

〈논 문〉 SAE NO. 96370138

“본 연구는 1995년도 교육부 학술연구조성비(기계공학 : ME 95-D-13)에 의하여 연구되었음”

기호 계산 기법을 이용한 현가장치의 기구학적 민감도 해석

Kinematic Design Sensitivity Analysis of Suspension System Using a Symbolic Computation Method

송 성 재*, 탁 태 오**
S. J. Song, T. O. Tak

ABSTRACT

Kinematic design sensitivity analysis for vehicle in suspension systems design is performed. Suspension systems are modeled using composite joints to reduce the number of the constraint equations. This allows a semi-analytical approach that is computerized symbolic manipulation before numerical computations and that may compensate for their drawbacks. All the constraint equations including design variables are derived in symbolic equations for sensitivity analysis. By directly differentiating the equations with respect to design variables, sensitivity equations are obtained. Since the proposed method only requires the hard point data, sensitivity analysis is possible in suspension design stage.

주요기술용어 : Sensitivity analysis(민감도해석), Symbolic computation(기호계산), Hard point data(설계점)

1. 서 론

현가장치는 3차원의 기구학적인 구조와 이에 따르는 고도의 비선형성 때문에 해석이나 설계에 많은 장애가 되고 있다. 특히 현가구조의 기구학적 설계점(혹은 설계용어로 hard point)을 결정하는 일은 현가장치 설계의 초기단계에서 가장 기본적인 일임에도 불구하고 이를 위한 체계적인

방법이나 이론이 아직 개발되고 있지 않다. 그리하여 현가장치의 기구학적 형상 결정을 설계자의 경험과 직관에 의존하므로 설계에 많은 시간과 노력을 투입하면서도 원하는 현가성능의 달성이 어려운 상태이다. 만일 현가장치의 각종 기구학적 설계변수의 변화가 현가장치의 여러 가지 성능을 나타내는 지표라 할 수 있는 정적설계인자(suspension design factor)에 미치는 영향을 나타낼 수 있는 설계정보가 있다면 설계자는 지금보다 더 수월하게 보다 나은 성능의 현가장치를 설계할 수 있을 것이다. 이러한 관점에서 본

* 정희원, 원주전문대학 자동차과

** 정희원, 강원대학교 공과대학 기계공학과

논문에서는 기구학적 민감도 해석 방법을 이용하여 현가장치의 레이아웃(layout) 결정에 유용하게 적용할 수 있는 도구를 개발하고자 한다. 현가장치에 대한 민감도 해석의 결과는 현재 고려하는 설계변수가 현가장치의 정적설계인자에 어떤 영향을 미치는지, 혹은 정적설계인자가 원하는 범위내에 있기 위해서는 어느 정도의 설계변경이 필요한지에 대한 정보를 제공할 수 있을 것이다.

현가장치의 기구학적 해석을 위해서 다물체 해석(multibody analysis)방법이 많이 적용되고 있는데 가장 보편적인 방법은 현가장치의 구성요소들을 전부 물체로 보고 물체 사이의 운동을 상대 조인트 좌표계를 사용하는 방법¹⁾이나 이 방법은 비교적 많은 수의 구속방정식과 상대좌표가 필요하다. 본 논문에서 사용한 방법은 현가장치의 여러 구성요소 중 휠어셈블리(wheel assembly)만을 6개의 자유도를 가진 물체로 보고 스트럿, 컨트롤 암, 타이로드 등의 구성요소는 물체가 아닌 단순한 기구학적 구속조건 즉, 복합조인트로 간주하여 휠어셈블리가 상하운동의 자유도를 가지도록 구속조건을 추가하는 절대좌표계를 사용하는 방법²⁾이다. 이 방법을 적용하면 구속조건식의 개수가 감소하여 효율적인 기구학 해석 및 민감도 해석이 가능해진다. 또한, 여러 가지 현가장치를 차체와 휠어셈블리를 연결하는 복합조인트들의 조합으로 생각할 수 있으므로 각각의 복합조인트에 대한 구속조건식을 기호 방정식을 이용하여 표현하면 다양한 현가장치의 기구학적 구속조건을 정리된 구속조건으로 효율로 쉽게 구성할 수 있는 장점을 갖는다. 본 연구에서는 절대좌표계를 사용하는 방법으로 스트럿, 컨트롤 암, 타이로드 등을 복합조인트로 간주하여 이에 해당하는 구속조건식과 자코비안을 기호 방정식으로 구성하고 기구학 해석을 수행하였다.

민감도 해석을 위한 방법은 크게 두 가지로 볼 수 있는데 하나는 변수 부가법(adjoint variable method)이고 또 하나는 직접 미분법(direct differentiation method)이다. 변수 부가법은 설계변수의 개수가 증가하여도 이에 비례하여 민감도 방정식의 개수가 늘어나지 않는 장점이 있는 반

면에 계산량이 많으므로 수치오차의 누적으로 인하여 민감도의 정확도가 떨어질 수 있다. 직접 미분법은 각 설계변수에 대하여 기구학적 구속식을 직접 미분하여 민감도 방정식을 구하는 방법이다. 직접 미분법은 수학적으로 볼 때 단순한 미분 과정이므로 구속식이 주어진 경우 일반적인 적용이 용이하고 변수 부가법에 비하여 계산량이 적으므로 계산의 정확성이 증대된다. 그러나 민감도 방정식의 개수는 설계변수의 개수에 비례하여 증가하게 된다.

현가장치와 같은 다물체계에 대한 민감도 해석은 다물체계의 기구학적 비선형성과 이와 연관된 많은 계산량으로 인하여 폭 넓은 연구가 이루어지지 못하는 못하였다. Haug 등^{2), 3)}과 Sohoni 등⁴⁾은 평면 다물체 시스템에 대한 민감도 해석을 변수 부가법을 이용하여 수행하였다. 자동차 현가장치의 민감도 해석에 관한 연구로는 상대 조인트 좌표계를 이용한 동역학적 설계변수에 대한 민감도 해석에 관한 연구⁵⁾와 상대 조인트 좌표계를 이용한 기구학적 민감도 해석을 수치적 방법으로 수행한 연구^{6), 7)}가 있다. 또한 로봇 분야에서 라그랑지 형태로 표시된 기호 운동방정식을 직접 미분하여 선형화 및 민감도 해석을 수행한 연구가 있다⁸⁾. 본 연구에서는 기호 방정식으로 표현된 기구학적 구속식을 각 설계변수에 관하여 미분하여 기호로 표시한 민감도 방정식을 구성하였다.

