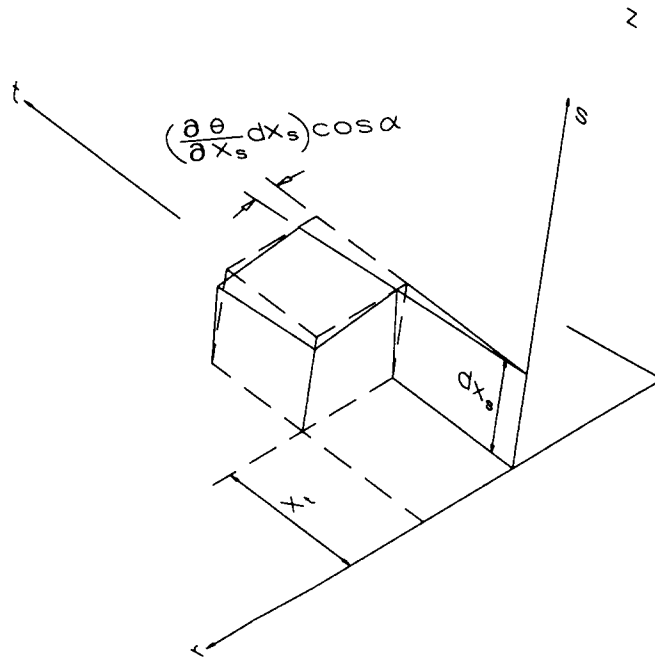
튜브형 line mixer element 의 경우처럼 시편 양 단간의 각도가 180°이상이 되도록 비틀림을 가할때 는 소재가 파단되지 않도록 연성이 큰 소재를 풀림 처리하여 사용하는 것이 보통이다. Stainless steel 계통의 소재는 이러한 요구조건을 잘 만족하므로

가장 많이 사용되고 있다. 이러한 소재의 경우 응 력-변형률 관계를 다음과 같이 선형화하여 근사적 으로 표현할 수 있다.

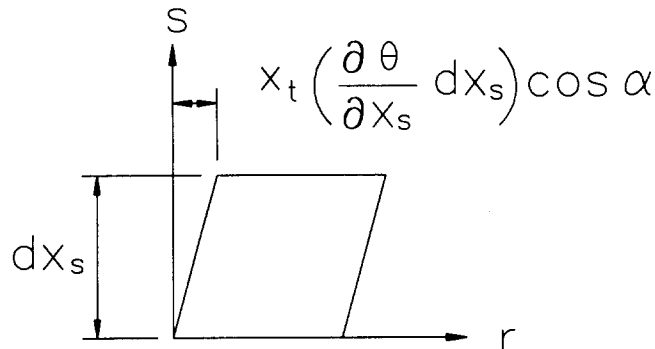
$$\bar{\sigma} = Y + E_T \bar{\epsilon}, \quad \bar{\epsilon} \equiv \int d\bar{\epsilon} \quad (13)$$

여기서 Y 는 소재의 초기 항복응력, E_T 는 가공 경화계수(strain hardening modulus), $\bar{\epsilon}$ 는 소재 각 부위의 변형이력에 대한 상당스트레인을 나타낸다.

시편의 초기치수 (w_0, h_0, l_0), 재료의 응력-변



(a) Rotation of a r-t plane at dx_s with respect to one containing origin of a local coordinate system (r, s, t)



(b) Shear strain γ_{sr}^B induced in s-r plane

Fig. 5 Development of shear strain in r-s plane due to the twisting of element B (shown in Fig. 2).

형률 특성 (Y , E_T), 시편 양단의 축방향 구속조건이 결정되면 시편길이의 변화량 dh 와 비틀림각의 증가량 $d\theta$ 에 대하여 시편 각 부위의 변형률, 응력

상태, 폭과 두께의 변화 그리고 축방향하중 및 토오크를 (1)식과 (6)~(13) 식으로부터 계산할 수 있게 된다.

