

경계요소법에 의한 회전원판의 혼합 모드 응력확대계수

박성원*

Stress Intensity Factors for the Mixed Mode in Rotating Disks by Boundary Element Method

Park Sung-Oan*

ABSTRACT

This paper deals with the applicability of linear elastic fracture mechanics under centrifugal force . Stress intensity factors K are calculated as a function of the inclination crack of length $2a$, the position at different angular velocities 1200rpm, 2400rpm and at different values of the inclination crack angle ϕ ($\phi = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$) and are measured in models of rotating disks using a boundary element method.

Especially, stress intensity factors K_I and K_{II} obtained separately from the crack tip of the mixed mode, were used to further investigate the influence of K_I and K_{II} on fracture in rotating disks .

With the increase in the speed of rotation , the effect of K_I became larger where as that of K_{II} became small. For the increase in the inclination crack angle ϕ , a decrease in K_I and an increase in K_{II} were observed .

Key Words : Rotating Disks(회전원판), Boundary Element Method(경계요소법), Galerkin Tensor(갈러킨 텐서), Bi-axial Stress(이축응력), Stress Intensity Factor(응력확대계수)

1. 서 론

많은 회전기계 예를 들면 Turbine, Pump, Flywheel 및 Rotor등과 같은 회전기계의 회전체는 기계의 성능향상을 위하여 점점 대형화, 고속화 됨에 따라 동시에 회전체의 손상은 자주 중대한 사고를 발생시키는 요인이 되기

때문에 보다 신뢰성, 안전성이 요구된다.

따라서 이들 회전기계의 설계에 있어서 종래의 평가방법으로는 충분하다고 말할 수 없으며 회전중에 있어서 신뢰성과 안전성에 중점을 두고 그것을 좌우하는 최대의 요소로써 고려되어야 하는 원심력에 대한 강도를 고려하지 않으면 안된다.

* 정회원, 시립 인천전문대학 기계설계과

그러므로 회전체중에 어떠한 상황의 원심력이 발생하는가 또한 발생한 원심응력에 대하여 회전체가 어떠한 양상을 나타내는가를 알 필요가 있다. 고속회전체의 탄성적인 원심응력해석의 문제는 오래전부터 많은 연구가 행하여졌으며 대부분 비교적 단순한 형태에 관한 것이기 때문에 복잡한 형상의 회전체의 원심응력에 관한 연구는 지극히 적은 것이 현실이다.

최근 설계에 있어서 파괴역학적 적용방법이 도입되고 그 유용성이 인정되고 있지만 특히 회전체에 관한 파괴역학적 해석은 지극히 드문 현상이다. 그러므로 회전체에 대한 응력해석은 모든 파괴형태에 대한 강도평가와 안전설계상 필수적인 것이며 파괴문제에 있어서 균열선단의 응력분포는 균열의 형상, 경계조건, 하중형태등에 따라 결정되고 그 응력은 균열선단 근처의 응력강의 강도를 표시하는 량으로 응력확대계수가 유효하게 사용되고 있으며 여러가지 진보된 방법들이 제안되고 있다.

회전원판에 대한 파괴는 Rooke 와 Tweed^(1,2)가 회전원판의 반경방향 균열이 존재할때에 해석해를 유도하여 응력확대계수를 구하였으며 Owen과 Griffiths⁽³⁾는 중앙 홀(hole)이 있는 경우 유한요소법을 이용하여 응력확대계수를 구하였으나 경계조건의 적용에 다소 무리가 있다.

石田⁽⁴⁾은 회전원판의 임의의 위치의 임의의 방향의 균열이 존재하는 경우에 대하여 혼합 모우드(Mixed Mode) 이론해석을 행하였다. Blauel⁽⁵⁾ 등은 회전원판의 반경방향의 내부 균열을 중첩법(super-position)을 이용하여 응력확대계수를 구하였으며 또한 원심력 자체의 파괴역학적 연구를 수행하고 균열길이와 각속도 변화에 대응되는 응력확대계수를 계산하였다. 또한 새로운 것으로 파괴 인성치를 단축인장시험에서 구한 결과와 비교 검토하였다.

그러나 회전원판에 대한 대부분의 연구는 개구형 균열을 대상으로 하였고 파괴에 대응하는 혼합 모우드의 영향에 대해서는 그다지 혼하지 않은 것은 사실이다. 실제로 회전체에 대한 균열은 개구형과 전단형이 동시에 작용하는 경우가 많으며 이것에 대한 연구의 필요성이 요구되고 있으며 또한 회전체의 응력확대계수에 관한 연구는 시작되는 단계라고 생각된다.

회전체의 파괴에 관해서는 Blauel 등은 선형탄성파괴역학의 유효성을 회전원판에 의하여 구조물의 응력해석으로의 적용성에 관하여도 연구를 하고 있다.

따라서 본연구는 경계조건의 적용이 용이하고 고정도의 해석이 가능한 경계요소법(Boundary Element

Method)을 적용하여 요소는 선형요소로한 해석적 적분으로 수치적분을 처리하는 혼합모우드 회전원판 해석용 프로그램을 개발하여 회전원판에서 혼합모우드가 존재하는 경사균열에 대하여 균열의 경사각도와 원판의 각속도 및 균열의 길이 변화에 따른 응력확대계수를 수치해석 하였으며 유한 회전원판에 대한 역학적 거동을 검토하고자 한다.

2. 경계요소법

물체력을 무시하고 2차원 영역에 대한 임의의 내부의 적분점 j 에서 변위의 적분표현은 다음과 같이 표현된다.

$$u_1(\xi_j) + \int_{\Gamma} P_{1k}^*(x_j, \xi_j) u_k(x_j) d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{1k}^*(x_j, \xi_j) P_k(x_j) d\Gamma \quad (1)$$

u_{1k}^* , P_{1k}^* 는 무한영역에서 단위 집중하중의 기본해(fundamental solution)로 부터 변위와 표면력의 성분을 얻는다. 특히 $u_{1k}^*(x_j, \xi_j)$ 는 x_1 -방향의 점 x_j 의 변위, x_k -축의 탄성선형 등방성 재료의 무한영역에서의 점 ξ_j 의 단위 집중하중에 기인한다.

