

Hamrock과 Dowson의 EHL 유막두께식에 대한 평가

박 태 조

경상대학교 기계공학과

An Evaluation of the Hamrock and Dowson's EHL Film Thickness Formulas

Tae-Jo Park

Department of Mechanical Engineering, Gyeongsang National University

Abstract—In this paper, a finite difference method and the Newton-Raphson method are used to evaluate the Hamrock and Dowson's EHL film thickness formulas in elliptical contact problems. The minimum and central film thicknesses are compared with the Hamrock and Dowson's numerical results for various dimensionless parameters and with their film thickness formulas. The results of present analysis are more accurate and physically reasonable. The minimum film thickness formula is similar with the Hamrock and Dowson's results, however, the central film thickness formula shows large differences. Therefore, the Hamrock and Dowson's central film thickness formula should be replaced by following equation.

$$H_c = 4.88U^{0.68}G^{0.44}W^{0.096}(1-0.58e^{-0.60k})$$

More accurate film thickness formula for general elliptical contact problems can be expected using present numerical methods and further research should be required.

Key words—Elastohydrodynamic Lubrication, Elliptical Contacts, Hamrock and Dowson, Film thickness Formula, Numerical Analysis, Finite Difference Method, Newton-Raphson Method.

1. 서 론

탄성유체윤활(Elastohydrodynamic lubrication : EHL)은 구름베어링(Rolling bearing), 기어(Gear) 및 캠(Cam) 기구 등과 같은 기계요소에서 주로 발생하는 윤활현상으로서 이에 대한 이해와 연구는 20세기 트라이볼로지(Tribology) 분야에서 이룩한 가장 큰 발전 중의 하나로 기록되고 있다[1]. 일반적인 유체윤활과는 달리 유막내에서 발생하는 아주 높은 압력에 의하여 윤활유의 점도가 급격하게 증가하고 윤활면이 크게 탄성변형되는 점이 특징적이다. EHL의 실제적인 중요성은 최소유막의 크기를 결정하는 것으로서 이것의 적정한 크기는 집중하중을 받는 기계요소가 장시간 성공적으로 운전하기 위해서는 필수적이다[2-4].

1886년, Reynolds에 의하여 유체윤활에 대한 기본 방정식이 확립된 이후, 기어는 경계윤활(Boundary lubrication) 상태로 운전되는 것으로 추정되었다. 그러나, 상당한 시간이 경과한 이후에도 잇면의 기계가공 흔적이 그대로 남아 있고 마멸의 정도가 아주 작다는 사실에서 잇면이 유막으로 분리되어 있을 것이라는 생각을 갖게 되었지만 20세기 중반에 이르기까지 만족할 만한 결과는 제시되지 못하였다. 기어잇면이 윤활유의 유체동력학적인 작용에 의하여 유막으로 분리되어 있다는 사실은 1950년대초의 Disk machine을 이용한 실험에 의하여 먼저 확인되었다. 1959년, Dowson과 Higginson이 무한정으로 가정한 선접촉문제에 대하여 역방법(Inverse method)을 적용하여 처음으로 완전한 수치해를 구한 이후[5], 지난 30여년 동안에

EHL 문제에 대한 집중적인 연구가 수행되었다. 특히, 결과로서 제시된 여러 접촉형태에 대한 유막두께식은 수치해석을 직접 수행하지 않고서도 유막의 크기를 쉽게 추정할 수 있기 때문에 널리 이용되고 있다[6].

