

평면파 해석을 이용한 시간영역-유한차분법의 수치적 에너지 보존성질의 증명

A Verification of the Numerical Energy Conservation Property
of the FD-TD(Finite Difference-Time Domain) Method
by Using a Plane Wave Analysis

김 인 석

Ihn-Seok Kim

요 약

본 논문은 평면파해석방법을 이용하여 개구리 뛴 형태의 근사식을 기반으로 하는 시간영역-유한차분법의 계산 과정에서 손실 또는 증폭현상이 발생되지 않는다는 성질을 이론적으로 증명한다. 본 증명방법의 이해를 돋기 위해 시간영역-유한차분법의 기본적인 알고리즘이 먼저 소개된다. 본 증명 방법이 Von Neumann의 접근방법에 기초를 두고 있으므로 증명과정에서 시간영역-유한차분법의 안정성 부동식 관계가 부가적인 결과로 산출된다.

Abstract

This paper presents that the lossy or amplification property of the Finite Difference-Time Domain (FD-TD) method based on the leap-frog scheme is theoretically verified by using a plane wave analysis. The basic algorithm of the FD-TD method is introduced in order to help understanding the analysis procedure. Since our analysis is formulated by the Von Neumann's approach, the stability inequality is also produced as an another outcome.

I. 서 론

막스웰 방정식은 전자파의 전파현상을 일반적으로 묘사하는데 그 가치가 있다. 연속적이고 해석적인 형태의 수학적인 모델은 대부분의 현실적인 문제에서 직면하는 국지적인 형태의 경계조건을 인가 할 때 어려움이 많다. 그래서 막스웰 방정식의 해석적이고 연속적인 해를 얻기에는 거의 불가능하므로

수치해석적인 방법을 모색하게 된다. 수치해석적인 방법은 임의의 형태의 경계면을 숫자를 가지고 물리적인 특성을 쉽게 근사적으로 나타낼 수 있으므로 경계조건을 적용할 때 완전한 자유성이 있다. 전자파의 전파현상을 연구하는 수치해석방법 중에서 시간영역-유한차분법은 다른 주파수영역의 수치해석방법과는 달리 시간영역에서 계산을 하게 되므로 한 번 계산으로 광대역의 특성을 얻을 수 있으므로 매우 유연한 수치해석방법 중에 하나이다.

많은 연속적이고 해석적인 방법과는 달리, 수치해석방법은 계산하는 영역과 연속적인 편미분 방정식을 불연속적인 구간으로 나누는 과정에서 두 개의 중요한 문제가 발생한다. 수치적인 분산(Dispersion)현상과 손실(Dissipativity)현상이 그것이다. 여러 종류의 수치해석방법과 마찬가지로 본 논문에서 다루려고 하는 시간영역-유한차분법(FD-TD Method)도 예외에 속할 수 없다. 시간영역-유한차분법은 전자파의 전파현상을 모델로 하는 시간영역의 막스웰의 편미분방정식을 개구리뜀형태로 유한차분한 수치적인 컴퓨터모델로서 1966년 Yee [1]에 의해 소개된 후, 그 방법의 유연성을 인정받아 수많은 연구자들에 의해 연구되고 있는 방법이다. 분산현상에 대해서는 Taflove[2]와 Kim[6]에 의해 분석됐고, 손실현상에 대해서는 본 논문에서 TE모드전파현상을 기초로 해석 증명한다.

시간영역-유한차분법(FD-TD: Finite Difference-Time Domain Method)은 막스웰의 두 개의 Curl방정식을 이용하여 물리적인 전자파 전파현상을 수치적으로 컴퓨터 모사(Simulate)하는 방법이다. 이 방법은 초기치 경계치문제(Initial Boundary Value Problem)의 해를 구하는 과정을 이용한다. 즉, 불연속적인 초기조건이 그물망형태의 계산영역에서 유한차분된 시간영역의 막스웰방정식을 통해 전파되면서 물리적인 현상을 모사하게 되므로 전자계(電磁界)문제들에 성공적으로 적용되고 있다[1],[5],[13],[14].

