

<論 文>

# 복합재료원통셸의 고유진동수 및 좌굴하중에 대한 직교보강 특성 연구

## Study on the Orthogonal Stiffening Characteristics for the Natural Frequencies and Buckling Loads of the Composite Laminated Cylindrical Shells

이 영 신\* · 김 영 완\*\*

Young-Shin Lee and Young-Wann Kim

(1996년 5월 10일 접수 ; 1996년 6월 5일 심사완료)

**Key Words** :Stiffener(보강재), Stringer(스트링거), Ring(링), Orthogonal Stiffener(직교보강재), Discrete Stiffener Theory(이산보강이론)

### ABSTRACT

The analytical solutions for the free vibration and buckling of cross-ply laminated composite cylindrical shell with the orthogonal stiffeners, i. e., axial stiffeners(stringers) and circumferential stiffeners(rings), are presented using the energy method. The stiffeners are assumed to be an integral part of the shell and have been directly included in analysis(it's called discrete stiffener theory). The effect of the parameters such as the stacking sequences, the shell thickness, the shell length-to-radius ratio are studied. By comparison with the previously published analytical results for the stiffened cylindrical shells, it is shown that natural frequencies can be determined with adequate accuracy.

#### 기 호 설 명

- $A_i$  : 보강재의 단면적 ( $i=r, s$ )
- $b_i$  : 보강재의 폭 ( $i=r, s$ )
- $d_i$  : 보강재의 높이 ( $i=r, s$ )
- $K_{ij}$  : 진동수방정식에서의 강성요소 ( $i, j=1, 2, 3$ )
- $J_i$  : 보강재의 비틀림강성 ( $i=r, s$ )
- $M_{ij}$  : 진동수방정식에서의 질량요소 ( $i, j=1, 2, 3$ )
- $\bar{N}_x$  : 길이방향(압축)좌굴하중
- $u, v, w$  : 셸의 중앙면에서의 변위요소
- $U_i$  : 원통셸 스트링거 및 링의 변형에너지 ( $i=c, r, s$ )
- $T_i$  : 원통셸 스트링거 및 링의 운동에너지 ( $i=c, r, s$ )

- $W$  : 압축력에 의한 한일
- $x, \phi, z$  : 셸의 좌표계
- $\epsilon_i$  : 각방향 변형률 ( $i=x, \phi, x\phi$ )
- $\kappa_i$  : 각방향 곡률 ( $i=x, \phi, x\phi$ )
- $\omega_{mn}$  : ( $m, n$ ) 모드에서의 각 진동수

### 1. 서 론

보강셸은 항공기, 우주선, 잠수함, 미사일 등에 널리 이용되고 있는 구조물로서 동적 하중을 받음으로써 진동이나 피로파괴 등을 유발시킬 수 있어 예전부터 많은 연구자들이 보강된 구조물에 대한 구조안정성 및 동적거동에 관심을 가져 왔다. 최근에 이르러 비강도 및 비강성이 우수한 복합재료를 채용하여 구조물의 두께를 얇게 할 수 있게 되어 얇은 셸 구조물에 복합재료가 활발히 이용되고 있다. 따라서 이들 셸구조물의 구조특성을 향상시키기 위해 보강을 필요로 한다.

\*정회원, 충남대학교 공과대학 기계설계공학과

\*\*충남대학교 대학원 기계설계공학과

등방성 보강셀의 해석에 대해 Hoppman<sup>(1)</sup>이 1958년 연구를 수행하였다. 그는 구조물의 표면에 보강요소를 확산시켜 등가굽힘 및 신장계수를 구하여 전체적으로 보강된 원통셀의 동적해석을 하였다. 편심 보강된 셀의 고유진동수에 대한 내평면 및 회전관성의 영향이 Parthan과 John<sup>(2)</sup>에 의해 연구되었다. 이들의 해석은 대칭 보강재로 제한하였다. 축방향력을 받고 스트링거 또는 링보강셀에 대한 고유진동수는 Rosen과 Singer<sup>(3)</sup>에 의해 연구되었으며, 이들은 확산보강이론(smearred stiffener theory)을 사용하였으며, 이때 보강재의 회전관성이 무시되었으나 진동수의 실험 및 이론간에 비교적 좋은 일치를 보였다. 한편 직교보강셀에 대해 ESDU(engineering science data unit)<sup>(4)</sup>에서는 Parthan<sup>(2)</sup>의 방법을 기초로 하여 진동해석을 수행하였다. Singer 등<sup>(5)</sup>은 확산이론을 이용하여 직선단을 따라 다양한 경계조건을 갖는 예하중 보강원통판넬의 진동해석을 위한 방법을 개발하였다. Mustafa 등<sup>(6)</sup>은 에너지법을 이용하여 스트링거 또는 링으로 보강된 셀에 대한 진동해석을 수행하였으며, 두 가지 보강재를 동시에 고려한 셀에 대해서도 해석을 하였다. 현재까지 많은 연구자들이 복합재료의 기계적 우수성을 고려하여 복합재료로 만들어진 보강되지 않은 셸구조물에 대한 진동해석을 비교적 많이 수행하였으며, 앞에서 제시된 바와 같이 보강구조물의 경우에는 모두 등방성재료에 관한 연구로서 복합재료적층원통셀에 대해서는 최근에 와서 관심이 집중되기 시작하였다. Reddy 등<sup>(7)</sup>은 원통셀이 cross-ply로 적층되고, 보강재는 일방향적층인 보강셀에 대해 확산보강이론을 이용하여 좌굴해석을 수행하였다. 최근 1995년에 Schokker 등<sup>(8)</sup>은 복합재료로 적층된 링보강원통셀에 대해 동적환경에서의 좌굴거동을 연구하였다. Starnes 등<sup>(9,10)</sup>은 압축하중을 받는 보강복합재료판 및 원통판넬에 대해 실험적으로 후좌굴거동 및 파괴거동을 연구하였다. 그리고 Sridharan 등<sup>(11)</sup>은 점근법을 이용하여 보강복합재료원통판넬에 대해 국부좌굴 및 후좌굴거동을 해석하였다. Goswami 등<sup>(12)</sup>은 보강복합재료원통판넬에 대해 유한요소법을 이용하여 비선형과도해석을 하였으며, Kim 등<sup>(13)</sup>은 축방향압축하중을 받는 복합재료원통판넬에 대해 후좌굴거동 및 파괴거동을 실험 및 유한요소법을 이용하여 연구하였다. 그리고 국내에서는 이영신 등이 보강원통셀의 최적구조설계에 대한 연구<sup>(14)</sup>와 보강적층원통셀, 판넬의 진동해석 및 좌굴해석<sup>(15)</sup>과 유체로 채워진 보강원통셀의 자유진동해석<sup>(16)</sup>을 수행하였으며, 또한 본 저자는 길이방

향보강재를 고려한 복합재료원통셀에 대한 진동해석을 확산보강이론을 이용하였으며, Rayleigh-Ritz법을 이용하여 진동수방정식을 유도하였다.<sup>(17)</sup>

이와 같이 복합재료적층 보강구조물에 대해 기존의 연구는 대부분이 비교적 접근이 용이한 판 및 판넬에 대해 연구가 수행되었으며, 복합재료원통셀에 대한 연구는 매우 미미한 상태이다. 따라서 본 연구에서는 복합재료원통셀에 대해 에너지법을 이용하여 고유진동수 및 좌굴하중에 대한 길이방향보강재, 원주방향보강재 및 직교보강재의 구조특성에 대해 연구하여 보강설계의 자료를 제시하였다.