타원접촉의 EHL 문제는 볼베어링, 구형(Spherical) 로울러베어링 및 대부분의 기어 등에서 주로 발생한다. 그러나, 선접촉문제에 비하여 지배방정식의 차원이 증가하고 이에 따른 수치해석상의 어려움 때문에 1970년대 중반이후의 고속 컴퓨터의 개발과 새로운 수치해석방법의 적용으로 겨우 해석이 가능하게 되었다. Hamrock과 Dowson[7] (이하 H-D라고 표기함)은 반복법을 사용하여 윤활유가 접촉타원의 단축방향으로 유입하는 경우의 수치해를 성공적으로 구하였을 뿐만 아니라 유막두께자료를 이용하여 실제운전조건 하에서도 적용할 수 있는 유막두께식을 발표하였다. Chittenden 등[8]은 윤활유의 유입방향이 접촉타원에 임의방향인 경우에도 적용할 수 있는 새로운 유막두께식을 제시하였다. 이들은 H-D의 수치해석방법 및 유막두께자료를 그대로 사용하였으며, 유막두께식의 표현에 사용된 무차원변수들에 대한 지수(Exponent)도 H-D의 결과와 동일하게 두었다. 따라서, Chittenden 등이 제시한 유막두께식의 정확도는 거의 전적으로 H-D의 수치해석방법 및 그들의 계산결과에 의존할 수밖에 없는 실정이다. 일부운전조건에서의 H-D 및 Chittenden 등의 결과와 실험결과와의 상당한 차이[9]는 수치해석에 사용한 가정과 실험조건과의 차이에 크게 기인하겠지만 수치해석의 정확성에도 원인이 있을 것으로 추정할 수 있다. 한편, Park과 Kim[10]은 유한차분법과 뉴우튼-랩슨 방법을 타원접촉 EHL 문제에 처음으로 적용하고 H-D의 해석결과와 비교하였다. 이들의 수치해석과정은 완화인자(Relaxation factor)의 선정에 따라서 수렴성이 크게 좌우되는 H-D의 해석방법과는 달리 완전히 체계적이었으며 압력 분포와 유막형상은 H-D의 결과에 비하여 물리적으로 보다 타당하였다. 이러한 결과는 타원접촉의 EHL에 대한 H-D의 유막두께식은 정확도가 떨어지는 유막두께자료를 사용하였음을 의미하지만, H-D가 제시한 유막두께식은 현재까지 타원접촉 EHL 분야에서의 대표적인 연구결과로 인정되고 있다.

따라서, 본 논문에서는 보다 정확한 EHL 해석결과를 바탕으로 하여 타원접촉문제에 대한 H-D의 유막두께식을 평가하고자 한다. 또한, 수치해석결과는 보

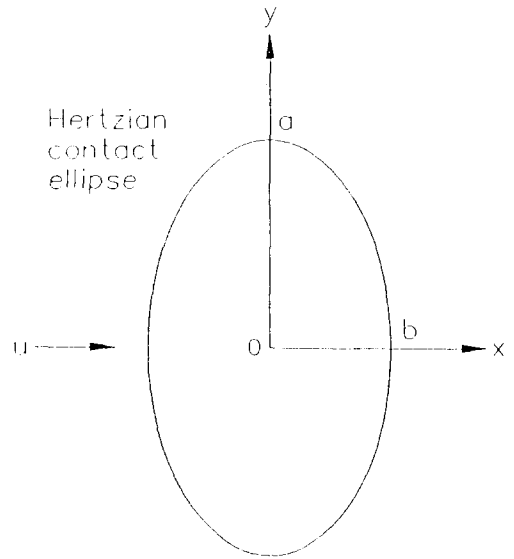


Fig. 1. Contact ellipse and coordinate system.

다 일반적인 타원접촉 EHL 문제에서의 유막두께를 정확하게 예측하기 위한 기초자료로 이용하고자 한다. 이를 위하여 참고문헌[10]의 유한차분법과 뉴우튼-랩슨 방법을 사용하였으며 논문에서 사용하는 주요 지배방정식 및 제반조건은 H-D의 경우와 거의 동일하게 두었다.

2. 지배방정식

Fig. 1과 같이 윤활유가 Hertz 접촉타원의 단축방향으로 유입하는 경우, 유막내의 발생압력을 지배하는 레이놀즈 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\bar{\rho} h^3}{\bar{\eta}} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\bar{\rho} h^3}{\bar{\eta}} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 12u \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\rho} h) \quad (1)$$

여기서, u 는 타원체의 구름방향 평균속도이다.

EHL 상태에서는 발생압력에 의한 윤활유의 점도변화 뿐만 아니라 유체의 압축성도 고려해야 된다. 점도와 밀도에 대한 압력의 영향을 수식으로 표현하면 각각 다음의 식(2) 및 식(3)과 같다[5].

$$\bar{\eta} = \eta_o \exp \{ \ln(\eta_o) + 9.67 \} \{ -1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} p)^2 \} \quad (2)$$

$$\bar{\rho} = \rho_o \left[1 + \frac{0.58 \times 10^{-9} p}{1 + 1.68 \times 10^{-9} p} \right] \quad (3)$$

여기서, p 와 η_0 의 단위는 각각 [Pa], [Pa·s]이며 Z 는 윤활유에 대한 Roelands의 계수이다.

EHL 상태에서의 유막두께는 다음식과 같이 정의할 수 있다.

$$h = h_0 + h_g(x, y) + h_d(x, y) \quad (4)$$

여기서, h_0 는 상수이고, h_g 는 변형되지 않은 상태에서 윤활면의 기하학적 형상에 의한 유막이며 h_d 는 발생 압력에 의한 탄성변형량이다. h_d 에 대한 상세한 표현은 참고문헌[10,11]에 주어져 있다.

