

〈論 文〉

연속법에 의한 설계민감도를 이용한 판구조물의 조화진동저감

The Reduction of Harmonic Dynamic Response of Plate Structure Using
Continuum Design Sensitivity Analysis

이재환* · 이광한**

Jae-Hwan Lee and Kwang-Han Lee

〈1995년 2월 18일 접수 ; 1995년 12월 22일 심사완료〉

ABSTRACT

In this paper, design sensitivity of vibration displacement and acceleration is computed and design sensitivity, the derivative information of responses with respect to design parameters, is used as a design guidance tool to reduce the vibration. First, the harmonic vibration analysis of deck and simplified ship structures is performed by finite element method and secondly continuum design sensitivity for excessive dynamic response is computed by continuum method. Both the direct and modal frequency response methods for the finite element analysis are adopted. Sensitivities of structural components such as upper plate, side wall, bilge, bottom plate are compared and the reduction of vibration is obtained by the proper increase of thickness of each component.

1. 서 론

각종 기계류나 수송체에서 주기적으로 작동하는 엔진이나 펜, 컴프레서등의 기진력에 의해 발생하는 조화진동은 여러 가지 문제점을 제시할 수 있다. 따라서 초기 설계 단계에서 문제를 정의하고 질량변화, 강성도 변화 등의 적합한 설계 방향을 결정하는 것이 바람직하다. 즉, 시스템의 어떤 설계변수 (design parameter)가 요구되는 진동특성 변화에 민감한지를 결정하는 것이 필요하다. 따라서 설계 방향의 결정 및 최적설계를 위한 기초로 설계 민감도를 고려할 수 있다.

선형문제의 민감도 해석 분야에는 여러 연구가 수행되어 왔는데 크게 두 분야로 보면 Adelman⁽¹⁾에 의한 반해석법과 Haug와 Choi⁽²⁾에 의한 연속법이

있다. 특히 연속 민감도 해석 기법(continuum DSA : Design Sensitivity Analysis)은 유한요소법으로 구조해석을 하고 그 결과인 구조응답으로 민감도를 계산하므로 큰 규모의 구조문제에 응용되어 왔다^(2~4). 본 연구의 기초가 되는 연속법의 기본식들은 참고문헌 (3)에 유도되어 있는데, 간단한 이차원 단순 판 부재, 트렉샤시 보부재의 조화진동 민감도가 계산되었다. 또한 본 연구의 연속으로 자동차 진동 저감 민감도해석이 있는데⁽⁴⁾, 자동차 라커(rocker)를 보조소로 모델링한 후, 굽힘관성모멘트를 설계변수로 하여 운전석의 진동저감에 대한 라커(rocker) 각 부분의 민감도가 계산 되었다. 참고문헌 (4)의 연구는 보 구조에 대한 민감도해석이나 본 문은 복합판구조에 대한 민감도해석 내용이다.

기타 차량설계의 경우, 3개의 선형 스프링과 감쇠 기로 모델링된 엔진마운트에 대해 유한차분법으로 감도해석을 한 후, 스프링상수, 각도 등을 설계변수로 구조변경 시뮬레이션이 수행되었다⁽⁵⁾. 저진동 차체 설계를 위한 민감도 해석 적용 예로서 Ford 자동

*정회원, 충남대학교 공과대학 선박해양공학과

**충남대학교 공과대학 선박해양공학과 대학원

차 회사의 설계방향이 기술되었는데⁽⁶⁾, 대형 유한요소 차체 모델에 NASTRAN으로 차체해석을, 현가장치 해석은 회사자체 프로그램으로 전체계의 진동특성을 구하고 이에 대해 연속법으로 민감도를 계산하는 과정이 소개되었다. 또한 부분구조 합성법이 사용된 고유치 감도해석법도 있다^(7,8). 참고문헌 (7)과 (8)의 내용은 Fox의 방법⁽⁹⁾을 적용하여 민감도를 계산하되 강성과 질량 행렬의 1차 미분 근사항을 사용하였다.

본문의 연구는 유한요소법을 이용하여 진동응답을 구한 후 강성과 질량의 미분을 취하지 않고 대신 연속법에 의해 민감도를 구한다. MSC/NASTRAN과 같은 범용 유한요소 코드에서 제공하는 민감도는 유한요소가 속해있는 부재별로 계산되나 연속법에선 요소별로 계산된다. 또한 근본적으로 민감도해석 방법이 다르다.