이렇게 숫자들이 불연속적인 그물망과 유한차분된 막스웰모델을 통하여 전파되는 숫자들이 물리학의 기본법칙인 에너지 보존법칙을 따라야 한다는 것은 기본적으로 고려되어야 할 중요한 사항이다. 그러나 현재까지 이 문제가 발표된 적이 없어서 본 논문에서 고려한다. 특히, 시간영역-유한차분법의 알고리즘은 막스웰의 2개의 Curl방정식은 보존된다는 기본 가정 아래에서 형성되었다. 예를 들면, 전자장이론에서 암페아법칙으로부터 유도될 수 있는 연속방정식(The Continuity Equation)은 물론 막스웰 방정식과 일치하는 전하보존의 원리를 보이

고, 파라데이법칙도 자속이 보존된다는 즉 에너지가 보존된다는 원리를 보이고 있다.

손실이 없는 전자파 전파현상을 수치적으로 모사하기 위해서는, 수치적인 모델(방법) 또한 물리적인 보존 법칙을 따라야만 한다. 본 논문에서 강조하는 불연속적인 모델에서도 에너지 보존의 원리는 준수되어야 한다는 것은 매우 중요한 기본가정이다. 전자파의 전계나 자계를 의미하는 숫자들이 전파되면서 물리적인 모델에서 지켜져야 하는 진폭의 변화가 없어야 할 것이다. 즉 비록 어느 정도의 수치적인 분산현상은 감수하더라도 숫자로 모사된 전자파의 전파과정에서 진폭의 감쇄 또는 증폭이 없어야 한다. 그래서 수치해석방법은 손실이나 증폭 특성이 없는 성질(진폭변화가 없는)을 가져야 하고, 이러한 성질이 입사파의 에너지가 보존된다는 것을 확신할 수 있는 근거를 제공할 수 있다.

제 2장에서는 초기치 경계치 문제를 푸는 과정을 채용하는 시간영역-유한차분법의 기본 알고리즘을 간략하게 소개한다. 제 3장에서는 평면파해석을 통하여 수치적인 에너지가 보존된다는 성질을 유도한다. 시간영역-유한차분법에서 수치적 에너지가 보존된다는 성질을 유도하는 과정에서 안정성 부등식이 본 논문의 또 하나의 결과로 추출되는 것이 제 3장에 포함된다.

II. 기본 알고리즘

전자파의 전파현상을 거시적으로 표현하는 수학적 모델인 막스웰의 두 개의 시간영역의 Curl방정식은 제 1계 Hyperbolic 편미분방정식 시스템이다. 전자파원이 없는 지역에서 막스웰의 Curl 방정식을 간결한 표현식으로 나타내면

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} = \bar{A} \cdot \bar{L} \cdot \bar{U} = \bar{A} \cdot \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{R}} \quad (1)$$

여기에서

$$\bar{U} = \begin{vmatrix} \bar{E} \\ \bar{H} \end{vmatrix}$$

입사파와 산란파의 전체계(Total Field)에 대하여, \bar{E} 와 \bar{H} 는

$$\bar{E} = \bar{E}^s + \bar{E}^i$$

그리고

$$\bar{H} = \bar{H}^s + \bar{H}^i$$

윗첨자 s 와 i 는 산란파와 입사파를 가리키고,

$$\bar{A} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{\epsilon} \\ -\frac{1}{\mu} & 0 \end{vmatrix}$$

$$\bar{L} = \begin{vmatrix} \nabla \times & 0 \\ 0 & \nabla \times \end{vmatrix}$$

그리고 \bar{R} 은 위치벡터이다.

\bar{U} 의 초기조건은

$$\bar{U}(\bar{R}, t=0) = f(\bar{R}) \quad (2)$$

그리고 경계조건은

$$\bar{U}(\bar{R}, t) = \bar{g}(\bar{R} \pm ct), \quad t \geq 0 \quad (3)$$

하는

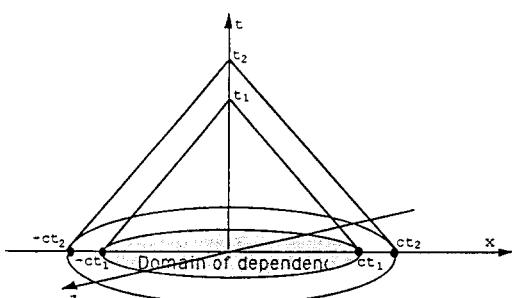
$$\bar{U}(\bar{R}, t) = \bar{g}(\bar{R} \pm ct) \quad (4)$$