유막내에서 발생하는 유체압력의 합은 타원체에 작용하는 하중과 동일하며 이는 다음식과 같이 나타내어진다.

$$w = \iint p \, dx \, dy \quad (5)$$

3. 무차원화

수치해석을 간편하게 하고 결과정리를 효율적으로 하기 위하여 다음과 같은 무차원변수를 도입한다.

$$\begin{aligned} X &= x/b, \quad Y = y/a, \quad H = h/R_x, \quad P = p/E, \quad \rho = \bar{\rho}/\rho_0, \\ \eta &= \bar{\eta}\eta_0, \\ U &= \eta_0 u/ER_x, \quad k = a/b, \quad W = w/ER_x^2, \quad G = \alpha E \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, E 는 타원체의 유효탄성계수로서 단위는 [GPa]이고, k 는 Hertz 접촉타원의 타원비로서 타원체의 주곡률반경 R_x, R_y 와 다음식과 같은 관계가 있다[7].

$$k = 1.03 \left(\frac{R_x}{R_y} \right)^{0.64} \quad (7)$$

식(6)의 무차원변수를 사용하여 식(1)~식(5)를 무차원화하면 각각 다음의 식(8)~식(12)와 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} f_{i,j} &= \frac{\rho_{i+\frac{1}{2},j} H_{i+\frac{1}{2},j}^3}{\Delta X_i \eta_{i+\frac{1}{2},j}} (P_{i+1,j} - P_{i,j}) - \frac{\rho_{i-\frac{1}{2},j} H_{i-\frac{1}{2},j}^3}{\Delta X_{i-1} \eta_{i-\frac{1}{2},j}} (P_{i,j} - P_{i-1,j}) \\ &+ \frac{\Delta X_{i-1} + \Delta X_i}{k^2 (\Delta Y_{j-1} + \Delta Y_j)} \left\{ \frac{\rho_{i,j+\frac{1}{2}} H_{i,j+\frac{1}{2}}^3}{\Delta Y_j \eta_{i,j+\frac{1}{2}}} (P_{i,j+1} - P_{i,j}) - \frac{\rho_{i,j-\frac{1}{2}} H_{i,j-\frac{1}{2}}^3}{\Delta Y_{j-1} \eta_{i,j-\frac{1}{2}}} (P_{i,j} - P_{i,j-1}) \right\} \\ -12U \frac{b}{R_x} (\rho_{i+\frac{1}{2},j} H_{i+\frac{1}{2},j} - \rho_{i-\frac{1}{2},j} H_{i-\frac{1}{2},j}) &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$(i=2, \dots, M_j, \quad j=2, \dots, N-1)$$

여기서, $\Delta X_i = X_{i+1} - X_i, \Delta Y_j = Y_{j+1} - Y_j$

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\rho H^3}{\eta} \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\rho H^3}{\eta} \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = 12U \frac{b}{R_x} \frac{\partial}{\partial X} (\rho H) \quad (8)$$

$$\eta = \exp[\{\ln(\eta_0) + 9.67\} \cdot \{-1 + (1 + 5.1EP)^2\}] \quad (9)$$

$$\rho = 1 + \frac{0.58EP}{1 + 1.68EP} \quad (10)$$

$$H = H_0 + H_g(X, Y) + H_d(X, Y) \quad (11)$$

$$W = \frac{kb^2}{R_x^2} \iint P \, dX \, dY \quad (12)$$

한편, 구름방향 출구측에는 다음식과 같은 레이놀즈 경계조건식을 적용한다.

$$P = \frac{\partial P}{\partial X} = \frac{\partial P}{\partial Y} = 0 \quad (13)$$

4. 수치해석

EHL 상태에서의 레이놀즈 방정식은 비선형성이 아주 강하기 때문에 수치해석이 매우 어렵다. 특히, 타원접촉문제와 같은 3차원 문제에서는 윤활유의 측면 유출(Side leakage)도 고려해야 되므로 해석방법의 적용에 많은 제한이 뒤따르게 되어 지금까지 대략 4가지 정도의 수치해석방법이 적용되고 있을 뿐이다[11]. 본 논문에서는 수치해석과정이 가장 체계적이고 해석 결과가 정확한 유한차분법과 뉴우튼-랩슨 방법을 사용하고자 한다.