본문에서는 이상화된 3차원 유한요소 판구조물에 대해 조화진동 해석 후, 민감도 값을 산출하여 진동저감 방향을 찾아보았다. 각 부재 별로 진동 변위, 가속도에 대한 민감도를 계산하여 진동저감에 차지하는 역할을 인식하고 계산된 각 부재 민감도를 적절히 조합하여 효과적인 진동저감 방향을 찾아보았다.

2. 진동 구조물의 기본 방정식

강제 조화진동시 구조물의 초기 기본방정식이 연속계로 유도된 후 복소수 방법이 도입되어 시간이 배제된 기본 방정식이 형성되고, 구조물 에너지식에 대한 변분식이 구해진 후, 이에 대한 민감도식이 형성되었다.

2.1 조화진동의 기본방정식

강제조화 운동시 연속체의 선형운동방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} m(x, u) \ddot{z}(x, u, t) + c(x, u) \dot{z}(x, u, t) \\ + k(x, u) z(x, u, t) = F(x, u, t), \end{aligned} \quad (1)$$

$x \in \Omega, t \geq 0$

m, c, k 는 질량, 감쇠, 강성으로 설계변수 u 와 공간좌표 x 의 함수이고 Ω 는 구조물의 영역이며 진동응답 z 는 x, u, t 의 음함수가 된다. 운동방정식 식 (1)에서 조화운동의 시간 t 를 소거하기 위해 기계임피던스 방법을 도입하면 x 와 u 로 된 운동방정식 식 (2)가 유도된다.

$$\begin{aligned} -\omega^2 m(x, u) z(x, u) + i\omega c(x, u) z(x, u) \\ + k(x, u) z(x, u) = f(x, u) \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)에서 구조응답 z 는 복소수 변위를 나타낸다. 유한요소법을 사용하여 연속체 방정식을 이산화할 경우 식 (2)는 식 (3)과 같은 식으로 표시되며, 이 행렬식의 해(구조응답)을 구하는 방법을 유한요소 코드 MSC/NASTRAN에서는 direct frequency response 방법이라고 한다. 자유도가 큰 문제의 경우 유한요소 해석시간이 많이 소요되나 정확한 해가 구해진다. 고유모드를 구한 후, 모드합성법으로 구조응답을 구하는 방법은 modal frequency response 방법이라고 하는데 대형구조물 유한요소해석에 자주 사용된다. 본 연구에서는 식 (3)을 계산하는 진동해석 과정을 MSC/NASTRAN으로 수행하여 해석결과를 민감도 계산에 사용하였다.

$$\{-\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K]\} \{z\} = \{f\} \quad (3)$$

구조감쇠가 있는 구조물에 대한 에너지 기본방정식은 가상 변위 \bar{z} 의 공액변위 \check{z} 가 사용되어 식 (4)와 같으며 φ 는 구조감쇠계수이다^(3,4). $a(z, \bar{z})$ 는 에너지식이고 $1(\bar{z})$ 는 외력에 의한 일이다.

$$\begin{aligned} a(z, \bar{z}) &= \iint_{\Omega} [-\omega^2 m(x, u) z + (1 + i\varphi) \\ &\quad k(x, u) z] \check{z} d\Omega \\ &= \iint_{\Omega} f(x, u) \check{z} d\Omega = 1(\bar{z}) \end{aligned} \quad (4)$$

유한요소법을 위한 이산화행렬식은 다음과 같다.

$$[-\omega^2 [M] \{z\} + (1 + i\varphi) [K] \{z\}] \{\check{z}\} = \{f\} \quad (5)$$

2.2 막/판 부재의 기본방정식

강제조화진동하는 막/판 부재의 에너지식과 외력에 의한 가상 일은 다음과 같으며, 평형방정식은 식 (10)으로 표시된다.

$$a(z, \bar{z}) = a_D(z, \bar{z}) + a_M(z, \bar{z}) + a_B(z, \bar{z}) \quad (6)$$

식 (6)에서 a_D, a_M, a_B 는 구조질량의 동적변형, 평면변형과 측면변형에 의한 에너지를 나타내는데 변위 z 는 평면변위 z^1, z^2 와 측면변위 z^3 의 벡터로서 $z = [z^1, z^2, z^3]^T$ 이다.

