

병렬형 매니플레이터의 힘/모우먼트 전달특성에 관한 연구

안 병준*, 홍금식**

Force/Moment Transmissionability Analysis of a Parallel Manipulator

Byoung-Joon Ahn*, Keum-Shik Hong**

ABSTRACT

This paper presents how the input forces along the prismatic joints of a parallel manipulator are transmitted to the upper platform. In order to consider force transmission and moment transmission separately the Jacobian matrix for parallel manipulators is splitted into two parts. Magnitudes of input forces on the six actuators at a given manipulator configuration which generate maximum/minimum output forces with no moment generated on the platform are obtained through the singular value decomposition of a matrix involving the Jacobian. Similarly the directions of the input forces to obtain only the rotation of the platform have been analyzed. Using the singular values a simple equation for the volume of ellipsoid which is a good tool for manipulability measure is provided. Obtained results could be useful in determining design parameters like radius of platform, angles between joints, etc. Simulations are provided.

Key Words: Parallel Manipulator(병렬형 매니플레이터), Jacobian(자코비안), Force-Moment Transmissionability (힘-모우먼트 전달성), Manipulability(조작성)

1. 서론

병렬형 매니플레이터(parallel manipulator)는 첨단 부(end effector)와 기저계(base frame)가 2개 이상의 병렬 링크에 의해서 연결되어 페루프 구조를 형성하고 있는 매니플레이터이다. 이러한 구조를 가지고 있고 6 자유도 운동을 구현할 수 있는 매니플레이터를 스투어트 플랫폼 매니플레이터(Stewart platform manipulator)라고도 부른다⁽¹⁾. 스투어트 플랫폼 매니플레이터는 직렬형 매

니플레이터(serial manipulator)보다 구조적으로 높은 강성도와 정밀도 그리고 안정성을 지닌다. 따라서 이러한 구조의 매니플레이터는 외부 물체와 큰 상호 작용력이 발생하는 경우, 예를 들면 나사체결, 무거운 물체의 조작 등에 사용되어질 수 있다. 반면 이러한 구조는 직렬형 매니플레이터에 비해서 구조적 측면에서 제한된 작업영역을 가지고 또 제어적인 측면에서 많은 계산량을 가지게 된다는 단점도 있다.

문헌상에 발표된 병렬형 매니플레이터에 관한 연구를

* 부산대학교 대학원
 ** 부산대학교 제어기계공학과

간략히 소개한다면 다음과 같다. 먼저 기구학 분야에서 살펴보면, Hunt⁽²⁾는 스튜어트 플랫폼의 기하학적 문제와 그 장단점에 관하여 발표하였다. 병렬형 매니퓰레이터의 역기구학 문제(inverse kinematics problem)는 상판의 위치 및 방향이 주어졌을 때 6개의 병렬 링크의 길이를 구하는 문제로서 그 해는 유일하고 또 쉽게 구할 수 있다. 그러나 6개의 링크의 길이가 주어졌을 때 상판의 위치 및 방향을 구하는 문제인 순기구학 문제(forward kinematics problem)는 비선형 다변수 다항식으로 나타나며 일반적인 형상의 매니퓰레이터는 40개의 해가 존재하는 것으로 알려져있다⁽³⁾. Duffy⁽⁴⁾는 단순한 페루프형 메카니즘에서의 역기구학을 해석하였고, Yang⁽⁵⁾는 기구학적 관점에서 병렬형 기구의 매니퓰레이터로서의 가능성을 해석하였다. 또한 Ficher⁽⁶⁾는 순기구학, 상판의 주어진 위치 및 방향에 따른 작동기의 속도, 외력에 대한 작동기의 힘 및 특이점을 해석하고 있으며, Merlet⁽⁷⁾는 그라스만 선 기하학(Grassman line geometry)에 근거한 특이점 해석을 발표하였다. Nanua⁽⁸⁾는 상판이 3각형, 하판이 6각형으로 주어진 특별한 형상에 대한 순기구학 해를 연구하였으며, 또한 Ma⁽⁹⁾는 병렬형 매니퓰레이터의 구조적 특이점(structural singularity)에 대해서 발표하였다. Arai⁽¹⁰⁾는 작업영역에 대한 해석도 발표하고 있다. Merlet⁽¹¹⁾는 상판이 3각형 하판이 6각형인 구조(triangular symmetric simplified manipulator)에 대한 해가 최대 16개가 있음을 보였고, 또 이들이 수치적으로 해결될 수 있는 방법을 제안 하였다. 또 Innocenti^(12,13)는 5-5 병렬기구에 대한 닫힌 형태의 순기구학 해 및 일반적인 6-6 병렬기구에 대한 수치해를 발표하였고, Nair⁽¹⁴⁾는 순기구학 문제를 설계변수에 종속되는 선형방정식의 전도(inversion)문제와 설계변수에 종속되지않는 비선형 방정식의 해를 구하는 문제의 2경우로 분리하여 해석하였다. 근년에 들어서는 6-6 병렬기구의 순기구학 해 대신 우회적인 방법이 등장하고 있는데 Cheok⁽¹⁵⁾은 탱크 시뮬레이터의 적응제어를 구현함에 있어서 직접적인 6개의 링크변위의 측정외에 3개의 선형변위 측정기를 더 사용함으로써 순기구학 문제를 해결하는 것을 제안하고 있으며, 한길룡⁽¹⁶⁾은 6-6 병렬기구의 순기구학 해를 위해서 2개의 여분의 회전변위 측정 센서의 사용을 제안하였다. 한편, 정규홍⁽¹⁷⁾은 순기구학의 실시간 추정기법에 대해서 발표하였다.

역기구학은 여러 연구자들에 의해 닫힌 형태로 구해졌는데 Mohamed⁽¹⁸⁾는 데나비트 하텐베르그(Denavit-Hartenberg) 행렬을 이용하였고, Yang⁽⁹⁾는 순수한 기하

학적 관계를 이용하였으며, Sugimoto⁽¹⁹⁾은 스튜어트 플랫폼 구조에 근거한 매니퓰레이터의 기구학 및 동역학 모델링의 일반화된 이론을 종합하였다. 병렬형 매니퓰레이터의 응용에 있어서 문창렬⁽²⁰⁾은 정밀조립을 위한 병렬 다관절 구조를 가진 로봇의 손목기구의 개발을 발표하고 있다. 변용규⁽²¹⁾는 이런 형태의 매니퓰레이터를 이용하여 로봇의 손목기구로의 구현에 있어서 광학 센서 및 스트레인 게이지의 사용을 연구했고, 허훈⁽²²⁾은 스튜어트 플랫폼구조를 활용하는 센서의 개발에 관해서 연구하였다. 또한 강철구⁽²⁸⁾는 정기구학 문제의 선형화를 이용하여 힘/모우멘트 센서의 설계에 대해서 연구하였다. 제어 문제에 있어서는 서정용⁽²³⁾, 정규홍⁽²⁴⁾은 이런 구조의 병렬형 매니퓰레이터의 슬라이딩 모드 제어 및 다변수 전실 제어에 관한 연구를 각각 수행하였으며, Hahn⁽²⁵⁾은 비선형 제어 기법인 폐환 선형화(feedback linearization)을 시도하였다.