불균일한 격자계에 대한 식(8)의 유한차분형태는 다음식과 같다.

$$H_{i+\frac{1}{2},j} = 0.5(H_{i,j} + H_{i+1,j}), \quad \rho_{i+\frac{1}{2},j} = 0.5(\rho_{i,j} + \rho_{i+1,j}) \tag{15}$$

$$\eta_{i+\frac{1}{2},j} = \exp\{(\ln(\eta_o) + 9.67) (-1 + (1 + 2.55E(P_{i+1,j} + P_{i,j}))^2)\}, \dots,$$

이고, M_j 와 N 은 각각 식(13)의 레이놀즈 경계조건을 만족시키는 구름방향 격자의 수[10]와 Y방향격자의 수이다.

식(14)는 미지수인 압력 $P_{i,j}$ 에 대하여 비선형성이 아주 강하여 반복계산시에 수렴이 쉽지 않으므로 이를 효과적으로 처리하기 위하여 뉴우튼-랩슨 방법을 적용하면 다음식과 같이 된다.

$$\sum_k \sum_l \left(\frac{\partial f_{i,j}}{\partial P_{k,l}} \right)^n (P_{k,l}^{n+1} - P_{k,l}^n) + \left(\frac{\partial f_{i,j}}{\partial H_o} \right)^n (H_o^{n+1} - H_o^n) + f_{i,j}^n = 0 \tag{16}$$

$$(i, k = 2, \dots, M_j, \quad j, l = 2, \dots, N-1)$$

식(12)는 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$W = \sum_{i=2}^{M_j} \sum_{j=2}^{N-1} P_{i,j} \Delta A_{i,j} \tag{17}$$

여기서,

$$\Delta A_{i,j} = \frac{kb^2}{4R_x^2} (\Delta X_{i-1} + \Delta X_i)(\Delta Y_{j-1} + \Delta Y_j) \tag{18}$$

식(16)과 식(17)에서 미지수와 식의 수가 동일하므로 쉽게 풀 수 있다. 이를 행렬식으로 나타내면 다음식과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_{2,2}}{\partial P_{2,2}} & \frac{\partial f_{2,2}}{\partial P_{2,3}} & \dots & \frac{\partial f_{2,2}}{\partial P_{M_j,N-1}} & \frac{\partial f_{2,2}}{\partial H_o} \\ \frac{\partial f_{2,3}}{\partial P_{2,2}} & \frac{\partial f_{2,3}}{\partial P_{2,3}} & \dots & \frac{\partial f_{2,3}}{\partial P_{M_j,N-1}} & \frac{\partial f_{2,3}}{\partial H_o} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{M_i,N-1}}{\partial P_{2,2}} & \frac{\partial f_{M_i,N-1}}{\partial P_{2,3}} & \dots & \frac{\partial f_{M_i,N-1}}{\partial P_{M_j,N-1}} & \frac{\partial f_{M_i,N-1}}{\partial H_o} \\ \Delta A_{2,2} & \Delta A_{2,3} & \dots & \Delta A_{M_j,N-1} & 0 \end{bmatrix}^n \cdot \begin{bmatrix} P_{2,2} \\ P_{2,3} \\ \vdots \\ P_{M_j,N-1} \\ H_o \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} g_{2,2} \\ g_{2,3} \\ \vdots \\ g_{M_j,N-1} \\ W \end{bmatrix} \tag{19}$$

여기서,

$$g_{i,j} = \sum_k \sum_l \frac{\partial f_{i,j}}{\partial P_{k,l}} P_{k,l} + \frac{\partial f_{i,j}}{\partial H_o} H_o - f_{i,j} \tag{20}$$

식(19)는 다음식으로 정의되는 계산오차 Er 이 10^{-5} 이하가 될 때 까지 반복계산한다.

$$Er = \frac{\sum \sum |P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^n|}{\sum \sum P_{i,j}^{n+1}} \tag{21}$$

Fig. 2는 수치계산시에 사용한 격자계의 한 예를 나타낸 것이다. 여기서, Hertz의 접촉타원은 무차원화로 인하여 원으로 표시된다. 격자계는 접촉중양부에서 유효유 충분조건(Flooded condition)이 유지되도록 하기 위하여 계산영역의 경계는 가능하면 넓게 하였다.

또한, 격자의 수와 위치에 따라서 유막의 크기가 크게 영향을 받지 않도록 가능하면 격자의 수를 많게 하였다. 보다 상세한 수치해석과정은 참고문헌[10,11]에 제시되어 있다.