기호를 사용하는 해석적인 방법은 물리적 현상의 깊은 이해가 가능하며 수치오차의 누적등이 없다는 장점이 있는 반면에 복잡한 모델에 대해서는 흔히 컴퓨터의 용량을 넘거나 많은 시간이 소요되므로 만족한 결과를 기대할 수 없다. 따라서 기호계산과 수치계산을 결합한 반해석적 접근(semi-analytical approach)⁹⁾이 대안이 될 수 있다. 이러한 관점에서부터 본 연구에서는 복합조인트의 개념을 이용하여 현가장치를 모델링하고 이에 따르는 기구학적 구속조건식과 자코비안, 그리고 민감도 방정식을 기호 계산 언어인 MATHEMATICA¹⁰⁾를 사용하여 기호로 생성하였다. 이와 같이 기호로 구성된 여러 가지 구속조건들과 이에 따르는 미분항들을 전체 프로그램

의 함수들로 정리하고 이를 호출하여 수치적 방법으로 민감도 해석을 수행하였다.

본 연구에서 다룰 현가장치는 독립현가장치에 널리 쓰이는 맥퍼슨(MacPherson) 현가장치를 선정하였다. 여기서 사용한 민감도 해석 방법은 맥퍼슨 현가장치 뿐 아니라 다른 종류의 현가장치에도 적용할 수 있다. 민감도 해석의 범위는 현가장치의 정적설계인자에 주안점이 있으므로 현가장치를 포함하는 차량의 1/4만을 고려하기로 한다.

2. 복합조인트에 의한 현가장치 모델

독립식 현가장치의 경우에 전륜의 휠어셈블리는 차시에 대하여 2개의 자유도를 가져야 한다. 하나는 바퀴의 상하운동이며 다른 하나는 조향을 위한 회전운동이다. 따라서 주어진 조향각에 대해서 휠어셈블리는 1개의 자유도만을 가지게 된다. 3차원 공간에서 구속되지 않은 물체는 6자유도를 가지므로 독립식 현가장치 전륜의 휠어셈블리는 조향과 관련된 구속을 포함하여 모두 5개의 자유도를 제거하여야 한다. 휠어셈블리의 구속조건을 규정하기 위해서 회전조인트(revolute joint), 병진조인트(translational joint), 구면조인트(spherical joint), 유니버설조인트(universal joint) 등과 같은 단순조인트를 이용하여

현가장치를 모델링하는 것이 일반적으로 많이 사용하는 방법이다. 그러나 이 방법의 문제점은 각 조인트 사이에도 물체가 정의되어야 하므로 물체의 수와 구속조건의 수가 모두 늘어나게 된다. 예를 들어 맥퍼슨 현가장치의 경우 Fig.1(a)와 같이 단순조인트로 모델링하면 휠어셈블리, 컨트롤암(control arm), 스트럿(strut), 타이로드(tie-rod)의 4개의 물체가 정의되어야하고 모두 23개의 구속조건식이 필요하다. 즉,

4개의 물체	× 6=24	자유도
1개의 회전조인트	× 5=-5	
1개의 병진조인트	× 5=-5	
1개의 유니버설조인트	× 4=-4	
3개의 구면조인트	× 3=-9	

계 1 자유도

따라서 기구학 해석을 위한 구동 구속조건식(driving constraint)을 포함하여 구속조건식의 개수가 24개가 되며 자코비안의 크기는 (24×24)가 된다.

단순조인트 대신에 복합조인트를 사용하면 현가장치를 훨씬 간단하게 모델링할 수 있다. 복합조인트는 여러 가지로 정의할 수 있는데 본 연구의 맥퍼슨 현가장치 모델에서 사용한 복합조인트

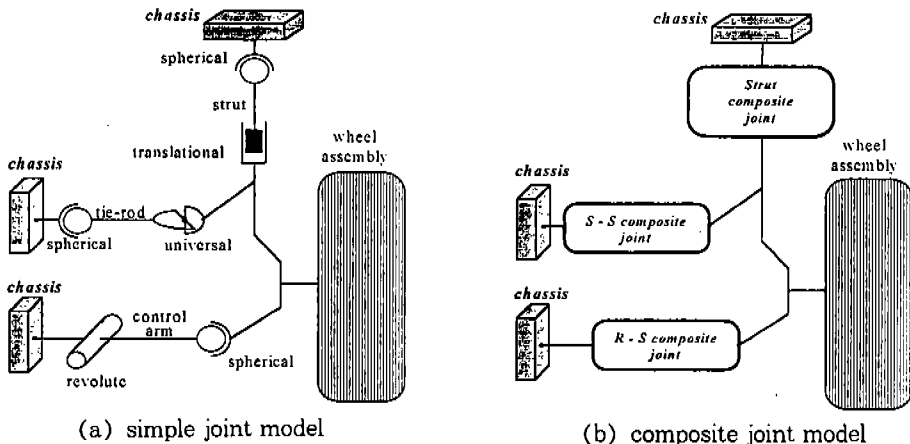
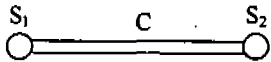
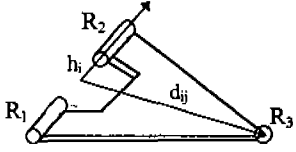
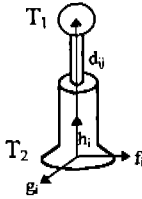


Fig.1 Two types of modeling for MacPherson suspension

Table 1 Composite joints and hard points

Type of composite joint	Corresponding suspension component	Number of constraint	Hard points
Spherical-Spherical composite joint	tie-rod	1	
Revolute-Spherical composite joint	control arm	2	
Strut composite joint	strut	2	

는 세 가지이다. 세 가지 복합조인트를 해당 현가 부품, 구속자유도, 설계점과 함께 Table 1에 나타내었다. 첫째, 구면-구면(spherical-spherical 혹은 S-S) 복합조인트는 2개의 물체를 각각 구면조인트로 결합한 것으로 현가장치에서 타이로드의 모델링에 사용할 수 있다. 구면조인트가 위치하는 두 점은 타이로드의 설계점이 되고 이 두 점 사이의 거리가 항상 일정하다는 구속조건으로 1개의 자유도를 구속한다. 둘째, 회전-구면(revolute-spherical 혹은 R-S) 복합조인트는 2개의 물체 사이를 회전조인트와 구면조인트로 결합한 형태이고 현가장치에서 컨트롤암의 모델링에 사용할 수 있다. 회전조인트의 회전축을 결정하는 두 점과 구면조인트가 있는 한 점이 컨트롤암의 설계점이 된다. 회전축으로부터 구면조인트까지의 거리를 나타내는 벡터(d_{ij})가 항상 일