## 2. 수 식 화

본 연구에서 고려된 복합재료 적층원통셀의 각층은 완전하게 결합되었으며, Fig. 1과 같이 길이  $L$ , 두께  $h$  및 반경  $R$ 을 갖는다. 이 때의 좌표계는  $(x, \phi, z)$ 로 표현되며,  $x$ 는 축방향,  $\phi$ 는 원주방향,  $z$ 는 반경방향을 나타낸다. 각각의 방향에 대한 변위성분을  $u, v, w$ 로 표현하였다. 그리고 복합재료원통셀은 수직으로 스트링거와 링으로 보강되었으며, 보강재의 형태를 Fig. 1에 나타냈다. 여기서  $d_s, d_r$  및  $b_s, b_r$ 는 각각 스트링거와 링의 높이 및 폭을 나타내며, 하첨자 ( $s$ )는 스트링거, ( $r$ )은 링을 나타낸다.

먼저 원통셀에 대한 변형에너지는 다음과 같이 된다.

$$U_c = \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{2\pi} \int_0^L [N_x \epsilon_x + N_\phi \epsilon_\phi + N_{x\phi} \epsilon_{x\phi} + M_x \kappa_x + M_\phi \kappa_\phi + M_{x\phi} \kappa_{x\phi}] (R+z) dx d\phi dz \quad (1)$$

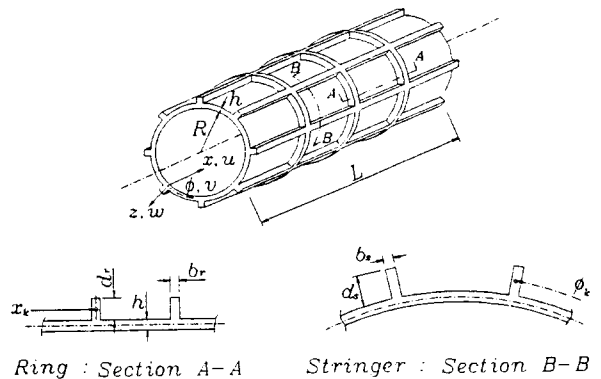


Fig. 1 Coordinate system and stiffener cross-section for the composite cylindrical shell

여기서  $N_x$ ,  $N_\phi$ ,  $N_{x\phi}$ ,  $M_x$ ,  $M_\phi$ ,  $M_{x\phi}$ 는 합응력 및 합모멘트를 나타내며, 각각의 변형률 및 곡률은 Flügge이론에 따라 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= u_{,x} \\ \epsilon_\phi &= \frac{u_{,\phi}}{R} + \frac{w}{R+z} \\ \epsilon_{x\phi} &= \frac{u_{,\phi}}{R+z} + \frac{R+z}{R} v_{,x} \end{aligned} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \kappa_x &= -w_{,xx} \\ \kappa_\phi &= -\frac{w_{,\phi\phi}}{R(R+z)} \\ \kappa_{x\phi} &= -\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R+z}\right) w_{,x\phi} \end{aligned} \quad (2b)$$

한편 고려된 셀은 양단이 단순지지된 경계조건을 가지며 다음과 같은 수학적 표현식을 갖는다.

$$v = w = M_x = N_x = 0 \text{ at } x = 0, L \quad (3)$$

단순지지 경계조건을 만족하는 변위식을 삼각함수를 이용하여 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= U_{mn} \cos \frac{m\pi x}{L} \cos n\phi \cos \omega_{mn} t \\ v &= V_{mn} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin n\phi \cos \omega_{mn} t \\ w &= W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{L} \cos n\phi \cos \omega_{mn} t \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $U_{mn}$ ,  $V_{mn}$ ,  $W_{mn}$ 는 각 방향에 대한 진폭을 나타내며,  $\omega_{mn}$ 은 각 모드에 대한 각 진동수를 나타낸다. 가정된 변위식 (4)와 변형률 및 곡률식 (2)를 이용하면 식 (1)의 변형에너지는 다음과 같이 진폭항으로 정리된다.

$$\begin{aligned} U_c &= [\alpha_{11}^c U_{mn}^2 + \alpha_{22}^c V_{mn}^2 + \alpha_{33}^c W_{mn}^2 \\ &\quad + 2\alpha_{12}^c U_{mn} V_{mn} + 2\alpha_{13}^c U_{mn} W_{mn} + 2\alpha_{23}^c V_{mn} W_{mn}] \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 계수  $\alpha_{ij}^c$ 는 복합재료적층재의 특성을 나타내는 각각의 강성계수  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$ ,  $D_{ij}$ 와 셀의 기하형상에 의해 결정되는 값으로 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \alpha_{11}^c &= \left[ \frac{m^2 \pi^2}{L^2} (A_{11}R + B_{11}) + n^2 \left( \frac{A_{66}}{R} + \frac{D_{66}}{R^3} \right) \right] \frac{L\pi}{4} \\ \alpha_{12}^c &= -\frac{mn\pi}{L} (A_{12} + A_{66}) \frac{L\pi}{4} \\ \alpha_{13}^c &= -\left[ \frac{m^3 \pi^3}{L^3} (B_{11}R + D_{11}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{m\pi}{L} A_{12} - \frac{mn^2 \pi}{L} \frac{D_{66}}{R^2} \right] \frac{L\pi}{4} \\ \alpha_{22}^c &= \left[ n^2 \left( \frac{A_{22}}{R} + \frac{B_{22}}{R^2} \right) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\quad \left. + \frac{m^2 \pi^2}{L^2} \left( A_{66}R + \frac{3D_{66}}{R} \right) \right] \frac{L\pi}{4} \\ \alpha_{23}^c &= \left[ \frac{m^2 n \pi^2}{L^2 R} (D_{12} + 4D_{66}) + \frac{n^3 B_{22}}{R^2} + \frac{n A_{22}}{R} \right] \frac{L\pi}{4} \\ \alpha_{33}^c &= \left[ \frac{m^4 \pi^4}{L^4} D_{11}R + \frac{m^2 n^2 \pi^2}{L^2 R} (D_{12} + 4D_{66}) \right. \\ &\quad \left. + (n^4 - 2n^2 + 1) \frac{D_{22}}{R^3} + \frac{A_{22}}{R} \right] \frac{L\pi}{4} \end{aligned} \quad (5a)$$

한편 길이방향보강재인 스트링거에 대한 변형에너지는 이산이론을 이용하면 다음과 같은 표현식으로 이루어진다.

$$\begin{aligned} U_s &= \sum_{k=1}^s \frac{E_{xs}}{2} \int_0^L \int_{A_s} \epsilon_{xs}^2 dA_s dx \\ &\quad + \sum_{k=1}^s \frac{(GJ)_s}{2} \int_0^L \left( \frac{w_{s,x\phi}}{R} \right)^2 dx \\ \epsilon_{xs} &= u_{s,x} \end{aligned} \quad (6a) \quad (6b)$$

여기서  $\epsilon_{xs}$ 는 스트링거에 대한 길이방향변형을 나타내며,  $(GJ)_s$ 와  $A_s$ 는  $k$ 번째 스트링거에 대한 비틀림 강성 및 단면적을 나타내며, 셀의 중앙면에서  $z$ 만큼 떨어진 곳에서의 스트링거 및 링에 대한 변위는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\begin{aligned} u_{s(r)} &= u - zw_{,x} \\ v_{s(r)} &= \frac{R+z}{R} v - \frac{z}{R} w_{,\phi} \\ w_{s(r)} &= w \end{aligned} \quad (7)$$