$$\begin{aligned} a_D(z, \bar{z}) &= \iint_{\Omega} -\omega^2 m z \check{z} d\Omega \quad (7) \\ a_M(z, \bar{z}) &= (1 + i\varphi) \iint_{\Omega} \sum_{i,j=1}^2 \sigma^{ij} \varepsilon^{ij} d\Omega \\ &= (1 + i\varphi) \frac{E}{1 - \nu^2} \int_A t \left[z_1^1 \bar{z}_1^1 + \nu (z_1^1 \bar{z}_2^2 \right. \end{aligned}$$

$$+ z_2^2 \bar{z}_1^1) + z_2^2 \bar{z}_2^2 + \frac{(1-\nu)}{2} (z_1^1 + z_1^2) \\ (\bar{z}_2^1 + \bar{z}_1^2) \Big] dA \quad (8)$$

$$a_B(z, \bar{z}) = (1+i\varphi) \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \int_A [z_{11}^3 \bar{z}_{11}^3 + z_{22}^3 \bar{z}_{22}^3 \\ + \nu (z_{22}^3 \bar{z}_{11}^3 + z_{11}^3 \bar{z}_{22}^3) \\ + 2(1-\nu) (z_{12}^3 + \bar{z}_{12}^3)] dA \quad (9)$$

$$a(z, \bar{z}) = 1(\bar{z}) \quad (10)$$

식 (8)과 (9)에서 z 의 하첨자 1과 2는 변위에 대한 X, Y 방향 미분을 의미한다.

3. 민감도 해석

본문에서는 에너지식에 대한 변분을 취한 후, 보조변수법(adjoint variable method)⁽²⁾에 의해 다음과 같이 막/판부재의 변위, 속도, 가속도의 민감도가 계산된다.

3.1 연속법에 의한 민감도 해석

부재의 임의점 \bar{x} 에서 변위 z 가 범함수 Ψ 로 표현된다면,

$$\Psi = \int_{\Omega} \delta(x - \bar{x}) z d\Omega \quad (11)$$

여기서 δ 는 Dirac delta 함수이고 식 (11)은 임의 점 \bar{x} 에서 구조물의 진동변위이다. 변위 z 에 대한 변분식, 즉 민감도식은 다음과 같다^(3,4).

$$\Psi' = \int_{\Omega} \delta(x - \bar{x}) z' d\Omega \\ = 1_{\delta u}'(\lambda) - a'_{\delta u}(z, \lambda) \quad (12)$$

식 (12)에서 하첨자 δu 는 설계변수 $u=t$ 에 대한 변분이고 $1_{\delta u}'(\lambda)=0$ 인데, 하중이 설계변수에 종속되지 않으므로 변분이 소멸되기 때문이다. 한편 식 (12)의 λ 는 보조변위라 하는데 이 보조변위 λ 를 구하기 위해 보조방정식 식 (13)이 사용되며 이러한 방법을 보조변수법(adjoint variable method)이라 한다⁽²⁾.

$$a(\lambda, \bar{\lambda}) = \int_0^1 \delta(x - \bar{x}) \lambda dx \quad (13)$$

이 식 (13)은 구조물의 임의점에서 특정방향 변위에 관한 민감도를 구하고자 할 때, 임의점에 특정방향으로 크기가 1.0인 단위조화하중을 가하여 유한요소 구조해석을 수행함을 의미한다.

3.2 판 구조물 민감도 해석

민감도해석 식에서 $a'_{\delta u}$ 는 구조물 에너지식을 설계변수 $u=t$ 로 변분하는 것이며 $a'_{\delta u}(z, \lambda)$ 의 z 와 λ 는 원래조화하중에 대한 식 (10)의 구조응답 z 와 식 (13)에서 구한 보조변위응답 $\lambda=[\lambda^1, \lambda^2, \lambda^3]$ 을 의미한다.

설계변수가 판두께 t 이므로 임의 점에서의 강제진동 변위 z 에 대한 민감도 식은 다음과 같이 표현된다.

$$\Psi' = \int_A -\omega^2 \frac{\partial m}{\partial t} z \lambda dA + (1+i\varphi) \frac{E}{1-\nu^2} \\ \int_A [z_1^1 \lambda_1^1 + \nu (z_1^1 \lambda_2^2 + z_2^2 \lambda_1^1) + z_2^2 \lambda^2 \\ + \frac{(1-\nu)}{2} (z_1^1 + z_1^2) (\lambda_2^1 + \lambda_1^2)] dA \\ + (1+i\varphi) \frac{Et^2}{4(1-\nu^2)} \int_A [z_{11}^3 \lambda_{11}^3 + z_{22}^3 \lambda_{22}^3 \\ + \nu (z_{22}^3 \lambda_{11}^3 + z_{11}^3 \lambda_{22}^3) + 2(1-\nu) (z_{12}^3 + \lambda_{12}^3)] dA \quad (14)$$

속도와 가속도에 관한 민감도 식은 변위 z 를 기준으로 하여 다음과 같다.