정한 크기이고 회전축(h_i)과 항상 수직하다는 구속조건으로 2개의 자유도를 구속한다. 셋째, 스트럿 복합조인트는 2개의 물체 사이를 원통조인트(cylindrical joint)와 구면조인트로 결합한 형태이고 현가장치에서 스트럿의 모델링에 사용할 수 있다. 원통조인트의 한 점과 구면조인트의 한 점이 설계점이 된다. 두 설계점을 연결하는 벡터(d_{ij})가 한 물체에 속한 원통조인트의 벡터(h_i)와 서로 평행하다는 구속조건을 두 설계점을 연결하는 벡터(d_{ij})가 원통조인트의 벡터(h_i)와 서로 수직인 두 벡터(f_i, g_i)와 각각 수직하다는 조건식으로 표현하여 2개의 자유도를 구속한다.

위에서 설명한 복합조인트를 사용하여 백퍼슨 현가장치를 Fig.1(b)와 같이 모델링하면 1개의 휠어셈블리와 5개의 구속조건이 사용된다. 즉,

1개의 물체	×6= 6자유도
1개의 구면-구면 복합조인트	×1=-1
1개의 회전-구면 복합조인트	×2=-2
1개의 스트럿 복합조인트	×2=-2
<hr/>	
계	1자유도

따라서 기구학 해석을 위한 구속 구속조건식을 포함하여 구속조건식의 개수가 6개가 되며 자코비안 행렬의 크기는 (6×6)이 되어 단순조인트의 경우보다 훨씬 간단해진다. 이는 기구학 해석 뿐 아니라 기구학 해석결과를 바탕으로 하는 민감도 해석에 있어서 계산의 복잡성이 현저히 감소하므로 기호계산 도입의 발판이 되고 계산시간과 정확도의 측면에서도 유리해진다.

Fig.2~Fig.4에 Fig.1(b)에 나타낸 세 가지 복합조인트에 관한 기구학적 정의와 구속조건식을 도시하였다. Fig.2에 도시한 구면-구면 복합조인트의 구속조건식은 구면조인트 양단간의 거리가 항상 일정하다는 조건으로부터 구한다. 그런데 본 연구에서는 민감도 해석에 주안점이 있으므로 구면-구면 복합조인트의 설계점 P_i 와 P_j 를 구속조건식이 포함해야 한다. Fig.2에 나타낸 문자로 그 과정을 유도하면 다음과 같다. 우선, 절대좌표계로 주어진 설계점 P_i 와 P_j 에 대해 초기값으로 물체 ①과 물체 ②의 국부좌표계 중심점의 위치벡터 r_i, r_j 그리고 물체 ①과 물체 ②의 국부좌표계의 회전행렬 A_i, A_j 를 정한다. S_i^P, S_j^P 는 좌표중심점에서 설계점까지의 위치를 나타내며 다음 식과 같이 표시할 수 있다.

$$S_i^P = P_i - r_i, S_j^P = P_j - r_j \quad (1)$$

여기서 구한 S_i^P, S_j^P 에 초기의 회전행렬의 전치행렬(transpose matrix)을 곱하여 $S_i'^P, S_j'^P$ 로 나타낸 국부좌표계에 대한 값으로 변환한다. 변환된 $S_i'^P, S_j'^P$ 는 국부좌표계에 대한 값이므로 물체가 운동 중에도 상수값을 가진다.

$$S_i'^P = A_i^T S_i^P, S_j'^P = A_j^T S_j^P \quad (2)$$

구면-구면 복합조인트는 주어진 설계점 P_i 에서 P_j 까지 일정거리를 유지하므로 P_i 와 P_j 사이의 거리 C 는 다음과 같이 구해진다.

$$C = \sqrt{(P_j - P_i)^T (P_j - P_i)} \quad (3)$$

P_i 와 P_j 사이의 상대위치는 벡터 d_{ij} 로 주어진다.

$$d_{ij} = r_j + A_j S_j'^P - r_i - A_i S_i'^P \quad (4)$$

결국 구면-구면 복합조인트의 구속조건식 ϕ^{SS} 는 다음과 같으며 구속조건식은 국부좌표와 설계점의 함수이다.

$$\phi^{SS} = d_{ij}^T d_{ij} - C^2 = 0 \quad (5)$$

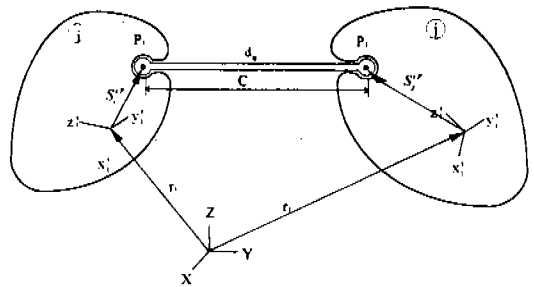


Fig.2 Spherical-spherical composite joint

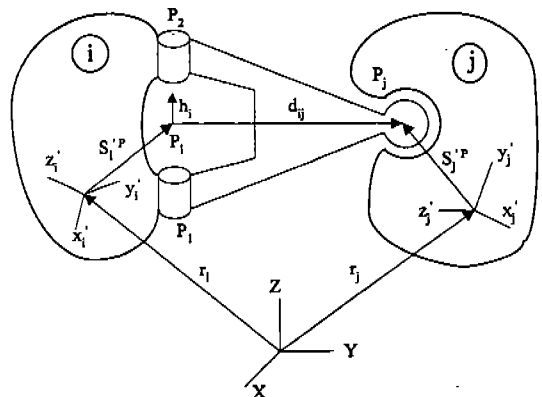


Fig.3 Revolute-spherical composite joint

Fig.3에 도시한 회전-구면 복합조인트의 구속조건식도 설계점 P_1, P_2 와 P_3 를 구속조건식이 포함해야 한다. Fig.3에 나타난 문자로 그 과정을 유도하면 다음과 같다. 우선, 절대좌표계로 주어진 설계점 P_1, P_2 와 P_3 에서 점 P_3 로부터 회전축에 내린 수선의 발에 해당되는 점 P_3' 를 결정한다. 점 P_3' 는 설계점 P_1, P_2 에 의하여 결정되는 회전축(h_1) 위에 존재하므로 다음 식과 같이 쓸 수 있다.

