

# 동조 자이로스코프 서스펜션의 굽힘자 해석 및 시험

윤종욱\*, 김종호\*\*, 이장무\*, 이장규\*\*\*

## Analysis of Flexure Stiffness and Stiffness Test in DTG

Jong-Ouk Youn\*, Jong-Ho Kim\*\*, Jang-Moo Lee\*, Jang Gyu Lee\*\*\*

### ABSTRACT

The objective of this research is to explore the analysis and test method for the reliable design and fabrication of a high precision dynamically tuned gyroscope. The tuning frequency is decided by the calculation of mass moment of inertia of rotor and gimbal and the stiffness of flexures. Due to the complex geometry of the flexure, calculation of the stiffness of the suspension flexure is difficult. In this paper, three analytical methods for obtaining the stiffness of the flexure are proposed and a special testing method is used for checking the accuracy of the computed results.

**Key Words** : Dynamically Tuned Gyroscope(동조 자이로스코프), Flexure(굽힘자), Stiffness(강성), Natural Frequency(고유 진동수), Suspension(서스펜션), F.E.M.(유한요소 해석), Tuning Frequency(동조주파수), Newton-Raphson Method(뉴턴-랩슨법)

### 기 호 설 명

|                       |                   |                    |           |
|-----------------------|-------------------|--------------------|-----------|
| $M_\phi$              | : 굽힘 모멘트          | $D$                | : 댐핑계수    |
| $K_f$                 | : 굽힘자의 전체강성       | $f$                | : 고유진동수   |
| $\alpha$              | : 변형전 각도          | $\omega$           | : 원진동수    |
| $\delta$              | : 변형량             | $N$                | : 동조속도    |
| $\theta$              | : 변형각             | $\xi, \eta, \zeta$ | : 회전자 좌표계 |
| $a + \phi - \theta_p$ | : 변형후 각도          | $X_c, Y_c, Z_c$    | : 케이스 좌표계 |
| $E$                   | : Young's modulus | $t$                | : 굽힘자의 두께 |
| $I$                   | : 김블의 질량관성 모멘트    | $b$                | : 굽힘자의 폭  |
| $L$                   | : 굽힘자의 길이         | $\tau(t)$          | : 토크      |

\* 서울대학교 기계설계학과  
 \*\* 기아자동차 중앙기술연구소  
 \*\*\* 서울대학교 전기공학부

## 1. 서 론

항체를 유도 또는 제어하기 위해서는 항체의 위치 및 속도에 대한 정보가 필요하다. 관성항법장치(inertial navigation system)는 자이로스코프나 가속도계와 같은 관성센서의 출력을 이용하여 항체의 위치 및 속도, 자세를 계산하고 이들 정보를 외부의 도움없이 연속적으로 제공하는 장치로 인공위성, 항공기, 잠수함 및 미사일 등에 필수적으로 사용되고 있다. 관성항법장치는 2차대전 말기 부터 연구가 시작되어 전후 미국과 유럽 등지에서 급속도로 개발되었으나 주로 군사적 용도로 연구 개발하였으며 최근 관성항법장치가 민간용으로 널리 쓰이기 시작하여 인공위성, 여객기 등에 사용되고 있다.

관성항법장치는 크게 두가지로 분류된다. 한가지는 김블과 플랫폼을 사용하는 김블드 시스템(GINS)이고 다른 한가지는 관성센서를 항체에 직접 부착시키는 스트랩다운 시스템(SDIN)이다. 실용화가 먼저 이루어졌던 시스템은 김블드 시스템인데 이는 김블드 시스템에서는 고속 연산이 필요한 항법 컴퓨터가 필요하지 않았기 때문에 고속 컴퓨터가 개발되지 않았던 60년대에 많이 이용되었다. 반면 스트랩다운 시스템은 센서의 출력을 연속적으로 계산해서 항체의 위치와 자세를 구해내기 때문에 고속 항법 컴퓨터가 개발되지 않은 상태에서는 항법센서의 개발만으로는 실용화가 불가능했다. 그러나 그 이후 컴퓨터의 발달에 힘입어 소형의 항법컴퓨터의 제작이 용이해졌기 때문에 스트랩다운 시스템이 많이 활용되고 있다. 현재 사용되고 있는 자이로스코프에는 레이트 자이로스코프(rate gyroscope), 동조 자이로스코프(dynamically tuned gyroscope), 링자이로스코프(ring gyroscope), 광섬유자이로스코프(fiber optic gyroscope) 등이 있으며 이중 동조 자이로스코프는 다른 것들에 비해 가장 먼저 실용화가 되었으며 가격이 싸고 부피가 작으며 기계적 구조가 간단하다.