$$\dot{z}' = \dot{\Psi}' = \omega z' \\ \ddot{z}' = \ddot{\Psi}' = \omega^2 z' \quad (15)$$

4. 민감도 계산 예제

민감도 해석의 목적은 임의 점의 진동응답 감소에 어느 판 요소의 두께가 주요하게 작용하는지를 인지하는 데 있다. Fig. 1에는 함수의 미분치인 민감도와 설계변수의 관계가 나타나 있다. 구조물 응답인 변위나 응력은 함수 Ψ 이고 미분치인 민감도는 Ψ' 이며

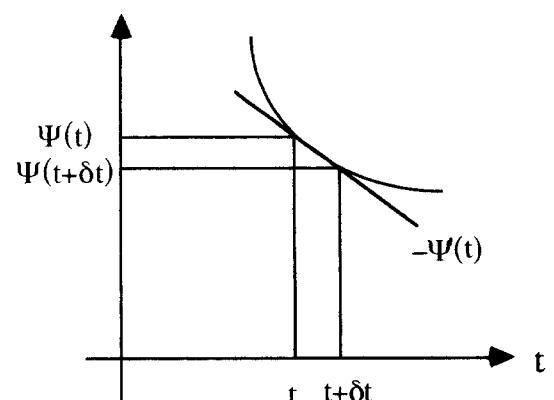


Fig. 1 Concept of design sensitivity

설계변수는 두께 t 인데, 민감도가 음수인 경우엔 t 가 증가할 때, 함수값이 감소함을 알 수 있다. 민감도가 양수인 경우는 반대가 된다.

선체구조 등 수송체 구조물은 보, 봉, 막, 판 구조이며 유한요소법에 의한 해석시 굽힘 유무에 따라 보/판이나 봉/막 요소로 분류된다. 해석의 간략화를 위해 봉/막 구조로 해석하거나 혹은 강성도 결정시, 보만으로 된 골격구조로 해석된다. Fig. 2의 보/판 구조물은 16개의 MSC/NASTRAN의 CQUAD4 판요소(EL 1~EL 16)와 offset된 12개의 보 요소로 이 상화된 수송체 갑판 부위를 나타낸다. 판의 두께는 0.1 in, 크기는 8in × 8in, 보의 굽힘 강성도 EI 에서 $E = 3 \times 10^7 \text{ psi}$, $I_{x2} = 0.0179 \text{ in}^4$, $I_{x3} = 0.004 \text{ in}^4$ 이고 판두께 t 가 설계변수이며 하중이 10lb 크기로 5 Hz와 6 Hz로 작용한다.

판 부재에 대한 민감도 해석을 수행하기 위해 일차로 direct frequency response 방법으로 유한요소

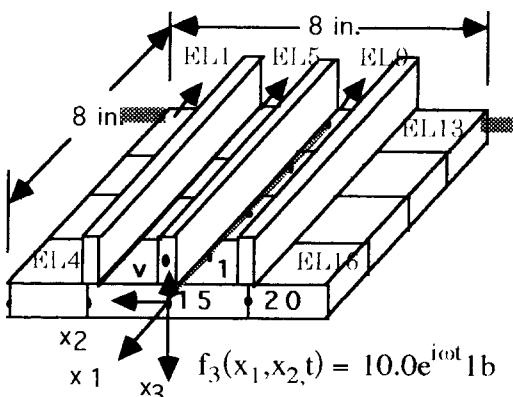


Fig. 2 Plate-beam deck structure

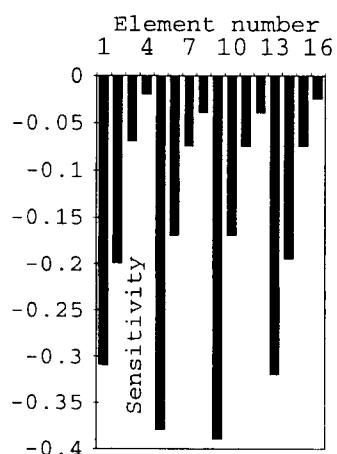


Fig. 3 Design sensitivity plot of vibration displacement at node 15

진동해석 수행결과 절점 15(N15) 진동변위가 가장 크게 발생했다. Fig. 3에는 외력주기가 5 Hz일 때 절점 15의 $X_3(Z)$ 방향진동변위 z 에 대한 16개 판요소 변수 t 의 민감도가 나타나 있다. 그림에서 판요소 5번(EL5)과 9번의 두께가 가장 민감도가 크며 고정지점 부근의 요소 1번(EL 1), 13번(EL 13)도 진동 변위 초절에 기여함을 알 수 있다. 즉 1, 5, 9, 13번 요소의 민감도가 크고 음의 값이므로 두께 $u=t$ 를 주로 증가시킬 경우 진동변위가 감소한다. 새로운 응답 $z_n = z + \Psi' \times \delta t$ 에서 원래변위 z 가 양수, Ψ' 가 음수이므로 z_n 이 감소하게 된다. 이와같이 계산하면 일정 범위 내로 두께를 바꾸며 구조재해석을 간단히 수행할 수 있다. 이러한 문제에서 경계조건 부근의 강성도가 변위에 영향이 큰 것을 예측할 수 있는데 민감도 해석을 통하여 이를 확인할 수 있다.