마찬가지로 $P_{1k}^*(x_j, \xi_j)$ 는 x_1 -축선상의 점 x_j 의 표면력, x_k -축의 무한영역에서의 점 ξ_j 의 단위 집중하중에 기인한다. $u_k(\xi_j)$ 는 점 ξ_j 에서의 변위이다.

식(1)은 잘알려진 Somigliana's identity이며 이것은 경계치 u_k, P_k 의 항에서 임의의 내부점에서의 변위값을 부여한다.

영역의 경계에서는 경계요소수 N_e 로 구별하여 변위 u_k 와 표면력 P_k 는 이들 각각의 요소들에 있어서 상수, 선형 또는 2차방정식 형태로 가정되고 경계적분식의 표현은 경계에서 다음과 같이 얻을수 있다.

$$u_k + \sum_{i=1}^{N_e} \int_{\Gamma_n} P_{ik}^* u_k d\Gamma_n = \sum_{i=1}^{N_e} \int_{\Gamma_n} u_{ik}^* P_k d\Gamma_n \quad (2)$$

식(2)는 경계생성의 방정식의 체계(system of equation)에서 다른점에 적용할때 다음의 형태로 된다.

$$[\bar{H}] \{U\} = [\bar{G}] \{T\} \quad (3)$$

$\{U\}$ 와 $\{T\}$ 는 변위와 표면력이며 각각 경계 Γ 에서의 모든 절점이다. 혼합된 경계치 문제에서 변위 $\{U_p\}$ 는

어떤 경계부분으로 정해지고 표면력 $\{T_p\}$ 는 경계의 잔여 부분으로 정해진다. 변위나 표면력은 경계상의 임의의 점 임을 주목하자.

식(3)은 알려지지 않은 left hand side(LHS)상의 집합과 알려진 right hand side(RHS)상의 량으로 정리할 수 있다.

$$[H] \{X\} = [G] \{F\} \quad (4)$$

$\{X\}$ 는 알려지지 않은 변위와 표면력의 Column Vector이고 $\{F\}$ 는 알려진 변위와 정해진 표면력의 값을 포함한다. 식(4)의 행렬식 $[H]$ 는 비대칭이며 완전히 정주(fully populated) 되었으므로 알려지지 않은 변위와 표면력은 식(4)를 풀어서 구할수 있다.

$$\{X\} = [H]^{-1} [G] \{F\} \quad (5)$$

절점변위와 표면력이 알려져 있을때 변위 $\{U\}$, 응력 $\{\sigma\}$ 는 임의의 내부점에서 Somigliana's identity를 사용하여 계산할수 있다.

$$\begin{aligned} \{U\} &= \sum_{j=1}^{N_e} [D_1]_j \{T_e\}_j - \sum_{j=1}^{N_e} [D_2]_j \{U_e\}_j \\ \{\sigma\} &= \sum_{j=1}^{N_e} [S_1]_j \{T_e\}_j - \sum_{j=1}^{N_e} [S_2]_j \{U_e\}_j \end{aligned} \quad (6)$$

경계요소수 N_e 와 $\{T_e\}$, $\{U_e\}$ 는 절점표면력과 j^{th} 번째 요소의 변위이다.

행렬식 $[D_1]$, $[D_2]$, $[S_1]$, $[S_2]$ 는 식(6)에서 적분함으로써 적분이 포함된 변위와 응력을 계산한다.

2.1 물체력과 영역적분의 경계적분으로의 변환

물체력이 존재하는 경우 일반적으로 영역적분을 계산하지 않으면 안되지만 대부분의 경우 Galerkin Tensor를 사용하는 것에 의하여 영역적분을 경계적분으로 변환하는 것이 가능하다. Galerkin Tensor를 G^*_{ij} 로하면 기분해⁽⁶⁻¹³⁾ u^*_{ij} 는 다음식에 의하여 Galerkin Tensor와의 관계식이 얻어진다.

$$u^*_{ij} = G^*_{ij,kk} - \frac{1}{2(1-\nu)} G^*_{ik,kj} \quad (7)$$

G^*_{ij} 는 중조화함수이므로 2차원 평면변형률 문제에 있어서

$$G^*_{ij} = \frac{1}{8\pi G} \delta_{ij} r^2 \left\{ 1n \frac{1}{r} + \frac{7-8\nu}{2(3-4\nu)} \right\} \quad (8)$$

로 된다. 여기서 δ_{ij} 는 Kronecker delta, ν 는 Poisson's ratio이다.

Galerkin Tensor를 사용하여 물체력에 대한 영역적분은

$$B_j = \int_{\Omega} \left\{ G^*_{ij,kk}(x,y) - \frac{1}{2(1-\nu)} \frac{1}{2(1-\nu)} G^*_{ik,kj}(x,y) \right\} b_i(x) d\Omega(x) \quad (9)$$

이다.

Fig. 1에 표시한것 같이 원점을 통하는 회전축 주위에 각속도 ω_i 로서 회전하고 있을때의 원심력은 다음과 같이 주어진다.

