

〈論 文〉

스펙트럴 요소를 이용한 곡선 보 구조물의 동적거동 해석

A Study on the Dynamic Behaviors of Curved Beam Structure Using Spectral Element

이 준근** · 이 우 식* · 박 철 희*

Joonkeun Lee, Usik Lee and Chol-Hui Pak

〈1995년 11월 6일 접수 ; 1996년 1월 31일 심사완료〉

Key Words: Spectral Element(스펙트럴 요소), Curved Beam(곡선 보), Wave Propagation(파동역학)

ABSTRACT

The significance of spectral element method is that it can treat the mass and stiffness distribution exactly in contrast to the conventional finite element method, and therefore the dynamic behaviors within each spectral element can be obtained exactly. The present study provides the derivation of the spectral element of a curved beam, while the previous ones presented that of a straight structure. Further, in order to verify the derived spectral element, the natural frequencies of a ring by the spectral element method are compared with those by the analytical method and those by the FEM. From the verification, derived spectral element is admissible. And the dynamic behaviors of curved beam are simulated by using the derived spectral element of a curved beam.

1. 서 론

탄성체내에서의 파동역학(wave propagation)에 관한 연구는 오래전부터 여러 공학자들의 관심의 대상이었다. 이러한 파동역학은 19세기 말 지구물리학(geophysics), 특히 지진에 관한 보다 정확한 정보를 얻고자 하는 관점에서 본격적으로 연구되기 시작하였으며⁽¹⁾ 그 후 파동역학은 구조물의 동적거동에 관한 해석은 물론 재료과학 분야에서도 재료의 정확한 물성치를 파악하는 목적에도 응용되기 시작하였다. 최근에는 초음파를 이용하여 구조물내의 결함을 찾는 비파괴 검사⁽²⁾에까지도 파동역학이 활발히 응용되고 있는 실정이다.

파동역학을 이용하여 구조물의 동적거동을 해석할 경우 가장 큰 장점은 구조물의 운동방정식을 직접

다루기 때문에 주파수 범위에 관계없이 엄밀해를 구할 수 있다는 점이다. 1988년 Doyle⁽³⁾은 이러한 파동역학에 FFT(fast fourier transform)와 IFFT(inverse fast fourier transform) 개념을 도입하여 구조물의 엄밀해를 처음으로 구했으며 이와같은 해석 방법을 스펙트럴 해석법(spectral method)이라 한다. 이후 복잡한 경계조건과 불연속 부분을 갖는 구조물을 스펙트럴 해석법으로 다루기 위한 시도가 몇몇 공학자들에 의해 이루어졌다. 이 스펙트럴 해석법은 해석하고자 하는 구조물에 불연속점이나 단면적이 급격하게 변하는 부분이 있는 경우 혹은 재질이 다른 요소가 구조물상에 존재할 때 적용할 수 있으며 반드시 스펙트럴 요소(spectral element)를 필요로 한다. 이와같이 스펙트럴 요소를 이용하여 구조물의 동적거동을 엄밀하게 해석하는 것을 스펙트럴 요소법(spectral element method: SEM)이라고 한다. 스펙트럴 요소는 해석하려는 구조물의 운동방정식으로부터 구한 해를 절점의 좌표로 표현함으로써 유한요소법에서와 마찬가지로 다른 스펙트럴 요