Table 1에서는 계산된 민감도 Ψ' 가 FEM에 의한 재해석인 유한차분결과 $\Delta\Psi$ 와 비교되어 정확도가 입증되었는데 D 는 진동변위, P 는 위상각, V 는 속도, A 는 가속도, Hz 는 외력주기, ND 는 z 변위의 절점을 나타내고 $\Psi'/\Delta\Psi$ 는 민감도의 정확성 비교를 나타낸다. 위상각을 제외하곤 대부분 100%에서 오차가 크지 않다. Ψ' 은 각 변수의 민감도에 설계변수 변분치 δu 를 곱하여 합산된 값, 즉 민감도에 의한 구조재해석치이고, $\Delta\Psi = [\Psi(u + \delta u) - \Psi(u - \delta u)]/2$ 로서 유한차분으로 계산된 구조해석 값이며, $\Psi(u + \delta u)$ 는 모든 설계변수가 1% 증가된, $\Psi(u - \delta u)$ 는 1% 감소된 구조해석 결과이다. $\Psi'/\Delta\Psi$ 가 100% 임은 연속법에 의한 민감도가 유한차분 결과가 일치함을 의미한다.

Table 1 Design sensitivity of vibration of plate (design variable : $u = t$, with direct frequency response structural analysis)

Hz	ND	$\Psi(u - \delta u)$	$\Psi(u + \delta u)$	$\Delta\Psi$	Ψ'	$\frac{\Psi'}{\Delta\Psi} (%)$
5.0	P	0.36E+03	0.36E+03	0.42E-03	0.62E-03	148.7
	$15D$	0.87E-01	0.82E-01	- .25E-02	- .26E-02	100.1
	V	0.27E+01	0.26E+01	- .80E-01	- .80E-01	100.1
	A	0.86E+02	0.81E+02	- .25E+01	- .25E+01	100.1
5.0	P	0.36E+03	0.36E+03	0.43E-03	0.63E-03	148.3
	$25D$	0.84E-01	0.79E-01	- .25E-02	- .25E-02	99.2
	V	0.27E+01	0.25E+01	- .78E-01	- .77E-01	99.2
	A	0.83E+02	0.78E+02	- .24E+01	- .24E+01	99.2

대형구조물의 경우 질량, 강성행렬을 Cholesky방법 등으로 직접 계산을 하는 direct frequency response 방법은 해석시간이 과다할 수가 있다. 따라서 모드해석을 수행하고 일부 모드를 선택하여 진동변위를 구하는 modal frequency response 방법으로 총 120 자유도에서 초기의 10개 고유모드를 선택하여 유한요소 진동해석을 수행한 후, 해석결과를

Table 2 Design sensitivity of vibration of plate(design variable : $u = t$, with modal frequency response structural analysis)

Hz	ND	$\Psi(u - \delta u)$	$\Psi(u + \delta u)$	$\Delta\Psi$	Ψ'	$\frac{\Psi'}{\Delta\Psi}$ (%)
5.0	<i>P</i>	0.36E+03	0.36E+03	0.25E-02	0.69E-02	271.8
		0.87E-01	0.82E-01	- .25E-02	- .25E-02	100.0
	<i>V</i>	0.27E+01	0.26E+01	- .80E-01	- .80E-01	100.0
		0.86E+02	0.80E+02	- .25E+01	- .25E+01	100.0
5.0	<i>P</i>	0.36E+03	0.36E+03	0.26E-02	0.70E-02	270.5
		0.84E-01	0.79E-01	- .25E-02	- .25E-02	99.2
	<i>V</i>	0.27E+01	0.25E+01	- .78E-01	- .77E-01	99.2
		0.83E+02	0.78E+02	- .24E+01	- .24E+01	99.2

사용하여 식 (14)로 민감도 계산을 하였다. 10개 모드를 사용하여도 진동변위는 direct method의 결과와 거의 일치하고 민감도도 유한차분과 일치함을 Table 2에서 알 수 있다. 그러나 위상각 (*P*)에 대한 비교치는 양쪽 방법에서 148, 270% 정도인데 위상각은 1% 설계변수변화에 대한 변화량이 매우 적어 수치해석비교 신뢰도가 낮아졌다. 이 내용은 참고문헌 (3)에 입증되어 있다.