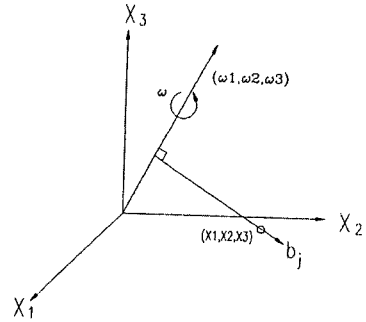


Fig. 1 Centrifugal force

$$\begin{aligned} b_j &= \rho(\omega_i \omega_j x_j - \omega_j \omega_i x_i) \\ &= \rho(\delta_{ip} \delta_{jq} - \delta_{iq} \delta_{jp}) \omega_i \omega_p x_q \\ &= \rho \epsilon_{kij} \epsilon_{kpq} \omega_i \omega_p x_q \\ &= g_{qj} x_q \end{aligned} \quad (10)$$

다만 ϵ_{kji} 는 교대기호(free index)이므로

$$\begin{aligned} g_{qj} &= \rho \epsilon_{kij} \epsilon_{kpq} \omega_i \omega_p \\ &= \rho \begin{bmatrix} \omega_2^2 + \omega_3^2 & -\omega_1 \omega_2 & -\omega_3 \omega_1 \\ -\omega_1 \omega_2 & \omega_3^2 + \omega_1^2 & -\omega_2 \omega_3 \\ -\omega_3 \omega_1 & -\omega_2 \omega_3 & \omega_1^2 + \omega_2^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

이때 물체력항은 다음식과 같이 경계적분으로 변환가능하다.

$$\begin{aligned}
 B_j &= g_{qi} \int_{\Omega} \left\{ G_{ij,kk}^* - \frac{1}{2(1-\nu)} G_{ik,kj}^* \right\} x_q d\Omega \\
 &= g_{qi} \int_{\Omega} \left[(x_q G_{ij,k}^*)_{,k} - G_{ij,q}^* - \frac{1}{2(1-\nu)} \{ (x_q G_{jk,i}^*)_{,k} - G_{jq,i}^* \} \right] d\Omega \quad (12) \\
 &= g_{qi} \int_{\Gamma} \left[x_q \{ G_{ij,k}^* - \frac{1}{2(1-\nu)} G_{ik,j}^* \} n_k - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} G_{ij,n_q}^* \right] d\Gamma
 \end{aligned}$$

여기서 n_k 는 단위법선벡터이다. 내점의 응력에 대한 영역적분도 다음과 같이 경계적분으로 변환가능하다.

$$B_{ij} = g_{qk} \int_{\Gamma} S_{kijq} d\Gamma \quad (13)$$

다만

$$\begin{aligned}
 S_{kijq} &= \frac{G}{1-\nu} [x_q n_i \{ G_{kl,ij}^* - \nu \delta_{ij} G_{km,m}^* - (1-\nu) (G_{ki,jl}^* + G_{kj,il}^*) \} \\
 &\quad - G_{ki,jn_q}^* + \{ \nu \delta_{ij} G_{km,m}^* + (1-\nu) (G_{kl,j}^* + G_{kj,i}^*) \} n_q] \quad (14)
 \end{aligned}$$

여기서 G는 전단탄성계수이다. 평면문제의 경우 회전축이 문제의 평면내에 있는 경우는 $\omega_3 = 0$ 즉

$$g_{ij} = \rho \begin{bmatrix} \omega_2^2 & -\omega_1\omega_2 \\ -\omega_1\omega_2 & \omega_1^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

으로 된다. 또한 회전축이 평면에 수직인 경우는 $\omega_1 = \omega_2 = 0$ 이므로

$$g_{ij} = \rho \omega_3^2 \delta_{ij} \quad (16)$$

로 된다.

3. 회전원판의 응력확대계수

Fig. 2와 같은 균일한 회전원판이 일정한 각속도 ω 로 회전할때 원주방향응력 σ_{θ} 와 반경방향응력 σ_r 가 발생되며 이들 응력은 회전원판에서 주응력들이다.

두께 t 가 반경 R 보다 무한히 작을 경우 ($t/R < 0.125$) 주응력 $\sigma_{\theta}, \sigma_r$ 은 두께 방향의 어디에서나 일정하다고 할수 있으며 그 응력은 다음과 같다⁽¹⁴⁻¹⁵⁾.

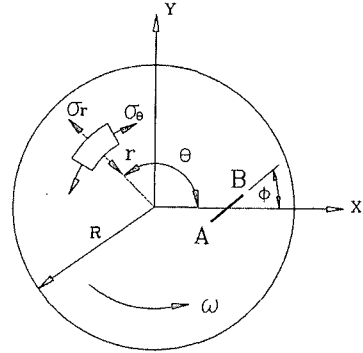


Fig. 2 Geometry coordinates and parameters rotating disks

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\theta}(r) &= \rho \omega^2 \left\{ \frac{3+\nu}{8} R^2 - \frac{1+3\nu}{8} r^2 \right\} \quad (17) \\
 \sigma_r(r) &= \rho \omega^2 \left\{ \frac{3+\nu}{8} R^2 - \frac{3+\nu}{8} r^2 \right\}
 \end{aligned}$$

여기서 ρ 는 밀도 ν 는 포아손비이다.

회전원판에서 균열이 반경방향으로 존재할때에 원주방향응력 $\sigma_{\theta}(r)$ 만이 작용하므로 Mode I의 형태이며 원주방향응력 $\sigma_{\theta}(r)$ 은 균열의 길이에 따라 변화하므로 균열선단 근처에서의 응력확대계수는 다음식으로 주어진다⁽⁴⁾.

$$\begin{aligned}
 K_{IA} &= \sqrt{\frac{2}{\pi(B-A)}} \int_A^B \sigma_y(x,0) \sqrt{\frac{B-x}{x-A}} dx \quad (18) \\
 K_{IB} &= \sqrt{\frac{2}{\pi(B-A)}} \int_A^B \sigma_y(x,0) \sqrt{\frac{x-A}{B-x}} dx
 \end{aligned}$$

여기서 K_{IA}, K_{IB} 는 균열선단 $X=A, X=B$ 에서의 응력확대계수를 나타내며 $\sigma_y(x,0)$ 는 균열이 없는 상태에서 외력에 의하여 산출된 균열선단을 따라 분포한 응력을 나타낸다. 회전하는 원판에 대하여 X대신에 r을 대입하고 식(18)의 $\sigma_y(x,0)$ 대신에 $\sigma_{\theta}(r)$ 을 대입하면 식(17)은 다음식과 같이 표현할수 있다.

$$\begin{aligned}
 K_{IA} &= \frac{\sqrt{2}}{8\sqrt{\pi(B-A)}} \rho \omega^2 \int_A^B \{ (3+\nu)R^2 - (1+3\nu)r^2 \} \sqrt{\frac{B-r}{r-A}} dr \\
 K_{IB} &= \frac{\sqrt{2}}{8\sqrt{\pi(B-A)}} \rho \omega^2 \int_A^B \{ (3+\nu)R^2 - (1+3\nu)r^2 \} \sqrt{\frac{r-A}{B-r}} dr \quad (19)
 \end{aligned}$$

응력확대계수도 응력과 마찬가지로 회전원판의 밀도 ρ 에 비례하고 각속도 ω 의 자승에 비례한다. 균열이 반경

방향에 임의의 각도로 경사지게 존재하는 경우는 원주방향의 응력 σ_θ 와 반경방향의 응력 σ_r 이 동시에 작용하므로 경사균열을 가지는 회전원판은 Fig. 2 의 경사균열 부분 (A-B) 을 확대하여 나타내면 Fig. 3 과 같은 bi-axial stress 상태가 된다.