가정된 변위식을 대입하여 적분을 취하면 다음과 같이 스트링거 보강재에 대한 변형에너지식이 진폭의 항으로 만들어진다.

$$U_s = \alpha_{11}^s U_{mn}^2 + \alpha_{33}^s W_{mn}^2 + \alpha_{13}^s U_{mn} W_{mn} \quad (8)$$

여기서

$$\begin{aligned} \alpha_{11}^s &= E_{xs} \frac{m^2 \pi^2}{L^2} A_s C_p \frac{L}{4} \\ \alpha_{33}^s &= -E_{xs} \frac{m^3 \pi^3}{L^3} z_s^2 C_p \frac{L}{4} \\ \alpha_{13}^s &= \left[ E_{xs} \frac{m^4 \pi^4}{L^4} z_s^3 C_p + \frac{G_s J_s}{R^2} \frac{m^2 n^2 \pi^2}{L^2} S_p \right] \frac{L}{4} \\ C_p &= \sum_{k=1}^s \cos^2 n\phi_k \\ S_p &= \sum_{k=1}^s \sin^2 n\phi_k \\ z_{s(r)}^2 &= b_{s(r)} \int z dz \\ z_{s(r)}^3 &= b_{s(r)} \int z^2 dz \end{aligned} \quad (8a)$$

한편 원주방향보강재인 링에 대한 변형에너지는 다음과 같이 원주방향변형에 의한 에너지와 비틀림강

성에 의한 에너지의 합으로 표현될 수 있다.

$$U_r = \sum_{k=1}^r \frac{E_{xr}}{2} \int_0^{2\pi} \int_{A_r} \varepsilon_{\phi r}^2 dA_r (R+z) d\phi + \sum_{k=1}^r \frac{(GJ)_r}{2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{R} w_{r,\phi} d\phi \quad (9)$$

$$\varepsilon_{\phi r} = \frac{1}{R+z} (v_{r,\phi} + w_r) \quad (10)$$

여기서 링에 대한 변형은 앞에서 이용되었던 스트링거에 대한 변형과 같은 표현식을 갖으므로 이를 이용하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$U_r = \alpha_{22}^r V_{mn}^2 + \alpha_{33}^r W_{mn}^2 + 2\alpha_{23}^r V_{mn} W_{mn} \quad (11)$$

$$\alpha_{22}^r = E_{xr} n^2 S_x \left( \frac{A_r}{R} + \frac{z_r^2}{R^2} \right) \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha_{23}^r = E_{xr} n^2 S_x \left( \frac{nA_r}{R} + \frac{n^3 z_r^2}{R^2} \right) \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha_{33}^r = \left[ E_{xr} S_x \left( \frac{n^4 z_r^3}{R^3} + \frac{A_r}{R} - \frac{z_r^2}{R^2} + \frac{2n^2 z_r^2}{R^2} - \frac{2n^3 z_r^3}{R^3} \right) + \frac{GJ_r}{R} \frac{m^2 n^2 \pi^2}{L^2} C_x \right] \frac{\pi}{2}$$

$$C_x = \sum_{k=1}^r \cos^2 \frac{m\pi}{L} x_k$$

$$S_x = \sum_{k=1}^r \sin^2 \frac{m\pi}{L} x_k$$

고려된 복합재료원통셀의 운동에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$T_c = \frac{1}{2} \rho_t \int_0^L \int_0^{2\pi} (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) R dx d\phi$$

$$\rho_t = \sum_{k=1}^N \rho_k h_k \quad (12)$$

여기서 (·)는 시간에 대한 미분을 나타내며,  $\rho_k$ 와  $h_k$ 는 (k)번째 적층에 대한 밀도 및 두께를 나타낸다. 정의된 운동에너지식에 가정된 변위식을 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$T_c = \omega_{mn}^2 [\beta_{11}^c (U_{mn}^2 + V_{mn}^2 + W_{mn}^2)]$$

$$\beta_{11}^c = \rho_t \frac{L\pi}{4} \quad (13)$$

한편 스트링거보강재에 대한 운동에너지는 다음과 같다.

$$T_s = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s \rho_s \int_0^L \int_{A_s} (\dot{u}_s^2 + \dot{v}_s^2 + \dot{w}_s^2) dA_s dx \quad (14)$$

여기서  $\rho_s$ 는 스트링거의 밀도를 나타내며, 가정된 변위식을 이용하여 정리하면 다음과 같이 진폭항으로 정리된다.

$$T_s = \omega_{mn}^2 [\beta_{11}^s U_{mn}^2 + \beta_{22}^s V_{mn}^2 + \beta_{33}^s W_{mn}^2 + 2\beta_{13}^s U_{mn} W_{mn} + 2\beta_{23}^s V_{mn} W_{mn}] \quad (15)$$

$$\beta_{11}^s = \rho_s A_s C_p \frac{L}{4}$$

$$\beta_{13}^s = -\rho_s z_s^2 \frac{m\pi}{L} C_p \frac{L}{4}$$

$$\beta_{22}^s = \rho_s \left( A_s + 2 \frac{z_s^2}{R^2} + \frac{z_s^3}{R^2} \right) S_p \frac{L}{4}$$

$$\beta_{23}^s = \rho_s n \left( \frac{z_s^2}{R} + \frac{z_s^3}{R^2} \right) S_p \frac{L}{4}$$

$$\beta_{33}^s = \rho_s \left( A_s C_p + \frac{m^2 \pi^2 z_s^3}{L^2} C_p + \frac{n^2 z_s^3}{R^2} S_p \right) \frac{L}{4} \quad (15a)$$

그리고 링에 대한 운동에너지는 다음과 같이 정의된다.

$$T_r = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^r \rho_r \int_0^{2\pi} \int_{A_r} (\dot{u}_r^2 + \dot{v}_r^2 + \dot{w}_r^2) (R+z) dA_r dx \quad (16)$$

정의된 셀과 링간의 변위관계를 이용하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$T_r = \omega_{mn}^2 [\beta_{11}^r U_{mn}^2 + \beta_{22}^r V_{mn}^2 + \beta_{33}^r W_{mn}^2 + 2\beta_{13}^r U_{mn} W_{mn} + 2\beta_{23}^r V_{mn} W_{mn}] \quad (17)$$

$$\beta_{11}^r = \rho_r (A_r R + z_r^2) C_x \frac{\pi}{2}$$

$$\beta_{13}^r = -\rho_r (R z_r^2 + z_r^3) \frac{m\pi}{L} C_p \frac{\pi}{2}$$

$$\beta_{22}^r = \rho_r \left( R A_r + 3z_r^2 + 3 \frac{z_r^3}{R} \right) S_x \frac{\pi}{2}$$

$$\beta_{23}^r = \rho_s n \left( z_r^2 + \frac{2z_r^3}{R} \right) S_x \frac{\pi}{2}$$

$$\beta_{33}^r = \rho_s \left( \frac{m^2 \pi^2 z_r^3}{L^2} R C_x + \frac{n^2 z_r^3}{R} S_x + R A_r S_x + z_r^3 S_x \right) \frac{\pi}{2} \quad (17a)$$

길이방향 및 원주방향으로 보강된 복합재료원통셀이 길이방향압축력만을 받는 경우를 고려하면, 이 압축력에 의한 한 일(work done)은 다음과 같이 정의된다.