$$P_3' = P_1 + k(P_2 - P_1) \tag{6}$$

여기서 $\overline{P_1P_2}$ 와 $\overline{P_3P_3'}$ 가 서로 수직하다는 조건으로부터 k 를 구하면 다음과 같다.

$$k = \frac{(P_2 - P_1) \cdot (P_3 - P_1)}{|P_2 - P_1|^2} \tag{7}$$

이와 같이 점 P_3' 의 위치를 결정한 이후의 과정은 구면-구면 복합조인트와 유사하다. 즉, 초기 값으로 물체 ①과 물체 ②의 국부좌표계 중심점의 위치벡터 r_1, r_2 그리고 물체 ①과 물체 ②의 국부좌표계의 회전행렬 A_1, A_2 를 정한다. 좌표중심점에서 설계점까지의 위치를 나타내는 S_1^p, S_2^p 와 국부좌표계에 대한 값으로 변환된 S_1^p, S_2^p 를 식(1) 및 식(2)와 같이 표시할 수 있다. 회전-구면 복합조인트는 점 P_3 에서 설계점 P_3' 까지 일 정거리를 유지하므로 P_3 와 P_3' 사이의 거리 C 는 식(3)과 같이 구해지고 P_3 와 P_3' 사이의 상대위치벡터 d_{ij} 는 식(4)와 마찬가지로 주어진다. 여기서 회전-구면 복합조인트의 구속조건식은 회전축으로부터 구면조인트까지의 거리를 나타내는 벡터 d_{ij} 가 항상 일정한 크기이고 회전축 h_1 와 항상 수직하다는 조건으로부터 구한다.

결국 회전-구면 복합조인트의 두 가지 구속조건식 Φ^{RS1}, Φ^{RS2} 는 다음과 같으며 구속조건식은 국부좌표와 설계점의 함수이다.

$$\Phi^{RS1} = d_{ij}^T d_{ij} - C^2 = 0 \tag{8}$$

$$\Phi^{RS2} = h_1^T d_{ij} = 0 \tag{9}$$

Fig.4에 도시한 스트럿 복합조인트의 구속조건식도 설계점 P_3 와 P_3' 를 구속조건식이 포함해야 한다. Fig.4에 나타난 문자로 그 과정을 유도하면 다음과 같다. 우선 초기값으로 물체 ①과 물체 ②의 국부좌표계 중심점의 위치벡터 r_1, r_2 그리고 물체 ①과 물체 ②의 국부좌표계의 회전행렬 A_1, A_2 를 정한다. 물체 ①의 방향을 나타내며 물체 ①에 고정된 벡터 h_1 는 설계점으로부터 다음 식과 같이 주어진다.

$$h_1 = \frac{P_3 - P_1}{|P_3 - P_1|} \tag{10}$$

여기서 h_1 와 평행하지 않은 임의의 벡터를 이용한 벡터의 외적으로 h_1 와 수직한 벡터 f_1 와 g_1 를 결정한다. 벡터 f_1 와 g_1 는 초기의 회전행렬의 전치행렬을 곱하여 f_1', g_1' 로 나타낸 국부좌표계에 대한 값으로 변환한다. 변환된 f_1', g_1' 는 국부좌표계에 대한 값이므로 물체가 운동 중에도 상수값을 가진다.

$$f_1' = A_1^T f_1, \quad g_1' = A_2^T g_2 \tag{11}$$

좌표중심점에서 설계점까지의 위치를 나타내는 S_1^p, S_2^p 와 국부좌표계에 대한 값으로 변환된 S_1^p, S_2^p 를 식(1) 및 식(2)와 같이 표시할 수 있다. 이제 물체가 운동함에 따라 P_3 와 P_3' 사이의 상대위치벡터 d_{ij} 는 식(4)와 마찬가지로 주어지고 f_1' 와 g_1' 는 다음과 같이 주어진다.

$$f_1 = A_1^T f_1', \quad g_1 = A_2^T g_1' \tag{12}$$

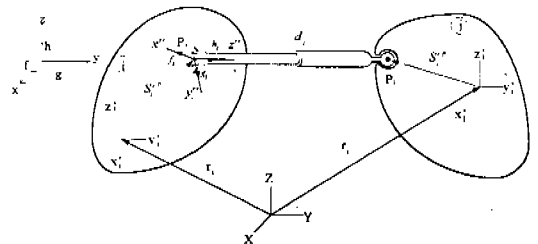


Fig.4 Strut composite joint

여기서 스트럿 복합조인트의 구속조건식은 두 설계점 사이의 상대위치벡터 d_{ij} 가 물체 ①의 방향을 나타내는 벡터 h_i 와 항상 평행하다는 조건이다. 이것은 d_{ij} 가 f_i 및 g_i 와 각각 수직하다는 조건으로 표현한다. 결국 스트럿 복합조인트의 두 가지 구속조건식 Φ^{ST1} , Φ^{ST2} 는 다음과 같으며 구속조건식은 극부좌표와 설계점의 함수이다.

$$\Phi^{ST1} = f_i^T d_{ij} = 0 \quad (13)$$

$$\Phi^{ST2} = g_i^T d_{ij} = 0 \quad (14)$$

3. 기구학 해석

복합조인트로 현가장치를 모델링한 후에는 구속조건식을 풀어서 기구학 해석을 수행해야 한다. 일반적으로 임의의 현가장치에 있어서 구속조건식을 상태변수 q , 설계변수 b 그리고 시간 t 의 함수로 다음과 같이 나타낸다.

$$\Phi(q, b, t) = 0 \quad (15)$$

여기서 상태변수 q 는 휠어셈블리의 위치와 방향을 표시하는 좌표로서 절대좌표계에 대한 위치 (x, y, z) 와 방향을 표시하기 위한 오일러 파라

미터(e_0, e_1, e_2, e_3)를 의미한다. 오일러 파라미터들 사이에는 식(16)의 구속조건이 더 필요하지만 회전행렬에서 덧셈과 곱셈만으로 구성되므로 각도로 표시되어 삼각함수가 포함되는 오일러 각(euler angles)이나 브라이언트 각(bryant angles) 보다 미분과정 등을 포함하는 기호 연산에서 유리하다.

$$\Phi^{EU} = e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = 0 \quad (16)$$

설계변수는 현가장치의 설계점에 해당된다. 본 연구에서 사용한 맥퍼슨 현가장치의 경우에 설계변수는 Fig.5에 도시한 바와 같이 타이로드(S1, S2), 컨트롤암(R1, R2, R3), 스트럿(T1, T2)의 설치위치를 지정하는 각 점의 (x, y, z) 방향의 좌표로서 설계변수의 번호와 초기 설계값은 다음의 Table 2와 같다.