본 연구에서는 이러한 병렬형 매니퓰레이터의 구동부(기저계와 상판을 연결하는 미끄럼 링크)에서의 입력 힘(input force)이 가해졌을 때 상판(platform)에서 얻어지는 출력 힘과 모우멘트(output force and moment)와의 관계에 대해서 해석한다. 일반적으로 매니퓰레이터의 입력 및 출력 관계는 자코비안 행렬에 의해서 얻어지는데, 직렬형 매니퓰레이터의 경우에는 이러한 입출력 관계가 많이 연구되었으나 병렬형 매니퓰레이터의 경우에는 이러한 입출력 관계에 관련된 연구가 많지 않은 실정이다. 또 이러한 병렬형 매니퓰레이터의 경우는 구동부가 6개의 선형 작동기(linear actuator)로 구성되어 있고 이 6개의 작동기에 의해서 상판은 6 자유도 운동을 수행하게 되어서 6개 성분의 출력 즉 힘(3 성분)과 모우멘트(3 성분)가 발생하게 된다. 병렬형 매니퓰레이터의 경우 입출력 관계에서 입력은 모두 힘으로서 같은 차원을 가지나 출력은 힘과 모우멘트가 되어 2개의 서로 다른 차원을 가지게 된다. 그러므로 입력 힘에 대해서 출력 힘과 모우멘트 전체를 다루는 것은 입출력 관계의 특성을 명확하게 해석함에 어려움이 있다. 따라서 작동기의 입력에 대한 출력 힘과, 작동기의 입력에 대한 출력 모우멘트를 서로 따로 분리해서 다루어서 힘전달 특성 및 모우멘트 전달 특성을 분리하여 조사할 수 있다⁽²⁶⁾. Kosuge⁽²⁶⁾는 힘과 모우멘트를 따로 분리하여 입력과 출력과의 관계를 구하기 위해서 자코비안을 이용하여 2차 형식으로의 변환을 통하여 최대 및 최소 출력의 크기 및 방향을 밝혔다.

본 논문의 내용을 다음과 같이 요약한다. 자코비안 행렬을 아래 위의 두 부분으로 나누어서 상판에 미치는 힘

과 모우멘트를 분리하여 그 전달성을 해석하는 방법은 Kosuge⁽²⁶⁾ 와 같다. 그러나 본 논문에서는 자코비안 행렬로부터 유도된 어떤 행렬의 특이값 분해(singular value decomposition)를 수행함으로써 모우멘트(혹은 힘)을 수반하지 않는 경우의 입출력의 크기비와 작동기의 어떤 입력이 가장 크게(혹은 작게) 증폭되어 출력으로 나오는가에 대한 방향성 해석을 보인다. 더 나아가 5.2절에서 정의되는 타원체의 체적은 조작성에 대한 어떤 척도가 될 수 있는데, 특이값들을 이용해서 체적에 대한 수식이 간략히 정량화될 수 있음을 보인다. 또 입력의 변동에 대해서 출력은 어느 정도의 변동이 발생하는가를 해석하여 입력 및 출력의 상대적인 오차의 범위를 결정할 수 있는 민감도 해석도 가능하다. 이러한 사실들을 구체적인 매니플레이터에 적용하여 파라미터의 변동에 대한 입출력 해석을 수행하여 힘전달 특성과 모우멘트 전달 특성을 서로 분리하여 해석하고 더 나아가서 어떠한 형태의 매니플레이터의 힘 또는 모우멘트의 전달 특성이 우수한지를 보이고 또 이 때의 힘전달과 모우멘트의 전달에서 동방성 해석을 수행할 수 있음을 보일 것이다.

본 논문의 진행은 2절에서 간략히 매니플레이터에 관련된 변수들을 정의하고, 3절에서 입력 축의 속도와 출력 축의 속도와와의 관계 또는 입력 힘과 출력 힘과의 관계를 나타내는 자코비안을 정의한다. 4절에서 입력 힘에 대한 출력(힘/모우멘트)의 전달 관계식을 유도하고, 5절에서 힘 조작성능(force manipulability)을 검토한다. 6절에서 모우멘트 조작성능(moment manipulability)도 동일한 방법으로 해석될 수 있음을 밝히고, 7절에서 실제적인 적용을 제시하고 마지막으로 결론을 언급한다.

2. 매니플레이터의 형상

Fig. 1은 병렬형 매니플레이터의 간략한 도식도이다. 하판(base)은 고정되어 있고 상판(platform)은 직선 운동을 수행하는 6개의 작동기에 의해서 움직이게 되어 6자유도 운동을 수행할 수 있다. 6개의 작동기와 하판의 연결부 및 상판의 연결부는 3 자유도 관절(예, spherical joint)로 연결되어 있다.

하판의 원점 및 상판의 원점을 각각 O_B , O_P 라 할 때, $b_i = [b_{ix} \ b_{iy} \ b_{iz}]^T$, $i = 1, 2, \dots, 6$, 는 O_B 에서 하판상의 6개의 관절 B_i 까지의 위치 벡터이다. O_P 에서 상판상의 6개의 관절 P_i 까지의 위치 벡터를 $p_i = [p_{ix} \ p_{iy} \ p_{iz}]^T$, $i = 1, 2, \dots, 6$, 라 하자. 그리고 하판의 원점 O_B 에서 상판

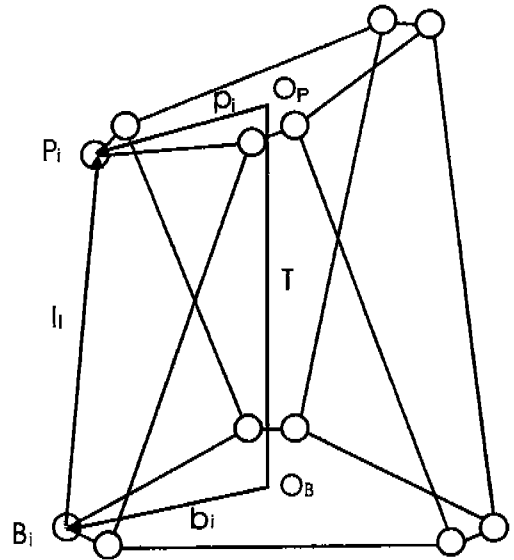


Fig. 1 Configuration of a Parallel Manipulator

의 원점 O_P 를 연결한 벡터를 $T = [T_x \ T_y \ T_z]^T$ 로 나타낸다. 하판상의 6개의 관절 B_i 와 상판상의 6개의 관절 P_i 까지의 위치 벡터를 $l_i = [l_{ix} \ l_{iy} \ l_{iz}]^T$, $i = 1, 2, \dots, 6$, 로 표시한다. 여기서 각 벡터들은 모두 절대 좌표계에서 측정된 값들이다.