*정회원, 인하대학교 공과대학 기계공학과

**인하대학교 기계공학과 대학원

소와 결합이 가능하도록 한 것이다. 따라서 기존의 스펙트럴 해석법으로 해석이 곤란한 부분은 스펙트럴 요소로 분할하여 해석하면 역시 엄밀해를 구할 수 있으므로 구조물의 스펙트럴 요소를 유도하는 것은 중요한 의미가 있다. Gopalakrishhan⁽⁴⁾은 Timoshenko 보에 대한 스펙트럴 요소를 유도하였으며 후에 Gopalakrishhan⁽⁵⁾은 보다 일반적인 경우로 단면적이 변하는 Timoshenko 보에 대한 스펙트럴 요소를 유도하였다. 선행 연구자들은 직선 구조물 요소에 관한 스펙트럴 요소만을 유도하였는데 비하여 본 연구에서는 보다 일반적인 경우로 횡방향의 운동과 종방향의 운동을 동시에 포함하는 곡선 보의 스펙트럴 요소를 유도하였다. 유도된 곡선 보 스펙트럴 요소를 검증하기 위하여 스펙트럴 요소법으로 구한 링 구조물의 고유진동수를 해석적으로 구한 고유진동수와 유한요소법으로 구한 고유진동수와 비교함으로써 본 연구에서 유도한 곡선 보의 스펙트럴 요소의 타당성을 검증하였다.

2. 곡선 보의 스펙트럴 요소 유도

2.1 곡선 보의 스펙트럼 관계

우리 주변에서는 Fig. 1과 같은 링이나 아치와 같은 곡선 보 형태의 구조물을 많이 사용하고 있다. 이와같은 곡선 보의 운동방정식⁽⁶⁾은 다음과 같다.

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} \left(1 - \frac{\beta}{R^2}\right) + \frac{EA}{R} \left\{ -\frac{\partial v}{\partial s} + \beta \frac{\partial^3 v}{\partial s^3} \right\} = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial s^4} + \frac{EI}{R} \left\{ \frac{\alpha}{R} v - \frac{\partial^3 u}{\partial s^3} - \alpha \frac{\partial u}{\partial s} \right\} = -\rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

여기서, R 은 곡률반경이고 α, β 는 다음과 같다.

$$\alpha = \frac{EA}{EI}, \quad \beta = \frac{EI}{EA} \quad (2)$$

식 (1)의 운동방정식의 해는 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$\begin{aligned} u(s, t) &= \hat{u}_o e^{-i(\mu s - \omega t)} \\ v(s, t) &= \hat{v}_o e^{-i(\mu s - \omega t)} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, u 는 종변위, v 는 횡변위, μ 는 파수(wave number)이고, \hat{u}_o, \hat{v}_o 는 파동의 진폭이다. 식 (3)을 식 (1)에 대입하여 정리하면

$$\begin{bmatrix} EA\mu^2(1 - \beta/R^2) - \rho A\omega^2 & -i\mu EA(1 + \beta\mu^2)/R \\ i\mu EI(\alpha - \mu^2)/R^2 & EI(\mu^4 + \alpha/R^2) - \rho A\omega^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \hat{u}_o \\ \hat{v}_o \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (4)$$

이 되며 식 (4)가 유용해를 갖기 위한 특성방정식은 식 (5)와 같다.

$$\mu^6 + a_1\mu^4 + a_2\mu^2 + a_3 = 0 \quad (5)$$

여기서, a_1, a_2, a_3 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_1 &= -k_L^2 \\ a_2 &= -\{1/R^4 + k_F^4(1 - \beta/R^2)\} \\ a_3 &= k_L^2\{-\alpha/R^2 + k_F^4\} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, $k_L = \omega \left[\frac{\rho A}{EI} \right]^{1/2}$ 로서 종파의 파수이고, $k_F = \sqrt{\omega \left[\frac{\rho A}{EI} \right]^{1/4}}$ 로서 횡파의 파수이다. 식 (5)를 풀면 다음과 같은 6개의 파수가 유도된다.