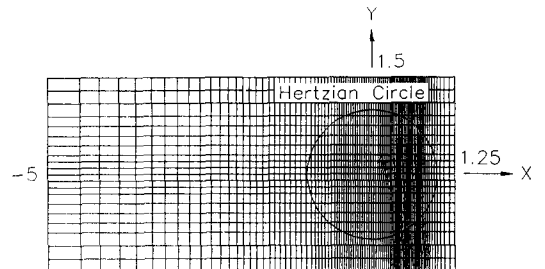


Fig. 2. An example of grid structure used.

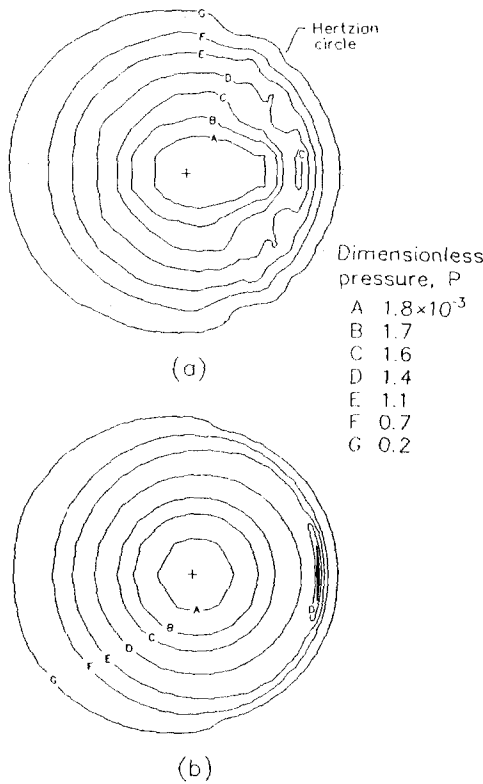


Fig. 3. Contour plots of dimensionless pressure.
 $k=6, U=1.683 \times 10^{12}, G=4522, W=1.290 \times 10^6$
 (a) Hamrock and Dowson [7] (b) present analysis.

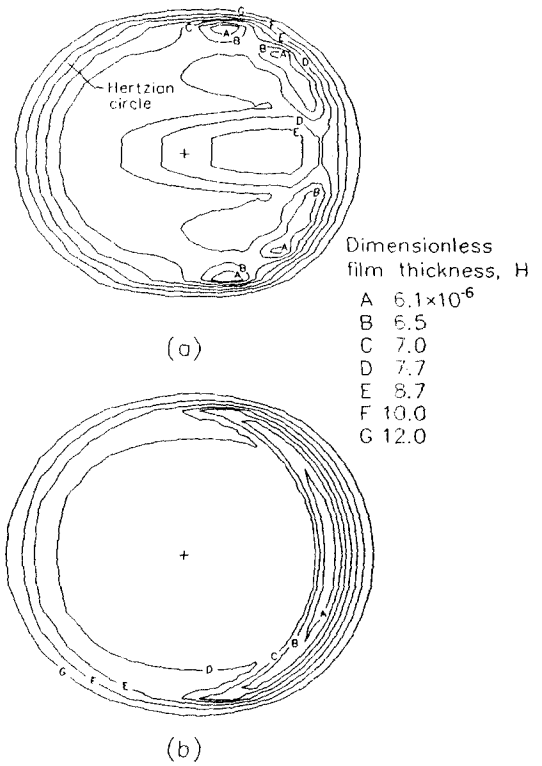


Fig. 4. Contour plots of dimensionless film thickness.
 $k=6, U=1.683 \times 10^{12}, G=4522, W=1.290 \times 10^6$
 (a) Hamrock and Dowson [7] (b) present analysis.

5. 결과 및 고찰

본 논문에서는 H-D의 결과와 비교하기 위하여 수치해석에 사용된 주요 무차원변수들은 H-D의 경우와 동일하게 하였다.

Fig.3과 Fig.4에는 수치해석결과의 타당성을 입증하기 위하여 $k=6, U=1.683 \times 10^{12}, G=4522, W=1.290 \times 10^6$ 인 경우에 대한 압력의 등압선 및 유막의 등고선을 H-D의 결과와 서로 비교하여 각각 나타내었다. 이 계산조건은 H-D의 해석결과중에서 무차원 하중변수 W 가 가장 큰 경우이며, 그림에서의 + 표시는 Hertz 접촉원의 중심이다. 구름방향 출구측에 EHL의 대표적인 특징중의 하나인 압력 Spike가 발생하는 등 전체적인 압력분포에는 큰 차이가 없지만 본 논문에서 사용한 격자계의 간격이 H-D의 경우 보다 접촉중앙부에서 한층 조밀하기 때문에 압력 Spike가 보다 선명하게 나타나고 있다. 그러나, 압력분포와는 달리 Fig.

