

〈論 文〉

유한 보강 원통형 셸 구조에 의한 수중 방사소음 해석

An Analysis on the Underwater Sound Radiation from Finite Cylindrical Shell with Stiffeners

전 재 진* · 정 우 진*

Jae Jin Jeon and Woo Jin Jung

(1996년 5월 31일 접수 ; 1996년 10월 22일 심사완료)

Key Words : Finite Cylindrical Shell(유한 원통형 셸), Underwater Sound Radiation(수중 방사소음), Stiffness Matrix(강성 행렬), Radiation Impedance(방사임피던스), Propagation Constant(전파상수)

ABSTRACT

In this report, the underwater sound radiation from finite cylindrical shell with stiffeners which is the basic configuration of submerged vehicle is studied analytically and experimentally. The shell vibrations are obtained by using the shell theory of Sanders-Koitter. The stiffeners are modeled for I-type and the stiffness matrices are obtained by using beam model. In the analytical studies, the vibrations of cylindrical shell are expressed by using cosine series expansions to consider the arbitrary end boundary conditions. It is agree to the theoretical and experimental results well.

1. 서 론

수중에서 외압을 받는 구조물의 기본 형상을 원통형 셸 구조를 하고 있어 수학적인 모델 수립이 가능하며, 여러 학자들에 의해 원통형 셸 구조물에 의한 음압 복사(sound radiation) 해석 연구가 많이 수행되어 왔으며, 계속 진행되고 있다. 셸 구조물에 대한 진동 해석은 Rayleigh의 Membrane Model 이후 Love, Fluge, Vlasov, Donnell, Sanders⁽¹⁾ 등에 의해 제안된 여러 가지 셸 이론을 바탕으로 이루어지고 있다. Avallet과 Parot⁽²⁾는 보강 원통형 셸에 대하여 무한길이의 셸로 가정하고 전달행렬(transfer matrix) 방법을 이용하여 해석하였고, Borgiotti와 Rossen⁽³⁾은 두꺼운 셸 이론과 상태벡터(state vector) 해석법을 이용하여 공기중 무한 원통형 셸에 대한 진동 및 파워흐름(power flow)을 해석하였다. Von Flotow⁽⁴⁾에 의해 시작된 상태벡터 해석법

은 원통형 셸의 운동 방정식 정형화와 해석을 용이하게 할 수 있는 장점이 있다. 또한 수중 방사소음 해석에는 무한 원통형 셸에 대하여 Burroughs^(5,6)에 의해 이중 공간 푸리에 변환(double spatial Fourier transform)을 이용한 해석이 이루어졌으며, Harrai와 Sandman^(7,8)은 유한 원통형 셸에 대한 방사소음 해석과 실험을 통한 검증을 시도하였으며, 최근들어 Choi 등^(9~11)에 의한 내부 격벽이 있는 유한 길이 원통형 셸에 대한 음향 해석이 이루어지고 있다.

본 논문에서는 수중 구조물의 기본 형상인 보강 원통형 셸에 의한 방사소음에 대한 실험적, 이론적 연구를 수행하였다. 잠수체의 기본 구조는 양단에 격벽(bulkhead)을 가진 여러 개의 유한 길이 원통형 셸 구조의 결합으로 이루어지고 있다. 이러한 기본 구조를 가진 수중 물수체에 의한 방사소음 해석의 기초를 확립하기 위해 내부 구조물의 영향을 고려할 수 있는 물수된 유한 보강 원통형 셸에 의한 방사소음 해석을 수행하였다. 방사소음 해석의 기본인 셸 진동의 해석을 위해 Sanders-Koitter의 셸 이론을 바탕으로 원통형 셸을 모델링하고 보강재는 보

*정회원, 국방과학연구소

(beam)로 모델링하고, 양 끝단의 임의의 경계 조건의 고려가 가능하도록 반경 방향에 대한 변위를 코사인 급수 전개를 이용하고 있어 적용 범위를 확장시켰다. 해석 결과와 실험 결과의 비교를 통한 검증과 보강재 개수의 변화에 따라 해석 결과를 서로 비교하고 토의하였다.

2. 이론적 해석

2.1 변위-음압 관계식

Fig. 1과 같은 원통형 셸이 유체내에 존재할 때 변위와 음압은 Fourier 급수로 이산화하여 표현할 수 있으며, 셸의 양 끝단에서 경계조건을 임의로 변경할 수 있기 위해 반경 방향의 변위에 대한 표현으로 코사인 급수를 선택하였다. 따라서 반경 방향의 변위는 식 (1)과 같이 표현한다.

$$w(x, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} w_n(x) \cos(n\theta) e^{i\omega t} \quad (1)$$

$$w_n(x) = \sum_{m=0}^M W_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right)$$

여기서 n 은 원주 방향 모드, m 은 길이 방향 모드를 나타낸다. 원통형 셸의 표현에 작용하는 외력, 외부 유체에 의한 표면 압력과 변위와의 관계는 다음과 같이 $(M+1) \times (M+1)$ 의 크기를 가지는 매트릭스 G 를 이용하여 원주방향 모드 n 차에 대하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W = GF + GP \quad (2)$$

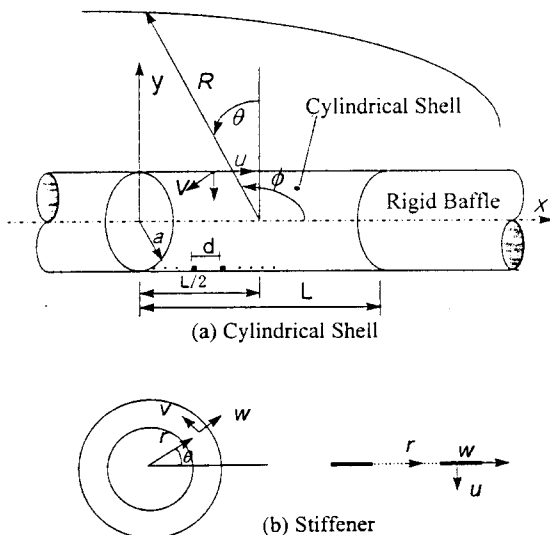


Fig. 1 Shell and stiffeners coordinates and displacements.