Fig. 3 과 같은 무한평판에서 bi-axial stress 상태에서의 응력확대계수는 다음과 같다.

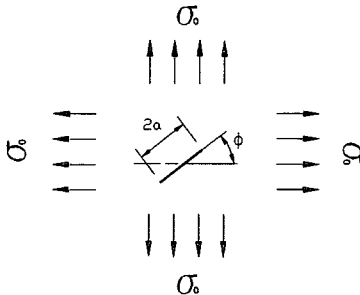


Fig. 3 Bi-axial stress

$$K_I / K_0 = \sin^2 \phi + \mu \cos^2 \phi \quad (20)$$

$$K_{II} / K_0 = (1 - \mu) \sin \phi \cos \phi$$

여기서 K_0 는 $\sigma_0 \sqrt{\pi a}$ 이다.

σ_0 는 회전원판의 단위면적당의 원심력 $\sigma_0 = \rho \omega^2 R V / A$ 이며 ρ 는 회전원판의 단위체적당 질량, R 은 반경, V 는 체적, ω 는 각속도, A 는 면적이다. ϕ 는 반경방향과 균열선이 이루는 각도이며 μ 는 σ_r / σ_θ 의 값을 나타낸다.

그러므로 실용재료의 K_I, K_{II} 의 해석은 경계조건등에 따른 수정이 불가피하므로 수정계수 F_I, F_{II} 를 산출하는 것으로 귀착된다.

4. 수치해석 및 고찰

본연구의 적용성을 평가하기 위하여 Isida⁽¹⁶⁾의 해석모델과 동일한 모델로 적용하중은 원심응력대신 수직응력으로 하여 응력확대계수 계산을 행하였으며 요소수 60, 절점수 116의 선형요소로 계산한 결과를 Fig. 4에 표시한다. Fig. 4에서 Isida의 解와 오차는 5% 이내로 그 적용성을 확인할 수 있다. 회전원판의 균열의 경사각도와 원판의 각속도 및 균열의 길이 변화에 따른 응력확대계수를 수치해석 하기 위하여 Fig. 5에서 $a / R = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$, 균열의 경사각도

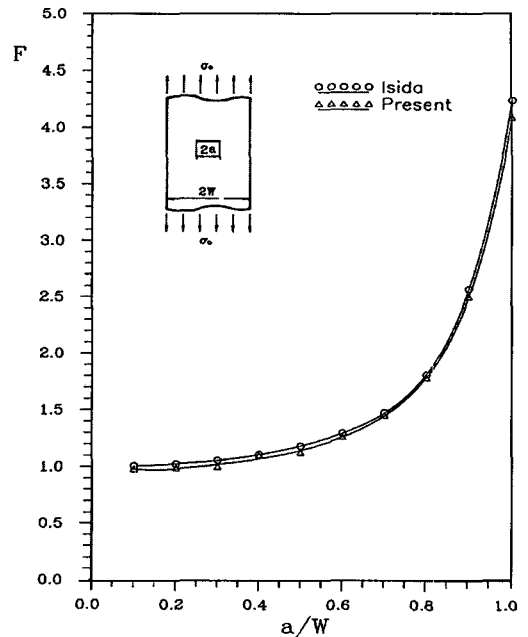


Fig. 4 Tension of long strip with a central crack

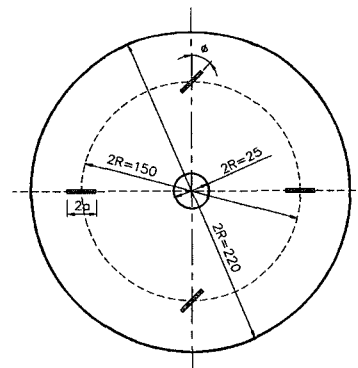


Fig. 5 Configuration and coordinate system

$\phi = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ 으로 원판의 회전수를 1200 rpm, 2400 rpm 으로 하였다. 요소는 선형요소로 2차원 경계요소법 프로그램을 개발하여 수치해석 하였으며 수치적분은 해석적으로 처리 하였다. 사용한 컴퓨터는 IBM PC(Pentium, 66MHz, RAM 64MB) 기종으로 계산시간은 문제당 30분 정도 소요 되었다.

일반적인 재료에 있어서 포아송비 ν 의 변동범위가 작은 것을 고려하여 지름($2R$) = 220 인 원판을 대칭성을 고려하여 판의 1/2 을 평면응력상태하에서 총요소수를

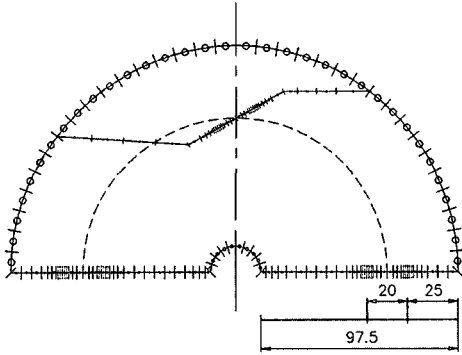


Fig. 6 Crack modeling segment

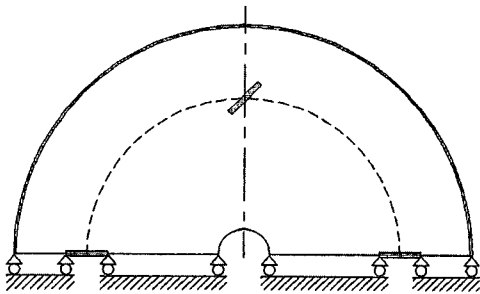


Fig. 7 Boundary condition

152요소로 분할 하였다. Fig. 6 은 요소분할을 Fig. 7 은 경계조건을 표시한 것이다.