4에 나타난 유막형상에는 상당한 차이가 있다. 특히, H-D의 결과와 같은 유막형상은 실제조건에서 존재할 수가 없을 뿐만 아니라 이러한 유막형상에 대한 레이놀즈방정식의 해인 압력분포가 Fig.3 (a)와 같이 될 수가 없다. H-D의 이러한 압력과 유막형상은 수치계산에 사용한 격자계가 부적절하거나 완전한 수렴에 이르지 못한 결과로 추정된다. 따라서, 본 논문에서 사용한 격자계와 수치해석방법으로 보다 정확한 결과를 구할 수 있음을 알 수 있다.

이러한 결과를 바탕으로 Fig.5~Fig.7에는 각각 접촉타원비 k , 무차원 속도변수 U 및 무차원 하중변수 W 의 변화에 대한 최소유막두께 H_m 과 접촉타원 중앙부에서의 유막두께 H_c 의 변화를 나타내었다. 그림에서 본 논문의 수치해석결과는 단순하게 직선으로 연결한 것이며, H-D의 유막두께식에 대한 결과는 다음의 식 (22) 및 식(23)으로 주어지는 그들의 유막두께식을 사용하였다.

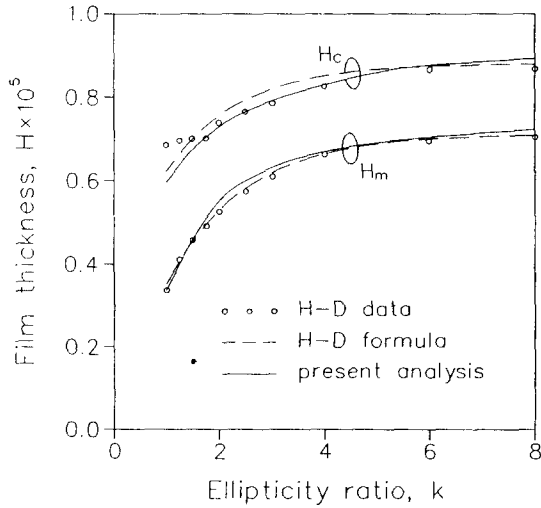


Fig. 5. Comparison of film thickness variation with ellipticity ratio. $U=1.683 \times 10^{-12}$, $W=1.106 \times 10^{-7}$, $G=4522$

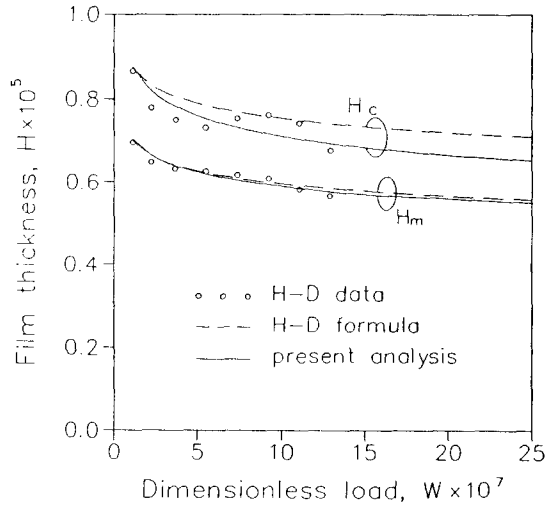


Fig. 7. Comparison of film thickness variation with dimensionless load. $k=6$, $U=1.683 \times 10^{-12}$, $G=4522$

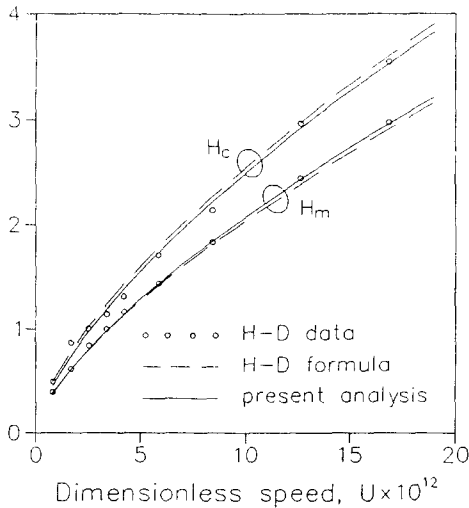


Fig. 6. Comparison of film thickness variation with dimensionless speed. $k=6$, $W=7.371 \times 10^{-7}$, $G=4522$