Fig.5의 모델에서 휠어셈블리의 범프와 리바운드를 $-60 \sim 90\text{mm}$ 로 선정한 경우에 기구학 해석을 수행하였다. 이와같은 휠어셈블리의 변위는 구동변수로서 시간 t 가 -60 부터 90 까지의 범위를 갖는 구동 구속조건 Φ^{DR} 로 주어진다.

$$\Phi^{DR} = z - t = 0 \quad (17)$$

구속조건식은 구면-구면 복합조인트의 구속조건식 Φ^{SS} , 회전-구면 복합조인트의 구속조건식 Φ^{RS1} 과 Φ^{RS2} , 스트럿 복합조인트의 구속조건식

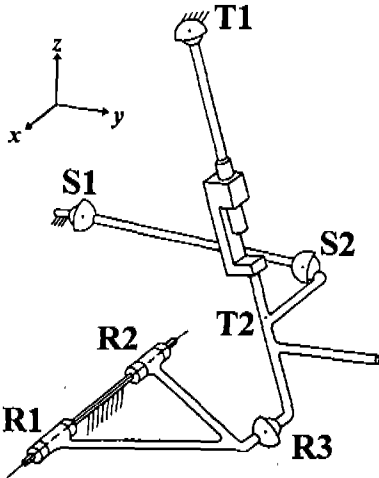


Fig.5 MacPherson suspension system

Table 2 Number and nominal value of design variables

hard points	x		y		z	
	number	value	number	value	number	value
S1	1	-156	2	324	3	-20
S2	4	-131	5	674.7	6	-46
R1	7	7	8	387	9	-132
R2	10	-330	11	355	12	-113
R3	13	10.3	14	719.7	15	-158.7
T1	16	-24	17	563.5	18	508
T2	19	4	20	620	21	-40

ϕ^{ST1} 과 ϕ^{ST2} , 식 (16)의 오일러 파라미터 구속조건식 ϕ^{SU} 그리고 식 (17)의 구동 구속조건식 ϕ^{DR} 의 모두 7개로 구성하였다.

기구학 해석을 위해서 식 (15)에 뉴턴-랩슨 방법을 적용하면 다음과 같은 선형방정식을 구할 수 있다.

$$\phi_q \Delta q = -\phi \tag{18}$$

여기서 ϕ 의 자코비안 ϕ_q 를 기호방정식으로 구할 수 있으며 그 일부를 부록에 수록하였다.

식(18)로부터 수치적 방법에 의해 Δq 를 구하여 이로부터 새로운 \bar{q} 를 반복적으로 구하여 해를 찾는다.

$$\bar{q} = q + \Delta q \tag{19}$$

기구학 해석의 결과로서 정적설계인자인 캠버(camber), 토우(toe), 카스터(caster), SAI(steering axis inclination)의 변화를 Fig.6~Fig.9에 도시하였다.

4. 민감도 해석

민감도 해석의 목적은 설계변수의 변화가 현가

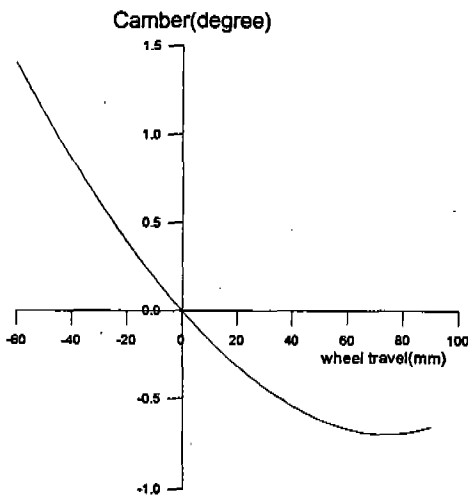


Fig.6 Kinematic analysis of camber

장치의 정적설계인자에 미치는 영향을 계량적으로 파악하여 이를 설계에 응용하는데 있다. 민감도 해석을 위해서는 성능을 표시하는 성능지수가 선정되어야 하는데 사용할 수 있는 여러 가지 성능지수 중에서 몇 가지 예를 Fig.10에 도시하였다.