3. 자코비안 행렬

이 절에서는 병렬형 매니플레이터의 경우에 있어서 상판의 선속도 및 각속도와 입력 링크의 선속도와의 관계를 나타내는 자코비안을 정의한다. Fig. 1에서 보면 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$l_i = T - b_i + p_i, \quad i = 1, 2, \dots, 6. \quad (1)$$

양변을 각각 자기자신에 대해서 내적(inner product)을 취하여 스칼라 방정식들을 만든다.

$$l_i \cdot l_i = (T - b_i + p_i) \cdot (T - b_i + p_i), \quad i = 1, 2, \dots, 6. \quad (2)$$

식 (2)의 양변을 시간에 대해서 미분하면

$$\dot{l}_i \cdot l_i = (\dot{T} - \dot{b}_i + \dot{p}_i) \cdot (T - b_i + p_i), \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (3)$$

이 된다. b_i 는 하판 상에 고정된 벡터이므로 시간에 대

한 변화율은 0이다. P_i 의 변화율은 $\dot{P}_i = \omega \times P_i$ 로 쓰여질 수 있다. 여기서 $\omega = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ 는 상판의 절대 각속도 벡터이다. 식 (3)을 정리한 후 행렬 형태로 나타내면

$$L\dot{i} = A\dot{u} \quad (4)$$

여기서

$$L = \begin{bmatrix} l_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & l_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_6 \end{bmatrix}, \quad \dot{i} = \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \vdots \\ \dot{i}_6 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} (T-b_1+p_1)^T (p_1 \times (T-b_1+p_1))^T \\ \vdots \\ (T-b_6+p_6)^T (p_6 \times (T-b_6+p_6))^T \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$$

$$\dot{u} = \begin{bmatrix} \dot{T} \\ \omega \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$$

가 된다. $l_i = \|l_i\|, i=1,2,\dots,6$ 은 링크의 실제 길이를 나타내며 \dot{i}_i 는 각 링크길이의 변화율이 된다. 따라서 L 의 역행렬이 쉽게 구해짐을 알 수 있다. 이제 식 (4)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{i} &= L^{-1}A\dot{u} \\ &= J\dot{u} \end{aligned}$$

여기서 행렬 $J = L^{-1}A$ 를 병렬형 매니플레이터의 자코비안으로 정의하며 이는 상판의 선속도(\dot{T}) 및 각속도(ω)와 입력 링크의 선속도(\dot{i})를 관계시키는 선형 연산자가 된다.

4. 힘/모우멘트의 전달

이 절에서는 작동기에서의 입력 힘과 상판에서의 출력 힘/모우멘트의 일반적인 관계식을 유도한다. 6개의 작동기에서 상판으로 작용되는 힘의 크기를 각각 f_1, f_2, \dots, f_6 라 하고, $f = [f_1 \ f_2 \ \dots \ f_6]^T$ 로 표시한다. 상판에서 발생하는 출력 힘과 모우멘트를 각각 $F = [F_x \ F_y \ F_z]^T, M = [M_x \ M_y \ M_z]^T$ 라 하고 $\tau = [F^T M^T]^T$ 으로 표시한다.

그리고 상판의 위치와 회전을 결정하는 일반화된 좌표계를 $u = [T_x \ T_y \ T_z \ \theta_x \ \theta_y \ \theta_z]^T$ 로 표시한다. 여기서 T_x, T_y, T_z 는 상판 중심의 위치(position)를 나타내고 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 는 상판의 방향(orientation)을 나타낸다. 3절의 자코비안을 이용하면 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\delta l = J\delta u \quad (5)$$

또 가상일의 원리를 적용하면

$$f^T \delta l = \tau^T \delta u \quad (6)$$

의 관계가 성립한다. 식 (5)를 식 (6)에 대입하면

$$f^T J \delta u = \tau^T \delta u \quad (7)$$

이고

$$(\tau^T - f^T J) \delta u = 0 \quad (8)$$

가 된다. 따라서

$$\tau = J^T f \quad (9)$$

의 관계가 성립한다.

식 (9)는 주어진 상판의 위치와 방향(자코비안 행렬로 주어짐)에서 작동기의 6개의 입력 힘의 크기와 상판의 출력 힘/모우멘트(6성분)의 관계를 나타낸다. 식 (9)를 그대로 사용하여 입출력 관계를 유도하게 되면 단순히 상판에 발생하는 출력만을 다루게 되므로 힘 성분과 모우멘트 성분을 구분할 수 없게 되어 출력의 물리적 의미를 해석하는 데는 모호함을 가지게 된다. 따라서 출력 힘과 출력 모우멘트를 따로 분리해서 다루면 그 물리적 의미를 부여할 수 있어서 해석을 명확히 할 수 있다. 또 이런 병렬형 매니플레이터를 운동재현기로 이용할 경우 용도에 따라서 힘 혹은 모우멘트중의 한 가지의 전달특성이 더욱 중요한 경우가 있을 수 있다. 다시 말하면 차량 운동재현기와 함 운동재현기 혹은 비행체 운동재현기는 그 특성에 맞는 힘이나 모우멘트의 전달특성을 가지도록 제작되어야 한다. 따라서 힘과 모우멘트를 분리하여 다루는 것도 이러한 전달 특성을 해석하기 위해서 필요하다고 말할 수 있다. 또 다른 이유중의 하나는 일반적으로 힘과 모우멘트는 서로 다른 차원을 가진다는 것이다.

식 (9)에서 자코비안 행렬을 상하 두 부분으로 나누어서 다음과 같이 표기한다.

$$\tau = \begin{Bmatrix} F \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} J_F^T \\ J_M^T \end{Bmatrix} f \quad (10)$$

여기서 $J_F^T, J_M^T \in R^{3 \times 6}$ 이고 J_F^T 는 J^T 의 위쪽의 3행을 나타내는데 작동기로부터의 입력 힘에 대한 상판에 나타나는 출력 힘(합력)과의 관계를 나타내고, J_M^T 는 J^T 의 아래의 3행으로서 작동기로부터의 입력 힘과 상판에 나타나는 출력(합) 모우멘트와의 관계를 나타낸다. 따라서 식 (10)을 다음과 같이 두 식으로 분리하여 생각한다.

$$F = J_F^T f \quad (11)$$

$$M = J_M^T f \quad (12)$$

5. 힘전달 특성

이 절에서는 작동기에서 가하는 입력 힘에 대해서 상판에서 발생하는 출력 힘과 모우멘트중 모우멘트는 발생되지 않고 순수하게 힘만 발생하는 경우에 대해서 입출력 관계를 조사한다. 이 경우 상판은 순수하게 병진운동만을 하게 된다. 아래의 식 (13)에서 식 (16)의 전개 과정에서 그 기본 흐름은 Kosuge⁽²⁶⁾과 동일하나 본 논문에서는 특이값 분해를 도입함으로 인하여 최종적인 해석 방법은 달라짐을 먼저 밝힌다. 단위 힘이 작용하였을 경우에 발생하는 출력이 어떠한 관계를 나타내는가를 해석하기 위하여 먼저 작동기의 입력 힘이 다음과 같다고 가정한다.

$$\|f\| \leq 1 \quad (13)$$

또 모우멘트가 발생하지 않는다고 가정하였으므로, 식 (12)에서

$$M = J_M^T f = 0 \quad (14)$$

이다. 따라서 모우멘트가 발생하지 않기 위한 6개의 작동기의 힘의 크기를 나타내는 벡터 f 는 J_M^T 의 영 공간(null space)상의 벡터가 되어야 한다. 자코비안 행렬이 특이 행렬이 아니기 위해서 $\text{rank}(J_F^T)$ 와 $\text{rank}(J_M^T)$ 이

각각 3 이라고 가정하면, 식 (14)의 해는

$$f = N_M x \quad (15)$$

이 된다. 여기서 $N_M = [n_1 \ n_2 \ n_3]$, $n_i \in R^{6 \times 1}, i=1,2,3$, 은 J_M^T 의 영 공간의 기저벡터(basis vector)이고, $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ 는 각 기저 벡터들을 조합하여 상판에 모우멘트를 발생시키지 않는 작동기의 힘을 결정하는 계수가 된다. 그런데 이 해는 식 (13)의 가정처럼 그 크기는 1이하이어야 하므로 식 (15)를 식 (13)에 대입하면

$$\|f\|^2 = f^T f = x^T N_M^T N_M x \leq 1 \quad (16)$$

가 된다.