여기서 F 는 외력, P 는 셸 표면에서의 음압을 나타낸다.

원통형 셸이 수중에서 진동할 때 원통형 셸 표면에서의 음압 복사 조건은 식 (3)과 같으며 이 관계식을 이용하여 식 (4)와 같이 유한한 이산화된 변위와의 관계를 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{r=a} = -i\rho\omega \frac{\partial w}{\partial r} \quad (3)$$

$$P = HW \quad (4)$$

식 (2), (4)을 이용하여 P 를 소거하고 외력과 변위와의 관계를 구하면 식 (5)와 같이 주어진다.

$$W = (I - GH)^{-1}GF \quad (5)$$

여기서 I 는 unit matrix이다.

2.2 원통형 셸의 진동 해석

반경 a , 두께 h 인 원통형 셸의 진동을 해석하기 위하여 Sanders-Koitter의 셸 방정식을 이용하였다. Fig. 1에서 주어진 좌표계에 대하여 셸의 운동 방정식은 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} & u_{\xi\xi} + \frac{1}{2}(1-\nu)\left(1 + \frac{b}{4}\right)u_{\theta\theta} + \left[\frac{1}{2}(1+\nu) - \frac{3}{8}(1-\nu)b\right]v_{\theta\theta} \\ & - \frac{1}{2}(1-\nu)bw_{\xi\theta\theta} - \nu w_{\xi\xi} - \rho(a^2/E)(1-\nu^2)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \\ & \left[\frac{1}{2}(1+\nu) - \frac{3}{8}(1-\nu)b\right]u_{\theta\theta} + \frac{1}{2}(1-\nu)\left(1 + \frac{9}{4}b\right)v_{\xi\xi} \\ & (1+b)v_{\theta\theta} + \frac{b}{2}(3-\nu)w_{\xi\xi\theta} + bw_{\theta\theta\theta} - w_{\theta\theta} \\ & - \rho(a^2/E)(1-\nu^2)\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & -\nu u_{\xi\xi} - \frac{b}{2}(1-\nu)u_{\theta\theta\xi} + \frac{b}{2}(3-\nu)v_{\xi\xi\theta} + bw_{\theta\theta\theta} \\ & - \nu v_{\theta\theta} + b(w_{\xi\xi\xi\xi} + w_{\theta\theta\theta\theta} + 2w_{\xi\theta\theta\theta}) + w \\ & + \rho(a^2/E)(1-\nu^2)\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = [a^2(1-\nu^2)/Eh]f_w \end{aligned}$$

여기서, $\xi = \frac{x}{a}$, $(\)_{\xi} \equiv \frac{\partial}{\partial \xi}(\)$, $(\)_{\theta} \equiv \frac{\partial}{\partial \theta}(\)$,

$$b = \frac{h^2}{12a^2}$$

이며, E 는 Young's modulus, ν , ρ 는 프와송비와 셸의 질량 밀도(mass density)이다. 또 f_w 는 반경 방향 외력을 의미한다.

외력이 반경 방향으로 작용할 때 외력을 코사인 급수를 이용하여 길이 방향 m 차 원주 방향 n 차에 대하여 식 (7)과 같이 표현할 수 있다.

$$f(x, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} F_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos(n\theta) \quad (7)$$

원통형 셀 표면에 반경 방향으로 크기 F 를 가지고 (x_0, θ_0) 에 면적 $a \, d\theta dx$ 에 작용하는 외력은 다음 식 (8)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{i) } m=0, n=0 \\ F_{mn} &= F \frac{dx d\theta}{2\pi L} \\ \text{ii) } m>0, n>0 \\ F_{mn} &= \frac{4F}{m n \pi^2} \cos\left(\frac{m\pi x_0}{L}\right) \sin\left(\frac{m\pi dx}{2L}\right) \\ &\quad \times \cos(n\theta_0) \sin\left(\frac{n d\theta}{2}\right) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 F 는 단위 면적당 작용하는 외력의 크기를 나타낸다.

식 (6)의 해 (solution)는 특해 (particular solution)와 일반해 (homogeneous solution)의 합으로 구해진다. 길이 방향 모드 m 차, 원주 방향 n 차 모드의 크기 1인 식 (8)의 수직력에 대한 변위의 특해는 식 (9)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} u^p(x, \theta) &= u_m^p \sin(m\pi x/L) \cos(n\theta) \\ v^p(x, \theta) &= v_m^p \cos(m\pi x/L) \sin(n\theta) \\ w^p(x, \theta) &= w_m^p \cos(m\pi x/L) \cos(n\theta) \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)의 각 변위의 계수 u_m^p, v_m^p, w_m^p 는 식 (9)를 식 (6)의 셀 방정식에 대입하면 쉽게 얻을 수 있다.

원주방향 n 차 모드에 대한 일반해는 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} u^h(x, \theta) &= A e^{qx} \cos(n\theta) \\ v^h(x, \theta) &= B e^{qx} \sin(n\theta) \\ w^h(x, \theta) &= C e^{qx} \sin(n\theta) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 A, B, C 는 상수이다. 식 (10)을 식 (6)에 대입하고 $f_w=0$ 으로 하면 식 (11)과 같은 상수 A, B, C 로 이루어진 3개의 대수 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = 0 \quad (11)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= a^2 q^2 - \left[\frac{1}{2} (1-\nu) \left(1 + \frac{b}{4} \right) \right] n^2 \\ &\quad + \rho \frac{a^2 \omega^2}{E} (1-\nu^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{12} &= a q n \left[\frac{(1+\nu)}{2} - \frac{3}{8} (1-\nu) b \right] \\ \alpha_{13} &= a q \left[\frac{1}{2} (1-\nu) b n^2 - \nu \right] \\ \alpha_{21} &= -\alpha_{12} \\ \alpha_{22} &= a^2 q^2 \left[\frac{1}{2} (1-\nu) \left(1 + \frac{9b}{4} \right) \right] - (1+b) n^2 \\ &\quad + \rho \frac{a^2 \omega^2}{E} (1-\nu^2) \\ \alpha_{23} &= -a^2 b q^2 \frac{(3-\nu)}{2} n + b n^3 + n \\ \alpha_{31} &= \alpha_{13}, \quad \alpha_{32} = -\alpha_{23} \\ \alpha_{33} &= a^4 q^4 b - 2a^2 q^2 b n^2 + b n^4 + 1 - \rho \frac{a^2 \omega^2}{E} (1-\nu^2) \end{aligned} \quad (12)$$

이다.