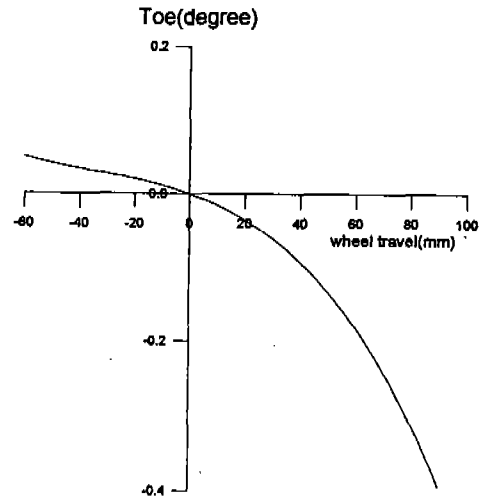


Fig.7 Kinematic analysis of toe

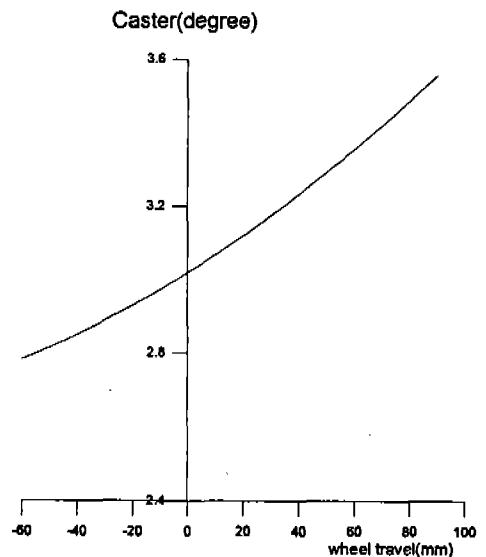


Fig.8 Kinematic analysis of caster

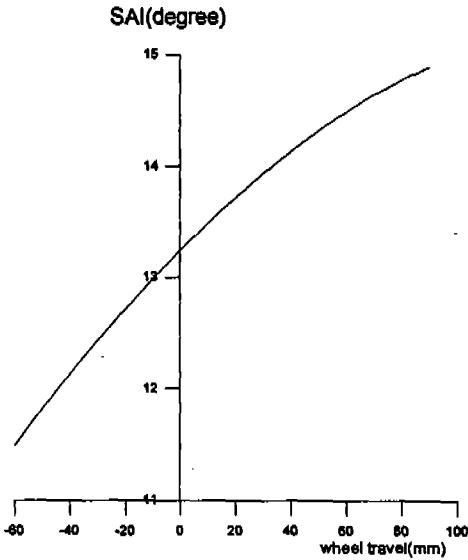


Fig.9 Kinematic analysis of SAI

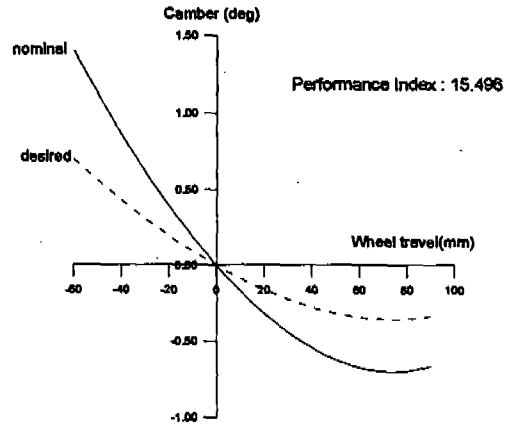


Fig.11 Nominal camber and desired camber

$$\frac{\partial I}{\partial b} = \frac{\partial f}{\partial q} \Big|_b q_b + \frac{\partial f}{\partial b} \Big|_q \quad (21)$$

여기서 $\frac{\partial f}{\partial q} \Big|_b$ 는 b를 고정하고 q에 대한 편미분을 의미하고 $\frac{\partial f}{\partial b} \Big|_q$ 는 q를 고정하고 b에 대한 편미분을 의미한다. 따라서 식(21)의 성능지수에 대한 민감도를 구하기 위해서는 상태변수의 민감도 q_b 를 구해야 함을 알 수 있다. 상태변수에 대한 민감도 q_b 를 구하기 위해서 식(15)의 기구학적 구속조건식을 설계변수 b에 대하여 직접 미분하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathcal{O}_q q_b = -\mathcal{O}_b \quad (22)$$

\mathcal{O}_q 는 식(18)의 과정에서 이미 기호방정식을 이용하여 구했으며, \mathcal{O}_b 는 설계변수에 대한 미분이므로 기호 계산기법을 이용하여 각 설계변수에 대한 \mathcal{O}_b 를 구할 수 있다. 기호 방정식으로 구성된 \mathcal{O}_b 중에서 설계변수 4번에 관한 것을 부록에 수록하였다. \mathcal{O}_q 와 \mathcal{O}_b 가 구해지면 수치적 방법으로 q_b 를 계산할 수 있다.

Fig.11에 현재의 설계 상태에서 앞 절에서 구한 기구학 해석에 따른 캠버 곡선 $C(q)$ 와 목표로 하는 캠버 곡선 $\bar{C}(q)$ 가 나타나 있다. 설계

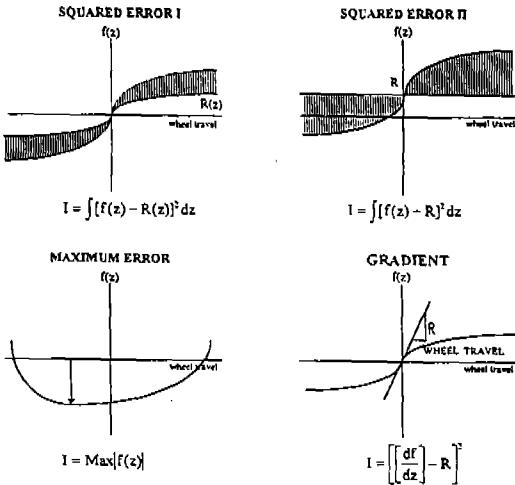


Fig.10 Types of performance index

임의의 성능지수는 상태변수 q와 설계변수 b의 함수로 주어진다.

$$I = f(q, b) \quad (20)$$

이 성능지수 I의 설계변수에 대한 민감도는 다음과 같다.

향상을 위한 성능지수로 Fig.10의 'SQUARED ERROR I'을 선정했다.

$$I = \int_{-60}^{90} (C - \bar{C})^2 dz \quad (23)$$

성능 지수 I의 설계변수 b에 대한 민감도는 식(23)를 b에 대하여 미분하여 식(24)와 같이 구할 수 있다.

$$\frac{dI}{db} = \int_{-60}^{90} 2(C - \bar{C}) \left(\frac{dC}{dq} q_b - \frac{d\bar{C}}{dq} q_b \right) dz \quad (24)$$

Fig.5의 맥퍼슨 현가장치에 대한 캠버의 민감도를 Fig.12에 도시하였다. 횡축에 나타난 번호는 Table 2에 주어진 설계변수의 번호이다. 식(23)과 유사하게 성능지수를 선정하고 구한 토우, 카스터, SAI의 민감도를 Fig.13~Fig.15에 도시하였다.

Fig.12의 민감도가 양의 값을 가지는 것은 설계변수의 값이 증가하면 성능지수의 값도 증가함을 의미하며 음의 값을 가지는 것은 그 반대의 경우를 의미한다. 여기서 민감도의 정확성을 검증하는 방법으로 다음 식(25)과 같이 유한차분법에 의하여 계산된 민감도와 비교하였다.

$$\frac{dI}{db} \approx \frac{I(b + \delta b) - I(b)}{\delta b} \quad (25)$$

설계변수의 값을 각각 0.5mm, 1mm, 2mm, 5mm로 변화시키면서 유한차분법에 의한 민감도와 기호 계산으로부터 구한 민감도를 Table 3에 비교하였다. 설계변수의 변화량이 작아질수록 기호 계산으로부터 구한 민감도 값에 수렴함을 알 수 있다.

Fig.12의 정보를 기초로하여 성능지수가 작아지도록 설계변수의 값들을 변화시켜 후 이에 따른 캠버 곡선과 목표로 하는 캠버 곡선을 함께 Fig.16에 도시하고 이 때의 민감도를 Fig.17에 도시하였다.