동조 자이로스코프(dynamically tuned gyroscope)는 기계, 전기 파트가 복합된 메카트로닉스 계측기기로 각운동 변화량을 정확히 측정하는 정밀센서이다. 기계적으로 보면 고속으로 회전하는 회전자가 굽힘자(flexure)를 사이에 두고 김블과 후크의 결합(Hook's joint)을 이루고, 세차운동(precession)에 의해 발생하는 음의 스프링 계수와 굽힘자가 갖는 양의 스프링 계수값이 같아지는 동조된 상태를 유지하도록 굽힘자의 굽기를 결정하고 그에 맞추도록 가공해야 되기 때문이다. 본 논문에서는 세가

지 굽힘자의 강성 계산 방법을 제시하였다. 첫번째로 한 세트의 굽힘자를 수학적으로 계산하는 방법이고, 두번째 방법은 한 세트의 굽힘자를 Super-SAP Package를 이용하여 유한요소해석을 하였으며, 세번째 방법은 전체 서스펜션부를 모델링하여 Super-SAP Package에서 유한요소해석을 하였다. 그 후 계산된 강성값을 실험값과 비교하기 위해 공진실험을 통해 이로부터 역산하는 방법을 제시하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 동조 자이로스코프의 시스템

동조 자이로스코프(DTG)는 Fig. 1과 같이 크게 각속도를 인지하는 인지부, 회전자를 구동하는 모터부, 모터와 각검출기를 구동하는 구동부, 그리고 제평형 및 온도 제어를 하고 측정된 각속도를 전기적 신호로 변환시키는 제어부로 구성되어 있다. 회전축과 김블 그리고 회전자가 후크의 결합으로 구성된 서스펜션(suspension), 커다란 관성을 유지하여 입력된 각변화에 따라 각검출기에 검출각을 일으키는 회전자, 회전자가 선형 동작범위를 벗어났을 때 제한을 가하는 스토퍼(stopper), 모터부의 회전을 인지부로 전달시키는 회전축과 DTG시스템을 보호하고 외부로부터 자장을 차단하기 위한 덮개로 구성되어 있다.

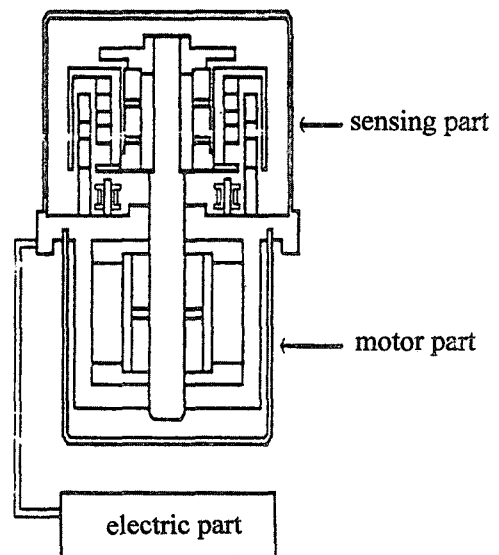


Fig. 1 Configuration of DTG system

**동작원리**

동조 자이로스코프의 회전자는 후크의 결합으로 된 서스펜션에 의해 매달려 있어 자이로스코프 회전축에 따라 회전하게 된다. 그러므로 회전자와 김블은 모터의 회전속도( $N$ )와 그들의 질량관성 모멘트에 의해 결정되는 각운동량을 갖는다. Fig. 2는 동조 자이로스코프 케이스의 기준 입력축에 입력각속도가 있을 경우 회전자, 김블, 그리고 회전축간의 관계를 도시한 것이다. 즉 고정된 케이스의 기준 입력축에 입력 각속도가 있는 경우, 회전자는 그의 각운동량 때문에 세차운동(precession)전의 상태를 유지하려 한다. 그러나 김블은 각운동량과 입력 각속도의 크기에 따라 결정되는 진폭 크기로 기울게 된다. 이와 같은 현상을 다이나믹 효과(dynamic effect)라 한다.

