

〈論 文〉

# 유한요소법을 이용한 종형 구조물의 동적거동 및 음향거동에 관한 연구

A Study on Dynamic and Acoustic Behavior of Bell Type Structure Using Finite Element Method

정 석 주\*

Suk Choo Chung

(1996년 5월 7일 접수 ; 1996년 6월 24일 심사완료)

Key Words : Bell Type Structure(종형구조물), Dynamic Characteristics(동적특성), Acoustic Behavior(음향거동), Finite Element Method(유한요소법), Transient Dynamic Analysis(과도동적해석)

## ABSTRACT

Dynamic characteristics of the bell-type structure including acoustic effects and transient dynamic problems were analyzed numerically. Natural frequencies, mode shapes and transient dynamic analysis used the finite element method with 3-D general shell element. Mode shapes and stress distributions of transient dynamic analysis were expressed by computer graphics. The method using this study was evaluated by comparison of theoretical results at reference papers(14), (15) and the experimental test using Fast Fourier Transform analyzer. Vibrational modes governing acoustic characteristics of the typical bell-type structure depended on the first flexural mode(4-0 mode) and the second flexural mode(6-0 mode). Asymmetric effects by Dangjwas, acoustic holes gave rise to beat frequencies, and the Dangjiwa was found to be most effective. When impact load acted on the bell, stress concentration occurred at the rim part of bell. It was found that the bell type structure should be designed thickly at the rim part in order to prevent impact load from stress concentration.

## 1. 서 론

종형 구조물의 주목적은 동서양을 막론하고 소리로서 시각을 알리기 위한 수단인긴 하지만 서양종의 경우는 교회종으로서 일시에 여러번을 타격하여 타격 순간의 타격음을 중요시하는 반면, 우리나라를 포함한 동양의 범종은 한번의 타격에 의한 타격후의 여음을 오래 유지시켜 먼 거리에 은은히 전달하는 특성이 있다. 또한 음색이 아름답고 음의 높낮이가 적

절이 유지되도록 맥놀이 효과를 나타내는 예술적 의미를 전달하는 특성을 가지고 있다. 이러한 특성은 서양종이 크기가 작고, 아래 형상이 바깥으로 휘어 있으며, 재질도 철, 청동 등으로 다양한 반면 동양 범종은 일반적으로 크기가 크고 아래 형상이 안쪽으로 둥글며, 재질도 대부분 청동이며 비대칭성을 가지고 있다.

종형 구조물의 동적특성 연구는 저고유진동수(Low Natural Frequency)영역의 진동모드가 거의 굽힘에 의해 일어난다는 가정하에서 취급한 Rayleigh<sup>(1)</sup>에 의해 시작되었다. 그 후 1920년~1930년대에는 종형설 구조물로서 서양 교회종에 대한 연

\*정회원, 국립서울산업대학교 기계설계학과

구가 Jones<sup>(2)</sup>와 Curtiss<sup>(3)</sup> 등에 의해 진행되었으며, Timoshenko<sup>(4)</sup>, Arnold와 Warbuton<sup>(5)</sup>, 그리고 Kalins<sup>(6)</sup> 및 Leissa<sup>(7)</sup> 등에 의해 종 구조물에 대한 연구를 해석적으로 전개시켜 왔다. 한편 여음을 중요시하는 동양의 범종에 대해서는 Aoki와 Yamashita<sup>(8,9)</sup> 등에 의해 이루어졌는데 주로 종형 구조의 형상별 기본 고유진동수의 해석 및 실험이 수행되었으며 1970년 Komatsuzawa<sup>(10)</sup>은 종의 설계에 상당히 유용한 자료를 실험을 통하여 제공하였다. 최근에 와서는 컴퓨터를 이용한 수치해석 방법인 유한요소법 등을 종구조물의 동적 특성연구에 적용하여 왔다. 현재 국내에서도 조선조 식 범종들의 동적특성 연구가 실험 및 수치해석적 방법<sup>(11,12)</sup>에 의해 활발히 연구되고 있는데 Ansari<sup>(13)</sup> 등은 축대칭 해석에 의존 비대칭성 효과는 해석하지 못하였고, 염영하<sup>(11~17)</sup> 등은 수치해석시 사용한 유한요소로 판요소를 사용함으로써 해석의 정확도를 떨어뜨리고, 3차원 모드해석에 관한 연구는 초기단계에 있었으며, 타격시 동적 하중상태에서 종형구조물의 파괴로 부터 안정을 위한 동적응력 해석의 연구는 없었다.

따라서 본 연구에서는 유한요소법을 이용하여 종형구조물의 특징인 비대칭성과 음관효과를 고려한 고유치 문제 및 모드 해석은 물론 음향특성 변화에 대한 연구를 수행하였으며 고유치 문제 해석에 바탕을 둔 모달해석을 통하여 충격하중에 대한 종 구조물의 응력분포와 허용강도를 해석하였다. 그리고 실험적 방법은 충격햄머법과 F. F. T(Fast Fourier Transform) 분석장치를 이용하여 해석치와 비교 검토하여 유한요소 프로그램의 타당성을 입증하였다.

## 2. 해석과정

### 2.1 선형 동적 해석이론<sup>(20)</sup>

비대칭성이며 복잡한 형상을 가진 범종형 구조물의 동적 특성을 해석하기 위한 수치적 해석방법으로 유한요소법이 이용되었다.