Fig.11과 Fig.16를 비교해보면 성능지수가

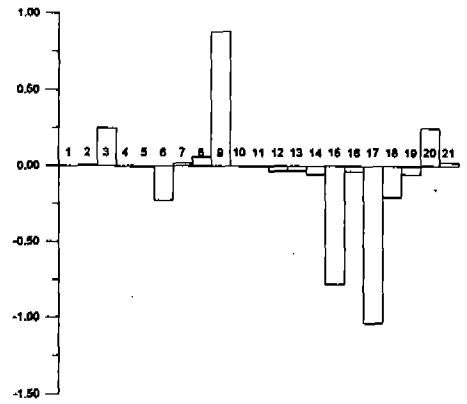


Fig.12 Sensitivity of nominal camber

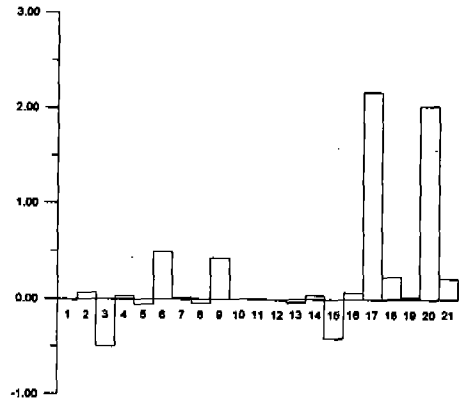


Fig.13 Sensitivity of toe

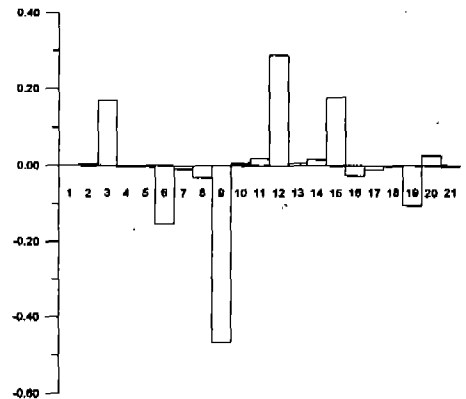


Fig.14 Sensitivity of caster

Table 3 Variation of performance index

number of design variable	sensitivity	pred/act* 0.5mm (%)	pred/act 1mm (%)	pred/act 2mm (%)	pred/act 5mm (%)
1	1.8824E-03	99.99	99.97	99.95	99.87
2	1.1983E-02	100.17	100.33	100.67	101.70
3	2.5008E-01	100.30	100.61	101.22	103.08
4	-5.6150E-03	100.37	100.75	101.50	103.85
5	-9.7580E-03	99.81	99.63	99.26	98.16
6	-2.2510E-01	99.72	99.44	98.89	97.26
7	1.7667E-02	99.86	99.73	99.46	98.66
8	6.2242E-02	100.23	100.46	100.92	102.34
9	8.8283E-01	100.91	101.82	103.63	109.05
10	-6.0842E-04	100.16	100.32	100.64	101.61
11	-2.8044E-03	99.95	99.91	99.81	99.53
12	-3.2753E-02	100.17	100.34	100.67	101.67
13	-2.9485E-02	99.66	99.32	98.65	96.69
14	-5.3008E-02	99.79	99.58	99.17	97.95
15	-7.7995E-01	99.22	98.43	96.85	92.06
16	-3.3469E-02	100.30	100.60	101.21	103.02
17	-1.0369E+00	41.48	-17.06	-134.23	-486.34
18	-2.0629E-01	96.58	93.17	86.38	66.26
19	-5.2929E-02	101.38	102.76	105.51	113.63
20	2.4842E-01	314.24	528.04	954.33	2222.53
21	2.2967E-02	125.14	150.47	201.68	359.83

* prediction/actual = $\left(\frac{\Delta I}{\Delta b}\right) / \left(\frac{dI}{db}\right)$

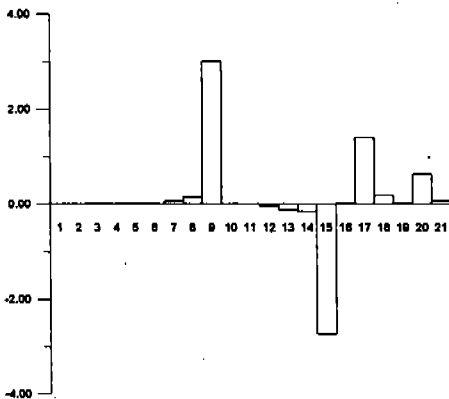


Fig.15 Sensitivity of SAI

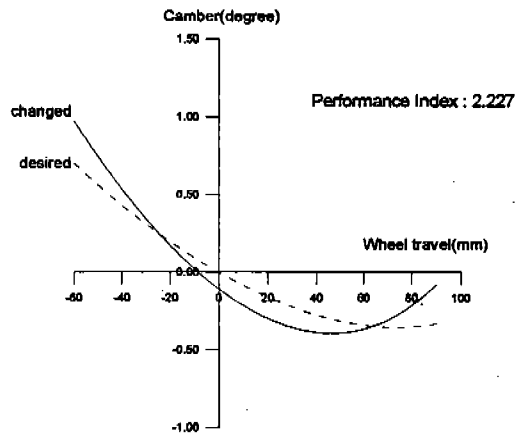


Fig.16 Changed camber curve

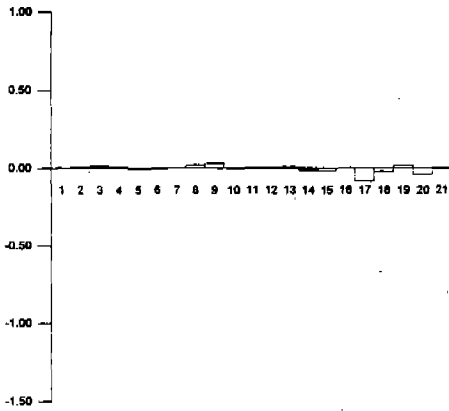


Fig.17 Sensitivity of changed camber

'15.496'에서 '2.227'로 많이 작아졌음을 알 수 있다. 또한 같은 척도로 민감도를 도시한 Fig.12 과 Fig.17을 비교해보면 민감도의 크기가 매우 작아졌음을 알 수 있다. 이것은 목표하는 캠버 곡선에 수렴되었음을 의미한다.