응력확대계수값은 경계요소법에 의한 직접해만을 사용하여 절점밀도가 낮아도 변위법과 응력법을 접속하는 것에 의하여 각각 단독으로 사용하는것보다 상당히 정도가 좋은 K를 외삽하여 얻는 접속외삽법(hybrid extrapolation method)⁽¹⁷⁾을 사용하였으며 응력확대계수를 $F_I = K_I / \sigma_o \sqrt{\pi a}$, $F_{II} = K_{II} / \sigma_o \sqrt{\pi a}$ 으로 무차원화 하였다.

Fig. 8 은 균열의 경사각도 $\phi = 0^\circ$, 회전수를 1200 rpm으로 하였을때 균열의 진전에 따른 균열의 내,외측선단의 모우드 I 응력확대계수를 표시한 것으로 균열이 진전됨에 의하여 내,외측선단의 응력확대계수가 서서히 증가하며 내측선단의 응력확대계수가 외측선단에 비하여 일정한 간격을 유지하면서 증가하고 있다. Fig. 9 는 Fig. 8 과 같은 조건 아래에서 회전수를 2400 rpm 으로 하였을때 균열의 진전에 따른 균열의 내,외측선단의 모우드 I 응력확대계수를 표시한 것으로 회전속도가 증가함에 따라 균열의 내,외측선단의 응력확대계수는 크게 증가하며 내측선단의 응력확대계수가 외측선단에 비하여 큰 폭

으로 증가하고 있다. 따라서 회전수의 증가는 모우드 I 응력확대계수를 증가시키는 것을 알수있다. 균열의 경사각도 $\phi = 0^\circ$, 는 원판의 반경방향으로 균열이 존재하므로 모우드 II 의 응력확대계수의 영향은 없다. Fig. 10 은 균열의 경사각도 $\phi = 15^\circ$, 회전수를 1200 rpm으로 하였을때 균열의 진전에 따른 균열의 내,외측선단의 혼합 모우드 응력확대계수를 표시한 것으로 균열이 진전됨에 의하여 균열의 내,외측선단의 모우드 I 응력확대계수가 서서히 증가하며 모우드 II 응력확대계수는 내,외측선단에서 일정한 값을 유지하고 있다. Fig. 11 은 Fig. 10 과 같은 조건 아래에서 회전수를 2400 rpm 으로 하였을때 균열의 진전에 따른 균열의 내,외측선단의 혼합 모우드 응력확대계수를 표시한 것으로 회전속도가 증가함에 따라 균열의 내,외측선단의 모우드 I 응력확대계수는 크게 증가하며 모우드 II 응력확대계수는 내,외측선단에서 일정한 값을 유지하고 있다. 즉 회전속도 증가에 따른 모우드 II의 응력확대계수는 변화가 없는 것을 알수 있다.