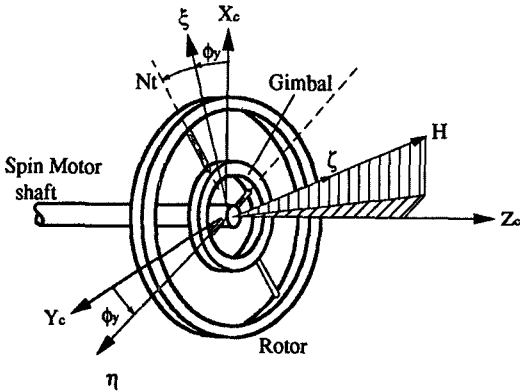


Fig. 2 Rotor and suspension system

회전축, 김블 그리고 회전자가  $N$ 의 속도로 회전하고 있을 때 회전하지 않는 케이스에 고정된  $X_c$ 축,  $Y_c$ 축에 각각 각속도가 입력되면 회전자의  $X_c$ 축으로  $\phi_x$  만큼 세차운동이 발생되고, 김블은  $y_c$ 축으로  $\phi_y$  만큼 세차운동이 발생된다.  $\phi_x$ 와  $\phi_y$ 의 크기는 다이나믹 효과에 의해 결정되며, 이때 굽힘자는 음의 스프링 계수를 갖게 된다. 그러나 이 굽힘자는 재질에 따라 결정되는 양의 스프링 계수를 갖고 있기 때문에 반작용 토크가 발생되어 김블을 원상태로 유지하려는 힘이 생성되는데 이로 인하여 김블이 진동하게 된다. 어느 일정한 회전속도하에서 양의 스프링 계수와 음의 스프링 계수가 같도록 김블의 관성을 조절하면 Fig. 3와 같이 회전축과 회전자의 스프링 결합율이 "0"이 되어 진동이 발생하지 않을 것이다. 이와 같은 상태를 동조상태라 하고 이 때의 동조주파수는 회전축의 회전속도가 된

다. 동조된 상태하에서는 회전자와 회전축이 서로 비결합되어 있으므로, 자이로스코프 케이스축과 회전자는 서로 자유상태가 된다. 그러므로 자이로스코프 케이스와 회전자 간의 편각은 입력 각속도에 비례하게 되어 프리 자이로스코프와 같이 동작한다.

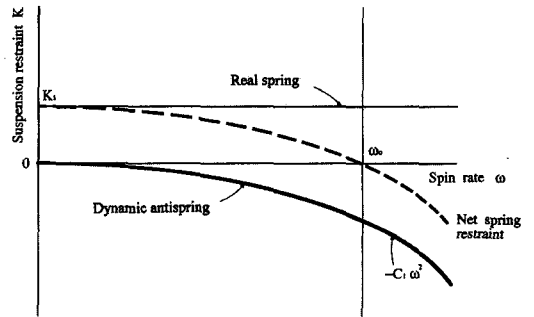


Fig. 3 Spring coefficient of the suspension

이 때의 자이로스코프의 동조 속도  $N$ 은 Craig[4]에 의해 다음과 같이 표시된다.

$$N = \sqrt{\frac{K_x + K_y}{I_x + I_y - I_z}} \tag{1}$$

여기서  $K_x, K_y$ 는 각각 굽힘자의  $x$  및  $y$  방향 강성 그리고  $I_x, I_y, I_z$ 는 김블의  $x, y$ , 그리고  $z$  방향의 질량관성 모멘트이다.