만일 영공간의 기저벡터들이 정규직교(orthonormal)인 경우에 $N_M^T N_M = I$ 가 성립하므로 식 (16)은 다음과 같이 변환되어질 수 있다.

$$x^T N_M^T N_M x = x^T I x = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1 \quad (17)$$

따라서 $\|x\| \leq 1$ 이 된다. 그러므로

$$f = N_M x \quad (\|x\| \leq 1) \quad (18)$$

의 가정하에서 상판은 모우멘트를 수반하지 않게 된다. 이제 상판에 발생하는 출력 힘을 계산하기 위해서 식 (18)을 식 (11)에 대입하면

$$F = J_F^T N_M x = J_F' x \quad (19)$$

가 되고 여기서 $J_F' = J_F^T N_M \in R^{3 \times 3}$ 이다. 이제 식 (19)가 나타내는 의미는 상판에 모우멘트를 발생하지 않고 힘만을 얻기 위해서는 임의의 $x \in R^{3 \times 1}, \|x\| \leq 1$ 을 취하여 식 (15)로서 얻어지는 f 를 작용시키면 얻게되는데 이때 상판에 발생하는 힘 F 는 $J_F' : R^3 \rightarrow R^3$ 로서 변환되어 나타나게 된다. 따라서 $\{x \in R^3, \|x\| \leq 1\}$ 을 J_F' 로 변환시키면 나타나는 형상은 타원체(ellipsoid)가 얻어지는데 식 (19)로부터 얻어지는 타원체를 힘 조작성 타원

체(force manipulability ellipsoid)라 정의한다.

5.1 특이값 분해

이제 식 (19) 및 J_F' 의 특이값 분해를 이용하여 상판에 나타나는 최대/최소힘의 방향 및 힘 조작성을 해석해 보자. 식 (19)는 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$F = U \Sigma V^T x \quad (20)$$

여기서 $U = [u_1 \ u_2 \ u_3]$ 는 $J_F' J_F'^T$ 의 고유벡터 행렬이고 $V = [v_1 \ v_2 \ v_3]$ 는 $J_F'^T J_F'$ 의 고유벡터 행렬이며 U 와 V 는 직교 행렬이다. 또 Σ 는 J_F' 의 특이값 행렬이며 대각선 행렬이다. 따라서 U 와 V 가 직교 행렬이므로 U^T 를 양변에 곱하여 식 (20)은 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$F^* = \Sigma x^* \quad (21)$$

여기서 $F^* = U^T F$, $x^* = V^T x$ 이다. 식 (21)의 의미는 작동기에서 상판에 모우멘트를 발생시키지 않으면서 최대 출력 힘 F_1^* 를 내기 위해서는 최대 특이값 σ_1 에 대응하는 고유벡터 행렬 V 의 첫 번째 열 v_1 과 일치하는 방향, 즉 각 작동기에서 $f = n_M v_1$ 로 입력이 가해질 때이고 이 때 힘의 최대 증폭비는 최대 특이값 σ_1 과 같다. 또한 F_1^* 의 방향은 최대 특이값에 대응하는 U 의 u_1 방향이 된다. 또 최소 출력력 F_3^* 는 최소 특이값 σ_3 에 대응하는 고유벡터 행렬 V 의 세 번째 열 v_3 와 일치하는 방향, 즉 각 작동기의 입력이 $f = n_M v_3$ 일 때이고 이 때의 힘의 증폭비는 최소 특이값 σ_3 과 같다. 이 때의 출력력 F_3^* 의 방향은 최소 특이값에 대응하는 U 의 u_3 방향이 된다. 이를 기하학적으로 설명하면 다음과 같다. 상판이 회전하지 않고 그 크기가 1인 힘이 상판에 작용한다고 가정하게 되면 작동기의 입력은 x 에 의해서 크기가 1인 3차원의 구(sphere)가 되고 이 때 상판의 출력은 3차원의 타원체를 형성하고 그 축은 $J_F' J_F'^T$ 의 고유벡터들의 방향 즉 u_i 의 방향이고 각축의 길이는 각 특이값과 같다는 의미를 가진다. 이러한 입출력 관계의 타원체를 조작성 타원체라 정의한다⁽²⁷⁾. 만일 이 타원체가 구형에 가깝다고 하면, 즉 특이값이 모두 거의 같으면 어떤 입력이 들어가더라도 거의 같은 크기의 출력이 나오게 되

고 입력에 대한 출력의 방향성 영향이 작으므로 등방성 특징을 보인다고 할 수 있다. 그러나 이 타원체가 긴 형태의 타원체라면, 즉 각 특이값의 차이가 크면 마찬가지로 해석에 의해서 입력에 대한 출력의 방향성 영향이 크다고 말할 수 있으며 입력의 방향에 따라서 출력이 큰 변동을 하게 된다. 이 방향성 특징은 매니퓰레이터의 자코비안에 의해서 결정되므로 설계나 작동시 한 고려대상으로 사용되어질 수 있다. 따라서 임의의 입력이 주어질 때 출력의 크기는 다음과 같이 예측되어질 수 있다. 출력과 입력의 크기비 $\|F^*\| / \|x^*\|$ 는

$$\sigma_3 \leq \frac{\|F^*\|}{\|x^*\|} \leq \sigma_1 \quad (22)$$

이고 여기서 σ_1, σ_3 는 각각 최대 및 최소 특이값이다. 또 U, V 는 직교 행렬이므로

$$\begin{aligned} \|x^*\| &= \|x^T V^T V x\| = \|x\| \\ \|F^*\| &= \|F^T U^T U Y\| = \|F\| \end{aligned} \quad (23)$$

이다. 그리고 $\|x\| = 1$ 인 경우는

$$\sigma_3 \leq \|F\| \leq \sigma_1 \quad (24)$$

가 된다.

5.2 조작성 척도 및 민감도 해석

한편 이 타원체의 체적을 이용하여 전달특성을 수치적으로 정량화할 수 있다. 즉 이 타원체의 체적이 크면 우수한 전달특성을 보인다고 할 수 있으며 반대로 이 체적이 작으면 전달특성이 불량하다고 말할 수 있다. 일반적으로 m 차원까지 확장한 타원체의 체적은

$$\frac{\pi^{\frac{m}{2}}}{\Gamma(1 + \frac{m}{2})} \prod_{i=1}^m \sigma_i \quad (25)$$

로 나타나며 여기서 $\Gamma(\cdot)$ 는 Gamma function 이며

$$\Gamma(n+1) = \int_0^{\infty} t^n e^{-t} dt$$

이다. 이 타원체의 체적을 조작성 척도(measure of manipulability(MOM)) 라고 정의한다.

또 식 (19)를 기초로 민감도 해석을 수행할 수 있다. 즉 입력의 변동에 대한 출력의 변동을 예측할 수 있다. 만일 입력 힘 f 가 잡음(noise)을 포함하고 있다면 $f + \Delta f$ 가 될 것이고 또한 x 는 $x + \Delta x$ 가 될 것이다. 따라서

$$F + \Delta F = J_F'(x + \Delta x) \quad (26)$$

가 되고

$$\Delta F = J_F' \Delta x \quad (27)$$

가 된다. 이는 다시

$$\sigma_3 \leq \frac{\|\Delta F\|}{\|\Delta x\|} \leq \sigma_1 \quad (28)$$

가 된다. 따라서 민감도 해석을 수행하기 위해서 출력과 입력의 상대 오차를 $\frac{\|\Delta F\|/\|F\|}{\|\Delta x\|/\|x\|}$ 로 정의한다. 그러면

$$k^{-1} \leq \frac{\|\Delta F\|/\|F\|}{\|\Delta x\|/\|x\|} \leq k \quad (29)$$

가 된다. 여기서 $k = \sigma_1/\sigma_3$ 로 정의되며 조건수(condition number)라고 불린다. 식 (29)로부터 상대적오차의 크기를 알 수 있다. 따라서 조건수가 크면 작은 신호의 잡음이나 계산상의 오차가 존재하더라도 출력은 아주 커질 수 있다. 그러므로 매니퓰레이터의 설계시나 작동시 자코비안이 이러한 영역에 들어가지 않도록 고려되어야 할 것이다.