#### (1) 고유치 해석 이론

본 연구에 사용된 유한요소법의 요소는 막응력, 굽힘, 횡전단 변형특성을 가진 3차원 일반화 셸요소(3-D general shell element)이며 각 절점에 대해 6개의 자유도( $U_X, U_Y, U_Z, ROTX, ROTY, ROTZ$ )를 가지나 셸표면의 수직 방향에 대한 회전강성은 없다. Fig. 1은 각 절점에 대하여 6자유도를 가지는 셸요소의 좌표를 나타낸다. 요소의 각절점의 변위 벡터  $\{U\}$ 는 막응력에 의한 면내 변위  $U, V$ 와

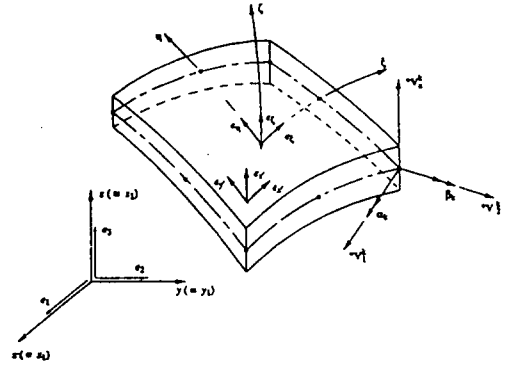


Fig. 1 Coordinate systems for 3-D general shell element

굽힘응력에 의한 처짐  $W$ , 회전  $\alpha, \beta$ 로 구성된다. 동적계의 평형방정식은

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]u = f(t) \quad (1)$$

여기서 좌변의 첫째항은 관성력, 둘째 항은 감쇠력, 셋째 항은 강성력이고 우변은 시간의 함수인 외력이다. 고유치 문제를 만들기 위해서는 감쇠력과 외력을 소거하고 해를  $U = \bar{\varphi} e^{i\omega t + \varphi}$  ( $i$ : 허수) 같이 가정하면

$$(K - \omega^2 M)\bar{\varphi} = 0 \quad (2)$$

여기서  $[K]$ 와  $[M]$ 은 각 요소 매트릭스  $[K_e]$ 와  $[M_e]$ 를 중첩한 것이다.

식 (2)로부터 고유치  $\lambda = \omega^2$ 으로 정의하면 일반적인 고유치 문제의 지배 방정식이 된다.

$$(K - \lambda M)\bar{\varphi} = 0 (\lambda = \omega^2) \quad (3)$$

$\bar{\varphi} \neq 0$ 이기 때문에, Nontrivial 해가 되기 위해서는  $(K - \lambda M) = 0$ 이어야 한다.

$$\det(K - \lambda_i M) = 0 \quad (4)$$

방정식 (4)의 근은  $\lambda_i$ 이고 이 근으로부터 고유벡터  $\bar{\varphi}$ 를 얻을 수 있다.

여기서 자유진동 계수는  $\lambda_i$ 를 말하며 각 진동모드의 형상은 고유벡터  $\bar{\varphi}$ 로부터 구한다. 본 연구에서 고유치 문제의 해석은 다른 방법에 비교하여 수렴이 빠르며 근접 고유치 또는 중복고유치의 경우라도 아무런 어려움 없이 구할 수 있는 ASM(Accelerated Subspace Method)을 이용하여  $n$ 개의 고유치 짝(eigen pair)  $(\lambda_i, \bar{\varphi})$ 를 구하였다.

(2) 과도 동적 해석이론

과도 동적해석은 고유치 문제 해석에 대하여 시간의 함수인 충격하중이 가해졌을 때 모드 응답(modal response)을 결정하는데 이용된다. 이연성(uncouple)된 모드 방정식으로부터

$$\{\ddot{q}_r\} + \begin{bmatrix} 2\xi_1\omega_1 & 0 & \dots & 0 \\ & 2\xi_2\omega_2 & \dots & 0 \\ & & \ddots & \\ & & & 2\xi_r\omega_r \end{bmatrix} \{\dot{q}_r\} + \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ & \omega_2^2 & \dots & 0 \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_r^2 \end{bmatrix} \{q_r\} = \{f_r(t)\} \quad (5)$$

$$= \Phi^T P(t)$$

$$diag(2\xi_r\omega_r) = \Phi^T C \Phi, \quad diag(\omega_r^2) = \Phi^T T \Phi$$

$$\Phi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n]$$

여기서  $\xi_r$ 은 모드  $r$ 에서의 감쇠비이며  $\Phi$ 는  $n \times m$  고유 벡터 행렬이다. 그리고  $f_r(t)$ 는 모드  $r$ 에서의 외력함수를 나타낸다.

경감쇄(underdamped)의 경우 ( $\xi_r < 1$ ), 방정식 (5)의 해는 다음과 같다.

$$q_r(t) = e^{-\xi_r\omega_r t} [a_r \sin \overline{\omega}_r t + \beta_r \cos \overline{\omega}_r t] + \int_0^t f_r(\tau) h_r(t-\tau) d\tau \quad (6)$$

여기서  $h_r(t-\tau)$ 는 단위 충격 응답 함수(unit-impulse response function),  $a_r$ 과  $\beta_r$ 은 초기 조건으로부터 계산된 상수이다. 그리고  $\overline{\omega}_r = \omega_r \sqrt{1-\xi_r^2}$ 이다.

식 (6)을 적분하여 정리하면 다음과 같은 탄성동적해를 구할 수 있다.

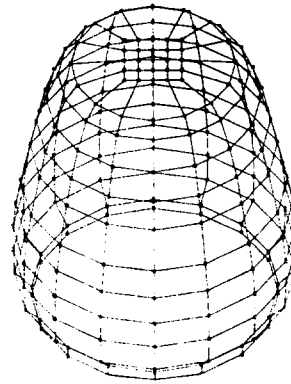
$$\begin{bmatrix} q_r \\ \dot{q}_r \end{bmatrix}_{n+1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_r \\ \dot{q}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{r,n} \\ f_{r,n+1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\dot{q}_n = f_{r,n} - 2\xi_r\omega_r \dot{q}_n - \omega_r^2 q_n \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (8)$$

식 (7)과 (8)로부터 변위, 속도, 그리고 가속도를 구할 수 있다<sup>(20)</sup>.