여기서 $\bar{g}(0)$ 는 물론 $\bar{g}(0, 0)$ 과 같아야 된다. 위와 같은 연속적인 해를 구하는 방법이 매우 어려워서 막스웰 방정식에 개구리뜀 방식의 불연속적인 유한

차분 근사식을 적용한 수치해석 방법이 시간영역-유한차분법이다. 시간영역-유한차분법은 매우 다양한 전자파 문제에 성공적으로 적용되어 매우 넓은 응용분야에 이용되고 있다. 기본 알고리즘의 이해를 원하는 독자는 참고문헌[1]~[5]를 참고하기 바란다. 안정되고 수렴하는 불연속적인 해를 구하기 위해서는 물리적으로 영향을 줄 수 있는 어떠한 동요(진동 등)도 수치적으로 묘사할 수 있는 것이 필요조건이다. 불연속적인 유한차분 모델이 물리적으로 가능한 현상이 전파되는 것을 차단하지 말아야 한다. [그림 1]과 [그림 2]에서 보여주듯이 이것은 물리적인 의존영역이 수치적인 의존영역 내에 완전히 포함되어야 하는 것을 의미한다. 시간영역-유한차분법은 연속적인 해석법과는 달리 불연속적인 반복법(Iteration)이 이용되기 때문에 매 시간 계산단계마다 손실과 증폭영향이 고려되어야 한다. 시간영역-유한차분 모델에 대하여 수치적으로 유한 차분된 시간영역함수인 막스웰 방정식의 2개의 Curl 방정식에 대해 손실 및 증폭영향을 다음 절에서 평면파 해석법을 이용하여 증명한다.

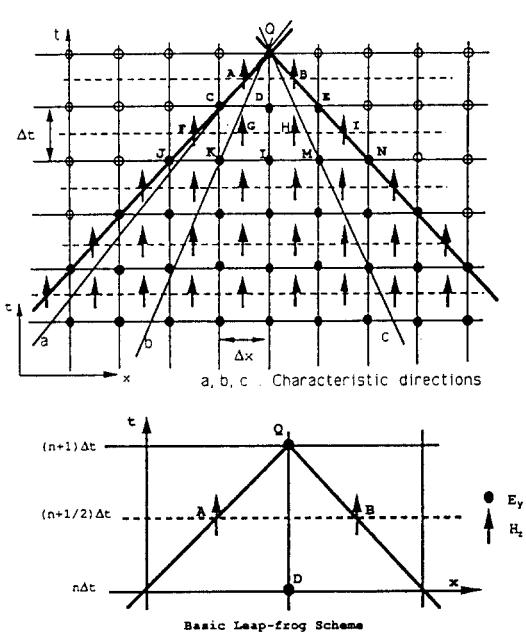
III. 이론적 해석

손실없는 전자파의 전파현상을 연구하기 위해서



[그림 1] 시간단계 t_1 과 t_2 에서 2차원공간(x, z)의 특성 원추와 의존영역

[Fig. 1] Characteristics cones and domains of dependence for the two space dimensions at the time steps t_1 and t_2 .



[그림 2] 시간-공간의 격자구조에서의 특성과 의존영역(선형적인 선분과 선분에 의해 정해지는 영역 내부)

[Fig. 2] Characteristics and domain of dependence on the time-space grid structure.

는 연속적인 막스웰방정식의 손실항인, $\sigma\bar{E}$ 와 $\sigma\bar{H}$ 가 제외되어야 한다. 어떤 물체의 기계적인 에너지는 그 물체에 손실없는 힘이 작용할 때만 보존된다 는 것과 유사하다. 이론적으로 손실없는 전자파의 전파현상을 컴퓨터를 이용하여 모사하기 위해서는 어떤 수치해석적인 모델도 손실을 나타내는 영향이 없어야 한다.