6. 모우먼트 전달특성

이 절에서는 상판의 출력이 힘/모우먼트 중에서 힘은 발생되지 않고 모우먼트만 발생하는 경우의 입출력 관계에 대해서 조사한다. 이 경우에는 상판은 순수하게 회전 운동만을 수행하게 된다. 힘 전달특성에서와 유사하게

$$\|f\| \leq 1 \quad (30)$$

이고 또한 힘이 발생하지 않는다고 가정하였으므로

$$F = J_F^T f = 0 \quad (31)$$

이다. 상판에서 힘이 발생하지 않기 위한 작동기의 힘은 J_F^T 의 영 공간(null space: $v(J_F^T)$)상의 벡터가 되어야 한다. 역시 $rank(J_F^T)$ 와 $rank(J_M^T)$ 가 3이라고 가정하면 5절과 마찬가지로 식 (31)의 해는

$$f = N_F x \quad (32)$$

와 같이 표현되어진다. 마찬가지로 절차에 의해서

$$f = N_F x (\|x\| \leq 1) \quad (33)$$

로 표현되어지고 식 (33)을 식 (12)에 대입하면

$$M = J_M' x \quad (34)$$

가 되고 여기서 $J_M' J_M^T N_F \in R^{3 \times 3}$ 이다. 식 (34)를 특이값 분해를 이용하여 다시 쓰면

$$M = U \Sigma V^T x \quad (35)$$

가 되어 역시 인 $\|f\| \leq 1$ 입력에 대해서 타원체를 형성한다. 이 타원체를 모우먼트 조작성 타원체라고 부른다. 입출력 관계식도

$$\sigma_3 \|M\| \leq \sigma_1 \quad (36)$$

가 된다. 또 상대 오차도

$$k^{-1} \leq \frac{\|\Delta M\|/\|M\|}{\|\Delta x\|/\|x\|} \leq k \quad (37)$$

이 된다. 이 타원체의 체적도 힘 전달특성에서와 같은 방

법으로 구할 수 있다. 힘 전달특성과 똑같은 결론을 모우멘트 전달특성에 대해서도 내릴 수 있다.

7. 설계시의 적용

이 절에서는 앞에서 유도한 식들을 이용하여 병렬형 매니플레이터의 구조적 파라메터가 상판으로의 힘과 모우멘트 전달특성에 어떠한 영향을 미치는가에 대해서 해석을 수행한다. 병렬형 매니플레이터의 구조적 파라메터로는 상판의 반경과 하판의 반경, 하판에서 이웃하는 관절(joint)들이 이루는 각, 상판에서 이웃하는 관절들이 이루는 각 그리고 중립시의 상판의 위치 등을 들 수 있다. 따라서 이러한 파라메터들의 값을 변화시켜 가면서 상판으로의 힘과 모우멘트의 전달 특성을 해석할 수 있다.

이제까지의 방법에서는 앞의 각 파라메터들을 변화시키면서 6×6 자코비안 행렬 전체의 특이값 분해를 이용하여 그 조건수가 1에 가까운 값을 가지도록, 즉 입력의 방향에 따른 출력의 변동이 크지 않도록(등방성이 구현되도록) 각 설계 파라메터 값을 결정하였다. 이러한 경우에 출력 전체(힘+모우멘트)를 고려하므로 직접적으로 힘 전달특성이라든지 모우멘트 전달특성을 따로 고려할 수는 없다. 또 최대 특이값과 최소 특이값의 크기가 모두 0에 가까운 경우에는 출력의 등방성 조건이 의미를 상실하게 되므로 적합하지 않다. 그러나 자코비안 행렬을 힘 전달 부분과 모우멘트 전달부분으로 분리하였으므로 이를 이

용하여 각 파라메터의 값의 변동이 상판으로의 출력 힘성분이나 모우멘트 성분의 전달 특성에 어떠한 영향을 미치는지를 보이고 더 나아가서 어떠한 파라메터의 값이 힘과 모우멘트의 전달 특성을 좋게 할 수 있는지를 결정지을 수 있다. 앞 장에서 힘전달 특성은 타원체의 체적으로서 정량적으로 나타낼 수 있음을 언급하였고 이를 조작성 척도라고 정의하였다. 그러므로 이 타원체의 체적이 크면 힘이나 모우멘트의 전달특성이 우수하다고 볼 수 있으며 이를 각 파라메터의 설계에 이용할 수 있다.

이와 같은 내용을 실제로 적용해보기 위해서 Fig. 1과 같은 매니플레이터의 형태에서 다음과 같이 고려한다. 우선 하판 및 상판의 반경을 각각 1 로하고 상판의 중립시 위치를 $T = [0 \ 0 \ 1]$ 로 둔다. 설계 파라메터로서 상판의 반경 r 및 하판 및 상판에서 이웃하고 있는 관절들이 이루고 있는 각도 θ 를 변수로 하여 힘과 모우멘트의 전달특성을 해석한다. Fig. 2는 이러한 변수들을 도식화한 것이다. 여기서 상판의 반경의 크기는 0에서 1까지 변화하며 각도는 0도에서부터 60도까지의 값을 가질 수 있다. 그러므로 각 판의 관절들이 이루는 모양은 정삼각형에서 정육각형으로 변화하는 경우에 해당된다. 먼저 Fig. 3은 상판의 반경을 1로 설정했을 때 각 관절들 사이의 각도를 변화시켰을 경우의 힘 조작성능 타원체의 체적을 도식화한 것이다. 각도가 20도 정도의 값을 가질 때 전달특성이 최대가 됨을 알 수 있다. Fig. 4는 이 때의 모우멘트 전달 특성을 나타낸 것이다. 관절들 사이의 각도가 35도 부근

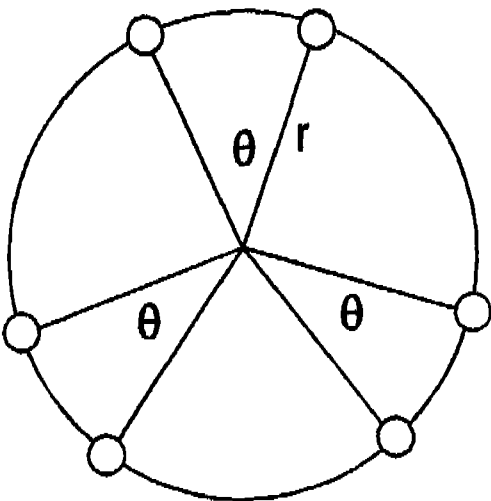


Fig. 2 상판의 반경과 각도

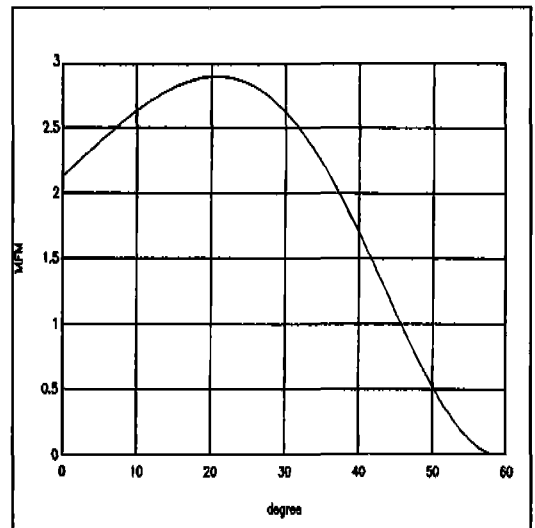


Fig. 3 Measure of Force Manipulability (MFM)