식 (11)을 만족하는 q 를 전파 상수(propagation constant)라 하며 식 (13)의 8차 방정식의 해를 구하므로써 쉽게 얻을 수 있다.

$$A_4 q^8 + A_3 q^6 + A_2 q^4 + A_1 q^2 + A_0 = 0 \quad (13)$$

식 (13)의 해는

$$\begin{aligned} q_k &= \delta_k + i\gamma_k, \quad k=1, \dots, \bar{k} \\ (\bar{k}=6, n=0; \bar{k}=8, n>0) \end{aligned} \quad (14)$$

로 실수부와 허수부를 갖는 형태를 가진다. 전파상수의 δ_k 는 파동 전파에 따른 감쇠나 증폭을 나타내며, γ_k 는 파동 전파 방향을 나타내며 파동의 진동 (oscillation) 현상을 나타낸다. 이 결과를 식 (11)에 대입하면 상수 A, B 를 C 로 표현할 수 있으며, 상수 C 는 경계 조건으로부터 구할 수 있다. 일반해 (Homogeneous Solution)를 구하면 식 (15)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} u^h(x, \theta) &= \sum_{j=1}^m C_j \bar{u}(q_j) e^{q_j x} \cos(n\theta) \\ v^h(x, \theta) &= \sum_{j=1}^m C_j \bar{v}(q_j) e^{q_j x} \sin(n\theta) \\ w^h(x, \theta) &= \sum_{j=1}^m C_j e^{q_j x} \cos(n\theta) \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 윗첨자 h 는 일반해를 의미하며, m 은 원주 방향 모드 $n=0$ 일 때는 6, $n>0$ 일 때는 8이다.

식 (15)의 C_j 는 길이 방향모드 m 과 경계조건에 따라 각 요소별로 달리 구해지므로 길이모드 m 차에 대하여 k 번째 분할요소(segment)에서 j 번째 전파상수 즉 j 번째 일반해에 대한 계수 C_{mj}^k 로 표시한다. 계수 C_{mj}^k 를 구하기 위해 경계조건은 다음과 같다.

원통형 셀에서의 변위와 힘에 대하여 4×1 의 행렬 식으로 표현하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$D = \begin{bmatrix} w & u & v & a \frac{dw}{dx} \end{bmatrix}^T \quad (16)$$

$$S = \begin{bmatrix} Q_x & N_x & N & M_x \\ E & E & E & Ea \end{bmatrix}^T \quad (17)$$

여기서, T 는 전치행렬을 의미하며, Q_x , N_x , N , M_x 는 각각 단위 면적당 작용하는 길이 방향에 수직 한 집단력, 길이방향 힘, 원주방향 힘, 원주 방향 모멘트를 나타내며, 식 (17)에 주어진 각 방향 힘과 모멘트는 원통형 셀에 대하여 다음과 같이 주어진다.

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{2}{a} \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial \theta}$$

$$N_x = \frac{Eh}{(1-\nu^2)} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\nu}{a} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - w \right) \right]$$

$$M_x = \frac{-Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\nu}{a^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \right]$$

$$N = N_{x\theta} + \frac{3}{2a} M_{x\theta}$$

$$N_{x\theta} = \frac{Eh}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right)$$

$$M_{x\theta} = \frac{Eh^3}{12(1+\nu)} \left[\frac{1}{a} \left(\frac{3}{4} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} - \frac{1}{4a} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \right]$$

유한 원통형 셀의 경우 보강재가 부착된 곳에서의 경계조건은 보강재와 결합되는 부분에서 변위 연속성과 힘 조건을 이용하면 다음과 같다.

$$D^l \cdot D^r = 0 \quad (18)$$

$$S^l - S^r + Z^j D^r = -Z^j D^l \quad (19)$$

여기서 윗첨자, l , r 는 경계가 이루어지는 보강재의 양쪽에 결합된 셀 요소 왼쪽, 오른쪽을 의미하며, 윗첨자 p 는 특해에 의한 변위 행렬을 의미하며 식 (18), (19)의 특해에 의한 항을 제외하고는 일반해를 대입한 경우 얻을 수 있는 행렬로 구성된다. 또한 Z^j 는 4×4 행렬로 j 번째 보강재 연결부에서의 보강재의 변위 임피던스 행렬로 강성행렬이라 한다.

원통형 셀 양 끝단에서의 경계조건은 식 (18)과 (19)에서 보강재가 없는 경우를 적용하면 식 (20)과 같이 표현된다.

$$D^h \alpha + S^h \beta = -D^p \alpha - S^p \beta \quad (20)$$

여기서 윗첨자 h , p 는 각각 일반해와 특해를 대입한 결과임을 의미한다. 그리고 α , β 는 각각 4×4 행렬로 주어진 원통형 셀의 양 끝단에서의 일반 경계조건을 표현할 수 있는 행렬로 경계 조건에 따라 다음과 같이 주어진다.

i) 고정단 (fixed end condition) ;

$$u = v = w = \frac{dw}{dx} = 0$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

ii) 단순지지 (simply supported end condition) ;

$$u = v = w = M_x = 0$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

iii) 자유단 (free end condition) ;

$$Q_x = N_x = N = M_x = 0$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

식 (7)과 같이 외력이 주어질 때 경계조건을 적용하면 일반해와 상수 $C_{m_j}^k (k=1, \dots, \bar{k})$ 를 구할 수 있다. 여기서 \bar{k} 는 원통형 셀이 불연속 선(보강재나 경계)에 의해 나누어진 요소의 개수를 나타낸다.