2.2 종 구조물의 유한요소 모델링

본 연구에서 사용된 종 구조물은 조선조선 범종으로서 실제 형상의 40%로 축소하여 모델링 하였다. 해석 모델은 Fig. 2와 같은 종 구조물로서 먼저 종형상에 관한 효과를 조사하기 위하여 비대칭성을 고려하지 않은 균일한 종 전체의 두께가 6 mm(case 1), 10 mm(case 2) 그리고 14 mm(case 3)의 종 구조물을



Height: 416mm  
 Top-Dia. : 231mm  
 Max-Dia. : 342mm  
 Rim Dia. : 297mm

Fig. 2 Bell structure using this study

해석하였으며, 구조적으로 하단 부위가 두꺼운 혀를 가지고 있는데 이 부분의 두께를 축대칭 원주 방향으로 평균두께 10 mm(case 2)인 종에서 5 mm씩 3개(case 2-1, case 2-m, case 2-n)를 증가시켜 고유 진동수에 미치는 영향을 살펴 보았다. 그리고 종 구조물에서 당좌와 같은 비대칭성에 따른 맥놀이 음향특성을 해석하기 위해 당좌의 개수와 당좌의 두께에 의한 영향을 고려하였다. Case 2 모델에서 두께가 10 mm인 당좌의 개수를 1개(Case 2-1)와 180도 간격으로 2개(Case 2-2)를 부착시켰으며 당좌 1개에 당좌의 두께를 5 mm(Case 2-A)와 10 mm(Case 2-B)로 변화를 주었다. 그리고 음관효과에 따른 음향특성을 해석하기 위하여 case 2의 구조물에서 음관이 있는 부분의 요소를 삭제하여 음관의 크기를 대, 중, 소(case 2-1, case 2-II, case 2-III)로 하여 음관을 모사하였다.

종 구조물 유한요소 모델링에서 사용된 요소로 3차원 일반화된 쉘요소를 사용하였으며 4개의 절점과 각 절점에 대해 6자유도를 갖는다. 그리고 종 구조물을 해석함에 있어 요소의 분할은 실구조물에 가깝도록 근접시키면서 컴퓨터의 계산시간을 절약하기 위해 축 방향으로 두께의 변화가 심한 곳은 작게 나누고, 두께변화가 완만한 곳은 크게 나누어 축 방향으로 14개, 원주 방향으로 16개로 나누었다. 따라서 본 연구에서 요소분할시 평균두께, 하단부의 혀, 그리고 당좌를 고려한 경우의 요소수는 208개, 절점수는 218개로 모두 동일하며, 음관 효과를 고려한 case 2-1, case 2-II, case 2-III는 요소수를 4개, 2개, 1개를 삭제하였기 때문에 요소수는 204, 206, 그리고 207개이며 절점수는 217, 218, 그리고 218개이다.

경계조건으로는 구조물의 정점을 고정시켜 이 정점에서의 6개의 자유도( $UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ$ )를 고정하였으며 다른 모든 절점에서의 자유도는 자유롭게 하였다. 해석 모델의 재질은 청동으로서 재료의 물성치는 Table 1과 같다.

**Table 1** Mechanical properties of the test bell

Material type (bronze)	Young's modulus (kg/mm <sup>2</sup> )	Poisson's ratio	Weight density (kg/mm <sup>3</sup> )	Tensile strength (kg/mm <sup>2</sup> )
18% Sn	9.03E+03	0.34	8.6E-06	43.79

**2.3 수치해석 실제예와 실험을 이용한 해석 방법 평가**

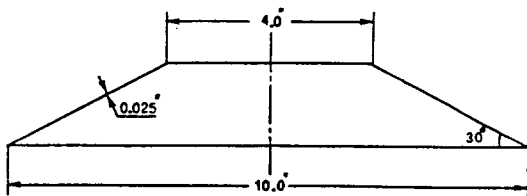
본 연구에서 수행된 유한요소 프로그램의 타당성을 입증하기 위하여 기존의 논문에서 발표된 수치해석 실제예와 실험을 이용하여 비교하였다.

(1) 수치해석 실제예를 이용한 해석 방법 평가

해의 정확도를 평가하기 위해 이미 해가 알려진 구조물의 고유치 문제(eigenvalue problem)와 과도동적 문제(transient dynamic problem)를 해석하여 비교하였다.

(가) 고유치 문제 해석 평가

해석시 사용된 구조물의 형태와 재질은 Fig. 3과 같고 Table 2는 참고문헌 (13)의 결과치와 본 연구에서 수행한 고유진동수 및 모드들을 비교한 것이다. 그 결과 고유진동수의 값들이 거의 일치함을 알 수 있었다.



$E=15.0E+04$  psi  
 $\nu=0.25$   
 $\rho=0.30E-04$  lb-sec<sup>2</sup>/in<sup>4</sup>

**Fig. 3** Dimensions and material property of clamped-free conical shell

**Table 2** Comparison of natural frequencies (unit : Hz)

Mode	This study	E. P. Popovetal method	J. Ansari method
1st	1072	1072	1071
2nd	1313	1315	1316
3th	1655	1611	1612

(나) 과도동적문제 해석 평가

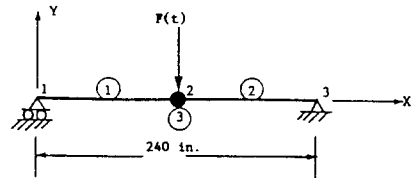
Fig. 4와 같이 단순지지된 보의 중심에 하중이 시간에 따라 제한을 갖을 때의 1차 고유진동수와 최대 변위를 구하여 참고문헌 (14, 15)에 의한 해석치와 본 연구에서 수행한 해석 결과치를 Table 3으로 비교하여 일치함을 확인하였다.