에서 최대의 전달특성을 보인다고 말할 수 있다. Fig. 5
 과 Fig. 6은 이 때의 힘 전달부분과 모우먼트 전달부분의
 조건수를 각각 나타낸 것이다. 양 경우 모두 관절들 사이
 의 각도가 60도가 되는 경우에는 조건수가 급격히 증가
 하여 아주 불량한 전달특성을 보임을 알 수 있다. 이제 하
 판의 크기에 대해서 상판의 크기의 영향을 살펴보기 위해
 서 각 관절들 사이의 각도를 30도, 하판의 크기를 1로 설

정했을 때 상판의 크기를 0에서 1까지 변화시켰을 경우
 를 살펴본다. Fig. 7은 힘 조작성능 타원체의 크기를 나
 타낸 것이다. 상판의 반경이 0.85에 이르면 최대의 힘전
 달특성을 나타냄을 볼 수 있다. Fig. 8은 모우먼트의 전
 달특성을 나타낸 것이다. 최대의 전달특성은 상판의 크기
 가 1인 경우에 나타남을 알 수 있다. Fig. 9와 Fig. 10은
 이 경우의 조건수의 변화를 그린 것이다. 관절들 사이의
 각도의 변동에서처럼 심한 변동을 보이지 않고 대략 비슷
 한 값을 가짐을 알 수 있다.

이제 상판의 반경과 각 관절들 사이의 각도들을 동시에
 변화시키면서 그 전달특성을 살펴본다. Fig. 11은 각 파
 라미터들의 변동에 대해서 힘 조작성능 타원체의 체적을
 나타낸 것이다. 최대의 전달특성은 반경이 0.75이고 관
 절들 사이의 각도가 약 15도인 경우에 나타남을 알 수 있
 다. Fig. 12는 자코비안 행렬의 힘 전달 부분의 조건수를
 도식화한 것이다. 조건수는 관절들 사이의 각도가 증가함
 에 따라서 커짐을 알 수 있으며 각도가 60도에 가까워 질
 수록 무한히 크게되어 관절들 사이의 각도가 60도인 경
 우는 구조적 특이점에 해당함을 알 수 있다. 입력의 변동
 에 대한 출력의 변동의 영향이 작도록 하기 위해서는 조
 건수가 작은 값을 가지도록 하는 것이 좋다고 할 수 있다.
 Fig. 13은 각도와 반경을 변화시키면서 모우먼트의 전달
 특성을 도식화한 것이다. 모우먼트 전달특성은 상판의 반
 경이 1에 가까울 경우에 좋은 전달 특성을 가지게 된다.

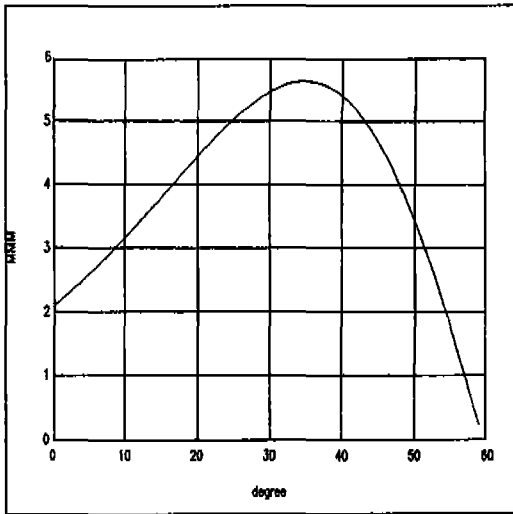


Fig. 4 Measure of Moment Manipulability (MMM)

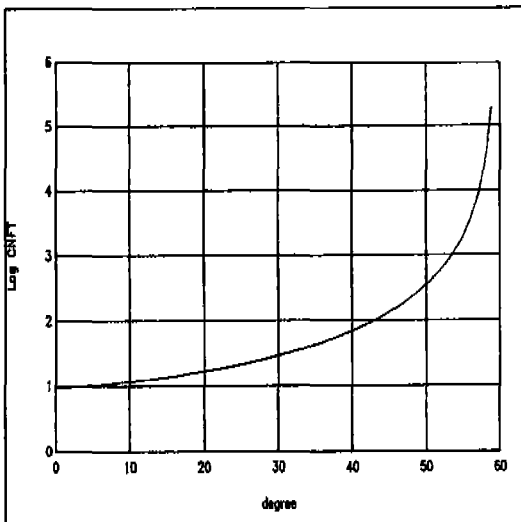


Fig. 5 Condition Number of Force Transmission (CNFT)

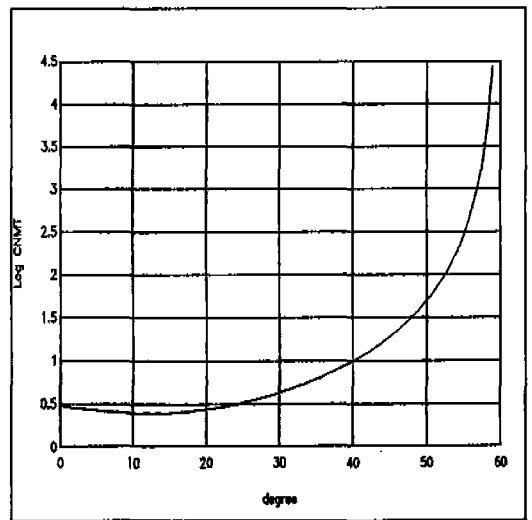


Fig. 6 Condition Number of Moment Transmission (CNMT)

이 때의 최대 값은 반경이 1이고 각도가 대략 36도 정도 인 경우에 얻어짐을 알 수 있다. 이 때의 조건수의 변화는 Fig. 14에서 볼 수 있다. 힘 전달특성과 마찬가지로 상판과 하판의 모양이 정육각형에 가까워짐에 따라서 모우멘트 전달 특성은 급격히 나빠지고 조건수도 급격히 증가함을 볼 수 있다. 이는 자코비안 행렬이 특이 행렬에 가까워짐을 나타내며 이는 상판과 하판이 정육각형을 형성할 경우 모든 작동 범위에서 자코비안이 특이 행렬이라는

Ma⁽⁹⁾의 결과와 일치함을 보여준다.

위에서 보듯이 힘 및 모우멘트의 전달특성은 상판의 반경의 변동보다는 각 관절사이의 각도의 변동에 영향을 더욱 더 많이 받으며 특히 상판 및 하판의 모양이 정육각형인 경우에는 힘 및 모우멘트의 전달 특성이 급격히 나빠지며 입력의 방향에 따른 출력의 크기의 변동이 큼을 보여준다.