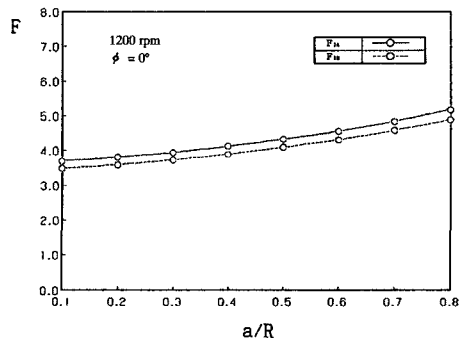


Fig. 8 Crack tip stress intensity factor versus a/R

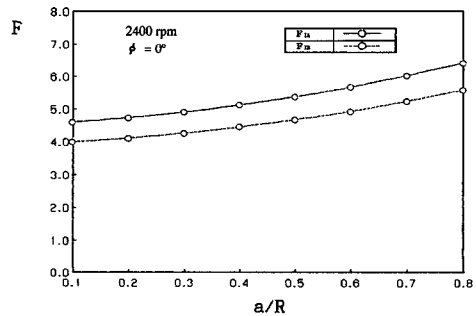


Fig. 9 Crack tip stress intensity factor versus a/R

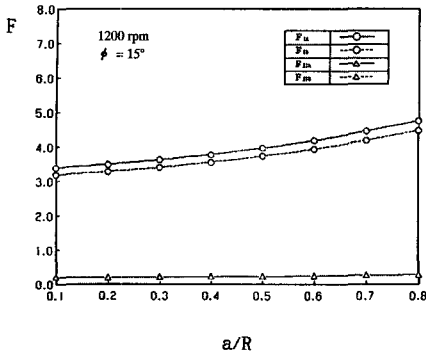


Fig. 10 Crack tip stress intensity factor versus a/R

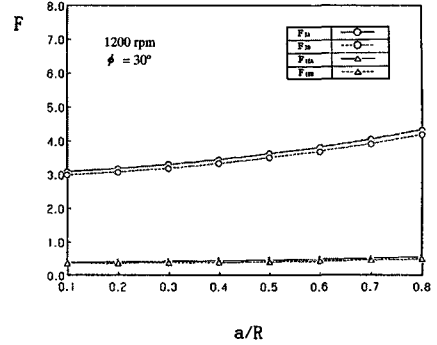


Fig. 12 Crack tip stress intensity factor versus a/R

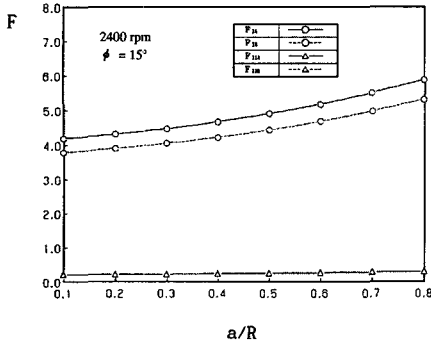


Fig. 11 Crack tip stress intensity factor versus a/R

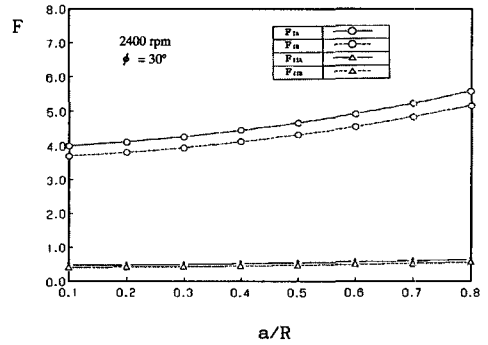


Fig. 13 Crack tip stress intensity factor versus a/R

Fig. 12 는 균열의 경사각도 $\phi = 30^\circ$, 회전수를 1200 rpm으로 하였을때 균열의 진전에 따른 균열의 내,외측선단의 혼합 모드 응력확대계수를 표시한 것으로 균열이 진전됨에 의하여 균열의 내,외측선단의 모드 I 응력확대계수가 서서히 증가하며 모드 II 응력확대계수는 내,외측선단에서 미소한 간격으로 서서히 증가하고 있다. Fig. 13 은 Fig. 12 와 같은 조건 아래에서 회전수를 2400 rpm 으로 하였을때 균열의 진전에 따른 균열의 내,외측선단의 혼합 모드 응력확대계수를 표시한 것으로 회전속도가 증가함에 따라 균열의 내,외측선단의 모드 I 응력확대계수는 크게 증가하며 모드 II 응력확대계수는 내,외측선단에서 미소한 간격으로 서서히 증가하고 있다. 따라서 균열의 경사각도 증가에 따른 모드 II 응력확대계수의 변화를 알수있다. 균열선단에 발생하는 응력확대계수비 K_{II}/K_I 의 값을 균열의 내,외측선단으로 구하여 보면 K_{II}/K_I 의 값은 변화하지 않으며 동일한 값을 표시하는 것을 알수있다. Fig. 14 는 균열의 경사각도 $\phi = 45^\circ$, 회전수를 1200 rpm으로 하였을때 균열의 진전에 따른 균열의 내,외측선단의 혼합 모드 응력확대계

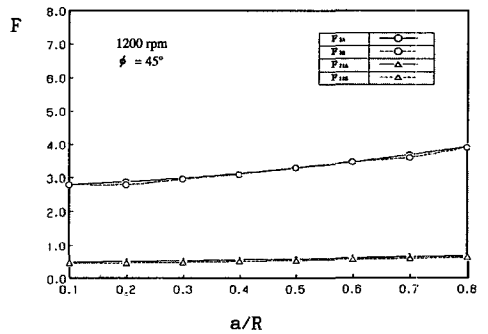


Fig. 14 Crack tip stress intensity factor versus a/R

수를 표시한 것으로 균열이 진전됨에 의하여 균열의 내,외측선단의 모드 I 응력확대계수가 서로 근사하게 서서히 증가하며 모드 II 응력확대계수는 내,외측선단에서 미소한 간격으로 서서히 증가하고 있다. Fig. 15 는 Fig. 14 와 같은 조건 아래에서 회전수를 2400 rpm 으로 하였을때 균열의 진전에 따른 균열의 내,외측선단의 혼합 모드 응력확대계수를 표시한 것으로 회전속도가 증가함에 따라 균열의 내,외측선단의 모드 I 응력확대계수

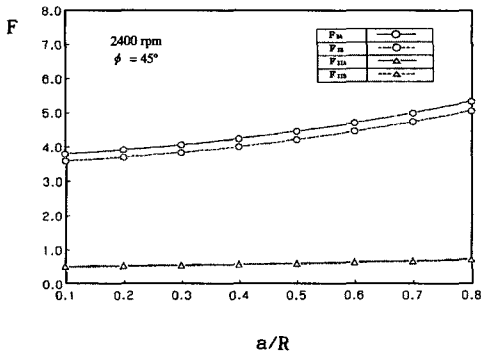


Fig. 15 Crack tip stress intensity factor versus a/R

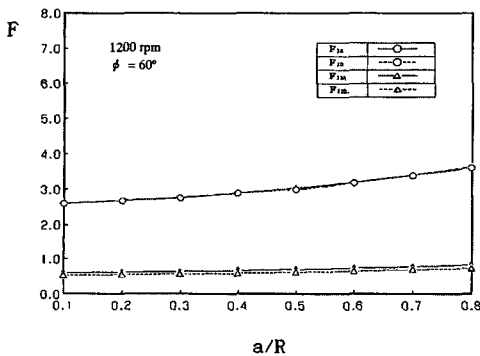


Fig. 16 Crack tip stress intensity factor versus a/R

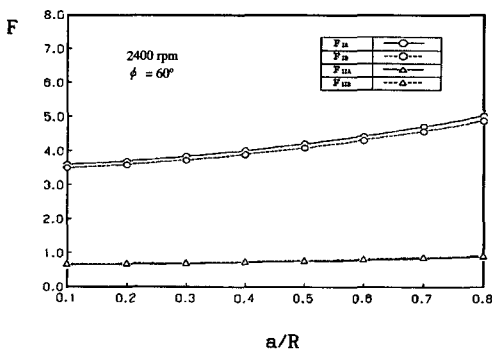


Fig. 17 Crack tip stress intensity factor versus a/R

는 크게 증가하며 모드 II 응력확대계수는 내,외측선단에서 미소한 간격으로 서서히 증가하고 있다. Fig. 16 은 균열의 경사각도 $\phi = 60^\circ$, 회전수를 1200 rpm으로 하였을때 균열의 진전에 따른 균열의 내,외측선단의 혼합 모드 응력확대계수를 표시한 것으로 균열이 진전됨에 의하여 균열의 내,외측선단의 모드 I 응력확대계수가 서서히 증가하며 모드 II 응력확대계수는 내,외측선단에서 미소한 간격으로 서서히 증가하고 있

다. Fig. 17 은 Fig. 16 과 같은 조건 아래에서 회전수를 2400 rpm 으로 하였을때 균열의 진전에 따른 균열의 내,외측선단의 혼합 모드 응력확대계수를 표시한 것으로 회전속도가 증가함에 따라 균열의 내,외측선단의 모드 I 응력확대계수는 크게 증가하며 모드 II 응력확대계수는 내,외측선단에서 미소한 간격으로 서서히 증가하고 있다. 균열의 경사각도 ϕ 의 증가에 동반하는 K_{II}/K_I 의 값은 거의 직선적으로 증가하며 이것은 K_{II} 의 값이 증가하고 K_I 값이 감소하기 때문이라고 생각된다.