식 (15)의 반경방향 변위에 대한 일반해와 식 (9)의 특해를 이용하여 k 번째 분할 요소에 대하여 길이 방향 m , 원주방향 n 모드의 변위를 나타내면 다음과 같다.

$$w = \sum_{j=1}^8 C_{m_j}^k e^{q_j x} \cos(n\theta) + w_m^p \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos(n\theta) \quad (24)$$

식 (24)를 이용하여 식 (2)의 행렬 G 를 구할 수 있다. 식 (24)를 Fourier 급수의 계수를 구하는 방법을 이용하면 쉽게 얻을 수 있으며, 행렬 G 의 각 요소는 다음처럼 수식으로 표현된다.

$$G_{sm} = w_m^p \delta_{sm} + \frac{\varepsilon}{L} \sum_k \sum_{j=1}^8 C_{m_j}^k \int_{x_{k-1}}^{x_k} e^{q_j x} \cos\left(\frac{s\pi x}{L}\right) dx$$

여기서 δ_{sm} 은 Kronecker delta이며, ε 은 $s=0$ 이 때는 1, 그 이외에는 2를 갖는 상수이다.

식 (24)를 이용하여 (m, n) 모드에서의 원주방향과 길이 방향의 변위는 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$u = \sum_{j=1}^8 C_{m_j}^k \bar{u}(q_j) e^{q_j x} \cos(n\theta)$$

$$+ u_m^p \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos(n\theta) \quad (25)$$

$$v = \sum_{j=1}^8 C_{m_j}^k \bar{v}(q_j) e^{q_j x} \sin(n\theta) + v_m^p \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin(n\theta) \quad (26)$$

식 (24), (25), (26)을 이용하여 변위, 힘 행렬 D , S 를 구하고, 식 (21), (22), (23)이 경계 조건식을 이용하면 일반해의 미지계수 $C_{m_j}^k$ 를 쉽게 얻을 수 있다.

2.3 보강재 해석

Fig. 2와 같이 두께와 높이의 비가 비슷하거나 차이가 크지 않는 I형 보강재가 부착된 셸 구조의 해석을 위해 보강재를 보강재가 부착된 셸 구조의 해석을 위해 보강재를 보 (beam)로 모델링하여 보강재에 의한 강성 행렬 Z^j 를 구하였다. 보의 좌표계는 Fig. 1의 셸 좌표계를 이용하였다.

보를 모델링할 때 횡방향 전단 변형 (transverse shear deformation)과 회전 관성모멘트 (rotary inertia moment)의 효과를 무시하고 Love⁽¹⁾의 이론을 이용하여 운동방정식을 세우면 다음과 같다.

$$-\frac{EI}{a^4} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^3 v}{\partial \theta^3} \right) - \frac{EA}{a^2} \left(w - \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \rho_r A \omega^2 w = N_r \quad (27)$$

$$-\frac{EI}{a^3} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial \theta^3} + \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right) - \frac{EA}{a^2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} - \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) - \rho_r A \omega^2 v = N_{r\theta} \quad (28)$$

$$\frac{EI}{a^4} \left(\frac{\partial^4 u}{\partial \theta^4} - \frac{\partial^2(a\theta)}{\partial \theta^2} \right) - \frac{GJ}{a^4} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2(a\theta)}{\partial \theta^2} \right) - \rho_r A \omega^2 u = Q_r \quad (29)$$

$$\frac{EI}{a^2} \left(\partial \theta - \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) - \frac{GJ}{a^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2(a\theta)}{\partial \theta^2} \right) - \rho_r I_p \omega^2 (a\theta) = aM_r \quad (30)$$

여기서

- I = 길이 방향에 대한 관성 모멘트 $\left(\frac{bh_s^3}{12} \right)$
- \bar{I} = 반경 방향에 대한 관성 모멘트 $\left(\frac{h_s b^3}{12} \right)$
- I_p = 극관성 모멘트 ($I + \bar{I}$)
- J = 비틀림 상수 (torsional constant)
- $= \frac{bh_s^3}{16} \left[\frac{16}{3} - 3.36 \frac{h_s}{b} \left(1 - \frac{h_s^2}{12b^2} \right) \right]$
- A = 보강재의 단면적
- ρ_r = 보강재의 단위 체적당 질량

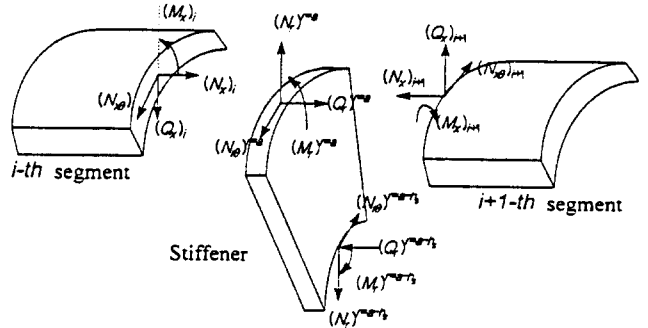


Fig. 2 Forces and moments associated with shell and I-type stiffener at junctions.