$$W = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \bar{N}_x w_{,x}^2 R dx d\phi \quad (18)$$

여기서  $\bar{N}_x$ 는 압축력을 나타내며, 이 식을 정리하면 다음과 같이 된다.

$$W = \alpha_{44} \bar{N}_x W_{mn}^2 \quad (19)$$

$$\alpha_{44} = R n^2 \frac{L\pi}{4} \quad (19a)$$

스트링거로 보강된 원통셀에 대한 총변형에너지 및 운동에너지는 각각의 에너지를 합하면 되므로 보강된 원통셀에 대한 진동수방정식은 다음의 Rayleigh-Ritz법을 이용하면 쉽게 구할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial X_i} (U_t - T_t + W) = 0, \quad X_i = U_{mn}, V_{mn}, W_{mn} \quad (20)$$

식 (20)을 적용하면 다음과 같은 행렬형태의 진동수 방정식이 유도된다.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} - \omega_{mn}^2 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} - \bar{N}_x \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix} = 0 \quad (21)$$

여기서  $K_{ij} = \alpha_{ij}^c + \alpha_{ij}^s + \alpha_{ij}^b$ ,  $M_{ij} = \beta_{ij}^c + \beta_{ij}^s + \beta_{ij}^b$  ( $i, j = 1, 2, 3$ )를 나타낸다. 그리고 이 고유치문제를 풀어 보강된 원통셀에 대한 좌굴하중 및 고유진동수를 예측할 수 있다.

### 3. 수치결과 및 토의

본 해석해의 정확도를 검증하기 위해 [0/90/0] 3적층 대칭적층된 보강셀에 대해 참고문헌 (7)의 좌굴 해석결과를 비교하여 Fig. 2에 나타냈다. 보강재는 등간격으로 일방향 단일적층되었으며, 이들의 기하형상 및 재료물성은 Fig. 2와 같다. 그림에 나타난 것처럼 참고문헌과는 최대 약 1.7%의 차이를 보이고 있으며, 본 해석해가 약간 작은 좌굴하중을 갖으나, 비교적 잘 일치하고 있다. 그리고 보강재수가 많아질수록 좌굴하중은 증가를 한다.

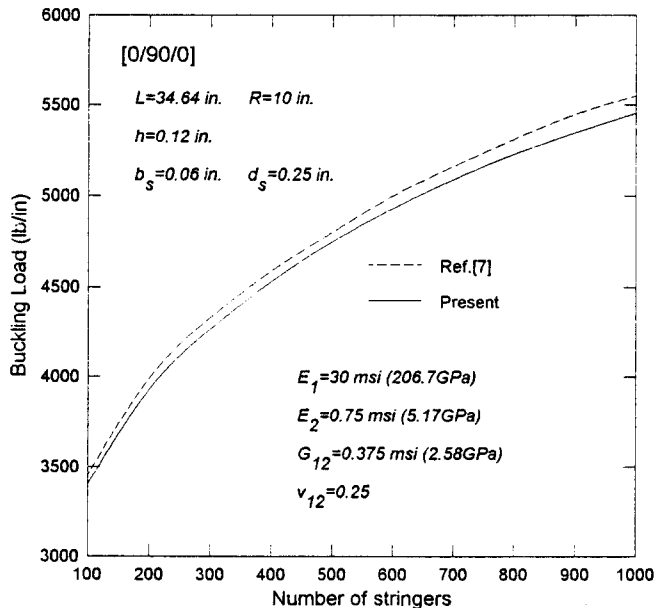


Fig. 2 Comparison of buckling load for an axially stiffened composite cylindrical shell with Ref. (7)

Table 1 Properties of an orthogonally stiffened isotropic shell

Properties			
$E(\text{GPa})$	207	$L(\text{m})$	0.813
$\nu$	0.3	$R(\text{m})$	0.203
$\rho(\text{kg/m}^2)$	7430	$h(\text{m})$	0.00204
No. of stringer/ring	20/13	$b_s/b_r(\text{m})$	0.006/0.004
		$d_s/d_r(\text{m})$	0.008/0.006

한편 직교보강된 등방성원통셀에 대해 고유진동수를 기존문헌(4,6)과 비교하였으며, 이 때 고려된 재료물성 및 기하형상은 Table 1에 제시되었다. 고려된 재료물성은 강(steel)이며, 스트링거 및 링의 수는 각각 20개, 13개이며, 셀의 길이 대 반경비  $L/R=4$ , 셀의 반경 대 두께비  $R/h=100$  정도의 원통셀이다. Table 2는 본 해석결과와 기존문헌의 이론결과(4,6)를 비교한 것으로 참고문헌 (4)의 결과와의 차이는 기본진동수가 나타나는 원주방향반파수  $n=3$ 에서 최대 4.02%, 참고문헌 (6)과는  $n=2$  최대 2.23% 미만으로 비교적 잘 일치하고 있다.

Table 2 Natural frequencies of an orthogonally stiffened isotropic shell

$m=1$	Natural frequencies(Hz)					
	$n$	Present	Ref.[4]	Discp.(%)	Ref.[6]	Discp.(%)
	1	942	938	0.43	932	1.07
	2	439	443	0.90	449	2.23
	3	337	348	4.02	334	0.90
	4	482	492	2.03	478	0.84
	5	740	745	0.67	746	0.80

Disp. : discrepancy

앞으로 제시될 모든 수치예에서 사용될 복합재료는 Glass/epoxy 복합재료로 다음과 같은 물성을 갖으며 보강재에 대한 적층방법은 모두 대칭적층만을 고려하였다.

$$\begin{aligned} E_{22} &= 7.6 \text{ Gpa} \\ E_{11}/E_{22} &= 2.5 \\ G_{12} &= 4.1 \text{ Gpa} \\ \nu_{12} &= 0.26 \\ \rho &= 1643 \text{ kg/m}^2 \end{aligned}$$

일반적으로 진동수를 높이거나 낮춤으로써 구조물의 공진을 피하려고 한다. 진동수를 낮추기 위해서는 질량을 높이거나, 강성을 저하시켜야 한다. 그러

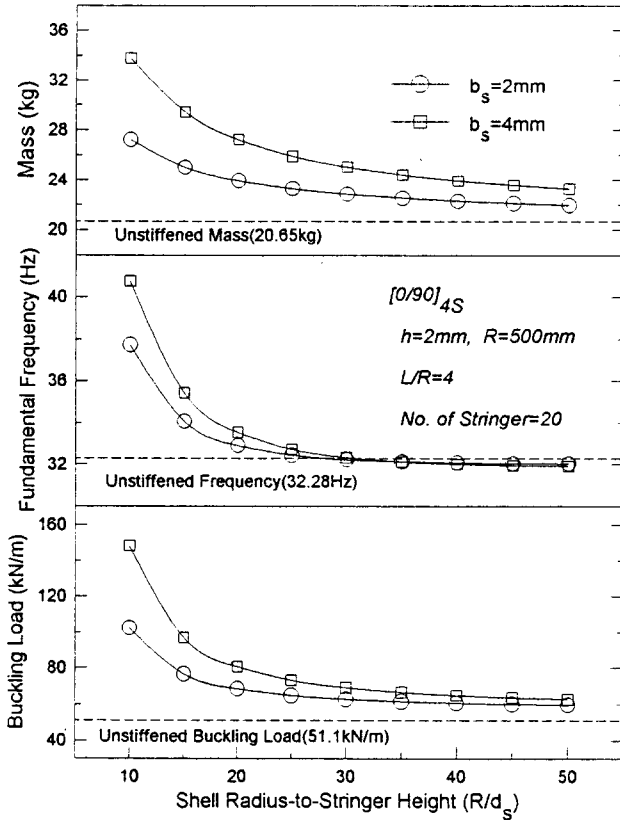


Fig. 3 Variation of the mass, fundamental frequencies and buckling loads with  $R/d_s$  ratio for the stringer stiffened composite cylindrical shells ( $h=2$  mm,  $R=500$  mm,  $L/R=4$ , No. of stringer=20)

나 질량을 높이거나 강성을 저하시키는 것은 비용증가나 구조물을 약하게 할 수 있기 때문에 전반적으로 강성을 증가시키므로써 진동수를 높여 공진을 피하려고 한다. 이러한 목적에 따라 본 연구에서도 진동수를 높이려는 측면에서 여러가지 논의될 것이다.