**서스펜션**

DTG구성 부품중에서 가장 중요한 부분의 하나인 서스펜션은 회전축과 김블, 그리고 회전자가 굽힘자(flexure)에 의한 후크의 결합으로 구성되어 있다. 굽힘자는 김블과 회전축에 연결되어 있고, 또 다른 두개의 굽힘자는 회전자와 김블간에 연결되어 있다. 이들 굽힘자의 축은 동일 평면상에서 서로 직각이 되도록 설계되어 있다. 서스펜션부의 주요 기능은 회전자와 회전축이 서로 같이 회전하도록 유지해 주는 것과, 회전자와 케이스 간의 커플링을 막아주는 것이다. 굽힘자의 재질특성은 항복점보다 대단히 작은 범위에서도 동작이 잘되고 강도가 클수록, 그리고 김블의 관성이 회전자의 관성에 비하여 작을수록 자이로의 성능은 좋아지게 된다. 서스펜션의 실제 설계는

제작상의 편리함과 교차 스프링 효과를 살리기 위해 한 물체를 이루도록 설계되는 것이 보통이다.

## 2.2 서스펜션의 강성해석

동조 자이로스코프의 가장 중요한 인자인 동조조건을 만족시키는 김블의 질량관성 모멘트와 굽힘자의 강성을 구하는 것은 많은 어려움이 따른다. 이 중에서 김블의 질량관성 모멘트는 비교적 쉽게 구할 수 있으나 굽힘자의 강성은 그 형상의 복잡함과 서로 커플링되어 있기에 여러 가지 방법을 이용하여 계산하여야 하고 반드시 검증이 뒤 따라야 한다. 굽힘자는 입력하중의 크기와 방향에 따라서 굽힘과 비틀림을 받으며 변형 형상에 따르면 비틀림에는 상당히 큰 저항을 가지며 주로 굽힘을 받는다고 가정할 수 있다.

### 뉴턴-랩슨 방법을 이용한 1세트의 굽힘자 강성해석

한세트의 굽힘자를 Fig.4 같이 모델링하였다. 굽힘자의 한쪽을 고정시키고 반대편은 다른 굽힘자와 연결되어 있다고 보며 둘사이의 강체로 연결되어 있어 거리가 변하지 않는다고 가정한다. 굽힘자의 고정되지 않은 쪽에 모멘트  $M_\phi$ 를 주어 변형시킨다. 이때 변형 후에도 고정되지 않은 굽힘자 끝단 사이의 거리는 항상 유지되어야 하므로 아래의 식이 성립된다.

$$K_\phi = \frac{M_\phi}{\phi}, \quad M_\phi = M_1 + M_2 + \frac{1}{2}(P_1 + P_2) \quad (2)$$

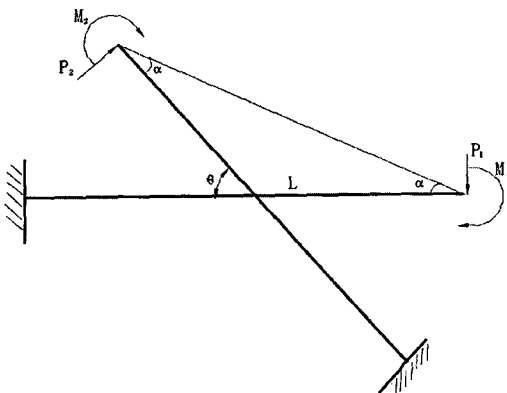


Fig. 4 Modeling of the flexure (1 set)

힘  $P$  만 가해졌을 경우의 각도차를 보상해 주기 위해 모멘트를 가하여 변형 전후의 각도가 일치되게 한다. 이때 변형각의 형상이 Fig. 5에 나타나있다. 여기서  $\alpha$ 는 처음 각도를 나타내며,  $\alpha + \phi - \theta_p$ 는 변형후 각도를 나타낸다. 따라서 각도는  $\alpha - \phi + \theta_p$ 가 된다.

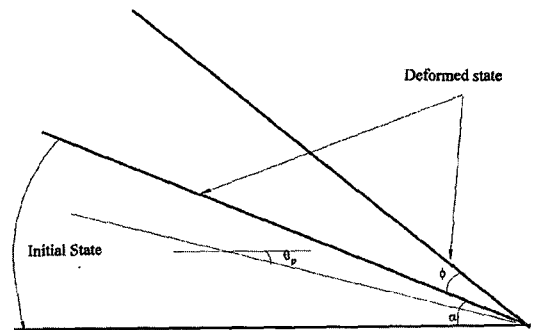


Fig. 5 Deformed shape of the flexure

Fig. 6과 식(1)은 일반적인 외팔보에 힘 또는 모멘트를 주었을 때의 변형과 변형각을 보여준다.