$Q_r, N_{r\theta}, N_r, M_r$ = 보강재에 작용하는 길이 방향, 원주 방향, 반경 방향으로의 힘 및 비틀림 모멘트

b, h_s = 보강재의 폭 및 높이

식 (1)의 반경 방향 변위식과 Fig. 1의 좌표계를 이용하여 각 방향의 변위는 동일한 방법으로 정의할 수 있으며, Fig. 2로부터 i 번째 셸 요소와 $i+1$ 번째 셸 요소사이의 힘 평형식 (19)를 이용하여 보 모델에 대하여 정리하면 쉽게 식 (27)에서 식 (30)으로부터 다음과 같이 보강재에 의한 강성행렬 Z^j 를 얻을 수 있다.

$$Z^j = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \quad (31)$$

여기서,

- $R = a - h_s/2$
- $Z_{11} = -\frac{In^4}{R^4} - \frac{A}{R^2} + \frac{\rho_r A \omega^2}{E}$
- $Z_{13} = \frac{In^3}{R^4} + \frac{An}{R^2}$
- $Z_{22} = \frac{\bar{I}n^4}{R^4} + \frac{Jn^2}{2(1+\nu)R^4} - \frac{\rho_r A \omega^2}{E}$
- $Z_{24} = \frac{\bar{I}n^2}{aR^3} + \frac{Jn^2}{2(1+\nu)aR^3}$
- $Z_{31} = -\frac{In^2}{R^3} - \frac{An}{R^2}$
- $Z_{33} = \frac{In^2}{R^3} + \frac{An^2}{R^4} - \frac{\rho_r A \omega^2}{E}$
- $Z_{42} = \frac{\bar{I}n^2}{aR^2} + \frac{Jn^2}{2(1+\nu)aR^2}$

$$Z_{44} = \frac{\bar{I}}{aR^2} + \frac{Jn^2}{2(1+\nu)aR^2} - \frac{\rho r I_p \omega^2}{aE}$$

other $Z_{ij} = 0$

2.4 접수 효과(H Matrix)

원통형 셀 표면에서의 음압과 변위와의 관계는 식 (4)와 같이 나타나며, 원주 방향 n 차 모드에 대하여서는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P_n = H_n W_n \quad (32)$$

또한 방사 임피던스(radiation impedance)는 $\frac{H_n}{(i\omega)}$ 로 구할 수 있다. 그러므로 셀 표면에 작용하는 방사 임피던스를 구하면 쉽게 H 행렬을 구할 수 있다⁽¹¹⁾.

원통형 셀 주위 유체에서의 음장은 다음의 Helmholtz 방정식을 만족한다.

$$\nabla^2 \phi + k^2 \phi = 0 \quad (33)$$

여기서 ϕ 는 속도포텐셜이며, $k = \omega/c$ 이며, c 는 유체 내에서의 음속이다. 식 (33)을 Fourier 변환하고 만족하는 해는 원통 좌표계에서 식 (34)와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \bar{\phi} + (k^2 - \alpha^2) \bar{\phi} &= 0 \\ \bar{\phi} &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n(\alpha) H_n^{(2)}(\mu r) \cos(n\theta) \end{aligned} \quad (34)$$

여기서 $\mu = \sqrt{k^2 - \alpha^2}$; $\mu = -i\sqrt{\alpha^2 - k^2}$ 로 각각 $\alpha < k$, $\alpha > k$ 에 대하여 실수 혹은 허수 값을 갖는다. 그리고 $H_n^{(2)}(\mu r)$ 은 outgoing wave를 나타내는 2종 Hankel 함수이다. Fig. 1에서 보듯이 유한 원통형 셀 양단에는 무한 배플이 있으므로 원통형 셀 표면에서 다음과 같은 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial r} &= -i\omega w(x, \theta), \quad 0 \leq x \leq L, \\ \frac{\partial \phi}{\partial r} &= 0, \quad 0 < x, \quad x > L \end{aligned} \quad (35)$$

식 (1)을 식 (34)와 (35)에 대입하고 역푸리에 변환(inverse Fourier transform)을 하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi &= -\frac{i\omega}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w_n^*(\alpha) \frac{H_n^{(2)}(\mu r)}{\mu H_n^{(2)'}(\mu r)} e^{-i\alpha x} d\alpha \\ &\quad \times \cos(n\theta) \end{aligned} \quad (36)$$

유체 내에서의 음압은 $p(r, x, \theta) = -i\omega\rho\phi$ 을 만족하므로 식 (36)으로 부터 유체내에서의 음압은

$$p(r, x, \theta) = -\frac{\rho\omega^2}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w_n^*(\alpha) \frac{H_n^{(2)}(\mu r)}{\mu H_n^{(2)'}(\mu r)}$$

$$\times e^{-i\alpha x} d\alpha \cos(n\theta) \quad (37)$$

H 행렬을 구하기 위해 원통형 셀 표면($r=a$)에서 원주방향 모드 n 차에 대하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p_n(x) &= -\frac{\rho\omega^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} w_n^*(\alpha) \frac{H_n^{(2)}(\mu a)}{\mu H_n^{(2)'}(\mu a)} e^{-i\alpha x} d\alpha \\ &\quad \times \cos(n\theta) \end{aligned} \quad (38)$$

여기서 $w_n^*(\alpha)$ 는 원통형 셀 표면의 수직 방향 변위인 식 (1), $w_n(x)$ 에 대한 Fourier 변환을 의미하며, 자세한 유도는 참고문헌 (11)에 잘 언급되어 있다.

2.5 방사 음압 계산

Fig. 1에서 θ , ϕ 는 각각 $x-y$ 평면과 이루는 원주 방향 각도와 x 축과 이루는 polar direction의 각도, R 은 측정점까지의 거리이다. Fig. 1에서 보여주고 있는 원통형 셀이 유체 내에서 진동할 때 복사하는 음압은 먼저 w 를 구하고, 그 결과를 이용하여 식 (37)에 대입하여 해석하면 계산할 수 있다. 식 (37)의 w 에 대한 푸리에 변환을 대입하고 풀면 참고문헌 (12)를 참조하면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} p(r, x, \theta) &= \frac{\rho\omega}{2\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_{mn} \\ &\quad \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha}{\alpha^2 - (m\pi/L)^2} [-e^{-i\alpha x} \right. \\ &\quad \left. + (-1)^m e^{i\alpha(L-x)}] \right. \\ &\quad \left. \times \frac{H_n^{(2)}(\mu r)}{\mu H_n^{(2)'}(\mu a)} d\alpha \right\} \cos(n\theta) \end{aligned} \quad (39)$$