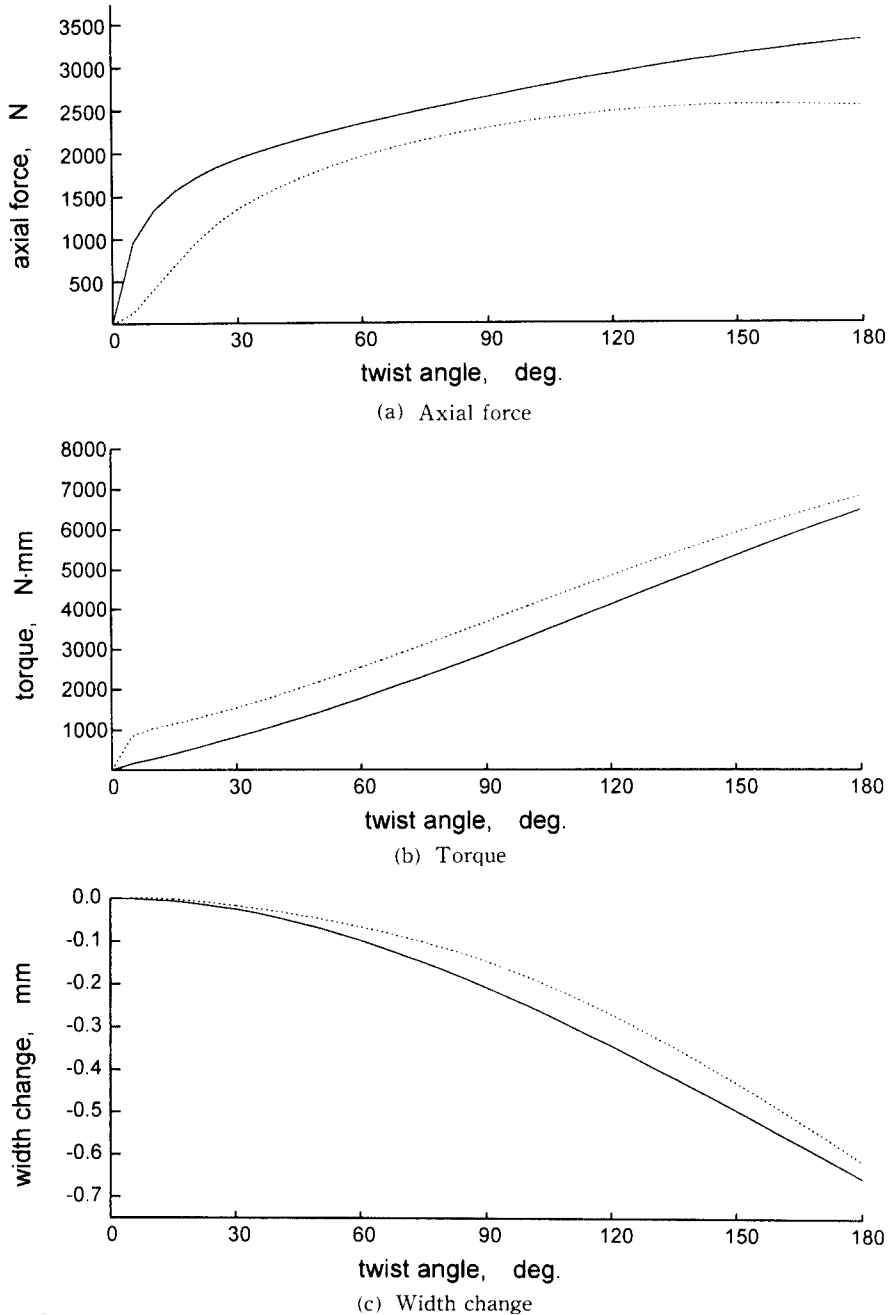


Fig. 6 Comparison of analysis results for twisting of a thin rectangular strip with both ends fixed in the axial direction during twisting (Case 1). Dotted lines and solid lines represent results from finite element analysis using ANSYS and from the current model respectively.

3. 수치해석

해석을 위하여 소형의 관내고정식 혼합장치

element 와 유사한 크기의 시편을 선택하여 해석을 실시하였다. 시편의 재질은 실제의 성형공정에서 많이 사용되는 SUS304 이다. 시편의 초기 치수는 다음과 같다.