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 3^{-1/2} \{-a_1 + 2^{1/3} a_1/p_{13} - 3 \times 2^{1/3} a_2/p_{13} + 2^{-1/3} p_{13}\}^{1/2} \\ \mu_2 &= -\mu_1 \\ \mu_3 &= -i\mu_1 \\ \mu_4 &= i\mu_1 \\ \mu_5 &= 2^{-1} (3p_{13})^{-1/2} \{-2^{4/3} a_1^2 + i2^{4/3} 3^{1/2} a_1^2 + 3 \times 2^{4/3} - i2^{4/3} 3^{3/2} a_2 - 4a_1 p_{13} - 2^{2/3} p_{23} - i2^{2/3} 3^{1/2} p_{23}\}^{1/2} \\ \mu_6 &= -\mu_5 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, p_{13}, p_{23} 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p_{13} &= \{-2a_1^3 + 9a_1 a_2 - 27a_3 + 3^{3/2}(-a_1^2 a_2^2 + 4a_2^3 + 4a_1^3 a_3 - 18a_1 a_2 a_3 + 27a_3^2)^{1/2}\}^{1/3} \\ p_{23} &= p_{13}^2 \end{aligned} \quad (8)$$

식 (7)은 각 파수에 대한 주파수의 관계를 나타내는 식으로서 곡선 보의 주파수에 대한 전파 특성을 나

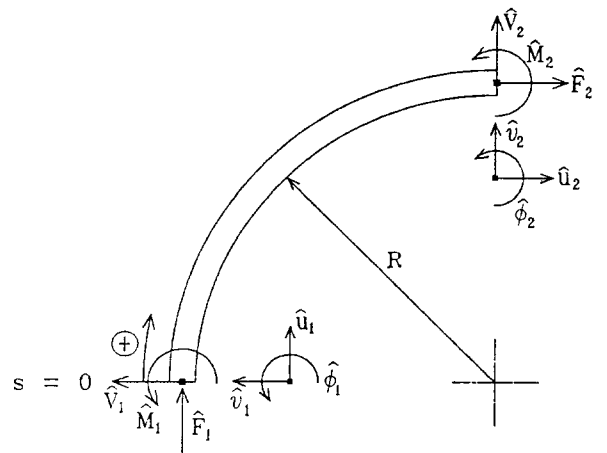


Fig. 1 Spectral element for a curved beam

타내는 중요한 관계식이다.

2.2 곡선보 운동방정식의 파동해

식 (3)에 식 (7)과 같은 6개의 파수를 대입하여 푸리에 변환해서 정리하면 운동방정식의 해는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{v}(s) &= Ae^{-i\mu_1 s} + Be^{-i\mu_3 s} + Ce^{-i\mu_2 s} + De^{-i\mu_4 s} \\ &\quad + \bar{P}e^{-i\mu_5 s} + \bar{Q}e^{-i\mu_6 s} \\ \bar{u}(s) &= \bar{A}e^{-i\mu_1 s} + \bar{B}e^{-i\mu_3 s} + \bar{C}e^{-i\mu_2 s} + \bar{D}e^{-i\mu_4 s} \\ &\quad + Pe^{-i\mu_5 s} + Qe^{-i\mu_6 s} \end{aligned} \quad (9)$$

식 (4)에서 \bar{u}_o 와 \bar{v}_o 사이의 관계를 구하여 식 (9)에 대입하고 $k_\lambda \equiv \mu_\lambda$, $k_\zeta \equiv \mu_\zeta$ 라고 하면 식 (9)는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \bar{v}(s) &= Ae^{-ik_\lambda s} + Be^{-k_\lambda s} + Ce^{ik_\lambda s} + De^{k_\lambda s} \\ &\quad + c_3 Pe^{-ik_\zeta s} - c_3 Qe^{ik_\zeta s} \\ \bar{u}(s) &= c_1 Ae^{-ik_\lambda s} + c_2 Be^{-k_\lambda s} - c_1 Ce^{ik_\lambda s} \\ &\quad - c_2 De^{k_\lambda s} + Pe^{-ik_\zeta s} + Qe^{ik_\zeta s} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 c_1 , c_2 , c_3 는 다음과 같으며 A , B , C , D , P , Q 는 경계조건으로부터 구해지는 미지수이다.