여기서 $\mu = \sqrt{k^2 - \alpha^2}$ 이고, k 는 유체 내에서의 음향 파수(acoustic wave number)이고, $\Omega_{mn} = i\omega W_{mn}$ 이다. 원거리(far-field) 음장에서의 식 (39)의 결과식을 얻기 위해 stationary phase 방법을 이용하면 쉽게 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} p(R, \theta, \phi) &= \frac{i\omega}{\pi} \frac{\rho c e^{-i\alpha R}}{R \sin \phi} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} W_{mn} \\ &\quad \left[\frac{2(i)^n k \cos \phi}{\left[\left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 - k^2 \cos^2 \phi \right] H_n^{(2)'}(ka \sin \phi)} \right] \\ &\quad \times \left\{ \begin{aligned} &\cos\left(\frac{kL \cos \phi}{2}\right), \quad m = \text{odd} \\ &-i \sin\left(\frac{kL \cos \phi}{2}\right), \quad m = \text{even} \end{aligned} \right\} e^{ikL \cos \phi / 2} \\ &\quad \times \cos(n\theta) \end{aligned} \quad (40)$$

3. 실험 및 수치해석 결과 비교/토의

유한 길이의 보강 원통형 셀 구조물에 대하여 수

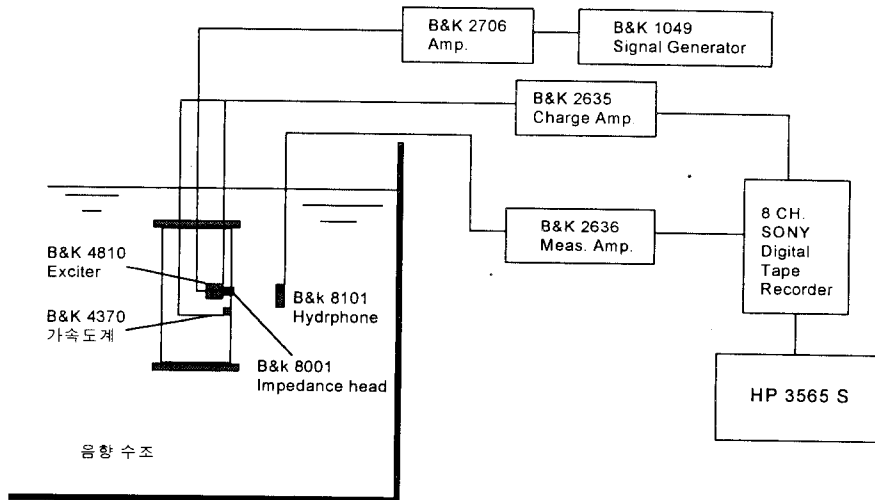


Fig. 3 Schematic diagram of the experiments for underwater radiated sound in acoustic water tank.

중 방사소음을 해석하였고, 수조에서 실험하여 해석 결과와 비교하였다. 실험 및 해석에 이용된 모델의 형상 및 물성치는 Table 1과 같다. 수치 해석에서 이용된 유체의 밀도는 1000 kg/m^3 이며, 유체 내에서의 음속은 1460 m/s 이다.

Table 1 Specifications of finite cylindrical shell

길이 (L)	2.4 m
반경 (a)	0.25 m
두께 (h)	0.009 m
보강재 간격 (d)	0.02 m
Young 계수 (E)	$2 \times 10^{11} \text{ (N/m}^2\text{)}$
밀도 (ρ_s)	$7800 \text{ (kg/m}^3\text{)}$
프와송 비 (ν)	0.28
보강재 높이 (h_s)	0.03 m
보강재 폭 (b)	0.02 m

실험은 수밀을 위해 양쪽 끝단에 끝막이 판을 설치하고 중간 위치에 가진기를 원통형 셸 내부에 설치하여 백색잡음(white noise)으로 가진하여 수중에서 하이드로폰을 이용하여 방사되는 음압을 측정하였다. 실험 장치와 장비 구성을 Fig. 3과 같이 구성되어 있으며, $25 \times 10 \times 10 \text{ (m)}$ 크기의 음향 수조에서 수중 방사소음을 측정하였다.

Fig. 4는 이론적으로 계산한 수중 방사소음 수준과 실험 결과를 비교한 것이다. 이론 결과의 계산에서

길이방향 모드 10개, 원주 방향 모드 5개까지 고려해서 20 Hz 간격으로 양단이 단순지지인 경우에 대해 값을 계산하였다. 이론적 해석 결과와 실험 결과를 비교해보면, 상당히 잘 일치하고 있음을 알 수 있으며, 첫번째 피크는 셸과 같은 두께를 가진 접수 평판의 굽힘파수(bending wave number)와 유한 길이 파수($2m\pi/L$)가 일치하는 주파수에서 나타난다. 피크에서의 주파수가 정확히 일치하지 않는 것은 양

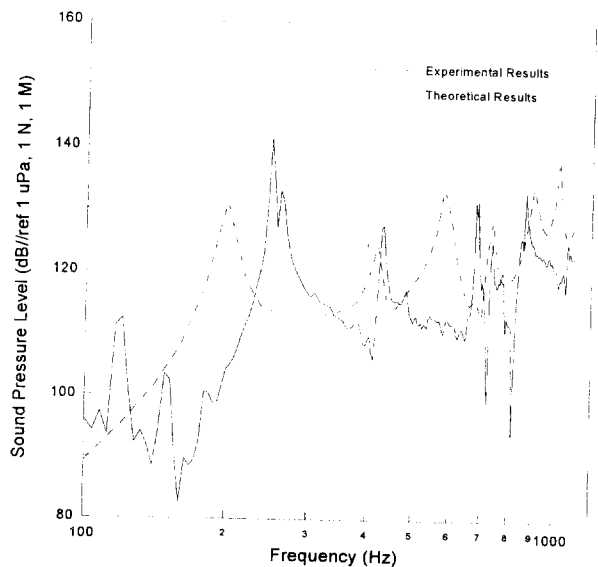


Fig. 4 Comparison the calculated results with the experimental results.