Fig. 4의 판 구조물은 이상화된 선체구조물로 60개의 NASTRAN의 CQUAD 4 판 요소로 구성되었고, 선체하부의 중앙이 고정된 경계조건과 사용된 물성

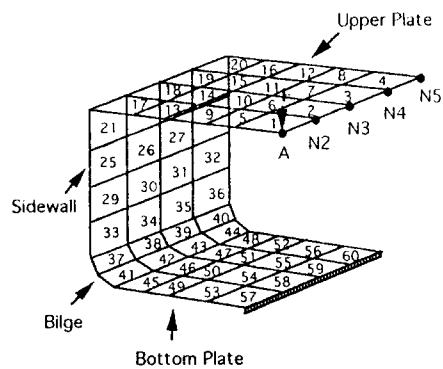


Fig. 4 Simplified ship hull structure

Table 3 Design sensitivity of finite elements in ship structure(for displacement at node 2, 6Hz)

Elem. No	Sensitivity	Elem. No	Sensitivity	Elem. No	Sensitivity
	Upper plate	20	- .1146E+00	41	- .8391E-01
1	0.1320E-01	21	- .1544E+00	42	- .1041E+00
2	0.1656E-01	22	- .1904E+00	43	- .1041E+00
3	0.1678E-01	23	- .1904E+00	44	- .8369E-01
4	0.1355E-01	24	- .1544E+00		Bottom plate
5	0.1357E-02	25	- .1907E+00	45	- .7720E-01
6	0.6142E-02	26	- .1674E+00	46	- .7845E-01
7	0.6862E-02	27	- .1663E+00	47	- .7863E-01
8	0.2267E-02	28	- .1881E+00	48	- .7655E-01
9	- .2726E-01	29	- .1963E+00	49	- .3788E-01
10	- .2032E-01	30	- .1707E+00	50	- .3153E-01
11	- .2137E-01	31	- .1713E+00	51	- .3084E-01
12	- .2764E-01	32	- .1972E+00	52	- .3723E-01
13	- .7576E-01	33	- .1816E+00	53	- .8709E-02
14	- .6372E-01	34	- .1885E+00	54	- .6510E-02
15	- .6440E-01	35	- .1872E+00	55	- .7500E-02
16	- .7592E-01			56	- .1019E-01
17	- .1143E+00	36	- .1792E+00	57	0.1375E-01
	Sidewall	37	- .1052E+00	58	0.8228E-03
18	- .1466E+00	38	- .1370E+00	59	0.1386E-03
19	- .1468E+00	39	- .1363E+00	60	0.1302E-01
		40	- .1043E+00		

치는 탄성계수 $E = 3.0 \times 10^7$ psi, $\nu = 0.3$, $\rho = 7850$ lb/in³이다. 하중은 Fig. 4에 표시된 것처럼 상갑판 A에 10lb 하중이 가해지고, 유한요소 해석을 위해 단순화된 구조물의 치수는 in 단위로 높이 5, 길이 4, 반폭 4이고 판의 두께는 0.1 in이다. 하중 진동수가 5 Hz와 6 Hz일 때 절점 2(N2)에 발생하는 최대변위 $\Psi(t)$ 에 대해 판두께에 대한 미분치인 민감도가 계산되었으며, 민감도 해석의 목적은 진동변위 감소에 어느 선체부재의 판두께가 주요하게 작용하는지를 인지하는 데 있다. 조화하중이 임의 점 A에 작용 시, 절점 2, 3의 변위(D), 가속도(A)등에 대한 판요소별 민감도가 계산되었고, Table 3에는 절점 2의 변위에 대한 두께 t 의 민감도가 각 요소별로 있다. Table 4에는 계산된 민감도 Ψ' 와 $\Delta\Psi$ 가 비교되어 대부분 100%로 민감도가 정확한 것이 입증되었다.