이 K_{II}/K_I 의 관계를 균열의 외측에서의 회전수에 관하여 조사해보면 회전수의 증가만큼 K_{II}/K_I 의 값은 작게 되는것을 알수있다.

그 이유는 회전수가 크게 되는 만큼 모드 II 응력확대계수 K_{II} 에 비교하여 모드 I 응력확대계수 K_I 이 크게 증가하기 때문이라 생각 된다.

Fig. 18 은 균열의 경사각도 $\phi = 75^\circ$, 회전수를 1200 rpm으로 하였을때 균열의 진전에 따른 균열의 내, 외측선단의 혼합 모드 응력확대계수를 표시한 것으로 균열이 진전됨에 의하여 균열의 내,외측선단의 모드 I 응력확대계수가 서서히 증가하며 모드 II 응력확대계수는 내,외측선단에서 미소한 간격으로 서서히 증가하고 있다. Fig. 19 는 Fig. 18 과 같은 조건 아래에서 회전수를 2400 rpm 으로 하였을때 균열의 진전에 따른 균열의 내,외측선단의 혼합 모드 응력확대계수를 표시한 것으로 회전속도가 증가함에 따라 균열의 내,외측선단의 모드 I 응력확대계수는 크게 증가하며 모드 II 응력확대계수는 내,외측선단에서 미소한 간격으로 서서히 증가하고 있다. 따라서 균열의 경사각도 증가에 따라서 모드 I 응력확대계수는 감소하고 모드 II 응력확대계수는 증가함을 알수있다. 또한 회전속도 증가에 따라서 외측선단의 모드 I 응력확대계수가 내측선단 보다 크게 됨을 알수 있다. Fig. 20 은 균열의 경사각도 $\phi = 90^\circ$, 회전수를 1200 rpm으로 하였을때 균열의 진전에 따른 균열의 내, 외측선단의 혼합 모드 응력확대계수를 표시한 것으로 균열이 진전됨에 의하여 균열의 내,외측선단의 모드 I 응력확대계수가 서서히 증가하며 모드 II 응력확대계수는 내,외측선단에서 미소한 간격으로 서서히 증가하고 있다.

Fig. 21 은 Fig. 20 과 같은 조건 아래에서 회전수를 2400 rpm 으로 하였을때 균열의 진전에 따른 균열의 내,외측선단의 혼합 모드 응력확대계수를 표시한 것으로 회전속도가 증가함에 따라 균열의 내,외측선단의 모드

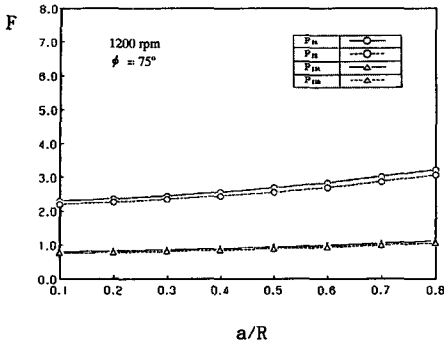


Fig. 18 Crack tip stress intensity factor versus a/R

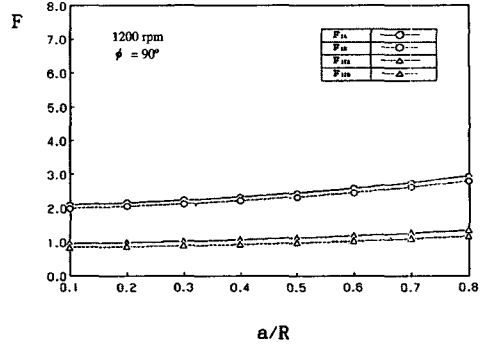


Fig. 20 Crack tip stress intensity factor versus a/R

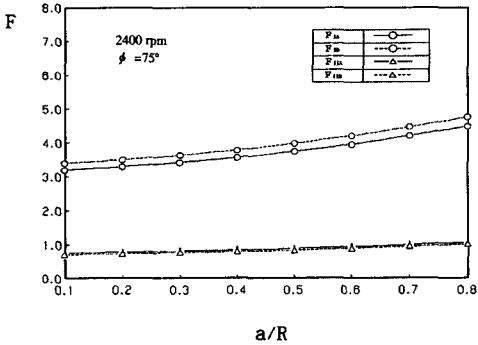


Fig. 19 Crack tip stress intensity factor versus a/R

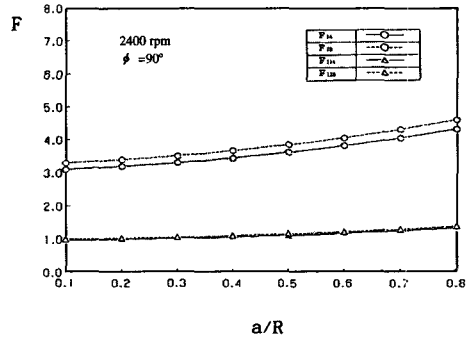


Fig. 21 Crack tip stress intensity factor versus a/R

드 I 응력확대계수는 크게 증가하며 모드 II 응력확대계수는 내,외측선단에서 미소한 간격으로 서서히 증가하고 있다. 또한 회전속도 증가에 따라서 외측선단의 모드 I 응력확대계수가 내측선단 보다 크게 됨을 알수있다.