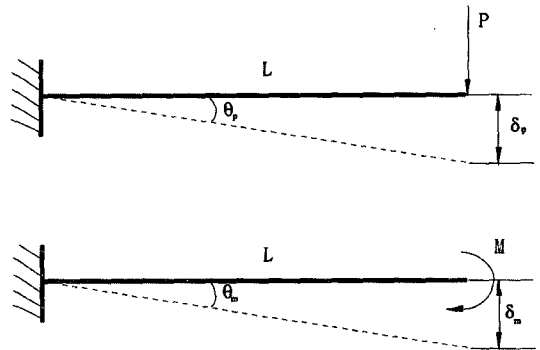


Fig. 6 Deformation of the cantilever beam

각 형상에 따른 변형 및 변형각  $\delta, \theta$ 은 아래와 같이 표시된다.

$$\delta_p = \frac{PL^3}{3EI}, \quad \theta_p = \frac{PL^2}{2EI}, \quad (3)$$

$$\delta_m = \frac{M_\phi L^2}{2EI}, \quad \theta_m = \frac{M_\phi L}{EI}$$

여기서 아래 첨자  $p$ 는 집중하중의 경우이고,  $m$ 은 순수 모멘트를 가한 경우이다.

각도차  $-\phi + \theta_p$  를 보상하기 위해 다음의 관계식을 이용한다.

$$-\phi + \theta_p = \frac{M_\phi L}{EI} \quad (4)$$

즉  $M_\phi = \frac{EI}{L}(-\phi + \theta_p)$  의 모멘트를 주면 각도가 보상되고

이로 인해  $\delta_m = \frac{L}{2}(-\phi + \theta_p)$  의 변위가 발생한다.

그러므로 총변위  $\delta$  는 다음과 같다.

$$\delta = \frac{PL^3}{3EI} + \frac{L}{2}(\phi - \frac{PL^2}{2EI}) \quad (5)$$

이때 계산되는 강성은 안정하지 않고 각도에 따라 유동적이다. 이를 뉴턴-랩슨법(Newton-Raphson method)을 이용하여 강성값을 계산한다. 이때의 강성값은 뒤에 유한요소 해석을 이용하여 계산한 강성값보다 약간 더 큰 값을 가진다.

**유한요소 해석을 이용한 1세트의 굽힘자 강성해석**

다음 Fig. 7 같이 한세트의 굽힘자를 유한요소해석하기 위해 모델링하였다.

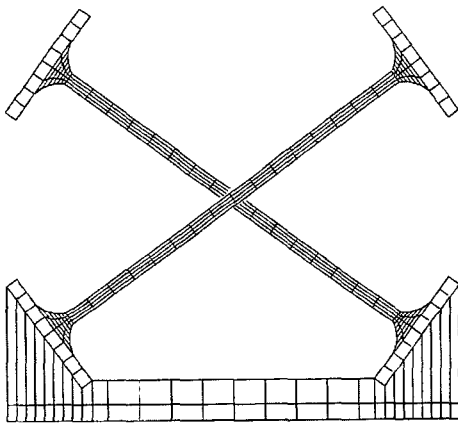


Fig. 7 Flexure modeling in F.E.M. (1set)

이 모델의 해석원리는 Fig. 8 같이 굽힘자위에 강체 질량이 있고 이 질량위에 힘  $P$ 를 양끝단에 반대방향으로 주어 모멘트를 발생시킨다. 모멘트에 의해 발생된 변위를

이용하여 변형각을 구한 다음 굽힘자의 강성  $K$ 를 구한다. 이 모델을 근거로 식(6)에 의해 강성을 구할 수 있다.