5. 결 론

본 연구에서는 현가장치의 초기 설계단계에서 설계변수가 정적설계인자에 미치는 영향을 알아보기 위한 현가장치의 기구학적 민감도 해석을 수행하였다. 해석 방법으로는 복합조인트의 개념을 이용함으로써 단순조인트를 사용한 경우보다 계산의 복잡성이 현저히 감소하였고 따라서 기호 계산을 도입하여 여러 가지 구속조건들과 이에 따르는 미분항들을 기호 계산 언어를 사용하여 함수 형태로 정리하였다. 이 방법은 수치적인 방법만으로 해석한 경우보다 오차를 줄일 수 있고 본 연구의 모델인 맥퍼슨 현가장치 외의 다양한 현가장치에 대해서도 정리된 구속조건 함수의 호출을 통해 쉽게 기구학적 구속조건식을 구성할 수 있는 범용성을 갖는다. 구속조건식은 설계점들을 포함하고 있으므로 설계변수에 관한 직접 미분을 통하여 민감도 방정식을 구성할 수 있다. 또한 민감도 해석을 위한 입력자료는 설계점만을 요구하므로 초기 설계단계에서 효율적인 설계과정을 도모할 수 있다. 그리고 이와 같은 민감도

해석을 바탕으로 현가장치의 기구학적 최적설계에 관한 연구가 진행 중이다.

부 록

Constraint equation of spherical-spherical composite joint

$$\phi^{ss} = -(-ss1 + ss4)^2 - (-ss2 + ss5)^2 - (-ss3 + ss6)^2 + (x - ss1 + 2 \times (-1/2 + e0^2 + e1^2) \times (-ix + ss4) + 2 \times (e1 \times e2 - e0 \times e3) \times (-iy + ss5) + 2 \times (e0 \times e2 + e1 \times e3) \times (-iz + ss6))^2 + (y - ss2 + 2 \times (e1 \times e2 + e0 \times e3) \times (-ix + ss4) + 2 \times (-1/2 + e0^2 + e2^2) \times (-iy + ss5) + 2 \times (-e0 \times e1) + e2 \times e3) \times (-iz + ss6))^2 + (z - ss3 + 2 \times (-e0 \times e2) + e1 \times e3) \times (-ix + ss4) + 2 \times (e0 \times e1 + e2 \times e3) \times (-iy + ss5) + 2 \times (-1/2 + e0^2 + e3^2) \times (-iz + ss6))^2$$

Element of Jacobian for absolute coordinate e0

$$\frac{\partial \phi^{ss}}{\partial e_0} = 2 \times (4 \times e0 \times (-ix + ss4) - 2 \times e3 \times (-iy + ss5) + 2 \times e2 \times (-iz + ss6)) \times (x - ss1 + 2 \times (-1/2 + e0^2 + e1^2) \times (-ix + ss4) + 2 \times (e1 \times e2 - e0 \times e3) \times (-iy + ss5) + 2 \times (e0 \times e2 + e1 \times e3) \times (-iz + ss6)) + 2 \times (2 \times e3 \times (-ix + ss4) + 4 \times e0 \times (-iy + ss5) - 2 \times e1 \times (-iz + ss6)) \times (y - ss2 + 2 \times (e1 \times e2 + e0 \times e3) \times (-ix + ss4) + 2 \times (-1/2 + e0^2 + e2^2) \times (-iy + ss5) + 2 \times (-e0 \times e1) + e2 \times e3) \times (-iz + ss6)) + 2 \times (-2 \times e2 \times (-ix + ss4) + 2 \times e1 \times (-iy + ss5) + 4 \times e0 \times (-iz + ss6)) \times (z - ss3 + 2 \times (-e0 \times e2) + e1 \times e3) \times (-ix + ss4) + 2 \times (e0 \times e1 + e2 \times e3) \times (-iy + ss5) + 2 \times (-1/2 + e0^2 + e3^2) \times (-iz + ss6))$$

Element of Jacobian for design variable ss4

$$\frac{\partial \phi^{ss}}{\partial ss4} = -2 \times (-ss1 + ss4) + 4 \times (-1/2 + e0^2 + e1^2) \times (x - ss1 + 2 \times (-1/2 + e0^2 + e1^2) \times (-ix + ss4) + 2 \times (e1 \times e2 - e0 \times e3) \times (-iy + ss5) + 2 \times (e0 \times e2 + e1 \times e3) \times (-iz + ss6)) + 4 \times (e1 \times e2 + e0 \times e3) \times (y - ss2 + 2 \times (e1 \times e2 + e0 \times e3) \times (-ix + ss4) + 2 \times (-1/2 + e0^2 + e2^2) \times (-iy + ss5) + 2 \times (-e0 \times e1) + e2 \times e3) \times (-iz + ss6)) + 4 \times (-e0 \times e2) + e1 \times e3) \times (z - ss3 + 2 \times (-e0 \times e2) + e1 \times e3) \times (-ix + ss4) + 2 \times (e0 \times e1 + e2 \times e3) \times (-iy + ss5) + 2 \times (-1/2 + e0^2 + e3^2) \times (-iz + ss6))$$

참 고 문 헌

1. Bae, D. S., and Haug, E. J., "A Recursive Formulation for Constrained Mechanical System Part II-Closed Loop Systems", *Mechanics of Structures and Mechanics*, Vol. 15, No. 4, 1987.
2. Haug, E. J., and Wehage, R. A., Mani, N. K., "Design Sensitivity Analysis of Large-scale Constrained Dynamic Mechanical Systems", *ASME J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 106, pp. 156~162, June 1984.
3. Haug, E. J., and Wehage, R. A., Barman, N. C., "Design Sensitivity analysis of Planar Mechanism and Machine Dynamics", *J. of Mechanical Design*, Vol. 103, No. 3, pp. 560~570, 1981.
4. Sohoni, V., and Haug, E. J., "A State Space Method for Kinematic Optimization of Mechanisms and Machines", *J. of Mechanical Design*, Vol. 104, No. 1, pp. 101~107, 1982.
5. 탁태오, "민감도 해석을 이용한 현가장치의 동역학적 최적설계", *한국자동차공학회논문집*, 제2권 제3호, pp. 50~61, 1994.
6. 탁태오, "민감도 해석을 이용한 현가장치의 기구학적 설계기법", 제2차 G7 차세대 자동차 기술 개발 워크숍, pp. 514~518.
7. 문홍기, "차량 현가장치의 기구학적 민감도 해석", *한국자동차공학회논문집*, 제3권 제4호, pp. 126~138, 1995.
8. Neumann, C. P., and Murray, J. J., "Linearization and Sensitivity Functions of Dynamic Robot Models", *IEEE Trans. Systems Man and Cybernetics*, Vol. SMC-14, 1984, pp. 805~818.
9. Kreuzer, E., 1994, *Computerized Symbolic Manipulation in Mechanics*, Springer Verlag.
10. Wolfram, S., 1991, *Mathematica*, Addison Wesley.