**Table 3** Comparison of first natural frequency and max-displacement

	Theoretical	This study
1st Natural frequency	9.0299 Hz	9.0299 Hz
Max-disp.	0.331 in	0.335 in

(2) 실험을 이용한 해석방법 평가

본 실험에서 사용된 실험장치 및 방법은 다음과



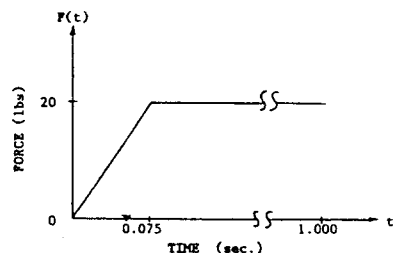
**Material Property**

$E = 3.0 \times 10^4$  psi,  $\nu = 0.3$

**Cross-Section**

$A = 25.95$  in<sup>2</sup>,  $I_{zz} = 800.6$  in<sup>4</sup>

$M = 0.0259067$  lbs-sec<sup>2</sup>/in



**Fig. 4** Simply supported beam and force time history

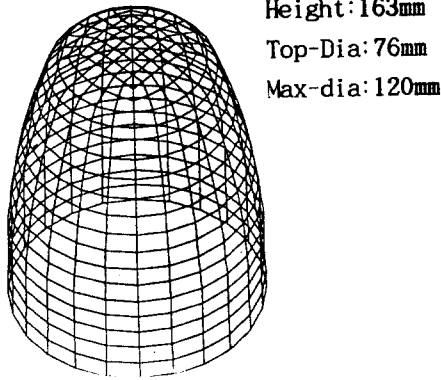


Fig. 5 Bell structure using F. F. T. test

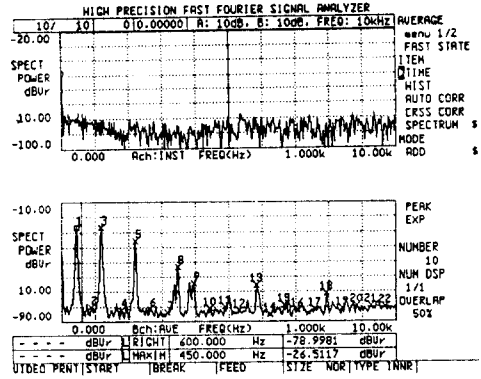


Fig. 6 Natural frequency by F. F. T. test

같다. 실험장치는 F. F. T(Fast Fourier Transform) 분석기, 충격해머, 그리고 가속도 센서로 구성되어 있으며 장비 규격은 다음과 같다.

- F. F. T analyzer : RION SA-74
- Impulse hammer : RION PH-51 ; 3.93pC/N
- Accelerometer : RION PV-95 ; 6.97pC/G
- Amplifier : RION 2ch AMP VP-38

F. F. T 분석기는 충격해머에 부착된 하중센서를 통해 충격입력  $[F(j\omega)]$ 를 획득하고, 구조물에 부착된 가속도 센서를 통해 출력  $[X(j\omega)]$ 를 획득한다. 이들 입·출력의 전달함수를 구한 다음 이로부터 고유진동수의 모드를 얻는다.

$$H(j\omega) = \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} \quad (9)$$

실험에 사용된 모델은 Fig. 5와 같고 재료의 기계적 성질은 Table 1과 같다. Fig. 6은 F. F. T 해석을 통한 고유진동수 값들을 보여주고 있다.

Fig. 6의 위 그래프는 충격해머의 하중 스펙트럼이고 아래 그래프는 가속도 계에서 수감된 스펙트럼을 나타낸다. 이때 가진위치는 실험에 사용한 모형 종(Fig. 5)의 당좌(혀에서 45 mm)에서이고 응답은 가진 위치와 반대 쪽에 있는 당좌에서 수감하였다. 응

Table 4 Comparision of natural frequency by F. F. T experiment and this program

Flexural mode No.	F. F. T. test	This study	Mode shape
1st mode	442.2 Hz	430.9 Hz	4-0
2nd mode	1.32 kHz	1.23 kHz	6-0
3rd mode	2.21 kHz	2.45 kHz	8-0

답 스펙트럼 그래프에서 숫자 1번, 3번 그리고 5번이 각각 첫째, 둘째 그리고 셋째 모드의 진동수를 나타낸다.

Table 4는 본 연구의 유한요소 프로그램과 실험을 통해 얻은 고유진동수 및 모드들의 결과치를 비교하여 서로 유사함을 확인하였다.

### 3. 중구조물의 구조해석

본 연구에서 수행된 종의 구조해석은 크게 두 가지로 나누어진다. 첫째는 고유치 문제를 해석하여 고유진동수와 이에 부합된 모드를 조사하였고, 두번째는 종에 충격하중이 가해졌을 때 중구조물의 응력 분포와 최대 충격과피하중을 해석하였다.

#### 3.1 고유치 해석(Eigenvalue analysis)

고유치 문제 해석시 중구조물의 두께효과와 비대칭성 효과에 따른 음향특성을 해석하기 위해 다음과 같이 몇 가지로 나누어 해석하였다.

##### (1) 전반적인 중두께의 영향

Table 5는 평균 두께가 각각 6 mm(Case 1), 10 mm(Case 2), 그리고 14 mm(Case 3)인 모델의 고유진동수와 진동모드를 비교한 것으로 두께 증가에 따라 고유진동수가 증가함을 알 수 있었다. 진동모드 형태는 두께변화에 관계없이 모드의 형태 번호만 동일하면 거의 유사한 형태를 보였다. 모드의 형태에 있어 원주방향은  $q$ , 축방향은  $p$ 로 표시한다. 그리고 Fig. 7은 Case 1, Case 2, 그리고 Case 3의 4-0모드와 6-0모드의 3차원 모드의 형태를 나타낸 것이다.