$$H_m = 3.63U^{0.68}G^{0.49}W^{-0.073}(1 - e^{-0.68k}) \quad (22)$$

$$H_c = 2.69U^{0.67}G^{0.53}W^{-0.067}(1 - 0.61e^{-0.73k}) \quad (23)$$

H-D의 결과중에 각 무차원변수들에 대한 H_m 및 H_c 의 변화경향이 불규칙적인 유막두께자료가 있는 반면에 본 논문의 결과는 아주 규칙적이다. Fig.4에서의 결과와 마찬가지로 H-D의 이러한 해석결과는 제한된 수의 격자와 균일한 격자계 및 그들의 수치해석방법

에서의 부정확성에 주로 기인한다고 생각된다. 특히, Fig.7에 나타낸 것과 같이 H-D의 결과에 비하여 무차원 하중변수에 대한 수렴범위가 2배정도 높다. 따라서, 해석결과가 정확한 본 논문의 유막두께자료를 사용하면 보다 정확한 유막두께식이 가능할 것으로 예상된다. Table 1.에는 무차원 재료변수 G에 대한 유막두께자료를 H-D의 결과와 비교하여 나타내었다. 최소유막두께 H_m 에서의 차이는 아주 작지만 H_c 에서의 차이는 상대적으로 상당히 크다.

본 논문에서 구한 유막두께자료를 H-D의 방법과 동일하게 최소자승법(Least square method)을 사용하여 근사화하면 다음의 식(24)-식(25)와 같은 최소유막두께식 \bar{H}_m 및 접촉중앙부에서의 유막두께식 \bar{H}_c 을 구할 수 있다.

$$\bar{H}_m = 3.98U^{0.69}G^{0.50}W^{-0.080}(1 - 1.07e^{-0.71k}) \quad (24)$$

$$\bar{H}_c = 4.88U^{0.68}G^{0.44}W^{-0.096}(1 - 0.58e^{-0.60k}) \quad (25)$$

최소유막두께식 (24)는 무차원 하중변수와 타원비의 영향이 H-D의 결과보다 약간 큰 점을 제외하고는 전체적으로 H-D의 결과식인 식(22)와 상당히 유사하다. 이와 달리, 접촉중앙부에서는 속도변수를 제외한 나머지 무차원변수들의 영향은 H-D의 결과와는 상당한 차이가 있다. 즉, H-D의 결과식에서 보다 재료변수의 영향은 상당히 감소한 반면에 하중변수의 영

Table 1. Comparison of minimum and central film thickness for dimensionless material parameter

G	$U \times 10^{12}$	$W \times 10^7$	$H_m \times 10^6$		$H_c \times 10^6$	
			H-D[7]	present	H-D[7]	present
2310	3.296	7.216	6.931	6.979	8.422	8.728
3591	9.422	7.216	17.190	17.170	20.700	21.300
4522	1.683	3.686	6.317	6.395	7.505	7.827
6785	1.122	2.456	6.080	6.169	7.825	7.425

량은 상당히 크게 나타나고 있다. 여기서, H-D의 유막두께식은 본 논문에 비하여 보다 부정확한 유막두께자료를 사용하여 구한 결과이다. 따라서, H-D의 접촉중양부 유막두께식은 정확한 해석결과에 의한 본 논문에서 제시하는 식(25)로 대체되어야 할 것으로 생각된다. Chittenden 등[8]은 윤활유가 접촉타원에 임의방향으로 유입하는 경우에도 적용할 수 있는 새로운 유막두께식을 발표하였다. 그러나, H-D의 유막두께자료를 그대로 사용하고 동일한 수치해석방법을 채택하였을 뿐만 아니라 윤활유의 유입방향이 접촉타원에 임의방향인 경우에도 각 무차원변수에 대한 지수를 H-D의 경우와 동일하게 두었기 때문에 그들의 유막두께식에 대한 정확성은 더욱 낮아질 것으로 쉽게 예상할 수 있다. 이러한 이유로 그들의 유막두께식이 실험결과와 일부운전조건에서 상당한 차이를 보이는 것으로 추정된다[9]. 따라서, 일반적인 타원접촉 EHL 문제에 적용할 수 있는 정확한 유막두께식을 구하기 위해서는 다양한 조건에 대한 많은 유막두께자료가 필요하며 이를 위해서는 추가적인 연구가 요구된다.