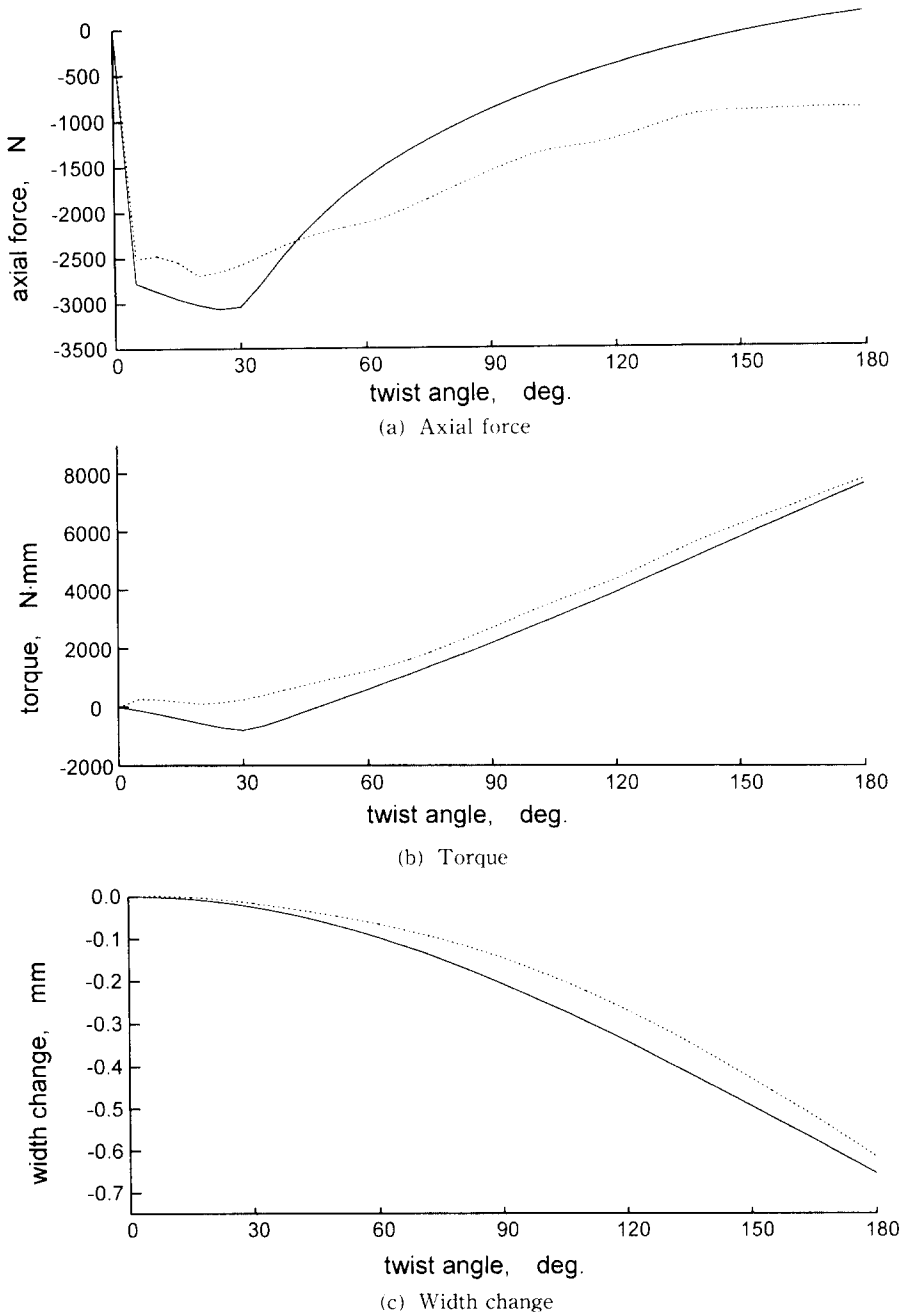


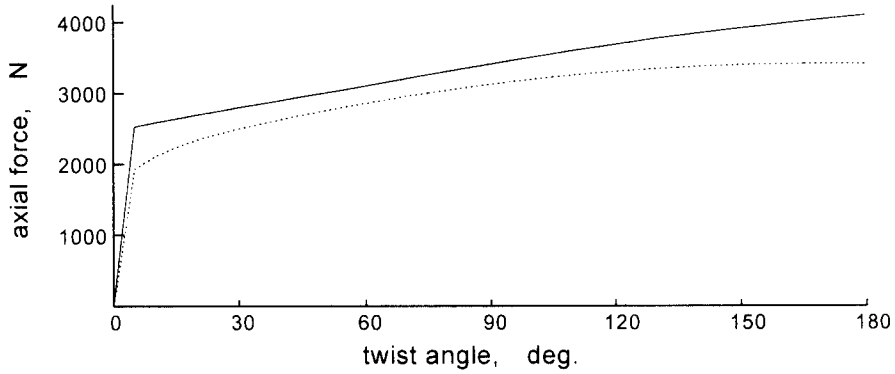
Fig. 7 Comparison of analysis results for twisting of a thin rectangular strip with axial compression proportional to twist angle (Case 2). Dotted lines and solid lines represent results from finite element analysis using ANSYS and from the current model respectively.