$$M_\phi = PL \quad (6)$$

$$\phi = \tan^{-1}(\delta / L)$$

$$K_\phi = M_\phi / \phi$$

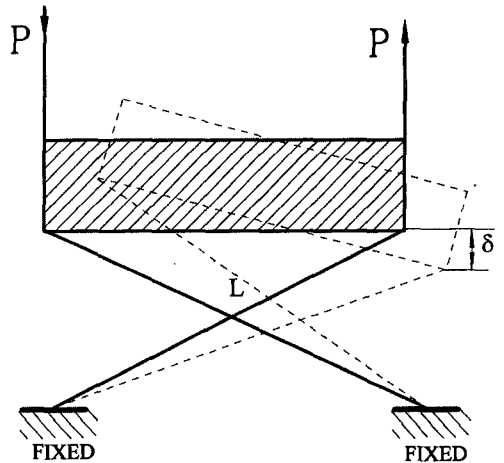


Fig. 8 Geometry of the flexure

**유한요소 해석을 이용한 전체 굽힘자의 강성 해석**

아래 Fig. 9같이 전체 굽힘자의 3차원 모델을 이용하여 유한요소 해석을 수행한다. 실제의 서스펜션의 굽힘자를 모델링하여 모멘트가 가해진 경우 실제의 거동을 살핀다. 해석원리는 방법 2와 동일하다.

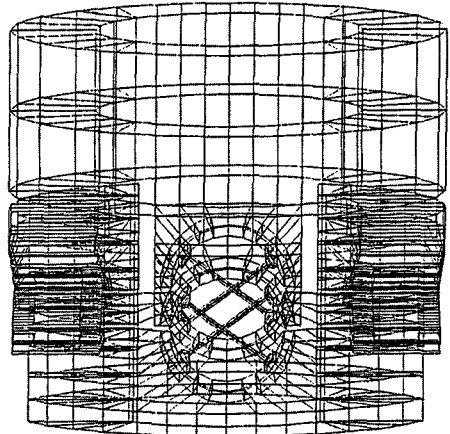


Fig. 9 3D modeling of the flexure in F.E.M.

양끝단에 힘  $P$ 를 주어 모멘트  $M_\phi$ 을 발생시켜 다음과 같은 식을 통해서 굽힘자의 전체강성  $K_t$ 를 구하게 된다.

$$M_\phi = 2PL \quad (7)$$

$$\phi = \tan^{-1}(\delta / L)$$

$$K_t = 2K_\phi = K_x + K_y$$

여기서  $\delta$ 는 끝단의 변위,  $L$ 는 중심에서 끝단까지의 거리, 그리고  $K_t$ 는 전체 강성값을 나타낸다.

두개의 굽힘자는 축 입력이 커플링되지 않고 들어올 때 각각의 x,y 축 굽힘자가 굽힘을 받는다. 굽힘자의 형상은 굽힘에 약하고 비틀림에는 강한 면을 나타내며 이때의 강성값은 식(7)에 의하여 0.9545Nm/rad가 된다.

### 2.3. 고유진동수 시험을 통한 굽힘자의 강성계산

#### 시험장치 및 고유진동수 측정

동조주파수(tuning frequency)를 계산하기 위해서는 굽힘자의 강성과 김블의 질량관성 모멘트를 알아야 한다. 김블의 질량관성 모멘트는 계산에 의해서 정확히 알 수 있으나 굽힘자의 강성 계산은 모델링을 통해서 하면 정확하지 못하므로 실험을 통해 그 값을 측정해야 한다. 강성을 계산하기 위해서는 서스펜션의 고유진동수를 알아야 하는데 이를 구하기 위한 굽힘자와 관성체의 간략한 모델은 Fig. 10에 나타나 있다.

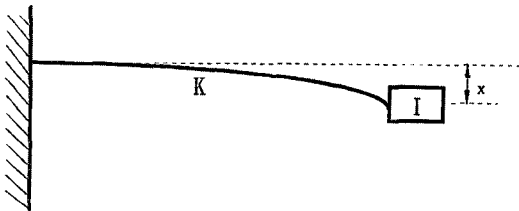


Fig. 10 Simplified model of the flexure

이 시스템에서 토크  $\tau(t)$ 와 변위  $x(t)$ 사이에는 다음 식이 성립한다.

$$\tau(t) = I \frac{d^2x(t)}{dt^2} + D \frac{dx(t)}{dt} + Kx(t) \quad (8)$$

이때 이 시스템의 임펄스응답은 식(9)와 같다.