유도과정을 간결하게 하기 위해서는, 비구속(경계가 없는 자유공간의 경우)의 TE모드 전파를 가정한다. 그렇지만 본 유도과정을 일반적인 3차원의 경우에도 비슷한 방법으로 쉽게 연장시킬 수 있다. TE모드 전파현상을 모델로 하는 연속적인 막스웰방정식은

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (5.a)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = - \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (5.b)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = - \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (5.c)$$

불연속적으로 시간영역-유한차분법으로 근사된
식은

$$H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, k + \frac{1}{2}) = H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, k + \frac{1}{2}) \\ + \frac{c \Delta t}{Z_0 \Delta z u_r} [E_y^n(i, k+1) - E_y^n(i, k)] \quad (6.a)$$

$$H_z^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, k) = H_z^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, k) \\ - \frac{c \Delta t}{Z_0 \Delta x_{\mu_r}} [E_y^n(i+1, k) - E_y^n(i, k)] \quad (6.b)$$

$$E_y^{n+1}(i, k) = E_y^n(i, k) + \frac{Z_0 c \Delta t}{\Delta z \epsilon_r} \left[H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, k + \frac{1}{2}) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, k - \frac{1}{2}) \right] - \frac{Z_0 c \Delta t}{\Delta x \epsilon_r} \left[H_z^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, k) \right], \quad (6.c)$$

여기서 $Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ 는 자유공간의 특성 임피던스, c 는 광속, 윗첨자 n 은 시간단계, i 와 k 는 x 와 z 방향에서의 공간적인 지표이다.

시간영역-유한차분법은 초기치 경계치 문제의 해를 구하는 과정에 기초를 두고 있기 때문에, 우리는 시간이 경과함에 따라 어떻게 전자파가 전파되는가를 모사하기 원한다. 이러한 목적에서, TE모드 전파에 대한 평면파 해를 매주 파수마다 진폭요소라고 불리는 ξ 의 항을 시간이 경과함에 따라 진폭이 증폭하는가 감쇄하는가를 보기 위해 식 (7)에 참가한다.

$$\begin{vmatrix} H_x^n(i, k) \\ H_z^n(i, k) \\ E_y^n(i, k) \end{vmatrix} = \xi_i^n(\beta_i) e^{j(\beta_i \Delta x + \beta_z \Delta z)} \begin{vmatrix} H_x^0(i, k) \\ H_z^0(i, k) \\ E_y^0(i, k) \end{vmatrix} \quad (7)$$

여기서 β_i 와 β_z 는 x와 z방향에서의 전파상수(파수)이고, $\xi_i(\beta_i) = e^{i\alpha\Delta t}$ 는 복소수로서 아래첨자 i와 윗첨자 α 는 고유모드와 감쇄상수를 나타낸다. H_x^0 , H_z^0 그리고 E_y^0 는 초기조건 즉, 공간과 시간에서 일정한 고유벡터인 입사파를 가리킨다. 계산을 간결하게 하기 위해 일정한 매시(그물) 크기를 채택한다. 즉, $\Delta x = \Delta z = \Delta \ell$ 식 (7)을 식 (6)에 대입하고, 식 (6a)를 $\xi_i^{n-\frac{1}{2}} e^{j[\beta_i \ell + \beta_z (k + \frac{1}{2})] \Delta \ell}$ 로 나누고, 식 (6b)는 $\xi_i^{n-\frac{1}{2}} e^{j[\beta_x \ell + \frac{1}{2}] + \beta_z k \Delta \ell}$ 로, 그리고 식 (6c)를 $\xi_i^n e^{i[\beta_x \ell + \beta_z k] \Delta \ell}$ 로 나눈다. 그리고 매트릭스 형태로 정리하면

$$\begin{vmatrix} \xi_i - 1 & 0 & -2ja\xi_i^{\frac{1}{2}} \sin\left(\frac{\beta_z \Delta \ell}{2}\right) \\ 0 & \xi_i - 1 & 2ja\xi_i^{\frac{1}{2}} \sin\left(\frac{\beta_x \Delta \ell}{2}\right) \\ -2ja\xi_i^{\frac{1}{2}} \sin\left(\frac{\beta_x \Delta \ell}{2}\right) & 2ja\xi_i^{\frac{1}{2}} \sin\left(\frac{\beta_x \Delta \ell}{2}\right) & \xi_i - 1 \end{vmatrix}$$

$$\cdot \begin{vmatrix} H_x^0(i, k) \\ H_z^0(i, k) \\ E_y^0(i, k) \end{vmatrix} = 0, \quad (8)$$