($L=2.4 \text{ m}$, exciter position= 1.2 m , receiver position ; $\theta=0$, $\phi=90^\circ$)

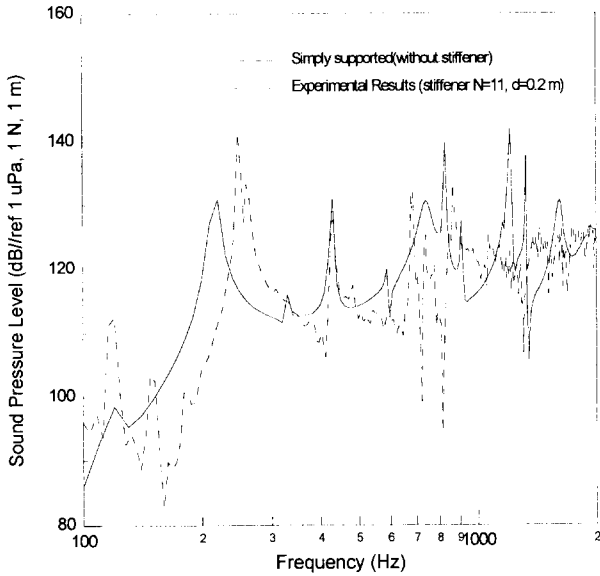


Fig. 5 Experimental results and theoretical results for simply supported homogeneous cylindrical shell. ($L=2.4\text{m}$, exciter position $=1.2\text{m}$, receiver position ; $\theta=0$, $\phi=90^\circ$)

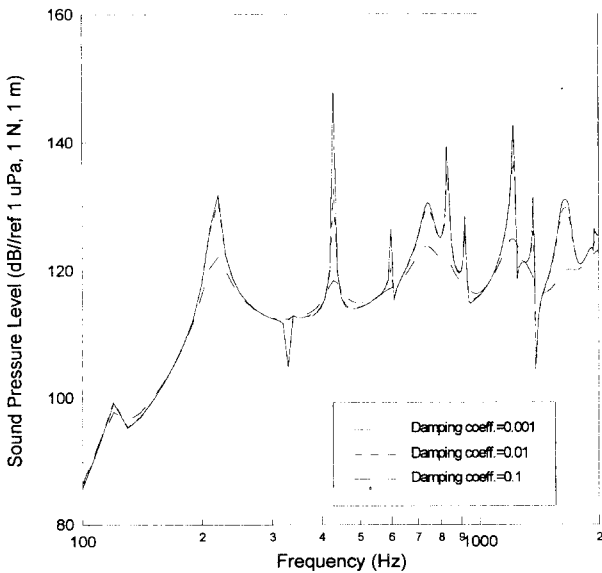


Fig. 6 Sound radiation from finite homogeneous cylindrical shell with fixed boundary conditions due to the change of damping coefficients. ($L=2.4\text{m}$, exciter position $=1.2\text{m}$, receiving position ; $\theta=0$, $\phi=90^\circ$)

단의 경계조건을 실험과 동일하게 할 수 없어 발생한다고 볼 수 있다.

Fig. 5는 보강재가 없는 단순지지 유한 길이 원통형 셀에 대하여 해석한 결과와 Fig. 4의 원통형 셀 실험 결과를 비교한 것이다. 그림에서 보면 첫번째와 두번째 피크에서는 실험 결과와 매우 잘 일치하고 있어 저주파 대역에서는 보강재가 있는 경우의 원통형 셀에 대하여 보강재를 고려하지 않고 해석하여도 큰 문제가 없음을 알 수 있다. 이는 저주파 대역에서는 보강재보다는 셀의 유한 길이 영향이 크게 작용함을 말해 주고 있다. 그러나 주파수가 증가하면서 보강재의 영향이 나타나므로 높은 주파수 대역에 대한 해석에는 보강재를 고려한 해석이 되어야 한다. Fig. 6은 Fig. 5의 해석에서 경계 조건을 고정 단으로 한 경우의 해석 결과와 감쇠계수의 증가에 따른 방사소음 수준 변화를 살펴본 것이다. 감쇠 계수는 구조 감쇠를 포함한 탄성계수를 $E=\bar{E}(1-in)$ 로 고려하여 계산하였다. 단순지지의 경우와 저주파 대역에서는 거의 동일한 방사소음 특성을 가지지만 주파수가 증가하면서 조금 다른 경향을 보여주고 있다. 이것은 가진점의 위치가 셀의 중간에 있어 양단의 경계에 의한 영향을 저주파에서는 거의 받지 않기 때문에 단순지와 거의 동일한 결과를 보이지만 Fig. 5의 경우와 같이 조건인 감쇠계수가 0.001의 경우를 보면 두번째 peak가 크게 나타나고 있어 실험 시 피시험체의 경계 조건은 단순지에 더 가까움을 알 수 있다. 그리고 감쇠계수가 증가하면서 피크 성분이 크게 감소되는 것을 볼 수 있으나 다른 곳은 변화가 없어, 방사소음의 감소를 위하여 내부에 감쇠재를 부착하는 경우에는 피크 성분의 감소에만 효과가 있음을 말해 준다.

Fig. 7은 보강재가 셀 중간 위치에 하나 있는 경우, 60 cm 간격으로 3개 들어간 경우, 40cm 간격으로 5개의 보강재가 있는 경우에 대하여 각각 계산하고 비교하여 보았다. 이그림으로 부터 본 연구의 해석 대상 셀과 같은 보강재 재원을 가지는 경우 저주파수 대역에서의 peak가 나타나는 주파수가 보강재 수 증가에 따라 점차 감소하고, 높은 주파수로 가면서 보강재에 의한 불연속선의 효과가 방사소음 수준에 기여하는 것을 볼 수 있어 보강재는 저주파수 대역에서는 질량 증가 효과로, 주파수가 증가하면서는 강성 효과로 주로 작용함을 알 수 있다. 만약 보강재가 평균 요소인 경우에 대한 셀 진동의 주파수 특성은 참고문헌 (12)에 잘 표현되어 있다. 이로부터 보강재가 구조적으로 유리한 잇점을 갖고 있지만 음