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{ik_\lambda EA(1 + \beta k_\lambda^2)}{R\{EAk_\lambda^2(1 - \beta/R^2) - \rho A\omega^2\}} \\ c_2 &= \frac{-k_\lambda EA(1 - \beta k_\lambda^2)}{R\{EAk_\lambda^2(1 - \beta/R^2) - \rho A\omega^2\}} \\ c_3 &= \frac{-ik_\lambda EA(\alpha - k_\zeta^2)}{R\{EI(k_\zeta^4 + \alpha/R^2) - \rho A\omega^2\}} \end{aligned} \quad (11)$$

식 (10)을 행렬식과 벡터식으로 표현하면

$$\begin{aligned} \bar{v}(s) &= [W_{cv}]\{a\} \\ \bar{u}(s) &= [W_{cu}]\{a\} \end{aligned} \quad (12)$$

이고, 이때 $[W_{cv}]$, $[W_{cu}]$, $\{a\}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} [W_{cv}] &= [e^{-ik_\lambda s} e^{-k_\lambda s} e^{ik_\lambda s} e^{k_\lambda s} \\ &\quad c_3 e^{-ik_\zeta s} - c_3 e^{ik_\zeta s}] \\ [W_{cu}] &= [c_1 e^{-ik_\lambda s} c_2 e^{-k_\lambda s} - c_1 e^{ik_\lambda s} - c_2 e^{k_\lambda s} \\ &\quad e^{-ik_\zeta s} e^{ik_\zeta s}] \\ \{a\} &= \{A \ B \ C \ D \ P \ Q\}^T \end{aligned} \quad (13)$$

2.3 곡선 보의 스펙트럴 요소 유도

곡선보의 구조요소는 Fig. 1과 같다. 요소의 절점에서 힘과 변위와의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{F}_1 &= -EA \left[\frac{d\bar{u}(0)}{ds} - \frac{v(0)}{R} \right] \\ \bar{F}_2 &= EA \left[\frac{d\bar{u}(L)}{ds} - \frac{v(L)}{R} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_1 &= -EI \left[\frac{d^2 \bar{v}(0)}{ds^2} - \frac{v(0)}{R} \right] \\ \bar{M}_2 &= EI \left[\frac{d^2 \bar{v}(L)}{ds^2} - \frac{v(L)}{R} \right] \\ \bar{V}_1 &= EI \frac{d^3 \bar{v}(0)}{ds^3} \\ \bar{V}_2 &= -EI \frac{d^3 \bar{v}(L)}{ds^3} \end{aligned} \quad (14)$$

식 (14)에 식 (12)를 대입하여 다음과 같이 절점 $s=0$ 와 $s=L$ 에서의 힘과 변위와의 관계를 나타내는 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$\{\bar{F}_o\} = [K_c]\{a\} \quad (15)$$

식 (15)에서, $\{\bar{F}_o\}$, $[K_c]$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{\bar{F}_o\} &= \{\bar{V}_1 \ \bar{M}_1 \ \bar{F}_1 \ \bar{V}_2 \ \bar{M}_2 \ \bar{F}_2\}^T \\ [K_c] &= EI \begin{bmatrix} ik_\lambda^3 & -k_\lambda^3 & -ik_\lambda^3 \\ k_\lambda^3 & -k_\lambda^3 & k_\lambda^3 \\ ik_\lambda c_1 \alpha & k_\lambda c_2 \alpha & ik_\lambda c_1 \alpha \\ -ik_\lambda^3 e_1 & k_\lambda^3 e_2 & ik_\lambda^3 e_3 \\ -k_\lambda^3 e_1 & k_\lambda^3 e_2 & -k_\lambda^3 e_3 \\ -ik_\lambda c_1 \alpha e_1 - k_\lambda c_2 \alpha e_2 - ik_\lambda c_1 \alpha e_3 & k_\lambda^3 & ik_\lambda^3 c_3 & ik_\lambda^3 c_3 \\ -k_\lambda^3 & k_\lambda^3 c_3 & -k_\lambda^3 c_3 & \\ k_\lambda c_2 \alpha & ik_\lambda \alpha & -ik_\lambda \alpha & \\ -k_\lambda^3 e_4 & -ik_\lambda^3 c_3 e_5 - ik_\lambda^3 c_3 e_6 & & \\ k_\lambda^3 e_4 & -k_\lambda^3 c_3 e_5 & k_\lambda^3 c_3 e_6 & \\ -k_\lambda c_2 \alpha e_4 & -ik_\lambda \alpha e_5 & ik_\lambda \alpha e_6 & \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, $e_i (i=1, \dots, 6)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} e_1 &= e^{-ik_\lambda L}, & e_2 &= e^{-k_\lambda L} \\ e_3 &= e^{ik_\lambda L}, & e_4 &= e^{k_\lambda L} \\ e_5 &= e^{-ik_\zeta L}, & e_6 &= e^{ik_\zeta L} \end{aligned} \quad (17)$$