$$H(s) = \frac{1}{Is^2 + Ds + K} \quad (9)$$

따라서 이 시스템에 임펄스가 가해지게 되면 이 시스템은 고유진동수  $\sqrt{\frac{K}{M} - \frac{D^2}{4}}$  (rad/sec)를 가지고 진동하면서 부하의 영향으로 그 진폭이 서서히 감소하게 된다. 그런데 우리가 필요한 것은 굽힘자의 강성이며 이것은 고유진동수로부터 구할 수 있다. 본 연구에서는 Fig. 11과 같이 자이로스코프 서스펜션 부분의 자생적 진동이 픽업코일에 의하여 감지되어 증폭기, 모뮬레이터, 필터를 통하여 스피커로 피드백되어 다시 서스펜션을 가진하는 방식으로 두 수직 방향의 고유진동수에서 공진하게 하고 픽업 신호를 스펙트럼 분석기로 분석하여 두개의 고유진동수를 구하였다.

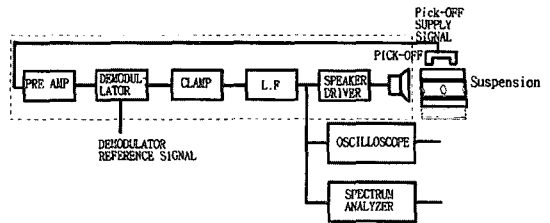


Fig. 11 Block diagram of the natural frequency test

즉, Fig.12(a)와 같이 부분 A 및 B가 연결된 스프링에 대해서는 부분 B 및 C는 강체로서 작용하기 때문에 스프링에 영향을 주는 질량은 부분 A뿐이다. 반면에

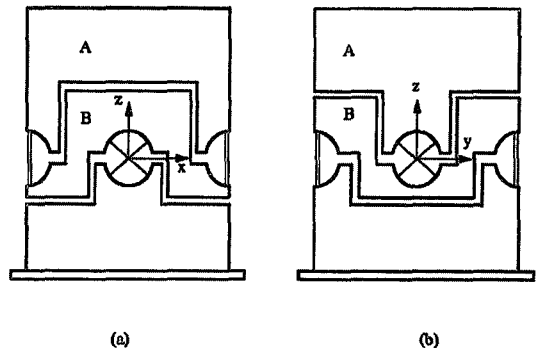


Fig. 12 Geometry of the flexure under test

Fig. 12(b)는 부분 B, C 에 연결된 스프링이 작용한 형태이므로 부분 A, B가 강체로서 작용하여 스프링에 동시에 영향을 준다. 따라서 스프링에 작용된 질량이 다르기 때문에 Fig.12(a)에서는 46Hz, Fig. 12(b)에서는 40.25Hz라는 각각 다른 고유진동수를 나타내었다.

**굽힘자의 강성 계산**

이미 앞에서 실험을 통해 얻은 고유진동수와 실제 가공된 치수에 의한 질량관성 모멘트를 이용하여 굽힘자의 강성치를 계산하였다. 고유진동수  $f$ 와 강성값  $K_f$ 는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$K_f = I(2\pi f)^2 = I\omega \tag{10}$$

여기서  $I$ 는 질량관성 모멘트이고,  $\omega$ 는 각속도이다.

먼저 공진시험에서 얻은 윗쪽 부분의 고유진동수 (46Hz)와 계산에서 얻은 질량관성 모멘트를 이용하여 강성값을 계산하면 다음과 같다.

$$K_{e1} = I_{e1} \cdot \omega^2_{e1} = I_{e1}(2\pi \cdot f_{e1})^2 = 0.9634(Nm / rad) \tag{11}$$

여기서 아래첨자  $e1$ 는 첫번째 시험치를 의미한다.  $K_{e1}$ 을 유한요소 해석을 이용하여 계산된 강성값  $K_f$ 와 비교하면 다음과 같은 오차를 지니고 있다.

$$\text{오차} = \frac{K_{e1} - K_f}{K_{e1}} = 0.923\% \tag{12}$$

다음에는 아래쪽(김블)부분의 시험에서 얻은 고유진동수 (40.25Hz)를 이용하여 강성값을 계산하면 다음과 같다.

$$K_{e2} = I_{e2} \cdot \omega^2_{e2} = I_{e2}(2\pi \cdot f_{e2})^2 = 0.11149(Nm / rad) \tag{13}$$

이것을 역시  $K_f$ 와 비교하여 오차를 구하면 다음과 같다.