Fig. 3에서는 20개의 스트링거로 길이방향보강된 원통셀에 대한 질량, 기본진동수 및 좌굴하중을 셀의 반경 대 스트링거의 높이비 ( $R/d_s$ )에 따른 거동을 보여주고 있다. 여기서 셀의 두께는 2 mm, 셀의 반경은 500 mm, 셀의 길이 대 반경비  $L/R=4$ 이다. 고려된 원통셀 및 보강재의 적층방법은 모두  $[0/90]_{4s}$  대칭 16적층이고, 스트링거의 폭은  $b_s=2$  mm, 4 mm가 고려되었다. 여기서 접선은 비보강셀에 대한 질량, 기본진동수 및 좌굴하중을 나타낸다.  $R/d_s$ 가 커질수록, 즉 스트링거의 높이  $d_s$ 가 작아질수록 질량, 기본진동수 및 좌굴하중은 감소하는 경향을 갖는다. 비보강셀에 대해 초기질량은 5.16 kg으

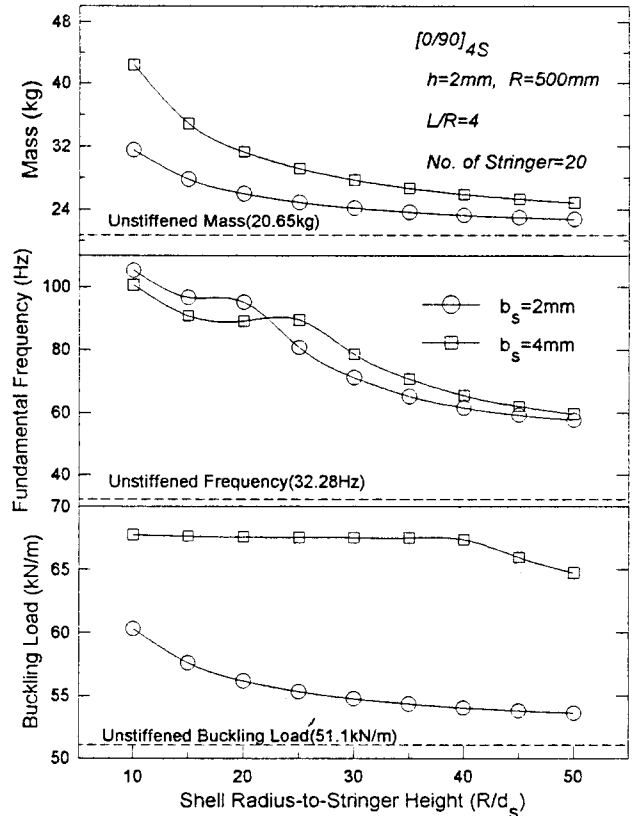


Fig. 4 Variation of the mass, fundamental frequencies and buckling loads with  $R/d_s$  ratio for the ring stiffened composite cylindrical shells ( $h=2$  mm,  $R=500$  mm,  $L/R=4$ , No. of stringer=20)

로 ( $R/d_s$ )=10일 때 최대질량증가는  $b_s=2$  mm에서 200%,  $b_s=4$  mm에서 350% 정도이다. 그리고 최대진동수의 증가는  $b_s=2$  mm에서 18%,  $b_s=4$  mm에서 27%로 질량증가에 비해 작은 진동수증가를 보였으며, 그림에 나타난 것처럼  $R/d_s=30$  이상이 되면 기본진동수는 비보강셀의 기본진동수보다 작은 값으로 접근을 한다. 이와 같은 이유는  $R/d_s=30$  이상이 되면 강성증가가 질량증가에 비해 영향이 진동수에 작게 미치기 때문에 나타나는 현상이다. 그러나 좌굴하중은 경우 최대증가율이  $b_s=2$  mm에서 100%,  $b_s=4$  mm에서 200% 정도로 질량증가에 비해 크게 증가하였으며  $R/d_s=30$  이상이 되면 좌굴하중은 거의 일정한 값으로 접근을 한다. 그리고 전반적으로 스트링거의 폭이 커질수록 진동수 및 좌굴하중은 증가하는 거동을 한다.

한편 Fig. 4에서는 Fig. 3의 같은 조건에 대해 링으로 원주방향보강하였을 때의 질량, 기본진동수 및 좌굴하중의 변화를 나타내고 있다. 이 때 링의 수는

20개이며, 링의 폭  $b_r$ 을 각각 2 mm, 4 mm를 고려하였다. 그림에 나타난 것처럼 질량증가는  $b_r=2$  mm에서 최대 300%,  $b_r=4$  mm에서 최대 500% 정도로 크게 증가를 하였으며, 이 때의 기본진동수증가율은  $b_r=2$  mm에서 210%,  $b_r=4$  mm에서 225%로 크게 증가하였으며, 이와 같이 기본진동수가 크게 증가하는 것은 원통셸의 진동수를 크게 좌우하는 원주방향에 대한 강성이 크게 증가하였기 때문에 나타나는 현상이다. 그리고  $R/d_r$ 이 50 이상이 되면 기본진동수는 거의 일정한 값으로 접근을 하면 이 때의 기본진동수증가율도 100% 이상으로 비보강셸의 기본진동수를 원주방향보강을 함으로써 진동수를 크게 높일 수 있다. 그러나 좌굴하중의 경우  $b_r=2$  mm에서 최대 18%,  $b_r=4$  mm에서는 30% 정도로 질량증가에 비해 좌굴하중의 경우는 그리 큰 효과를 얻을 수 없다. 그리고 Fig. 3에서와 마찬가지로 보강재의 폭이 두꺼울수록 진동수 및 좌굴하중은 증가를 한다.

이와 같이 Fig. 3 및 Fig. 4에 나타난 것처럼 길이방향보강을 함으로써 진동수측면에서는 그리 큰 효과를 얻을 수 없었으나, 좌굴하중측면에서는 큰 효과를 얻을 수 있다. 반면 원주방향보강을 함으로써 길이방향보강의 반대효과를 얻을 수 있다. 즉 진동수에서는 큰 효과가 있으나, 좌굴하중 측면에서는 그리 좋은 효과를 얻을 수 없었다. 이와 같이 서로의 장점을 얻기 위해 직교보강이 많이 이용되고 있다.