식 (15)를 절점의 좌표로 표현하기 위해서는 다음의 과정을 거쳐야 한다. 먼저 요소의 절점에서 변위는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{v}_1 &= \bar{v}(0), & \bar{v}_2 &= \bar{v}(L) \\ \bar{\phi}_1 &= \frac{d\bar{v}(0)}{ds}, & \bar{\phi}_2 &= \frac{d\bar{v}(L)}{ds} \\ \bar{u}_1 &= \bar{u}(0), & \bar{u}_2 &= \bar{u}(L) \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)에 식 (12)를 대입하여 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\{\bar{x}_o\} = [N_c]\{a\} \quad (19)$$

여기서, $\{\bar{x}_o\}$, $[N_c]$ 는 다음과 같다.

$$\{\bar{x}_o\} = \{\bar{v}_1 \ \bar{\phi}_1 \ \bar{u}_1 \ \bar{v}_2 \ \bar{\phi}_2 \ \bar{u}_2\}^T$$

$$[N_c] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -ik_\lambda & -k_\lambda & ik_\lambda & k_\lambda \\ c_1 & c_2 & -c_1 & -c_2 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \\ -ik_\lambda e_1 & -k_\lambda e_2 & ik_\lambda e_3 & k_\lambda e_4 \\ c_1 e_1 & c_2 e_2 & -c_1 e_3 & -c_2 e_4 \\ c_3 & -c_3 \\ -ik_\lambda c_3 & -ik_\lambda c_3 \\ 1 & 1 \\ c_3 e_5 & -c_3 e_6 \\ -ik_\lambda c_3 e_5 & -ik_\lambda c_3 e_6 \\ e_5 & e_6 \end{bmatrix} \quad (20)$$

따라서 곡선보의 임의의 위치에서의 변위는 식 (12)와 식 (19)를 조합함으로써 다음과 같이 절점행렬 $\{\bar{x}_0\}$ 의 값으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{v}(s) &= [W_{cv}][N_c]^{-1}\{\bar{x}_0\} \\ \bar{u}(s) &= [W_{cu}][N_c]^{-1}\{\bar{x}_0\} \end{aligned} \quad (21)$$

식 (15)의 행렬 $[K_c]$ 와 식 (19)의 행렬 $[N_c]$ 로부터 스펙트럴 요소를 유도하면 다음과 같다.

$$\{\bar{F}_0\} = [D_c]\{\bar{x}_0\} \quad (22)$$

따라서 곡선보의 스펙트럴 요소는 $[D_c] \equiv [K_c][N_c]^{-1}$ 로 정의된다. $[D_c]$ 는 6×6 행렬로서 행렬요소 d_{cij} ($i, j=1, \dots, 6$)로 구성된다. 식 (22)로부터 절점에서의 변위를 구하고 다시 식 (12)와 (19)로부터 곡선보의 임의의 위치 s 에서의 변위 $\bar{v}(s)$ 와 $\bar{u}(s)$ 를 구하게 된다.