6. 결 론

본 논문에서는 유한차분법과 뉴우튼-랩슨 방법을 사용하여 타원접촉 EHL 문제를 수치해석하고 결과들이 문제에 대한 대표적 연구인 H-D의 결과와 비교함과 동시에 새로운 유막두께식도 제시하였다. 본 논문의 해석결과는 H-D의 결과보다 물리적으로 타당하였으며 수렴성도 우수하였다. 최소유막두께식은 서로 거의 유사한 반면에 접촉중양부 유막두께식은 상당한 차이를 보였다. H-D의 접촉중양부 유막두께식은 무차원 재료변수의 영향을 크게 평가한 반면에 무차원 하중변수는 과소평가하고 있기 때문에 본 논문에서

제시한 식으로 수정되어야 될 것으로 생각된다. 보다 일반적인 타원접촉문제에 적용할 수 있는 정확한 유막두께식을 구하기 위해서는 다양한 조건에 대한 많은 유막두께자료가 필요하며 이를 위해서는 추가적인 연구가 요구된다.

후 기

본 연구는 1992년도 교육부지원 학술진흥재단의 지방대 육성과제 학술연구조성비에 의하여 수행되었으며 이에 감사드립니다.

기호설명

- a* Hertz 접촉타원의 장반경
- b* Hertz 접촉타원의 단반경
- E* 유효탄성계수, $2/E = (1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2$
- G* 무차원재료변수, αE
- h* 유막두께
- H* 무차원유막두께, h/R_x
- H_c* 접촉타원중심에서의 무차원유막두께
- \bar{H}_c 본 논문에서 구한 접촉타원중심에서의 무차원 유막두께식
- H_m* 무차원최소유막두께
- \bar{H}_m 본 논문에서 구한 무차원최소유막두께식
- k* Hertz 접촉타원의 타원비, a/b
- n* 반복계산횟수
- p* 압력
- P* 무차원압력, p/E
- R_x* 타원체의 x방향으로의 곡률반경
- R_y* 타원체의 y방향으로의 곡률반경
- u* 타원체의 구름방향 평균속도
- U* 무차원속도변수, $\eta_0 u/ER_x$
- x, y* 직교좌표계
- X* 무차원좌표계, x/b
- Y* 무차원좌표계, y/a
- w* 하중
- W* 무차원하중변수, w/ER_x^2
- Z* Roelands 계수
- α 윤활유의 압력-점도지수
- η_0 대기압상태에서의 윤활유점도
- ρ_0 대기압상태에서의 윤활유밀도

참 고 문 헌

1. Dowson, D., History of Tribology, Longman, 1979.
2. Skurka, J.C., "Elastohydrodynamic Lubrication of Roller Bearings," J. of Lub. Tech., Vol.92, pp.281-291, 1970.
3. Danner, C.H., "Fatigue Life of Tapered Roller Bearings under Minimal Lubricant Films," ASLE Trans., Vol.13, pp.241-251, 1970.
4. Tallian, T.E., "Rolling Bearing Life Modifying Factors for Film Thickness, Surface Roughness and Friction," J. of Lub. Tech., Vol.103, pp.509-520, 1981.
5. Dowson, D. and Higginson, G.R., Elastohydrodynamic Lubrication, SI ed., Pergamon Press, 1977.
6. Holmberg, K., "A Survey of Application of EHL on Machine Elements," Tribology Int., pp.121-131, 1982.
7. Hamrock, B.J. and Dowson, D., "Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts, Part 1 : Theoretical Formulation," J. of Lub. Tech., Vol.98, pp.223-229, 1976. "Part 2 : Ellipticity Parameter Results," Vol.98, pp.375-383, 1976., "Part 3 : Fully Flooded Results," Vol.99, pp.264-276, 1977.
8. Chittenden, R.J., Dowson, D., Dunn, J.F. and Taylor, C.M., "A Theoretical Analysis of the Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Concentrated Contacts," Proc. R. Soc. Lond. A, Vol.387, pp.245-294, 1985.
9. Chittenden, R.J., Dowson, D. and Taylor, C.M., "Elastohydrodynamic Film Thickness in Concentrated Contacts," Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol.200, pp.207-226, 1986.
10. Park, T.J. and Kim, K.W., "A Numerical Analysis of the Elastohydrodynamic Lubrication of Elliptical Contacts," WEAR, Vol.136, pp.299-312, 1990.
11. Park, T.J., "A Numerical Analysis of the 3-Dimensional Elastohydrodynamic Lubrication Problem," Ph.D. Thesis, KAIST, 1990.