##### (2) 종 하단부의 혀의 두께 효과

조선조식 범종은 구조적으로 하단 부위가 두꺼운데 이 부분의 두께를 축대칭의 원주방향으로 증가시

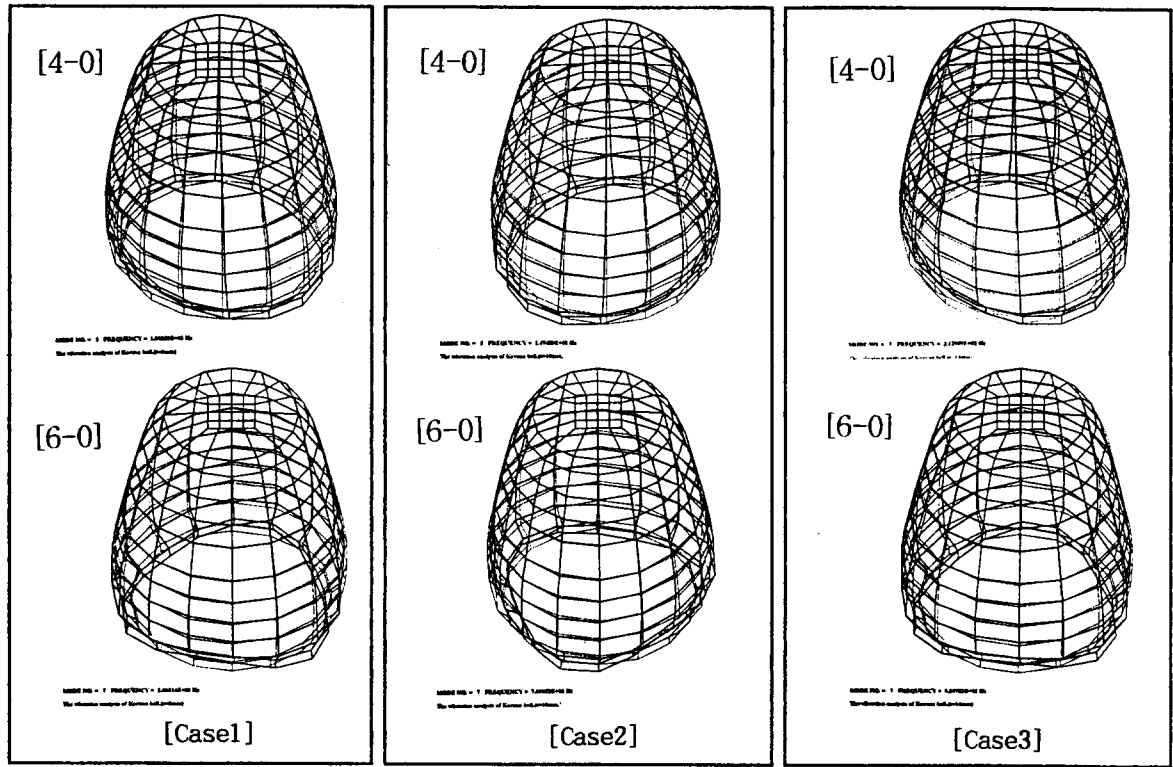


Fig. 7 3-D mode shapes of case 1, case 2 and case 3 without asymmetric effect

켜 고유진동수의 변화를 살펴보았다. 해석 모델중 Case 2의 종의 하단 부위에 혀의 두께를 5 mm씩 증가시킨 경우에 있어 고유진동수를 계산하였다. Table 6은 해석 결과로 종의 하단 부위의 두께를 증가시키면 상당한 폭의 고유진동수의 변화를 보이고 있다. 이를 이용하면 설계시 또는 제작 후에 기본

고유진동수의 고저를 조절할 수 있다.

(3) 비대칭성 당좌와 음관의 영향

본 연구에서는 여음을 오래 유지하고 맥놀이 효과를 적절히 줌으로써 아름다운 소리를 오래 지속시킬 수 있는데 이런 효과는 종 구조물의 비대칭성에 기인한다. 따라서 비대칭성 효과를 고려하기 위해

Table 5 Comparison of natural frequencies by the whole thickness change of bell

Flexural mode No.	Case 1 (6 mm)	Case 2 (10 mm)	Case 3 (14 mm)	Mode shape	
				Axi p	Cir q
1st mode	180.2 Hz	247.4 Hz	312.9 Hz	0	4
2nd mode	580.5 Hz	769.0 Hz	950.7 Hz	0	6
3rd mode	1259.9 Hz	1477.5 Hz	1858.2 Hz	0	8

Table 6 Comparison of natural frequencies by the thickness change of rim

Flexural mode No.	Case 2	Case 2-1 (15 mm)	Case 2-m (20 mm)	Case 2-n (25 mm)	Mode shape	
					Axi, p	Cir, q
1st mode	247.4 Hz	273.3 Hz	310.5 Hz	355.9 Hz	0	4
2nd mode	769.0 Hz	848.1 Hz	939.8 Hz	1014.6 Hz	0	6
3rd mode	1477.5 Hz	1507.2 Hz	1521.3 Hz	1527.9 Hz	0	8

**Table 7** Variation of natural frequencies and beat frequencies by the effect of dwangjwas and thickness change

Flexural mode No.		Case 2	Case 2-1 (1 Dangiwa)		Case 2-2 (2 Dangiwas)		Case 2-A (5 mm)		Case 2-B (15 mm)	
			N. F.	B. F.	N. F.	B. F.	N. F.	B. F.	N. F.	B. F.
1st mode	Low	247.4 Hz	247.486 Hz	0.255	247.533 Hz	0.508	247.450 Hz	0.18	247.514 Hz	0.19
	High		247.741 Hz		248.041 Hz		247.630 Hz		247.704 Hz	
2nd mode	Low	769.0 Hz	768.600 Hz	1.685	768.145 Hz	3.4	768.840 Hz	0.999	768.328 Hz	1.944
	High		770.285 Hz		771.554 Hz		769.839 Hz		770.272 Hz	