3. 곡선 보 구조물의 파동전파 해석

3.1 곡선 보의 고유진동수

앞장에서 유도된 곡선 보 스펙트럴 요소를 이용하여 Fig. 2(a)의 링 구조물의 고유진동수를 구해 보았다. 계산된 고유진동수를 검증하기 위하여 다른 두 가지 방법(해석적인 방법, 유한요소법(NISA))으로 구한 고유진동수와 비교하였다. 링 구조물의 고유진동수를 해석적인 방법⁽⁷⁾으로 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \omega_n^2 &= \frac{K_1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - 4 \frac{K_2}{K_1}} \right) \\ K_1 &= \frac{n^2 + 1}{R^2 \rho h} \left(\frac{n^2 D}{R^2} + K \right) \\ K_2 &= \frac{n^2 (n^2 - 1)^2}{R^6 (\rho h)^2} DK \end{aligned} \quad (23)$$

여기서, n 은 모드 수이고, $D = Eh^3/12$, $K = Eh$ 이

다. 여기에서 유도된 고유진동수는 링 요소의 횡변위에 대한 것이다. Table 1은 세 가지 방법을 이용하여 구한 고유진동수의 비교이다. Table 1에서 보

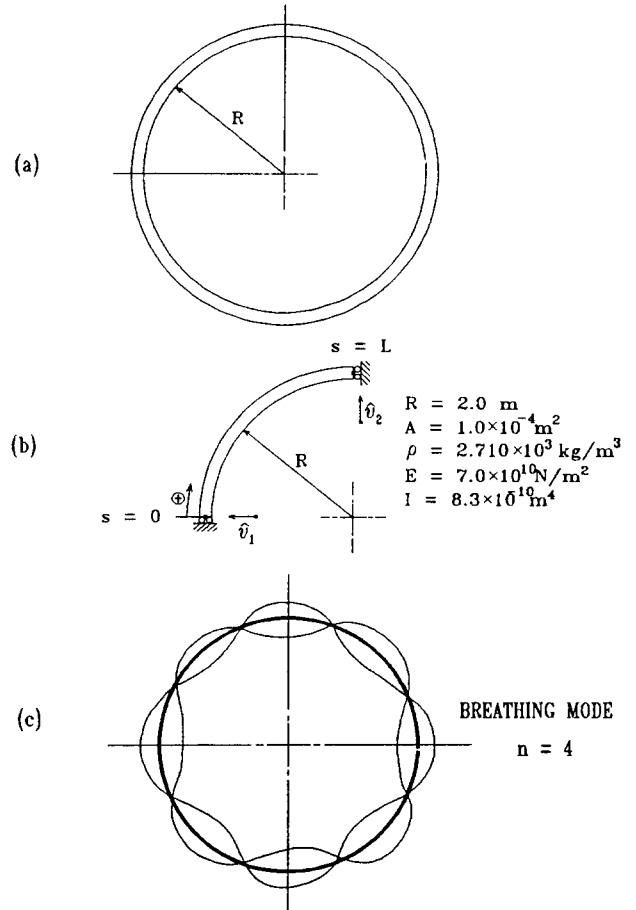


Fig. 2 Geometries of (a) the original ring and (b) the simplified curved beam model and (c) the mode shape of ring

Table 1 Comparison of the natural frequencies(Hz) of a ring by SEM, analytical method, and FEM(NISA)

Mode number n	SEM	Analytical method	FEM(NISA)
4	8.5	8.5	8.5
8	36	36	36
12	83	83	83
16	149	149	148
20	233	233	230
24	335	335	328
28	457	457	440
32	597	597	542

는 것처럼 스펙트럴 요소법으로 구한 고유진동수와 해석적으로 구한 고유진동수가 거의 일치하는 것을 볼 수 있다. 스펙트럴 요소법과 유한요소법으로 링 구조물을 해석할때 링 구조물을 사분원으로 모델링하여 해석하였으며 스펙트럴 요소법은 사분원을 1개의 스펙트럴 요소로 해석하였고 유한요소법은 사분

원을 20개의 유한요소로 해석하였다. 모델링한 사분원은 Fig. 2(b)와 같다. 그리고 링 구조물의 네 번째 호흡 모드(breathing mode) 형상은 Fig. 2(c)와 같다.