여기서

$$a = \frac{c \Delta t}{Z_0 \Delta \ell \epsilon_r}$$

$$b = \frac{c \Delta t Z_0}{\Delta \ell \epsilon_r}$$

식 (8)에서 원쪽항의 첫 번째 매트릭스의 디터미넌트가 0일 때만 해를 가지므로

$$(\xi_i - 1) [\xi_i^2 - 2(1 - 2abB) \xi_i + 1] = 0 \quad (9)$$

여기서

$$B = \sin^2\left(\frac{\beta_x \Delta \ell}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\beta_z \Delta \ell}{2}\right)$$

식 (9)의 세 근은

$$\zeta_{i(1)} = 1 \quad (10.a)$$

$$\zeta_{i(2)} = (1 - 2abB) + \sqrt{(1 - 2abB)^2 - 1} \quad (10.b)$$

$$\zeta_{i(3)} = (1 - 2abB) - \sqrt{(1 - 2abB)^2 - 1} \quad (10.c)$$

해 $\zeta_{i(2)}$ 와 $\zeta_{i(3)}$ 은 안정성에 대한 Von Neumann의 기준을 가지고 구할 수 있다.[8] 즉,

$$|\zeta_i| \leq 1 + O(\Delta t)$$

여기서 $\Delta t \rightarrow 0$ 그리고 $\Delta \ell \rightarrow 0$ 이면, 여러 항인 $O(\Delta t)$ 는 어떤 한계 내에 유지되어야 한다. 이 항은 지수적으로 증가 또는 감소하는 특성을 나타낸다.

만일

$$1 - 2abB > 1 \text{이면}, |\zeta_{i(2)}| > 1 \quad (11.a)$$

만일

$$1 - 2abB < -1 \text{이면}, |\zeta_{i(3)}| > 1 \quad (11.b)$$

만일

$$|1 - 2abB| \leq -1 \text{이면}, |\zeta_{i(2)}| = |\zeta_{i(3)}| = 1 \quad (11.c)$$

조건 (11.c)는

$$-1 \leq -2 \frac{c^2 \Delta t^2}{\Delta \ell^2 \mu_r \epsilon_r} \left[\sin^2\left(\frac{\beta_x \Delta \ell}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\beta_z \Delta \ell}{2}\right) \right] \leq 1, \quad (12)$$

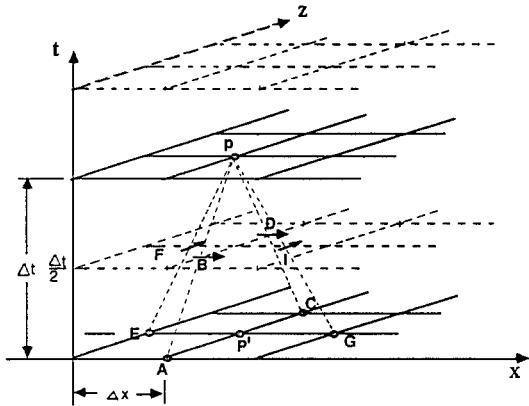
여기서 $\sin^2(\frac{\beta_x \Delta \ell}{2}) + \sin^2(\frac{\beta_z \Delta \ell}{2})$ 의 값은 2

이내로 한정된다. 식 (12)의 오른쪽 부등호 관계는 간단하므로 여기서 설명을 생략한다. 왼쪽부등호

관계는 $\frac{c \Delta t}{\Delta \ell} \leq \sqrt{\frac{\mu_r \epsilon_r}{2}}$ 의 조건하에서만 모든 β 에 대해 성립된다. 바로 이것이 안정성 조건이다.