(N. F : Natural frequency, B. F : Beat frequency)

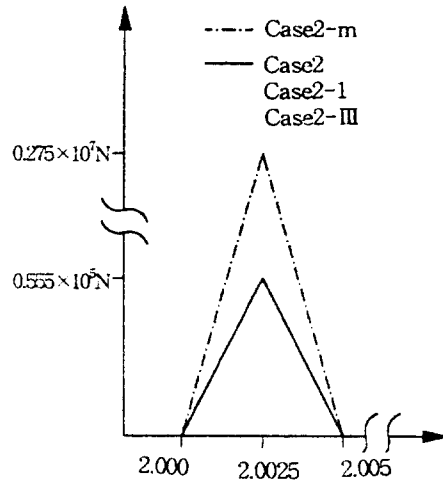
Case 2의 구조물에 당좌와 음관을 위치시켰다.

당좌의 경우 당좌의 갯수 변화와 하나의 당좌에 두께를 변화시킨 2가지를 고려하였다. Table 7은 당좌의 갯수 변화(Case 2-1, Case 2-2)와 당좌의 두께에 변화(Case 2-A, Case 2-B)를 주었을 때의 고유진동수 및 울림주파수의 변화를 보여주고 있다. 해석 결과 울림 주파수에 가장 큰 영향을 주는 것은 당좌가 2개인 경우와 당좌두께도 증가시키는 경우로서 울림주파수를 당좌에 의해 조절할 수 없음이 확인되었다.

그리고 음관의 경우 음관의 크기에 변화를 주었을 때 고유진동수와 울림주파수의 변화를 살펴보았다. Table 8은 음관의 크기에 따른 고유진동수 및 울림주파수를 보여주고 있다. 음관의 위치가 상부에 있어 음관에 의한 비대칭 효과에 기인한 울림주파수는 거의 발생하지 않았다.

**3.2 과도동적해석**

본 연구에서는 과도동적해석에 있어서 Fig. 8과 같이 4가지 예를 사용하여 충격파괴하중에 대한 응력 분포를 해석하였으며 구조물에 하중을 점차 증가시켜 구조물이 파괴되지 않을 충격하중범위를 설정하였다. 종 구조물의 4가지 예는 다음과 같다. 평균 두께가 10 mm인 Case 2, Case 2의 구조물에 혀의



**Fig. 8** Force time history applied to this study

두께를 10 mm를 부착시킨 Case 2-m, Case 2의 구조물에 당좌의 갯수가 1개 부착된 Case 2-1, 그리고 음관의 크기가 작은 Case 2-III이다. 충격파괴하중의 작용 위치는 Case 2-1의 종 구조물에서 당좌를 타격하였으며 당좌를 갖지 않는 종 구조물(Case 2, Case 2-m, Case 2-III)도 같은 위치에서 충격파괴하중을 적용하였다. 충격파괴하중은 4절점에 적용하였고 그

**Table 8** Variation of natural frequencies and beat frequencies by the hole size of bell

Flexural mode No.		Case 2-I (large)		Case 2-II (middle)		Case 2-III (small)	
		N. F.	B. F.	N. F.	B. F.	N. F.	B. F.
1st mode	Low	247.42 Hz	0.01	247.42 Hz	0.02	247.42 Hz	0.02
	High	247.43 Hz		247.44 Hz		247.42 Hz	
2nd mode	Low	769.04 Hz	0.00	769.05 Hz	0.00	769.05 Hz	0.00
	High	769.04 Hz		769.05 Hz		769.05 Hz	

(N. F : Natural frequency, B. F : Beat frequency)