5. 진동저감 설계방향

Fig. 4의 상갑판(upper plate), 측외판(side-wall),

Table 4 Design sensitivity of vibration of simplified ship structure

Hz	ND	$\Psi(u + \delta u)$	$\Psi(u - \delta u)$	$\Delta\Psi$	Ψ'	$\frac{\Psi'}{\Delta\Psi} (\%)$
5.0	2 D	0.20E+00	0.19E+00	-.59E-02	-.59E-02	100.2
	A	0.20E+03	0.19E+03	-.59E+01	-.59E+01	100.2
5.0	3 D	0.19E+00	0.18E+00	-.56E-02	-.56E-02	100.2
	A	0.19E+03	0.18E+03	-.55E+01	-.55E+01	100.2
6.0	2 D	0.20E+00	0.19E+00	0.60E-02	0.60E-02	100.4
	A	0.29E+03	-.27E+03	-.86E+01	-.86E+01	100.4
6.0	3 D	0.19E+00	0.18E+00	-.57E-02	-.57E-02	100.4
	A	0.27E+03	0.27E+03	-.81E+01	-.81E+01	100.4

Table 5 Design sensitivity of plate components in ship structure (for displacement at node 2, 6Hz)

Plate	Number of elements	Volume (%)	Sensitivity (total - 6.037)	
			Value	(%)
Upper plate	20	33%	-1.307	21.6%
Sidewall	16	27%	-2.959	49.0%
Bilge	8	13%	-0.964	15.9%
Bottom plate	16	27%	-0.806	13.3%

빌지(bilge), 선저판(bottom plate)별로 요소수, 면적(중량), 민감도 및 전체민감도와의 비율등이 Table 5에 있는데 이 민감도는 전체 판요소두께를 설계변수로 하여 각 요소의 민감도를 구한 후 부재별 소속된 요소의 민감도를 합한 값이다. 측외판 민감도는 -2.959로 음수이고 수치가 제일 크므로 진동저감에 영향을 많이 줌을 알수 있다. 민감도 값이 대부분 음수이므로 Fig. 1에 보이는 것 같이 설계변수인 판 두께를 증가시켜야 제한조건인 진동변위를 감소시킬 수 있다. 즉, 각 부재요소 두께는 동일하므로 효과적인 진동저감을 위해서는 측외판(Sidewall) 부분을 다른 부재보다 보강할 필요가 있다.

계산된 민감도를 활용하여 다음과 같은 설계변경 방향을 고려해 볼수 있다.

설계 목적 : 3~15% 정도의 진동저감

- 설계 변경안 : (1) 측외판(Sidewall)만 중점 보강 (두께 5%증가)
- (2) 측외판(Sidewall)만 중점 보강 (두께 10% 증가)
- (3) 각 부재 두께를 임의조절

Table 6의 세가지 결과에서 민감도 재해석(sensitivity reanalysis)으로 각 7.5, 15, 3% 진동저감이 되었고 민감도감을 사용하여 식 (16)과 같이 간단히 진동저감을 예측할 수 있다.

Case (1)에서 절점 2의 진동변위 0.1972는 측외판 부재 두께 보강 5%의 경우 다음과 같이 0.1824로 7.5% 감소된다.

$$z_n = z + \Psi' \times \delta t = z + \Psi' \times 0.05t$$

Table 6 Vibration reduction using design sensitivity (for displacement at node 2, 6Hz)

Plate		Thickness variation(1)	Thickness variation(2)	Thickness variation(3)
Upper plate		0%	0%	0%
Sidewall		+5%	+10%	+5%
Bilge plate		0%	0%	-5%
Bottom plate		0%	0%	-5%
Vibration reduction	Sensitivity Reanalysis	-7.5%	-15%	-3%
	FEM Reanalysis	-7.3%	-13.5%	-3%
Weight variation		+1.4%	+2.7%	-0.65%

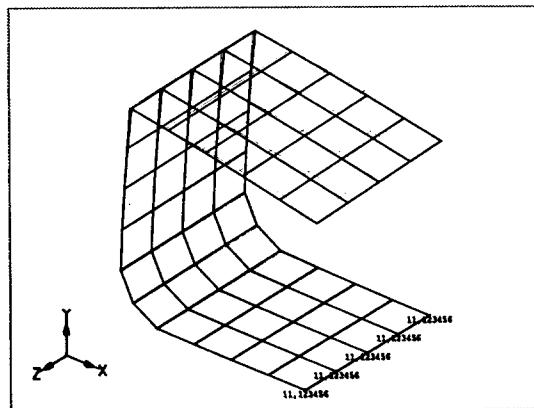


Fig. 5 Shape of reduced vibration predicted by design sensitivity

$$\begin{aligned} &= 0.1972 + (-2.959) \times 0.05 \times 0.1 \\ &= 0.1824 \end{aligned} \quad (16)$$

이와같이 민감도에 의한 구조해석은 이미 계산된 민감도에 설계변수 보강치를 곱하여 진동저감치 $\Psi' \times \delta t$ 를 결정하므로 추가 계산량은 미비한 편이다.