Fig. 5에서는 길이방향보강, 원주방향보강 및 직교보강셸에 대해 각 원통셸의 질량을 거의 동일하게 하였을 때 각각의 보강셸에 대해 최고 3차모드까지의 고유진동수 및 좌굴하중거동을 비교한 것이다. 이 때 셸의 두께 및 보강재의 폭은 2 mm, 보강재의 높이는 10 mm, 셸의 길이 및 반경은 2 m, 0.5 m를 고려하였다. 여기서 길이방향보강재는 26개, 원주방향보강재는 16개, 직교보강재는 10/10이다. 그림에 제시된 것처럼 스트링거의 질량은 6.87 kg, 링의 질량은 6.83 kg이고 직교보강셸의 질량은 6.86 kg으로 약간의 차이는 있으나, 거의 근접한 질량을 갖는다. 고유진동수의 경우 링보강셸이 가장 큰 진동수를 갖으며, 스트링거보강셸이 가장 작은 고유진동수를 갖는다. 그리고 직교보강셸의 경우 스트링거보강셸보다는 크고, 링보강셸보다는 약간 작은 진동수를 갖는다. 그리고 좌굴하중의 경우 직교보강셸이 가장 크며, 링보강셸이 가장 작은 좌굴하중을 갖는다. 이와 같이 직교보강을 함으로써 진동수 및 좌굴하중을

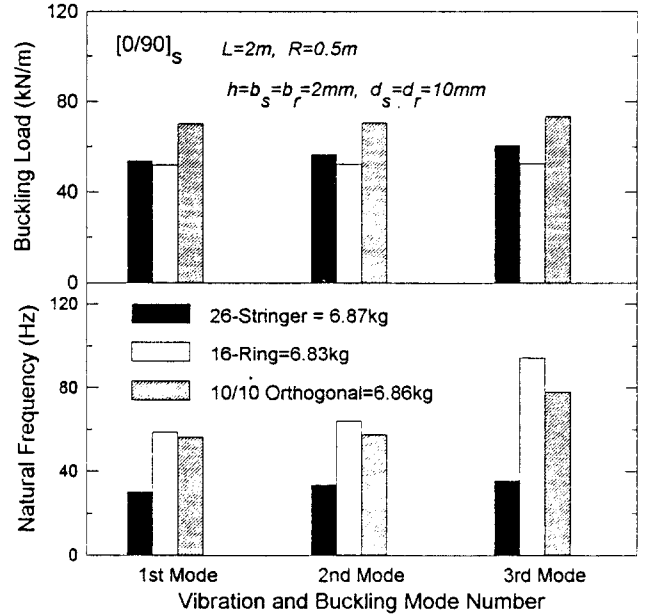


Fig. 5 Comparison of natural frequencies and buckling loads for the composite cylindrical shells with 26 stringer, 16 ring and 10/10 orthogonal stiffeners ( $L=2$  m,  $R=0.5$  m,  $h=b_s=b_r=2$  mm,  $d_s=d_r=10$  mm)

크게 높일 수 있는 것으로 나타났다. 지금부터는 직교보강원통셸에 대해 논의할 것이다.

Table 3에서는 대칭적층에 대해 적층수의 변화에 따른 고유진동수를 비교하였다. 이 때 10개의 스트링거 및 링으로 직교보강된 복합재료원통셸로 축방향반파수 ( $m$ )은 1이고 원주방향반파수 ( $n$ )의 변화에 대해 고찰하였다. 표에 나타난 것처럼 비보강원통셸, 길이방향 및 원주방향보강원통셸에 대해서 적층수의 증가에 따라 진동수도 증가를 한다. 즉,  $[0/90]_4$  4적층에서  $[0/90]_{16}$  16적층으로 적층수를 증가시키면 기본진동수가 나타나는 진동모드에서 비보강셸의 경우 8%, 길이방향보강셸의 경우 13.5%, 원주방향보강셸의 경우에는 12.5%의 진동수증가가 있었으나, 직교보강원통셸에 대해서는 0.98%의 진동수증가로 적층수의 영향이 그리 크게 작용하지 않는다. 이와 같은 현상은 보강에 의한 강성증가보다는 적층수증가에 의한 강성증가가 작기 때문에 나타나는 현상이다. 그리고 보강을 함으로써 기본진동수가 나타나는 원주방향반파수는 비보강셸의 기본진동수가 나타나는 원주방향반파수  $n=5$ 에서 원주방향보강 및 직교보강에 대해서는  $n=4$ 로 변화하였으며, 이는 원주방향보강에 따른 효과로 보강을 함으로써 원주

**Table 3** The effect of layer number on the natural frequency for the symmetric composite cylindrical shells

( $R=500$  mm,  $L/R=4$ ,  $h=b_s=b_r=2$  mm,  $d_s=d_r=10$  mm, No. of stringer/ring=10/10)

Stiffener type	n	Natural frequency(Hz)		
		[0/90] <sub>s</sub>	[0/90] <sub>2s</sub>	[0/90] <sub>4s</sub>
Unstiffened shell	2	102.2	102.2	102.2
	3	54.0	54.1	54.2
	4	34.7	35.3	35.5
	5	29.9	31.4	32.3
	6	34.1	37.1	38.6
	7	43.5	47.9	50.0
	8	55.8	61.8	64.6
	Stringer stiffener	2	101.9	101.9
3		54.1	54.2	60.4
4		34.8	35.3	39.3
5		29.7	31.3	33.7
6		33.8	36.8	38.3
7		42.9	47.3	48.6
8		55.0	60.9	62.3
Ring stiffener		2	99.7	99.7
	3	56.1	56.2	62.7
	4	51.2	51.6	57.6
	5	69.3	70.0	77.9
	6	98.5	99.6	110.8
	Orthogonal stiffener	2	99.5	99.5
3		56.1	56.1	56.2
4		50.9	51.2	51.4
5		67.7	68.4	68.7
6		97.2	98.2	98.7

방향의 강성이 증가하였기 때문이다. 그리고 전반적으로 직교보강에 따라 고유진동수가 비보강셀 및 길이방향보강셀에 비해 50% 증가하였으며, 큰 원주방향반파수에 대해 적층수의 영향이 보다 크게 나타나고 있다.

Table 4에서는 Table 3에 제시된 직교보강원통셀에 대해 좌굴하중을 저차 3가지 모드에 대해 제시하였다. 표에 제시된 것처럼 비보강셀 및 보강셀에 대해 적층수의 증가는 좌굴하중을 증가시키며, 비보강셀과 링보강셀의 경우 좌굴하중이 거의 비슷한 수준을 나타냈으며, 길이방향보강셀에 대해서는 비보강셀 및 원주방향보강셀에 비해 약 10% 정도의 좌굴하중증가를 보여주고 있으나, 직교보강을 함으로써 1차좌굴모드에 대해 약 30~40% 정도로 좌굴하중이

**Table 4** The effect of layer number on the buckling load for the symmetric composite cylindrical shells

( $R=500$  mm,  $L/R=4$ ,  $h=b_s=b_r=2$  mm,  $d_s=d_r=10$  mm, No. of stringer/ring=10/10)

Stiffener	Buckling mode	Critical buckling load(kN/m)		
		[0/90] <sub>s</sub>	[0/90] <sub>2s</sub>	[0/90] <sub>4s</sub>
Unstiffened shell	1st	48.435	50.517	51.057
	2nd	48.582	50.536	51.093
	3rd	48.598	50.662	51.102
Stringer stiffener	1st	51.365	56.820	58.903
	2nd	51.402	56.826	59.265
	3rd	52.671	56.868	59.548
Ring stiffener	1st	48.948	51.611	52.499
	2nd	49.123	52.014	52.944
	3rd	49.905	53.327	52.994
Orthogonal stiffener	1st	64.309	66.559	67.447
	2nd	64.782	66.855	68.128
	3rd	67.363	68.529	69.112

크게 증가하였다. Table 3, 4의 결과로부터 길이방향 보강이나 원주방향보강만으로는 진동수나 좌굴하중을 동시에 높일 수 없는 결과를 나타냈으나, 직교보강을 함으로써 진동수 및 좌굴하중을 모두 크게 증가시킬 수 있는 결과를 보여주었다.