3.2 곡선 보와 한쪽 무한대 보가 결합된 구조물에 대한 스펙트럴 요소해석

한쪽 무한대 보에서 파동은 한쪽 방향으로만 흘러간다. 따라서 곡선보와 한쪽 무한대 보가 결합되어 있는 경우에 곡선보에서 보로 전파된 파동은 다시 곡선보 쪽으로 흘러오지 않는다. 그러므로 반사되어 돌아오는 파동의 영향없이 곡선보 내부에서 파동전파현상을 해석할 수 있다. 곡선 보와 한쪽 무한대 보가 결합된 구조물은 Fig. 3과 같은 구조이다. 구조물들의 스펙트럴 요소를 결합하여 행렬로 만들면 다음과 같다.

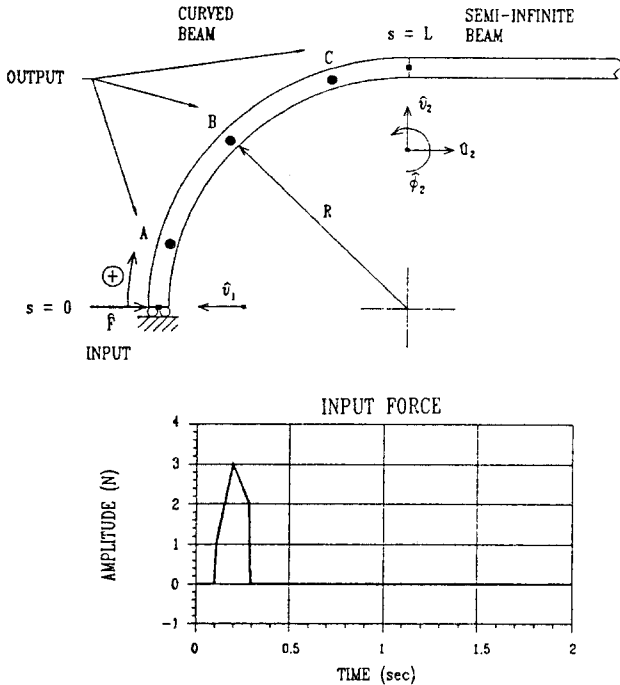


Fig. 3 A curved beam assembled with a semi-infinite beam at $s=L$

$$\begin{Bmatrix} \hat{F} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{c11} & d_{c14} & d_{c15} \\ d_{c41} & d_{c44} + (i-1)EIk_F^3 & d_{c45} + iEIk_F^2 \\ d_{c51} & d_{c54} + iEIk_F^2 & d_{c55} + (i+1)EIk_F \\ d_{c61} & d_{c64} & d_{c65} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{v}_1 \\ \hat{v}_2 \\ \hat{\phi}_2 \\ \hat{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{c16} \\ d_{c46} \\ d_{c56} \\ d_{c66} + iEAk_L \end{bmatrix} \hat{u}_2 \quad (24)$$