$$\text{오차} = \frac{K_{e2} - K_f}{K_{e2}} = 14.4\% \tag{14}$$

윗부분만의 공진시험에서 얻은 강성값보다 아래부분까지 공진시켜 얻은 강성값이 큰 것을 알 수 있다. 이는 윗 부분과 아래부분이 강체로 결합되어 있다고 가정하였으나

실제로는 이 두 부분이 굽힘자로 연결되는 서스펜션의 기하학적 형상에서 기인한다. 이 강성값을 이용하여 DTG의 동조조건을 만족시키는 모터의 회전 속도  $N$ 이 결정되므로 Table 1에 강성과 동조속도의 계산값들을 보였다.

Table 1 Stiffness and tuning speed of DTG

|                       | stiffness(Nm) | Tuning Speed(rpm) |
|-----------------------|---------------|-------------------|
| Newton-Raphson method | 0.128         | 13203             |
| F.E.M.(1set)          | 0.117         | 12622             |
| F.E.M (full model)    | 0.09545       | 11401             |
| Experiment(1)         | 0.09634       | 11454             |
| Experiment(2)         | 0.11149       | 12322             |

Table 1에서 제시한 바와 같이 강성의 해석값과 실험값에 다소 차이가 있으며, 약 500rpm정도의 오차가 있다. 위의 오차의 발생원인은 첫째로 굽힘자의 변형효과를 들 수 있다. 여기서 가정된 굽힘자는 단순 외팔보로 생각하였지만 실제적으로는 두 개가 교차되어 있으므로 그 영향이 존재한다. 두번째로는 가정한 외팔보의 경계조건도 실제와 다르므로 오차의 원인이 된다. 그리고 실험시 정확히 직각도를 유지하지 못한데서 발생하는 오차도 무시할 수 없다. 그러나 이와 같은 오차들에도 불구하고 본 연구에서 설계, 제작한 굽힘자의 강성의 해석값과 시험값은 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

**3. 결 론**

본 논문에서는 스트랩다운 관성항법장치인 동조 자이로스코프를 설계하는데 필수적인 서스펜션 굽힘의 강성해석과 시험방법을 연구하였다. 즉 굽힘자의 굽힘강성을 계산하기 위하여, 유한요소 해석법을 통한 1세트 해석 방법, 전체 자이로의 유한요소 전체모델을 통한 강성해석법 그리고 뉴턴-랩슨법을 이용한 근사적 해석방법을 제안하였다. 또한 소형의 예민한 굽힘자의 강성을 비접촉으로 가진, 측정하기위한 공진 시험을 제안하였고 고유진동수 측정을 통하여 굽힘자의 강성값을 계산하였다. 공진 시험을 통하여 해석방법의 타당성을 확인할 수 있었다.

**후 기**

본 연구는 과학기술처 및 국방과학연구소의 연구비로 수행되었으며 관계자 여러분에게 감사하는 바이다.

참 고 문 헌

1. 이장규외, "정밀계측장치 제작에 따른 해석기법 개발" 과학기술처, 1988.
2. S. Timoshenko and D. H. Young, Elements of Strength of Materials, Prentice-Hall Inc., 1968.
3. O.C. Zienkiewicz, The Finite Element Method, McGraw-Hill Book Company, 1987.
4. E.J.G. Craig, "Theory of Errors of a Multi-gimbal, Elastically Supported Tuned Gyroscope", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-8, No.3, May 1972.
5. Cyril M. Horris, Shock and Vibration Handbook, McGraw-Hill Book Company, 1961.
6. Savet, Gyroscopes: Theory and design, McGraw-Hill Inc., 1961.
7. 김종호, 동조 자이로스코프의 기계부 설계, 제작에 관한 연구, 서울대학교 공학석사학위논문, 서울대학교, 1989. 2.
8. Robert J.G. Craig, "Theory of Operation of an Elastically Supported Tuned Gyroscope", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, Vol. AES-8, No. 3, pp.280-288, 1972.
9. 안창기, 윤종욱, 이장무, "동조 자이로스코프 기계부 제작 및 해석에 관한 연구", 한국 정밀공학회 추계학술대회 논문집, pp. 930~937, 1995.