Fig. 6에서는 [0/90]<sub>4s</sub> 대칭 16적층된 보강셀에 대해 보강재수의 영향에 따른 고유진동수의 변화거동을 나타낸다. 그림에서처럼 보강재수의 증가에 따라 고유진동수는 증가하나, 최저차고유진동수는 거의 변하지 않으며, 큰 원주방향반파수에 대해 보강재의 영향이 크게 작용한다. 한편 보강재가 어느 한도까지 증가를 하게 되면 모든 원주방향반파수에 대해 고유진동수는 거의 일정한 값으로 접근함을 예측할 수 있다. 한편 Fig. 7은 Fig. 6에 이용된 셀에 대해 좌굴해석한 결과를 제시하였다. 도시된 것처럼 보강재수의 증가는 좌굴하중을 증가시키며, 보강재수의 영향이 진동수에 미치는 경향과는 반대로 작은 반파수에서보다 민감하게 작용을 한다.

Fig. 8은 [0/90]<sub>4s</sub> 셀의 길이 대 반경(L/R)비의 변화에 따른 좌굴하중 및 기본진동수의 거동을 표시한 것으로 보강재의 수(스트링거/링)는 10/10, 20/20으로 두 경우를 고려하였다. 그림에서처럼 좌굴하중은 길이 대 반경비가 커질수록 초기 L/R=10까지 급격히 감소하다가 그 이상이 되면 거의 같은 비로 접근함을 알 수 있다. 그러나 L/R비가 어느 이상(L/R



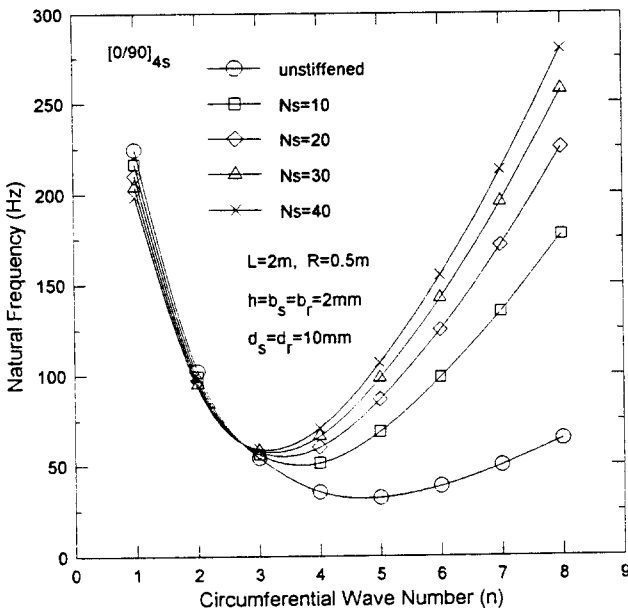


Fig. 6 The effect of stiffener number on the natural frequencies for the orthogonally stiffened composite cylindrical shells( $R=500$  mm,  $L/R=4$ ,  $h=b_s=b_r=2$  mm,  $d_s=d_r=10$  mm)

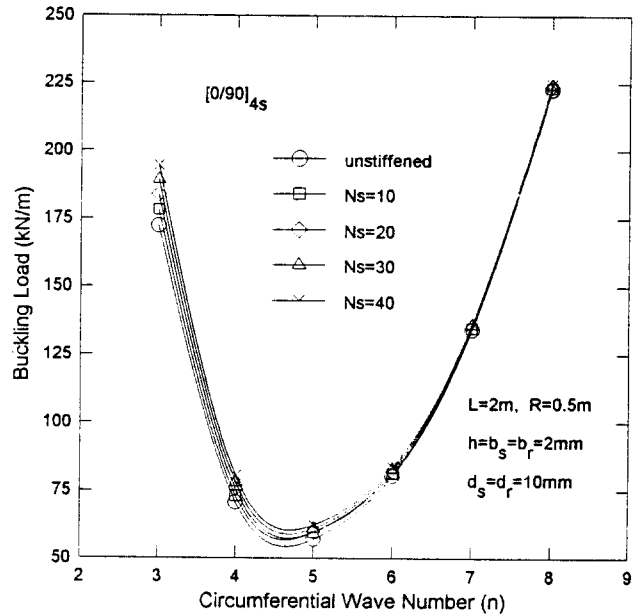


Fig. 7 The effect of stiffener number on the buckling loads for the orthogonally stiffened composite cylindrical shells( $R=500$  mm,  $L/R=4$ ,  $h=b_s=b_r=2$  mm,  $d_s=d_r=10$  mm)

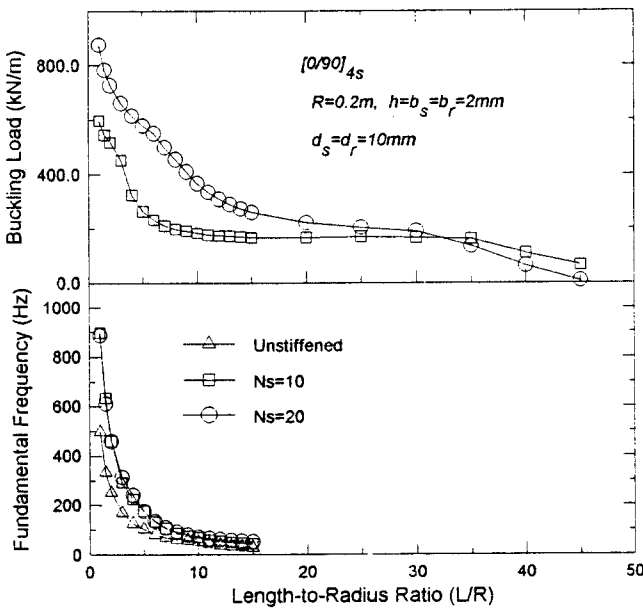


Fig. 8 The effect of  $L/R$  ratio on the buckling loads and fundamental frequencies for the  $[0/90]_{4s}$  orthogonally stiffened composite cylindrical shell( $R=200$  mm,  $h=b_s=b_r=2$  mm,  $d_s=d_r=10$  mm)

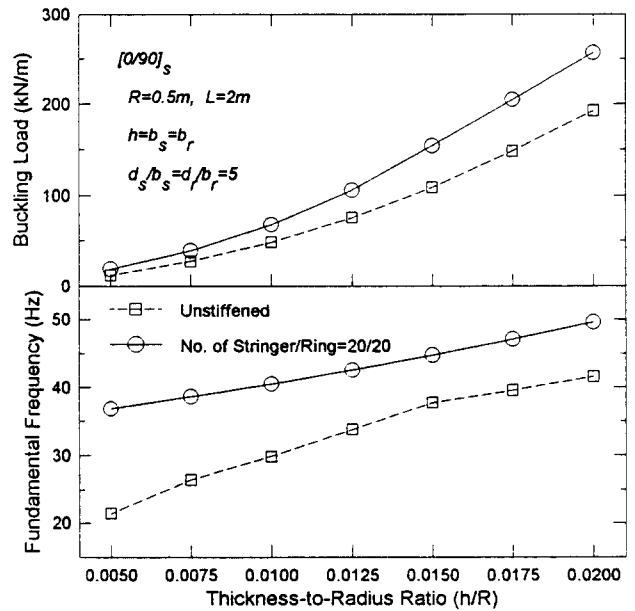


Fig. 9 The effect of  $h/R$  ratio on the buckling loads and fundamental frequencies for the  $[0/90]_s$  orthogonally stiffened composite cylindrical shell( $R=500$  mm,  $L/R=4$ ,  $h=b_s=b_r$ ,  $d_s/b_s=d_r/b_r=5$ )

=35)이 되면 좌굴하중이 급격히 감소하는 거동을 하며, 이는 좌굴에 대해  $L/R$ 가 매우 커지면, 셸의 특성이 사라지고 빔의 거동을 하게 된다는 것을 의미한다. 그리고 앞에서 제시된 바와 같이 보강재수가 많을수록 큰 진동수 및 좌굴하중을 갖는다.

