

압축응력장 이론을 적용한 콘크리트 유한요소법 개발

Finite Element Method for Structural Concrete Based on the Compression Field Theory

조 순 호*

Cho, Soon-Ho

요 약

구조용 콘크리트의 비선형 거동을 예측하기 위하여, 압축강도 연화 현상, 거시적 및 회전균열 모델 등의 내용을 포함하고 있는 압축장 응력장 이론(CFT)에 근거한 유한요소법이 개발/제시되었다. 또한, 이와 관련하여 CFT가 암시하는 탄젠트 및 세칸트 재료강성이 반복계산 해법의 관점에서 정의/논의되었다.

최종적으로 계산상의 효율성 증대 및 최대하중 이후의 거동 포착에 주안점을 두어 초기재료 강성을 채택한 변위중분법 논리 및 빠른 수렴을 위한 Over-Relaxtion 방법이 Isoparametric계의 8-Node 요소에 포함/유도되었다.

이와 같이하여 제시된 비선형 해석 프로그램 NASCOM은 응력 혼돈지역에 위치하는 콘크리트 평면요소의 하중 지지능력, 탄성범위 이후의 변형 특성, 균열양상 및 보강근의 항복범위 등의 예측을 가능하게 하였다. NASCOM의 제한된 검증을 위하여, Cervenka의 판넬 실험결과에 대한 하중지지 능력 및 변형이력 등을 예측한 결과 전체적인 의미에서 실험결과와 상응하는 일치를 나타내었다.

Abstract

A finite element formulation based on the CFT(Compression Field Theory) concept such as the effect of compression softening in cracked concrete, and macroscopic and rotating crack models etc. was presented for the nonlinear behaviour of structural concrete. In this category, tangential or secant material stiffnesses for cracked concrete were also defined and discussed in view of the iterative solution schemes for nonlinear equations.

Considering the computational efficiency and the ability of modelling the post-ultimate behaviour as major concerns, the incremental displacement solution algorithm involving initial material stiffnesses and the relaxation procedure for fast convergence was adopted and formulated in a type of 8-noded quadrilateral isoparametric elements.

The analysis program NASCOM(Nonlinear Analysis of structural Concrete by FEM : Monotonic Loading) developed based on the CFT constitutive relationships and the incremental solution strategy described enables the predictions of strength and deformation capacities in a full range. crack patterns

* 광주대학교 건축공학과 전임강사

이 논문에 대한 토론을 1996년 9월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1997년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

and their corresponding widths, and yield extents of reinforcement. As the verification purpose of NASCOM, the prediction of Cervenka's panel test results including the load resistance and the deformation history was made. A limited number of predictions indicate a good correlation in a general sense.

1. 서 론

1.1 연구 배경 및 목적

전단응력이 크거나(Deep Beams, Squat Shear Walls), 구조물에 기하학적 불연속(Geometric Discontinuities) 또는 집중하중이 존재하는 지역-Corbels, Ledge Supports, Dapped End Beams with Holes-에는 내부 응력이 혼돈(Disturbances of Internal Force Flow)되어, 단면해석법이 기본적으로 요구하는 평면유지법칙은 더 이상 유효하지 않게 된다. 따라서 이러한 응력 혼돈 지역(Disturbed Regions of Stress Fields)을 포함하는 구조요소의 합리적인 해석을 위해서는 유한요소법의 적용이 필수적인데, 더욱이 콘크리트 균열하중 이후의 심각한 응력 재분배(Stress Redistribution) 현상을 제대로 묘사하기 위해서는 비선형 유한요소법(Nonlinear Finite Element Method)에 근거한 해석이 요구된다. 또한, 이러한 응력 재분배를 고려한 비선형 해석은 종래의 탄성 유한요소법으로부터 획득한 응력장보다 더욱 단순한 평형 응력도 분포(Equilibrium Stress Field)를 나타내는 경우가 종종 있으므로, 이에 근거하여 항복조건(Yield Criterion)을 위해하지 않도록 구조요소를 설계하는 것이 보다 경제적일 수 있다.

응력이 혼돈된 지역의 콘크리트 구조물 해석을 위한 유한요소법 개발은 근래에 이르기까지도 수많은 연구자들에게 도전의 대상이 되어왔으며, 그 결과 강성유도방법, 사용된 재료모델 및 요소형태에서 각기 그 특성을 달리하는 여러해석 모델이 제안되었다.^{1,2)} 현재로는 콘크리트 구조물과 관련된 전분야-연구, 설계 및 해석-에 점차적으로 그 효용성 및 중요성이 증가하고 있는 추세이지만, 콘크리트 구조물에 대한 유한요소법의 적용은 유한요소법 자체가 지니고 해석(Formulation)상

의 강점에도 불구하고, 합리적인 재료 구성모델(Constitutive Models)의 결여로 그 범위가 어느 정도로 제한되어 있는 형편이다.

따라서 본 연구는 최근 합리적인 콘크리트 해석 모델로 인식되고 있는 CFT(Compression Field Theory) 혹은 MCFT(Modified CFT)³⁾가 제시하는 콘크리트 재료모델의 기본개념인 압축강도 연화(Compression Softening) 및 회전균열(Rotational Crack) 모델을 채택하여, 응력 혼돈 지역에 존재하는 콘크리트 구조요소의 해석에 일반적으로 적용될 수 있는 비선형 유한요소 해석 프로그램, NASCOM(Nonlinear Analysis of Structural Concrete by FEM)을 개발하고자 한다.