Fig. 5에서 굵은 실선은 하중에 의해 초기변형된 모습이고 가는 실선은 민감도를 이용하여 구조진동이 저감된 식 (16)의 결과를 그린 것이다.

한편 두께 변화에 따라 중량이 변화한다. 세가지 경우 중량증가는 (1) 1.4%, (2) 2.7%이고 (3)에서는 -0.65%로 중량이 감소된다. 민감도에 의한 구조응답예측이 정확한지를 알기위해 유한요소해석으로 입증하였다. Table 6에서 두께를 보강하고 NASTRAN 유한요소 재해석(FEM Reanalysis)으로 유사한 진동저감을 (7.3, 13.5, 3%) 얻으나 유한 요소해석만으로는 설계변경방향 결정이 어렵고 거대 모델의 경우 재해석시간이 많이 소요된다.

6. 결 론

본 연구에서는 유한요소법으로 진동해석을 수행한 후, 연속법에 의해 민감도가 계산되었는데 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 일차로 구조물 진동해석을 유한요소법으로 수행하고, 그 구조응답을 사용하여, 본 연구에서 개발된 프로그램으로 민감도를 계산하므로 유한요소 모델만 있으면 진동응답에 대한 민감도 계산이 가능하다. 특히 modal frequency response method를 이용한 구조해석결과가 민감도해석에 적용되므로 규모가 큰 유한요소 모델에도 적용이 가능할 수 있다.

(2) 보와 판으로 구성된 구조에서 각 판요소의 두께가 임의 점의 진동변위, 가속도 등에 어느정도 민감/둔감한지를 그래프로 보고 판단할 수 있다.

(3) 판 두께 민감도를 사용하여 설계변경을 가정하면 속도, 가속도등 진동응답을 예측할 수가 있으며 그 정확성도 입증되었다. 변위, 가속도를 일정량 감소, 증가시키기 위해 어느 부재를 얼마만큼 수정해야 할지를 자동으로 판단하는 연구가 향후 필요하다.

이와 같이 본 연구결과로부터 얻어지는 민감도 해석 기법의 활용으로 구조물의 진동문제 해결에 설계자의 경험과 인지를 도와줄 수 있을 것 같다. 또한 범용 유한요소 코드로 진동응답을 구한 후 민감도 계산을 하므로 실제 교량, 건축구조, 공작기계, 수송체등의 거대규모 유한요소 모델을 사용한 진동민감도 계산이 가능할 것이며, 구조변경을 가정할 경우 민감도로 구조설계 변경방향을 결정하고 새로운 진동응답을 간단하게 예측할 수 있다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 핵심연구과제 No. 921-0900-028-2 결과입니다. 지원해 주신 과학재단에 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Adelman, H. M. and Haftka, R. T., 1986, "Sensitivity Analysis for Discrete Structural Systems," AIAA Journal, Vol. 24, No. 5, pp. 814~831.
- (2) Haug, E. J., Choi, K. K., and Komkov, V., 1986, Design Sensitivity Analysis of Structural Systems, Academic press, New York.
- (3) Choi, K. K. and Lee, J. H., 1992, "Sizing Design Sensitivity Analysis of Dynamic Frequency Response of Vibrating Structures," Journal of Mechanical Design, Vol. No. 1, pp. 166~173.
- (4) 이재환, 1994, "수송체 구조물의 진동특성에 관한 설계민감도 해석," 한국전산구조공학회논문집 제7권, 제1호, pp. 91~98.
- (5) 오재웅, 이정윤, 강희종, 최상렬, 1991, "엔진 마운트 계의 동특성 개선을 위한 고유모드 감도해석 및 구조변경," 대한기계학회, 추계학술대회논문집.

- (6) 이재환, 1992, “저진동 자동차 설계를 위한 민감도 해석 활용,” 한국소음진동공학회, ‘91추계학술대회논문집.
- (7) 박석주, 오재웅, Nagamatsu Akio, 1991, “감도 해석 기법에 의한 구조물의 진동특성의 최적화에 관한 연구,” 한국소음진동공학회, ‘91추계학술대회논문집.
- (8) 박석주, 오재웅, 이장용, 박성현, 1994, “열린 상자형 구조물의 진동최소화 기법에 관한 연구,” 한국소음진동공학회지, 제4권 제4호, pp. 479~486.
- (9) Fox, R. L., 1968, “Rates of changes of Eigen Values and Eigen Vectors,” AIAA J., Vol 6, No. 12, pp. 2426~2435.