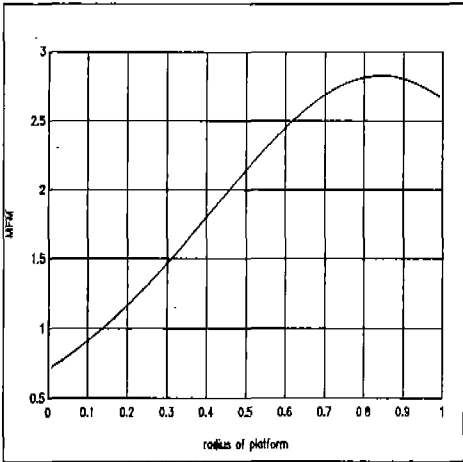


Fig. 7 Measure of Force Manipulability (MFM)

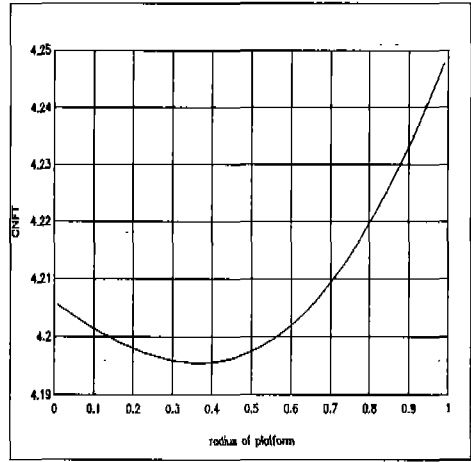


Fig. 9 Condition Number of Force Transmission (CNFT)

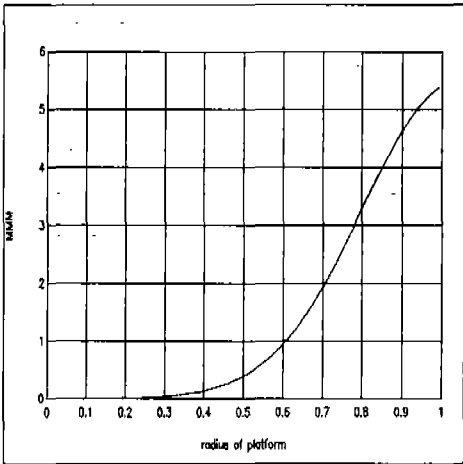


Fig. 8 Measure of Moment Manipulability (MMM)

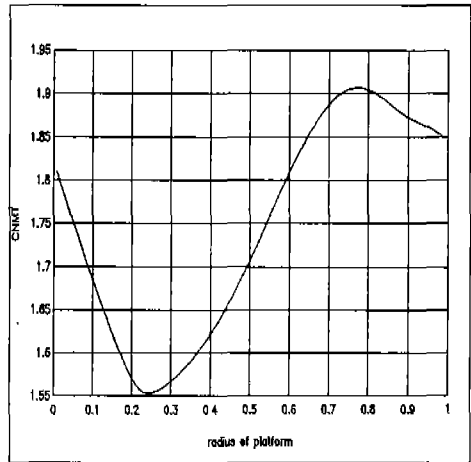


Fig. 10 Condition Number of Moment Transmission (CNMT)

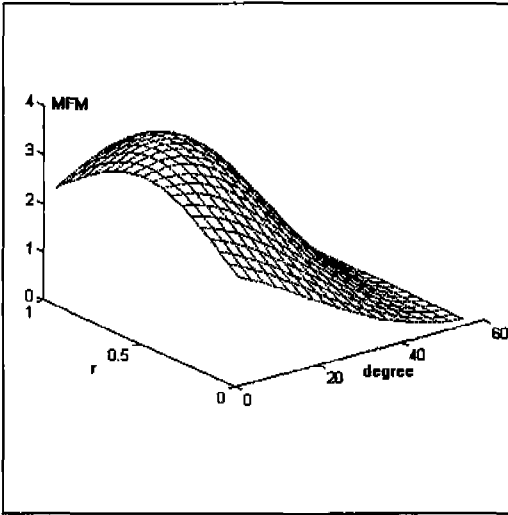


Fig. 11 Measure of Force Manipulability (MFM)

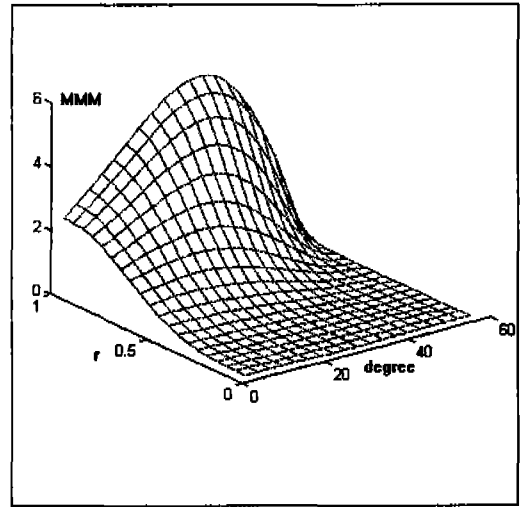


Fig. 13 Measure of Moment Manipulability (MMM)

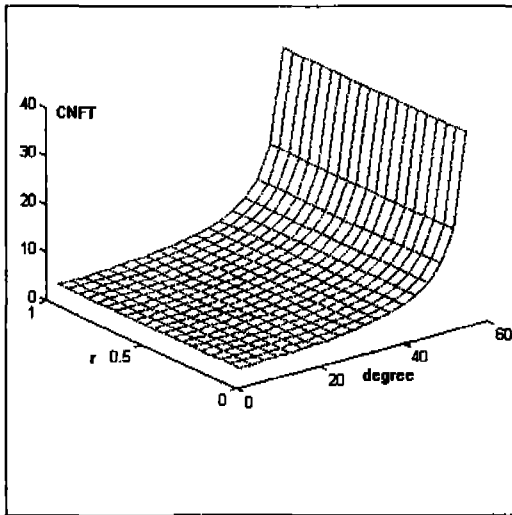


Fig. 12 Condition Number of Force Transmission (CNFT)

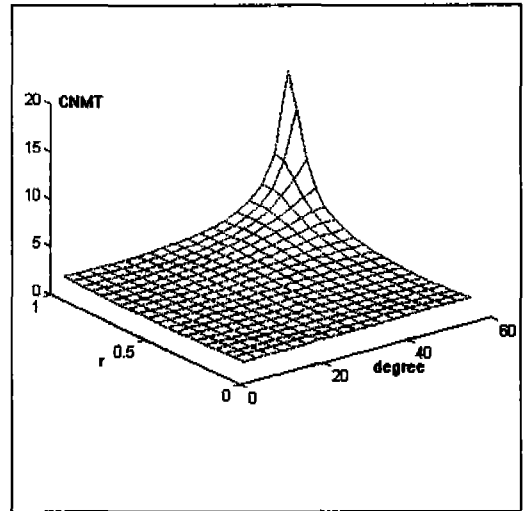


Fig. 14 Condition Number of Moment Transmission (CNMT)

8. 결 론

6 자유도 운동(surge, sway, heave, roll, pitch, yaw)중 선박 운동재현기와 같이 회전운동이 직선운동보다 더 중요한 경우에는 운동재현기의 설계시 모우멘트의 전달특성을 더 좋게할 필요가 있다. 6 자유도 운동재현기에 있어서 6×6 자코비안 행렬은 6개의 선형작동기에 나타나는 힘의 크기를 상판의 힘 3 성분과 모우멘트 3 성분으로 변환하게 된다.