$h_0=15$ mm, $w_0=10$ mm, $t_0=1$ mm

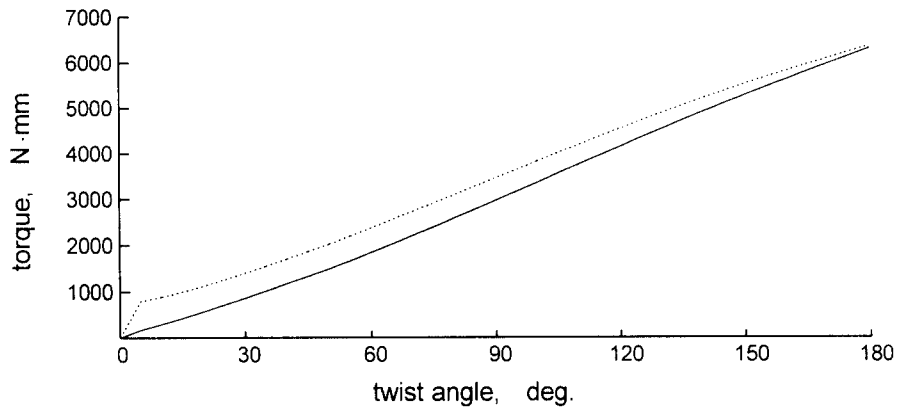
$Y=272$ MPa, $E_T=1.631$ GPa

현장 작업조건으로 풀림처리된 시편에 대한 인장 시험 결과는 다음과 같다.

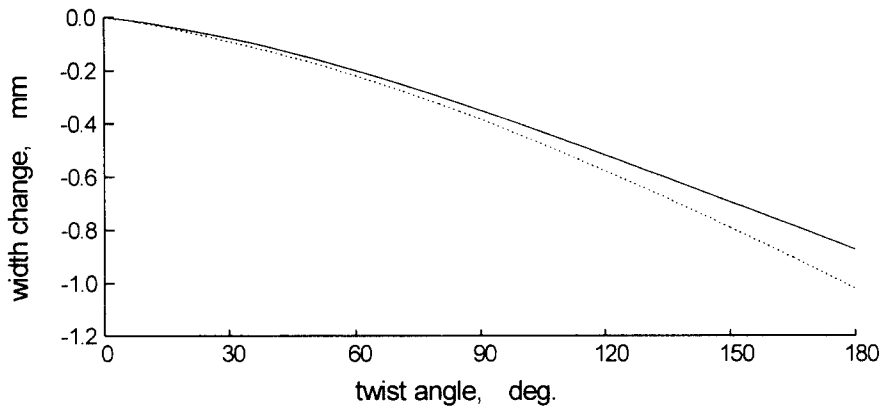
시편에 비틀음을 가하는 방법에 대하여는 다음과 같은 3 가지 조건을 선택하였다.



(a) Axial force



(b) Torque



(c) Width change

Fig. 8 Comparison of analysis results for twisting of a thin rectangular strip with axial elongation proportional to twist angle (Case 3). Dotted lines and solid lines represent results from finite element analysis using ANSYS and from the current model respectively.

Case 1. 시편의 양단을 축방향으로 고정하고 180° 비트는 경우

$$h_f = h_0$$

Case 2. 시편의 양단을 축방향으로 압축하면서 180° 비트는 경우

$$h_f = h_0 - \Delta h, \quad dh = -\frac{\Delta h}{\pi} d\theta, \quad \Delta h = 3 \text{ mm}$$

Case 3. 시편의 양단을 축방향으로 인장하면서 180° 비트는 경우

$$h_f = h_0 + \Delta h, \quad dh = \frac{\Delta h}{\pi} d\theta, \quad \Delta h = 1 \text{ mm}$$

Case 2의 경우는 폭방향의 수축이 감소되는 효과를 얻을 수 있으나 시편의 중심선이 진직도를 유지하기 어려운 단점이 있다. Case 3의 경우는 비틀림에 대한 탄성회복량을 감소시키는 효과가 있으나⁽³⁾ 시편의 길이방향으로 폭의 변화가 커지는 단점이 있다. Case 1의 경우는 Case 2와 Case 3의 중간 정도의 공정이라고 할 수 있다. 시편의 길이방향 수축을 억제하지 않고 비틀음을 가하는 경우 폭의 수축량은 Case 1보다 작아지게 되나 Case 2와 같이 시편의 길이방향으로 진직도를 유지하기 어렵게 된다⁽⁷⁾. 이 경우에 대하여는 이미 연구결과가 알려져 있으므로 본 해석에서는 제외하였다.