Courant, Friedrichs 그리고 Lewy[7]도 수렴현상에 관한 연구를 하면서 얻은 결과이다. 차분된 식에서 한 점이 영향을 미치는 지역은 직선 ($ct = \pm \frac{c \Delta t}{\Delta \ell}$)에 의해 한정된다는 것을 의미한다. Hyperbolic 편미분방정식에서 이용하는 특성(Characteristic)과 의존영역(Domain of Dependence)이라는 두 개념([8], [10])을 소개한다. 특성은 독립변수의 선 또는 면(일차원 또는 이차원 문제에서 신호가 선 또는 면에 따라서 전파되는 성질을 나타내는)이다. 전자파원이 없는 경우, 막스웰방정식의 특성은 동차형의 파동방정식과 같다. 의존 영역은 시간이 경과함에 따라 [그림 1]과 같이 연속적으로 확장된다. 전자장론에서는 이와 같은 확장을 전자파가 전파되는 현상으로 설명된다. 일차원의 공간의 경우 $c\ell = \pm \frac{c \Delta t}{\Delta \ell} \ell$ 의 식에 의해 형성되는 [그림 2]와 같이 수치적인 의존영역(삼각형지역의 기저부분[12])은 연속적인 미분방정식에 대한 한 점의 영향이 미치는 지역(연속적인 의존영역[그림 1]에 해당하는 영역을 포함해야만 한다. 그렇지 않을 경우 비록 $\Delta \ell$ 과 Δt 를 “0”에 가깝게 했다손 치더라도 차분된 식이 편미분 방정식의 정확한 해로 수렴될 수 없다. 그래서 $\frac{c \Delta t}{\Delta \ell} \leq \sqrt{\frac{\mu_r \epsilon_r}{n}}$ (n 은 문제에서 다루는 공간적인 차원의 수)는 수렴을 위한 필요조건이다. 참고문헌[7]은 이 조건이 충분조건이 된다는 것을 증명했다.

$\xi_{(1)} = \xi_{(2)} = \xi_{(3)} = 1$ 이라는 조건이 시간영역의 막스웰방정식을 유한차분했을 경우, 손실이 없다는 사실을 가리킨다. 왜냐하면 초기에 입사된 진폭이 시간이 경과한 후에 변함이 없음을 나타내기 때문이다. 식 (12)로부터 조건 $\frac{c \Delta t}{\Delta \ell} > \sqrt{\frac{\mu_r \epsilon_r}{n}}$ 와 같



[그림 3] x, z 의 공간적인 좌표와 시간변수 t 가 포함된 3차원 공간에서 개구리 뺨의 유한차분법을 막스웰 방정식에 적용한 경우, 해가 존재할 수 있는 영역을 점선으로 나타냈다. TE모드의 경우, 공간적인 점 A, E, C, P 에서의 전계 E 값은 시간적으로 불연속적인 $t=n$ 에서 계산되고, 자계 H 는 공간적인 점 B, F, D, I 에서 시간적으로 불연속평면인 $t=n+1/2$ 에서 계산되는 것을 보이는 그림

[Fig. 3] Three-dimensional (x, z, t) diagram showing the leap-frog scheme following the lines of determination of Maxwell's two curl equations. The E fields are calculated at the points A, E, C, G and P , and H fields at the B, F, D and I for TE mode propagation.

은 조건을 시도하면, 해는 지수적으로 발산하게 되고 불안정하게 된다.

$|\zeta| = 1$ 이기 때문에, 모든 주파수에서 수치적 에너지는 보존된다. [그림 3]에서 보는 것과 같이 시간단계 n 에서 시간면으로 들어와서 시간단계 $n+1$ 에서 나오는 수치에너지는 국지적으로 보존되고, 시스템의 에너지는 경계조건 또는 강제적으로 감쇄

시키는 항(Term) 등으로부터 입력되지 않는다. 만일 $|\xi|=1$ 이면, 계속되는 반복과정에서 진폭변화가 없다. 그러나 만일 $|\xi|<1$ 이면 진폭이 감쇄되고, $|\xi|>1$ 이면 진폭이 증폭된다. 에너지의 흐름은 진폭의 자승에 비례하므로 손실이 없는 수동소자의 경우, 스캐터링변수(Scattering Parameter)계산에, 즉 $|S_1|^2 + |S_2|^2 = 1$ 으로, 시간영역-유한차분법이 정확한 해를 제공할 것이다.

IV. 결 론

평면파 해석방법을 이용하여 시간영역의 막스웰 방정식을 개구리 뛸 형태로 유한차분하여 전자파 전파현상을 모델하는 시간영역-유한차분법에서 수치적인 에너지가 보존된다는 성질을 이론적으로 증명하였다. 본 유도과정 중에서 시간영역-유한차분법에 대한 안정성 기준을 나타내는 부등식이 또 하나의 결과로 추출되었다. 감쇄가 없는 성질은 손실이 없는 전자파 전파현상을 시간적으로 오랫동안 반복적으로 수치적으로 모사할 수 있는 중요한 성질이다. 이것은 개구리 뛸(Leap-frog)형태의 유한차분근사법이 가지고 있는 자연적인 성질로부터이다.