Fig. 9에서는 각각 20개의 스트링거와 링으로 직교보강된  $[0/90]_s$  대칭적층 원통셸의 두께 대 반경비 ( $h/R$ )의 변화에 따른 좌굴하중 및 기본진동수의 거동을 보여주고 있다. 여기서  $R=500$  mm,  $L/R=4$ ,  $d_s/b_s=5$ ,  $d_r/b_r=5$ 이며, 셸의 두께와 보강재의 폭은 서로 같다고 하였다. 그림에 나타난 것처럼  $h/R$ 의 비가 커질수록 좌굴하중은 2차원적으로 증가하며, 좌굴하중의 경우 다른  $h/R$ 비가 커질수록 비보강셸의 좌굴하중에 대한 보강셸의 좌굴하중 증가율이 커지고 있다. 그러나 진동수의 경우 작은  $h/R$ 비에서는 서로간의 차가 다른 곳에 비해 크게 나타났다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 직교보강된 복합재료 원통셸에 대해 에너지법을 기초로 하여 좌굴 및 진동해석이 수행되었고, 보강원통셸에 대해 기존의 자료와 비교하였으며, 길이방향보강 및 원주방향보강만으로는 진동수와 좌굴하중을 동시에 높일 수 없었다. 즉, 길이방향보강을 함으로써 좌굴하중은 크게 할 수 있었으나, 진동수는 반대로 비보강셸보다 낮은 진동수를 나타냈고, 원주방향보강을 하면 진동수는 높일 수 있었으나, 좌굴하중은 거의 증가하지 않았다. 그러나 직교보강을 함으로써 진동수 및 좌굴하중을 동시에 높일 수 있었으며, 제시된 수치예로부터 직교보강원통셸에 대해 다음과 같은 몇 가지 결론을 얻었다.

(1) 보강재수를 증가시키면 즉, 보강을 많이 할수록 좌굴하중 및 고유진동수가 증가하는 거동을 하며, 보강수의 영향이 진동수에서는 큰 원주방향반파수에, 좌굴하중에 대해서는 작은 원주방향반파수에 보다 크게 나타난다.

(2) 적층수를 증가시키면 좌굴하중 및 고유진동수가 증가를 하나, 그의 영향은 매우 작다.

(3) 셸의 길이 대 반경비의 증가는 좌굴하중 및 고유진동수를 증가시키며, 좌굴하중의 경우  $L/R$ 의 비가 어느 값 이상이 되면 셸의 기능을 상실하여 빔의 거동을 하며, 고유진동수의 경우에는 거의 일정한 값으로 접근을 한다.

(4) 셸의 두께 대 반경비의 증가 즉, 셸의 두께가 두꺼워질수록 좌굴하중 및 고유진동수 모두 증가하

는 거동을 한다.

#### 참고 문헌

- (1) Hoppmann, W. H., 1958, "Some Characteristics of Flexural Vibrations of Orthogonally Stiffened Cylindrical Shells," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 30, pp. 77~83.
- (2) Parthan, S. and Johns, D. J., 1970, "Effects of Inplane and Rotatory Inertia on the Frequencies of Eccentrically Stiffened Cylindrical Shells," AIAA Journal, Vol. 8, pp. 253~261.
- (3) Rosen, A. and Singer, J., 1974, "Vibration of Axially Loaded Stiffened Cylindrical Shell," J. Sound and Vibration, Vol. 34, pp. 357~378.
- (4) ESDU, 1982, "Free Vibrations of Thin Walled Orthogonally Stiffened Circular Cylindrical Shells," ITEM No. 80040.
- (5) Singer, J., Rand, A. and Rosen, A., 1984, "Vibration of Axially Loaded Stiffened Cylindrical Panels with Elastic Restraints," J. Sound and Vibration, Vol. 93, pp. 397~408.
- (6) Mustafa, B. A. J. and Ali, R., 1989, "An Energy Method for Free Vibration Analysis of Stiffened Circular Cylindrical Shells," Computers and Structures, Vol. 32, No. 2, pp. 355~363.
- (7) Reddy, J. N. and Starnes, J. H. Jr., 1993, "General Buckling of Stiffened Circular Cylindrical Shells According to a Layerwise Theory," Computers & Structures, Vol. 49, No. 4, pp. 605~616.
- (8) Schokker, A., Kasagi, A. and Sridharan, S., 1995, "Dynamic Interactive Buckling of Ring-Stiffened Composite Shells," AIAA J., Vol. 33, No. 10, pp. 1956~1962.
- (9) Starnes, J. H. Jr., Knight, N. F. Jr. and Rouse, M., 1985, "Postbuckling Behavior of Selected Flat Stiffened Graphite-Epoxy Panels Loaded in Compression," AIAA J., Vol. 23, No. 8, pp. 1236~1246.
- (10) Knight, N. F. Jr. and Starnes, J. H. Jr., 1988, "Postbuckling Behavior of Selected Curved Stiffened Graphite-Epoxy Panels Loaded in Axial Compression," AIAA J., Vol. 26, No. 3, pp. 344~352.
- (11) Sridharan, S. and Zeggane, M., 1992, "Postbuckling Response of Stiffened Composite Cylindrical Shells," AIAA J., Vol. 30, No. 1, pp. 1~10.

- dricial Shells," AIAA J., Vol. 30, No. 12, pp. 2897~2905.
- (12) Goswami, S. and Muhopadhyay, M., 1995, "Geometrically Non-Linear Transient Dynamic Response of Laminated Composite Stiffened Shells," J. of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 14, pp. 618~640.
- (13) Kim, Z. G., Hong, C. S. and Kim, C. G., 1995, "Postbuckling Analysis of Stringer-Stiffened Composite Laminated Cylindrical Panels," J. of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 14, pp. 827~846.
- (14) 이영신, 김대원, 1989, "보강원통셸의 최적구조설계에 관한 연구," 대한기계학회논문집, 제13권, 제2호, pp. 205~212.
- (15) 이영신, 허남일 1993, "구멍이 있는 보강된 적층원통셸의 좌굴 및 진동해석," 한국항공우주학회, 93년도 추계학술대회논문집, pp. 437~440.
- (16) 이영신, 염기연, 1995, "내부가 유체로 채워진 보강원통셸의 자유진동해석," 대한기계학회, 95년도 춘계학술대회논문집, pp. 721~725.
- (17) 이영신, 김영완, 1996, "길이방향보강 복합재료원통셸의 진동해석," 대한기계학회논문집(A편), 제20권, 제7호, p. 2223~2233.