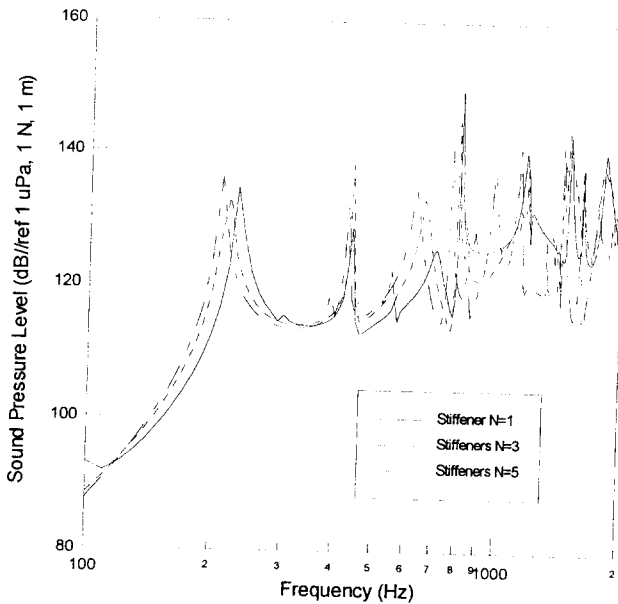


Fig. 7 The changes of sound radiation in accordance with a number of stiffener.
($L=2.4\text{m}$, exciter position= 1.2m , receiving position; $\theta=0$, $\phi=90^\circ$)

압 복사에는 악 영향을 가져온다는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

임의의 양끝단 경계 조건을 고려할 수 있기 위해 셀의 진동을 코사인(cosine) 급수를 이용하여 방사소음을 해석하였다. 본 논문에서 유도된 해석 결과는 양단의 경계 조건이 고정단, 자유단, 단순 지지단이든 이외 다른 조건일지라도 적용이 가능하며, 실제적인 문제에 적용이 가능하다. 수조에서 실험한 유사 보강 원통형 셀의 실험 결과와 본 논문의 해석 결과가 서로 잘 일치하고 있어 해석 모델의 타당성을 확인할 수 있었다. 해석 결과와 실험 결과를 비교해보면, 저주파 대역에서의 피크는 셀 길이에 의해 나타나는 특이 성분으로 내부에 탑재된 장비의 진동 주파수 특성에 이러한 성분이 있다면 방사소음이 크게 발생되기 때문에 저주파 특성을 주로 갖는 기계류가 탑재되는 수중 물수체에서의 방사소음을 반드시 유한 길이에 대한 검토가 이루어져야 한다.

유한 길이 원통형 셀 내부에 보강재가 많이 존재할 때는 고려하는 길이 방향 모드 수와 원주 방향 모드 수의 곱에 해당하는 횡수 만큼, 하나의 주파수

에서 역행렬(inverse matrix)를 구해야 하기 때문에 계산 시간이 보강재 수가 많아지면 질수록 기하 급수적으로 증가하므로 해석적 방법으로 유한 길이 원통형 셀에 의한 방사소음을 해석하는 것은 상당한 시간이 요구되는 단점이 있지만, 무한 원통형 셀에 의한 방사소음 해석 기법은 보강재의 제원이 동일하며 주기적으로 반복될 때에만 유용하며, 본 연구의 결과는 보강재 크기 및 간격이 다른 원통형 셀 구조물의 방사소음 해석에 적용할 수 있다.

참 고 문 헌

- (1) Leissa, A. W., 1973, *Vibration of Shells*, Chap. 1, NASA SP-288, Washington DC.
- (2) Avallet, C. and Parot, J. M., 1982, "Recherche D'ondes Naturels De Coque Cylindriques Periodiquement," *Revue De Cethedec* 19, pp. 159~173.
- (3) Borgiotti, G. V. and Rosen, E. M., 1992, "The State Vector Approach to the Wave and Power Flow Analysis of the Forced Vibrations of a Cylindrical Shell, Part 1: Infinite Cylinders in Vacuum," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 91, No. 2, pp. 911~925.
- (4) Von Flotow, A. H., 1986, "Disturbance Propagation in Structural Networks," *J. Sound Vib.*, Vol. 106, No. 3, pp. 433~450.
- (5) Burroughs, C. B., 1984, "Acoustic Radiation from Fluid-Loaded Infinite Circular Cylinders with Doubly Periodic Ring Supports," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 75, pp. 715~721.
- (6) Burroughs, C. B. and Hallander, J. E., 1992, "Acoustic Radiation from Fluid-Loaded, Ribbed Cylindrical Shells Excited by Different Types of Concentrated Mechanical Drive," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 91, No. 5, pp. 2721~2739.
- (7) Harrai, A. and Sandman, B. E., 1990, "Radiation and Vibrational Properties of Submerged Stiffened Cylindrical Shells," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 88, No. 4, pp. 1817~1830.
- (8) Harrai, A., Sandman, B. E. and Zaldonis, J. A., 1994, "Analytical and Experimental Determination of the Vibration and Pressure Radiation from a submerged, Stiffened Cylindrical Shell with Two End Plates," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 95, No. 6., pp. 3360~3368.

- (9) Choi, S. H., Achenbach, J. D., and Igusa, T., 1994, "The Effect of Periodical Attached Substructures on the Excitation of Submerged Cylindrical Shells," J. Sound Vib., Vol. 177, pp. 379~392.
- (10) Choi, S. H., Igusa, T. and Achenbach, J. D. 1995, "Nonaxisymmetric Vibration and Acoustic Radiation of a Submerged Cylindrical Shell of Finite Length Containing Internal Substructures," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 88, No. 1, pp. 353~362.
- (11) 전재진, 정우진, 1996, 임의 경계조건을 가진 원통셀 구조의 유체영향계수 해석, 한국소음진동 공학회지 제 6 권 3호, pp. 297~303.
- (12) 전재진, 정우진, 성낙진, 1996, 유한 길이 보강 원통형 셀에 의한 방사소음 해석 연구, NWSD-513-960484, 국방과학연구소.