무차원 응력확대계수 F_I 는 $\phi = 0^\circ$ 에 있어서 가장크고 ϕ 의 증가에 동반하여 F_I 는 점점 감소하고 F_{II} 는 증가하고 있다.

그러나 어떤 균열의 경사각도 ϕ 에 대하여도 무차원 응력확대계수 F_I 는 F_{II} 보다 크게 되며 F_{II} 가 최대로 되는 $\phi = 90^\circ$ 에 대하여도 F_I 는 F_{II} 의 약 2배가 되고 회전원판의 파괴에 관계하는데는 K_{II} 의 영향이 작고 K_I 에 미치는 영향이 대부분 이라고 생각 된다. 또한 내측의 균열선단이 외측의 균열선단 보다 미소하나 큰영향을 나타낸다.

회전수의 증가와 함께 단위 면적당의 원심력 σ_r 도 증가하고 F_I, F_{II} 가 증가하는 것은 회전속도에 영향받고 있음을 알수있다. 특히 이경향은 F_I 에서 현저하다.

F_I 는 회전수가 증가할수록 크고 ϕ 의 증가와 함께 감

소하며 F_I 는 회전속도에 의존하는 경향이 큰것을 알수있다. $\phi = 90^\circ$ 에서 회전수 2400 rpm 의 F_I 의 값은 1200 rpm 에 대한 F_I 의 값의 약 1.6 배가 되는 것으로 회전수의 증가할수록 F_I 에 의존하는 비율이 현저한 것을 알수있다. 또한 외측균열선단의 F_{II} 에 있어서 균열의 경사각도 ϕ 의 증가와 함께 증가하지만 회전수의 고저에 관계없이 대개 같은 것을 알수있다.

따라서 K_{II} 를 포함하는 혼합 모우드의 회전원판의 원심력에 의하여 파괴에 대응하는 모드 II 응력확대계수 K_{II} 의 영향은 작고 K_I 이 큰 영향을 미치는 것을 알수있다.

더욱이 회전속도가 증가할수록 K_I 의 값이 크고 균열의 경사각도 ϕ 의 증가에 의하여 K_I 는 감소하며 K_{II} 가 크게 되는 것을 알수있다.

5. 결 론

회전원판의 균열의 경사각도와 원판의 각속도및 균열의 길이 변화에 따른 응력확대계수를 수치해석한 결과 다음

과 같은 결론을 얻었다.

(1) 무차원 응력확대계수 F_I 값은 균열의 경사각도 $\phi = 0^\circ$ 에서 최대가 되고 ϕ 가 증가 할수록 F_I 값은 점점 감소하고 반대로 F_{II} 의 값은 증가한다.

(2) 균열의 경사각도 ϕ 의 증가에 관계없이 응력확대계수비 K_{II}/K_I 의 값은 거의 직선적으로 증가하며 또한 회전속도가 증가할수록 K_{II}/K_I 의 값은 작게 되는 것을 알 수있다.

(3) 혼합 모우드 회전원판의 원심력에 의한 파괴는 모우드 II 응력확대계수 K_{II} 의 영향은 작고 모우드 I 응력확대계수 K_I 의 영향이 큰것을 알 수있다.

참 고 문 헌

1. Rooke, D. P. and Tweed, J., "The Stress Intensity Factors of a radial Crack in a Finite Rotating Elastic Disc", Int. J. of Eng. Sci., Vol. 10, pp. 709 - 714, 1972.
2. Rooke, D. P. and Tweed, J., "The Stress Intensity Factors of an edge Crack in a Finite Rotating Elastic Disc", Int. J. of Eng. Sci., Vol. 11, pp. 279 - 283, 1973.
3. Owen, D. R. and Griffiths, J. R., "Stress Intensity Factors for Cracks in a Plate containing a hole and in a spinning Disc", Int. J. of Fract. Mech., pp. 471 - 476, 1973.
4. 石田 誠, "任意の位置に 内部き裂を持つ 回轉圓板の 應力擴大係數", 日本機械學會 論文集, 第 47 卷, 414 號, pp. 229 - 234, 1981.
5. Blaue, J. G. Beinert, J. and Wenk, M., "Fracture Mechanics Investigations of Crack in Rotating Disks", Exp. Mech., 14, pp. 106 - 112, 1977.
6. Brebbia, C. A., "The Boundary Element Method for Engineers", Pentech Press, Lon-

- don, 1980.
7. Brebbia, C. A. and Walker, S., "Boundary Element Techniques in Engineering", Newnes- Butterworths, London, 1980.
8. Banerjee, P. K. and Butterfield, R., "Boundary Element Methods in Engineering Science", McGraw-Hill, New York, 1981.
9. Brebbia, C. A., "Progress in Boundary Element Methods, Volume I - II", Pentech Press, London, 1981.
10. Brebbia, C. A., Telles, J. C. F. and Wrobel, L. C., "Boundary Element Techniques", Springer-Verlag, Berlin, 1984.
11. Rizzo, F. J. and Shippy, D. J., "A Boundary Element Method for Axisymmetric Elastic Bodies", Development in Boundary Element Methods -4, Elsevier Applied Science Publishers, pp.67-84, 1986.
12. Beskos, Dimitri E., "Boundary Element Methods in Mechanics", North-Holland, Amsterdam, 1987.
13. Cruse, T. A., "Boundary Element Analysis in Computational Fracture Mechanics", Kluwer Academic, Dordrecht, 1988.
14. Timoshenko, S. P. and Goodier, J.N., "Theory of Elasticity", 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1970.
15. Timoshenko, S. P. and Woinowsky-Krieger, S., "Theory of Plates and Shells", 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1959.
16. Isida, M., "Analysis of Stress Intensity Factors for the Tension of a Centrally Cracked Strip with Stiffened Edges", Engng Frac. Mech., Vol.5, No.3, pp.647-665, 1973.
17. 結城, 木顔, 松本, "境界要素法における 應力擴大係數の 決定法", 第一回 境界要素法 シンポジウム, pp.85-90, 1984.