손실이 없는 전자파 전파현상을 모델할 때에 어떤 수치해석방법을 이용할 것인가를 결정하는데 주의해야 할 것이다. 마지막으로 위와 같은 보존성질은 시간영역-유한차분법을 시도할 때 수렴기준뿐만 아니라 특정한 문제에 적합한 초기조건을 결정하는 기준을 제공한다.

참 고 문 헌

- [1] K. S. Yee, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol. AP-14, no. 3, pp. 302-307, May, 1966.
- [2] A. Taflove, "Review of the Formulation and Application of the Finite-Difference Time-Domain Method for Numerical Modeling of Electromagnetic Wave Interactions with Arbitrary Structures", *Wave Motion*, pp. 547-582, Oct., 1988.
- [3] A. Taflove and M. E. Brodwin, "Numerical Solution of Steady-State Electromagnetic Scattering Problems Using the Time-Dependent Maxwell's Equations", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-23, no. 8, pp. 623-730, August, 1975.
- [4] R. Holland, "THEREDE: A Free Field EMP Coupling and Scattering Code", *IEEE Trans. Nuclear*, vol. NS-24, no. 6, pp. 2416-2421, Dec., 1977.
- [5] X. Zhang and K. Mei, "Time Domain Finite Difference Approach for the Calculation of the Frequency-Dependent Characteristics of the Microstrip Discontinuities", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-36, no. 12, pp. 1775-1787, Dec., 1988.
- [6] I. S. Kim and W. J. R. Hoefer, "The Dispersion Characteristics and the Stability Factor for the TD-FD Method", *Electronics Letters*, vol. 26, no. 7, pp. 485-487, April, 1990.
- [7] R. Courant, K. O. Friedrichs and H. Lewy, "On the Partial Difference Equation of Mathematical Physics", (English translation from the original appeared in Math. Ann. 100 (1928), pp. 32-74), *IBM Jour. Res. Devel*, pp. 215-234, Nov., 1967.
- [8] A. R. Michell, *The Difference Method in Partial Differential Equations*, Chapter 2, John Wiley and Sons, pp. 38-42, 1980.
- [9] H. Nicolson, "Concept of Scattering in

- the Linear Optimal Control Problem”, *IEEE Proceedings*, vol. 118, no. 12, pp. 1823-1829, Dec., 1971.
- [10] I. S. Kim and W. J. R. Hoefer, “A Computational Breadboard Model for TD-FD Analysis of Guiding Structures”, *IEEE AP-S Symposium Digest, Dallas, U. S.*, pp. 1644-1647, May, 7~11, 1990.
- [11] I. S. Kim, Contributions to the time domain-finite difference method for modeling of microwave structures, Ph.D. Thesis, Dept. Elec. Eng., University of Ottawa, 1990.
- [12] 김인석, “A Study on the Numerical Wave Propagation Properties of the Finite Difference-Time Domain(FD-TD) Method for EM Wave Problems”, 한국통신학회논문지, 제 19권, 제 8호, pp. 1595-1611, 1994.
- [13] T. Hsu and L. Carin, “FDTD Analysis of Plane-Wave Diffraction from Microwave Device on an Infinite Dielectric Slab”, *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 6, no. 1, pp. 16-18, Jan., 1996.
- [14] I. J. Craddock, C. J. Railton and J. P. MoGeehan, “Derivation and Application of a Passive Equivalent Circuit for the Finite Difference Time Domain Algorithm”, *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 6, no. 1, pp. 40-42, Jan., 1996.

김 인 석



1947년 8월 4일생

1974년 2월: 경희대 전파공학과(학사)

1980년 8월: 한국방송공사 기술국

1983년 2월: Univ. of Ottawa(캐나다), 전기공학과(硕사)

1985년 8월: General Instrument(캐나다), Senior Engineer

1990년 10월: Univ. of Ottawa(캐나다), 전기공학과(박사)

1991년 2월: Space Agency(캐나다), David Florida Lab., Research Scientist

1992년 2월: 한국이동통신(주)

1992년 3월~현재: 경희대학교 전파공학과 부교수