본 논문에서는 자코비안 행렬을 두 부분으로 분리함으로써 입력 힘에 대한 출력 힘 그리고 출력 모우멘트의 관계를 유도하였다. 작동기의 입력 힘이 $\|f\| \leq 1$ 이고 또한 f 가 분리된 자코비안 행렬의 영공간 상의 벡터일 때 출력 힘과 모우멘트는 기하학적으로 각각 3차원 타원체를 형성하게 되는데, 이 타원체의 체적을 조사함으로써 힘 전달 혹은 모우멘트 전달특성의 척도로 사용할 수 있었다. 또한 특이값 분해를 통하여 이러한 타원체의 체적을

손쉽게 정량화할 수 있는 방정식을 제시하였다. 한편 조건수에 의해서 입력의 변동에 대한 출력의 변동 즉, 민감도 해석도 수행할 수 있었다. 설계 변수로서 상하판의 반경비 및 관절사이의 각도를 선택하였고 이들의 값들을 변화시키면서 타원체의 체적을 조사함으로써 힘 전달 또는 모우먼트 전달특성을 분석하였다.

매니퓰레이터의 중립위치에서 최대의 힘 전달특성은 하판대 상판의 반경비가 0.75 이고 관절들 사이의 각도가 15도인 경우에서 나타났으며, 최대의 모우먼트 전달특성은 하판대 상판의 반경비가 1 이고 관절들 사이의 각도가 35도인 경우에서 나타났었다.

매니퓰레이터는 그 사용 목적이나 용도에 따라서 다른 운동특성이 요구되게 되는데, 병진운동이 주된 경우에는 힘 전달 특성이 우수해지도록 설계하고, 회전운동이 주된 경우에는 모우먼트 전달 특성이 우수해지도록 설계할 필요가 있다. 본 연구에서 얻어진 결과는 병렬형 매니퓰레이터의 설계시나 혹은 운전시의 작동범위 결정에 유용하게 사용되어질 수 있을 것이다.

참고문헌

1. Stewart, D. , A Platform with Six Degree of Freedom, Proc. of the Institute of Mechanical Engineering, Vol. 180, pp. 317-386, 1965-1966.
2. Hunt K. H. , Kinematic Geometry of Mechanism, Oxford Univ. Press, 1978.
3. Raghvan, M. , The Stewart Platform of General Geometry has 40 Configurations, J. of Mechanical Design, Vol. 115, No. 2, pp. 277-282, 1993.
4. Duffy J. , Analysis of Mechanism and Robot Manipulator, Halsted Press, NY. , 1980.
5. Yang D. C. H. and Lee T. W. , Feasibility Study Platform Type of Robotic Manipulators from a Kinematic Viewpoint, ASME J. of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Vol. 106, pp. 191-198, 1984.
6. Ficher E. F. , A Stewart Platform Based Manipulator General Theory and Practical Construction, Int. J. of Robotics Research, Vol. 5, No. 2, pp. 157-182, 1986.
7. Merlet, J. P. , Singular Configuration of Parallel Manipulator and Grassman Geometry, Int. J. of Robotics Research, Vol. 8, No. 5, pp. 45-56, 1990.
8. Nanua, P. , Waldron, K. J. and Murthy, V. , Direct Kinematic Solution of a Stewart Platform, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 6, No. 4, pp. 418-444, 1990.
9. Ma, O. , and Angeles, J. , Architecture Singularity of Platform Manipulators, Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, Vol. 1, pp. 1542-1547, 1991.
10. Arai T. , Developement of a parallel link manipulator, ICAR, pp. 839-844, June, 1991.
11. Merlet, J. P. , Direct Kinematics and Assembly Modes of Parallel Manipulators, Int. J. of Robotics Research, Vol. 11, No. 2, pp. 150-162, 1992.
12. Innocenti C. and Parenti-Castelli V. , Closed-Form Dircet Position Analysis of a 5-5 Parallel Mechanism, J. of Mechanical Design, Vol. 115, No. 3, pp. 515-521, 1993.
13. Innocenti C. and Parenti-Castelli V. , Forward Kinematics of the General 6-6 Fully Parallel Mechanism: An Exhaustive Numerical Approach Via a Mono-Dimensional-Search Algorithm, J. of Mechanical Design, Vol. 115, No. 4, pp. 932-937, 1993.
14. Nair, R. and Maddocks, J. H. , On the Forward Kinematics of Parallel Manipulators, Int. J. of Robotics Research, Vol. 13, No. 2, pp. 171-188, 1994.
15. Cheok, K. C. , Overholt, J. L. , Beck, R. R. , Exact Methods for Determining the Kinematics of a Stewart Platform Using Additional Displacement Sensors, J. of Robotic Systems, Vol. 10, No. 5, pp. 689-707, 1993.
16. 한길룡, 정완균, 엄영일, 여분의 센서를 이용한 병렬형 로봇의 순기구학 해석, 한국 자동제어 학술회

- 의 논문집, pp. 330-335, 1994.
17. 정규홍, 이교일, 스투어트 플랫폼 순기구학 해의 실시간 추정기법, 대한기계학회 논문 집, Vol. 18, No. 7, pp. 1632-1642, 1994.
 18. Mohamed M. G. and Duffy J. , Direct Determination of the Instantaneous Kinematics of Fully Robot Manipulators, ASME J. of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Vol. 107, pp. 226-229, 1985.
 19. Sugimoto K. , Kinematics and Dynamic Analysis of Parallel Manipulator by Means of Motor Algebra, ASME J. of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Vol. 109, pp. 3-7, 1987.
 20. 문창렬, 조형석, 정밀 조립을 위한 병렬 다관절 구조를 가진 로봇 손목 기구의 개발, 한국 자동제어 학술회의 논문집, pp. 281-286, 1993.
 21. 변용규, 조형석, 김동윤, 6-자유도 위치/자세 및 힘/모멘트 측정장치가 일체화된 스투어 트-플랫폼 구조의 로봇 손목기구에 관한 연구, 94 한국 자동제어 학술회의 논문집, pp. 457-461, 1994.
 22. 허훈, 장완식, 김재명, Robot End Effector 용 Force-Torque 센서 개발에 관한 연구, 94 한국 자동제어 학술회의 논문집, pp. 1149-1154, 1994.
 23. 서정용, 유압 서보 실린더로 구동되는 6 자유도 운동 재현기에 관한 연구, 서울대학교 공학 박사 학위 논문, 1992.
 24. 정규홍, 박철규, 이교일, 스투어트 플랫폼방식 운동재현기의 다변수 건실제어에 관한 연구, 92 한국 자동제어 학술회의 논문집, pp. 736-741, 1992.
 25. Hahn, H. and Leimbach, K. D. , Nonlinear Control and Sensitivity Analysis of a Spatial Multi-Axis Servo-Hydraulic Test Facility, IEEE Proc. 32nd CDC, San Antonio, TX, U. S. A. , pp. 1116-1123, 1993.
 26. Kosuge, K. , Okuda, M. , Kawamata, H. and Fukuda, T. , Input/Output Force Analysis of Parallel Link Manipulators, Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, Vol. 1, pp. 714-719, 1993.
 27. Yoshikawa, T. , Manipulability of Robotic Mechanisms, Int. J. of Robotics Research, MIT press. Vol. 4, No. 2, pp. 3-9, 1985.
 28. 강철규, 한정훈, 선형화를 이용한 Stewart 플랫폼 형태의 힘/토크 센서 설계, 대한기계학회 추계학술대회 논문집, Vol. 1, pp. 649-654, 1995.