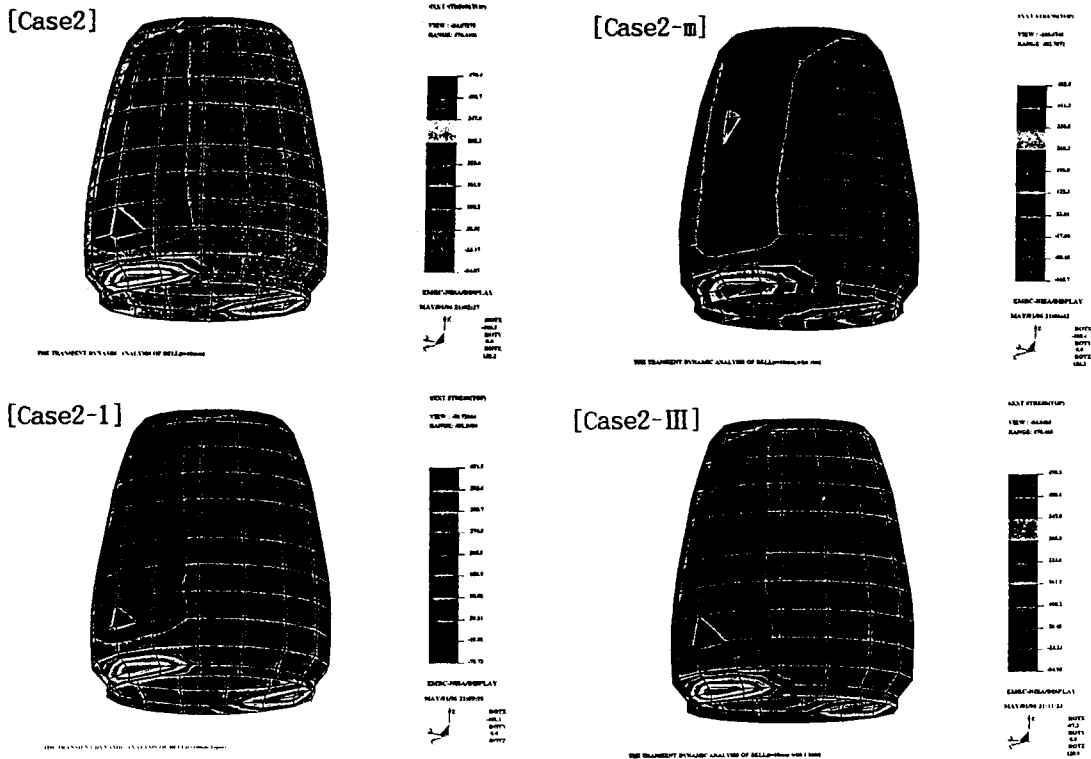


Fig. 9 Stress distribution of bell by impact load

위치의 좌표는 (-60.0, 194.7, 160), (0.0, 167.5, 160.0), (-61.6, 148.7, 200.0) 그리고 (0.0, 161.0, 200.0)이다. 그리고 시간에 따른 충격하중의 형태는 Fig. 8에서 보여진다.

Table 9은 4가지의 종 구조물에 대한 충격파괴하중과 이 때의 최대 응력 값을 보여주고 있다. 여기서 본 재료의 항복응력은 450 Mpa이다. Table 9와 Fig. 9와 같이 응력집중현상은 종의 하단부에서 나타났으며 하단부에 허를 갖는 Case 2-m에서 충격파괴하중 값이 가장 크다는 것을 알 수 있었다. 따라서 충격하중에 잘 견디기 위해서는 하단부위에 허를 갖는 형상이어야 함을 확인하였다.

그리고 시간에 따른 응력함수의 변화는 Fig. 10에

Table 9 Impulse failure load and maximum stress by transient dynamic analysis of bell

	충격파괴하중	Max-stress
Case 2	$0.555 \times 10^5$ N	470.0 Mpa
Case 2-m	$0.275 \times 10^7$ N	480.0 Mpa
Case 2-1	$0.555 \times 10^5$ N	451.0 Mpa
Case 2-III	$0.555 \times 10^5$ N	470.0 Mpa

나타난다. Case 2-m의 종 구조물에서 최대 응력이 발생하는 절점에 대한 응력의 변화를 시간에 따라 보여주고 있으며 최대 응력값은 2.003초에서 발생함을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

비대칭성을 갖는 조선조식 중형셀 구조물의 동적 특성해석 결과 다음과 같은 몇 가지의 결론을 얻게 되었다.

(1) 지배적 고유진동 모드는 휨모드이며 지배적 모드는 기본 고유진동수를 가지는 4-0, 6-0으로서 타격후에 여유를 가장 길게 유지시킬 수 있다.

(2) 타격후의 음의 고저 지배는 종 구조물의 평균 두께 및 허의 두께에 지배되며 두께가 두꺼울수록 기본 모드(4-0, 6-0)의 진동수는 증가하므로 고음을 원할 때는 두껍게 설계한다.

(3) 당좌, 구멍에 의한 비대칭효과는 동일 고유진동 모드에 2개의 고저 진동수가 발생하여 맥놀이 현상을 일으키는 울림 주파수(beat frequency)가 발생하였다. 이 때 울림 주파수는 당좌의 갯수에 따라 증가하였고 두께가 두꺼울수록 증가하였다. 반면에