구조물 앞부분에 작용하는 힘 \hat{F} 는 Fig. 3과 같다. 우선 힘의 시간축에 대한 신호를 FFT하여 주파수 신호로 바꾼 다음 식 (24)에 대입하여 각각의 주파수에 대한 질점에서의 변위 \hat{v}_1 , \hat{v}_2 , $\hat{\phi}_2$, \hat{u}_2 를 구할 수 있다. 이것을 식 (21)에 대입하여 특정 위치 s 에서의 주파수 스펙트럼 $\hat{v}(s)$ 를 계산한다. 이렇게 만들어진 각 주파수에 대한 $\hat{v}(s)$ 를 IFFT하면 시간의 함수로 구할 수 있다. 입력에 대한 출력은 세 부분에서 계산되었다. A지점은 $s=0.2L$ 지점, B지점은 $s=0.5L$ 지점, C지점은 $s=0.8L$ 지점이다. 샘플링시간(T)는 2초, 샘플링데이터 갯수(N)는 2048개를 FFT 해석에서 사용하였다. 입력지점에서 멀어질수록 곡선보의 특징인 종변위와 횡변위 사이의 상호작용에 의하여 횡변위가 작아짐에 따라서 종변위는 커지는 것을 Fig. 4에서 볼 수 있다. 이것은 식 (1)의 운동방정식 내부의 연계항에 의해서 발생하는 것이다.

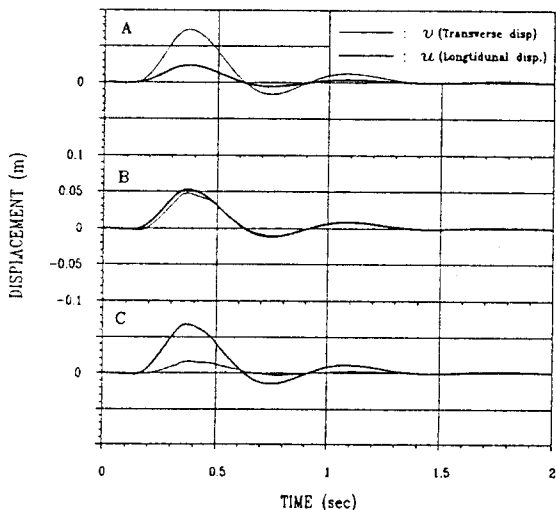


Fig. 4 Dynamic responses at points A, B and C of the curved beam: u , v are the longitudinal and transverse displacements respectively

4. 결 론

본 연구에서는 곡선 보의 엄밀해를 스펙트럴 해석

법으로 구하기 위하여 곡선 보의 스펙트럴 요소를 유도하였다. 유도된 스펙트럴 요소를 이용한 스펙트럴 요소법을 이용하여 이론해와 검증하여 본 결과 주파수 대역에 관계없이 일치하는 결과를 얻을 수 있었으며 따라서 유도된 곡선보의 스펙트럴 요소의 타당성을 검증할 수 있었다.

참 고 문 헌

- (1) Achenbach, J. D., 1980, Wave Propagation in Elastic Solids, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, pp. 7~8.
- (2) Cho, Y., 1995, Defect Characterization Potential Via Guided Waves, Ph. D. Dissertation, Pennsylvania State University, pp. 256~259.
- (3) Doyle, J. F., 1988, "A Spectrally Formulated Finite Element for Longitudinal Wave Propagation," International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 3, No. 1, pp. 1~5.
- (4) Gopalakrishnan, S., Martin, M. and Doyle, J. F., 1992, "A Matrix Methodology for Spectral Analysis of Wave Propagation in Multiple Connected Timoshenko Beams," Journal of Sound and Vibration, Vol. 58, No. 1, pp. 11~24.
- (5) Gopalakrishnan, S. and Doyle, J. F., 1994, "Wave Propagation in Connected Waveguides of Varying Cross-Section," Journal of Sound and Vibration, Vol. 175, No. 3, pp. 347~363.
- (6) Doyle, J. F., 1989, Wave Propagation in Structure: FFT-based Spectral Analysis Methodology, Springer-Verlag, New York, pp. 103~105.
- (7) Soedel, W., 1993, Vibrations of Shells and Plates, 2nd, Marcel Dekker, New York, pp. 78~82.