상기의 3개의 경우에 대한 폭변화, 토오르크, 축방향 하중에 대한 해석결과를 Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8에 나타내었다. 단순 모델에 의하여 예측되는 결과의 정확도를 검증하기 위하여 유한요소해석 결과와 비교하였다. 유한요소해석은 상업용 프로그램인 ANSYS를 이용하여 실시하였다. 유한요소해석 모델은 Fig. 1에 보인 것과 같이 8절점 고체요소(8-node solid elements)로 구성되었고 시편의 양쪽 끝부분은 변형 중에 평면을 유지하며 폭방향의 수축이 억제되었다. 이러한 구속조건은 실제의 성형공정과 유사하도록 선택되었고 단순 해석 모델의 변형에 대한 가정들과는 차이가 있다. 즉 유한요소 해석 모델에서는 양끝에서 폭방향 수축이 억제되므로 해석으로부터 얻어지는 시편 폭의 수축량은 시편 길이 방향의 위치에 따라서 달라지게 되고 단순 모델에 의한 수축량보다 작을 것으로 예상된다. 또한 유한요소 해석 모델에서는 시편 양쪽 끝면이 변형 과정에서 평행을 유지하므로 시편의 양쪽 끝에서는 s-t 평면 내의 변형 모드가 단순전단(simple

shear)에 가깝게 되며 본 해석에서 무시한 전단응력 성분 τ_{st} 가 발생하게 된다. 이러한 전단응력 성분은 그 크기가 작더라도 시편 중심축으로부터의 전단응력의 작용점까지 반경방향 길이가 크므로 토오르크에 기여하는 바는 무시하기 어렵게 된다. 시편의 비틀림량이 작은 경우에는 τ_{st} 에 의한 토오르크 기여도는 τ_{st} 에 의한 토오르크 기여도와 동일하게 된다⁽¹⁾. 따라서 단순모델에서 예측되는 토오르크는 유한요소 해석 결과에 비해서 낮은 값을 갖게 된다. 이러한 차이점들은 Fig. 6~Fig. 8을 통하여 확인된다. 단순성과 경계조건의 차이에도 불구하고 단순화된 해석 모델은 현실적으로 중요한 폭 수축량을 비교적 정확하게 예측하고 있다. 토오르크, 축방향 하중의 경우도 비교적 양호한 일치도를 보이고 있다.

4. 결 론

얇은 판재의 비틀림 변형중 발생하는 폭방향 치수의 변화, 토오르크, 축방향 하중 등을 생산 현장에서 신속히 예측하기 위하여 단순한 해석모델을 개발하였다. 해석모델은 변형장에 대한 단순화된 가정에 근거하고 있다. 단순 모델의 예측결과를 유한요소 해석결과와 비교하여 해석모델의 신뢰도를 확인하였다. 실용적인 측면에서 가장 중요하다고 생각되는 시편 치수의 변화에 대하여 단순모델의 예측치가 유한요소 해석결과와 근사적으로 일치하고 있다. 유한요소 해석에 많은 시간이 소요되는데 비하여 단순모델은 짧은 시간에 성형 결과를 예측할 수 있으므로 현장에서의 실용성이 충분하다고 생각된다.

참고문헌

- (1) S. P. Timoshenko and J. N. Goodier, 1970, "Theory of elasticity", 3rd ed., McGraw-Hill, New York, p. 291
- (2) R. Hill, 1950, "The mathematical theory of plasticity", Oxford University Press, p. 84
- (3) O. S. Narayanaswamy and S. K. Samanta, 1982, "Plastic deformation and springback of rectangular bars subject to combined torsion and tension", J. Mech. Phys. Solids, Vol. 30, No. 6, pp. 427-445

튜브형 line mixer용 element의 비틀음 성형에 대한 연구

- (4) J. J. Jonas, F. Montheillet and S. Shrivastava, 1985, "The elastic unloading of torsion bars subjected to prior plastic deformation", Scripta Metallurgica, Vol. 19, pp. 235~240
- (5) 김권희, 1990, "Static mixer 용 element 의 설계 및 제조기술 개발", 한국기계연구원
- (6) 박용복, 양동열, 1994, "강소성 유한요소법에 의한 비틀림 변형 해석", 대한기계학회추계학술대회 논문집(I), pp. 282~287
- (7) 정천홍, 1994, "직사각 단면을 갖는 얇은 판재에 대한 비틀림 공정 해석", 석사학위논문, 고려대학교