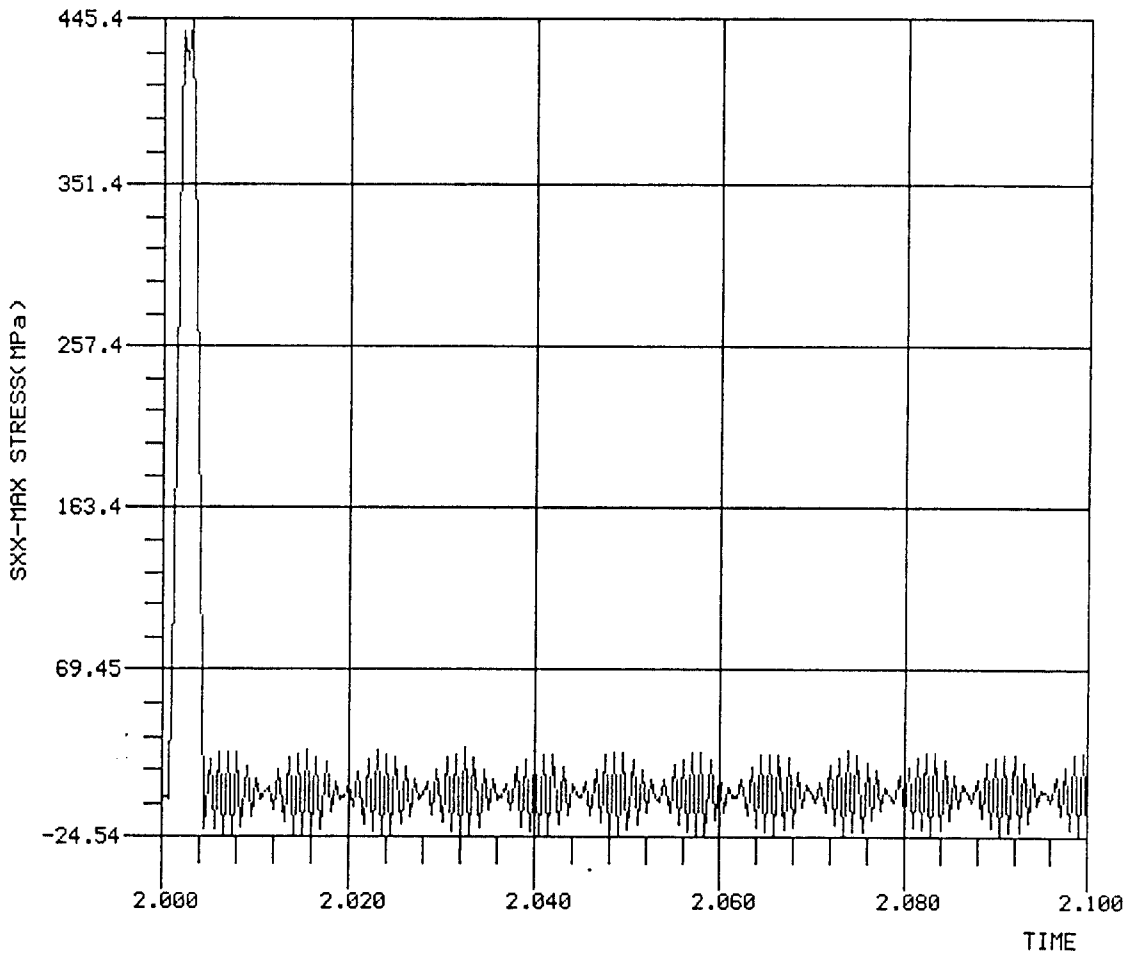


Fig. 10 The transient dynamic analysis of case 2-m

음관의 크기에 따른 울림주파수 변화는 거의 없었다.

(4) 과도동적하중을 점차 증가시켜 구조물이 파괴되지 않을 충격하중 범위를 구한 결과 종의 하단부가 두꺼울수록 구조적으로 안정하다. 과도동적해석에서 타격시 응력의 시간에 대한 변화율을 확인하였고 타격시 종이 파괴되지 않을 안전한 충격하중 범위를 설정할 수 있었다. 그리고 설계시 충격하중에 의한 하단부의 응력집중현상을 방지하기 위하여 가능한 혀를 두껍게 설계해야 함이 확인되었다.

### 참고 문헌

(1) Lord Rayleigh, 1887, "Scientific Papers 1, II," Sound.  
 (2) Jones, A. T., Phys. Rev. Vol. 16, p. 247, 1920, Vol. 31, p. 1092, 1928.  
 (3) Curtiss, A. N. and Gainnini, G. M., JASA., Vol. 4,

p. 245, 1933, Vol. 5, p. 293, 1935.

(4) Timoshenko, S. and Woinowsky-Krieger, Theory of Plates and Shells, Chap. 6, p. 185, McGraw-Hill, New York, 1959.  
 (5) Arnold, R. N. and Warburton, G. B., 1949, "Flexural Vibrations of the Walls of Thin Cylindrical Shells Having Freely Supported Ends," Proc. Roy. Soc., London, Vol. 17, pp. 238~256.  
 (6) Kalins, A., 1964, "Free Vibration of Rotationally Symmetric Shell," J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 9, pp. 270~283.  
 (7) Leissa, A. W., Vibration of Shell, NASA SP-288, 1978.  
 (8) Yamashita, K. and Aoki, I., 1932, "On the Frequencies of the Sound Emitted by Japanese Hanging Bells," Memoris of the Coll. of Sci, Univ. Ser. A. Vol. 15.  
 (9) Yamashita, K. and Aoki, I., "The Effect of the

- Length on Frequency of Sound Emitted by a Circular Cylinder with a Hemispherical Cap," *Memoirs, Y., Proc, Physics-Math, Soc., Japan* 16, 94, 293, 1942, *Proc, Phys, Soc., Japan*, 2, 185, 3, 26, 1948.
- (10) Aoki, I., Komatsuzawa, A. and Ise, M., 1970, "Effect of Local Loading on the Accoustical Property of Japanese Bell," *Journal of JAS*, Vol. 26.
- (11) 정석주, 공창덕, 염영하, 1986, "종형셀 두께 변화 및 비대칭 효과에 따른 진동 모드의 해석에 관한 연구," *대한기계학회논문집*, 제10권, 제3호, pp. 383~391.
- (12) 정석주, 공창덕, 염영하, 1986, "유한요소법을 이용한 종형구조물의 음향 설계에 관한 연구," *대한기계학회논문집*, 제9권, 제3호, pp. 309~318.
- (13) Jahangir Ansari, 1983, "유한요소법을 이용한 축대칭 얇은 셀의 동특성 해석," *서울대학교대학원, 공학박사학위논문*.
- (14) 염영하, 이장무, 광재경, 1981, "중체를 이상화한 원통체의 진동 및 응력해석에 관한 연구," *한국범종연구회*, No. 4.
- (15) 염영하, 김석현, 1981, "중구조물에 관한 연구," *한국범종연구회*, No. 4.
- (16) 염영하, 광재경, 정석주, 1982, "원추형 셀의 음향 조절에 관한 실험적 연구," *대한기계학회논문집*, 제6권, 제4호, pp. 353~360.
- (17) 염영하, 이영배, 정석주, 1982, "한국종 구조에 관한 연구," *한국범종연구회*, No. 5, pp. 45~60.
- (18) Hurty, W. C. and Rubinstein, M. F., 1964, "Dynamics of Structures," Prentice Hall, Inc., EngleWood Cliffs, NJ.
- (19) Thomson, W. T., 1981, "Vibration Theory and Applications," Prentice Hall, Inc., NJ, 2nd, Edition.
- (20) EMRC, 1990, "NISA II, USER'S MANUAL," Sec. 2.4, Ver. 90.0.
- (21) 문창호, 우종호, 오태석, 황철호, 박찬익, 1996, "항공기용 Windshield의 조류충돌 저항성 평가," *한국항공우주학회지*, 제24권, 제2호, pp. 95~105.