1.2 연구 내용 및 범위

응력 혼돈지역에 위치하는 콘크리트 평면요소의 완전한 구조적 응답을 조사하기 위해서는 하중 지지능력, 탄성범위 이후의 변형 특성 등이 해석 프로그램에 의해 예측되어야 하며, 부가적으로 균열양상 및 보강근의 항복범위 등도 예측 결과에 포함되는 것이 바람직하다. 또 다른 한편으로 효율적인 전체 해석논리 및 관련식의 유도라는 관점에서 보면, 거시적인 재료의 수학적 모델(Macroscopic Model)의 사용, 강성행렬의 대칭성(Symmetry of Stiffness Matrix) 유지, 다양한 한중 및 설계 조건하에서 수치해석상의 안정성 확보 등이 주요 쟁점사항이 된다(본 연구에서는 다양한 하중조건을 단조가력 상태로 제한하고 있음).

콘크리트 비선형 해석 프로그램, NACOM을 개발하기 위하여 본 연구에서는 압축강도 연화현상을 고려한 CFT/MCFT류의 콘크리트 재료 구성방정식을 채택하며, 이와 관련된 유한요소의 유도, 수치해석 기법 및 전체 프로그램 해석논리는 2 및 3절에 각각 설명되어 있고, 4절에서는 개발된

프로그램의 타당성을 검토하기 위하여 제한된 실험결과와 비교 검토 내용을 포함하고 있다.

2. 재료의 구성 모델

2.1 압축장 이론

1982년 북미(McGill Univ., Univ. of Toronto, Canada)에서는 콘크리트 구조의 최소 단위요소인 막응력(Membrane Stresses)을 지지하는 철근 콘크리트 판넬의 구조적 거동을 조사하기 위하여, 현실 상황과 매우 유사한 조건(시험체 크기 및 하중 등)하에서 철근비, 콘크리트 강도 및 하중상태 등을 주요변수로한 30개 판넬 실험을 수행한 바 있으며, 그 이후 최근에 이르기까지 평면상황(2-Dimension)의 콘크리트 전단 하중 전달 기구(Shear Carrying Mechanism)에 대한 그들의 기본적인 생각인 CFT/MCFT를 Plate 및 Shell 요소에까지, 단조하중에서 반복하중 상태로까지, 보통 콘크리트에서 고강도 콘크리트에까지 그 적용 범위를 확장시켜 나가고 있는 상황에 있다.^{3,4)}

CFT/MCFT 이론은 기본적으로 힘의 평형(Equilibrium) 및 변형도 적합조건(Compatibility)을 만족하고 있으며, 또한 부가적으로 실제 상황과 유사한 조건의 실험 결과로부터 유도된 합리적인 콘크리트 응력-변형도 관계-주 인장변형도(Principal Tensile Strain)의 크기에 따라 압축강도가 저하되는 압축강도 연화 현상을 포함하는 관계식을 사용하고 있다(그림 1). 또한, 콘크리트의 주응력 방향은 변형도의 주방향과 일치한다고 가정하고, 모든 응력 및 변형도는 여러개의 균

열을 포함하는 지역(Smeared Area)에 나타나는 평균값으로 고려된다.

다음은 주어진 변형도 $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ 로부터 평균 철근응력 f_{sx}, f_{sy} 및 콘크리트 주응력 f_{c1}, f_{c2} , 그리고 이들의 조합응력인 f_x, f_y, v_{xy} 를 구하는 일련의 MCFT 단계를 나타내고 있다.

단계 1 : 주어진 변형도 ϵ_x, ϵ_y 및 그림 1(a)로부터 철근응력 f_{sx}, f_{sy} 산정

$$f_{sx} = E_s \epsilon_x, \quad f_{sy} = E_s \epsilon_y \quad (1)$$

$E_s =$ 철근의 탄성계수
(첨자 s는 보강근을 의미)

단계 2 : 주어진 변형도($\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$)로부터 주변형도($\epsilon_1, \epsilon_2, \theta$)산정

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \epsilon_x \cos^2 \theta + \epsilon_y \sin^2 \theta + \gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \epsilon_2 &= \epsilon_x \sin^2 \theta + \epsilon_y \cos^2 \theta - \gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \quad (2)$$

(첨자 c는 콘크리트를 의미)

단계 3 : 콘크리트 주응력도 방향(θ_c)과 주변형도 방향(θ)이 일치하다고 가정($\theta_c = \theta$)

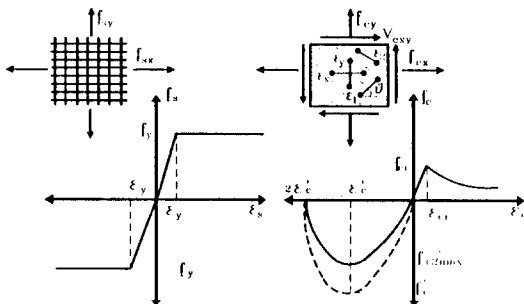
단계 4 : 주변형도(ϵ_1, ϵ_2) 및 그림 1(b)로부터 콘크리트 주응력도(f_{c1}, f_{c2}) 산정

$$\begin{aligned} f_{c1} &= f_{cx} \cos^2 \theta + f_{cy} \sin^2 \theta + 2v_{cxy} \sin \theta \cos \theta \\ f_{c2} &= f_{cx} \sin^2 \theta + f_{cy} \cos^2 \theta - 2v_{cxy} \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \quad (3)$$

$$f_{c2} = f_{c2max} [2(\epsilon_2 / \epsilon_c') - (\epsilon_2 / \epsilon_c')] \quad (4)$$

여기서 $f_{c2max} = f_c' / [0.8 - 0.34(\epsilon_1 / \epsilon_c')] \leq f_c'$

$\epsilon_1 \leq \epsilon_{cr}$ 일 때
 $f_{c1} = E_c \epsilon_1, E_c = 2f_c' / \epsilon_c', \epsilon_{cr} = f_{cr} / E_c$
 $\epsilon_1 > \epsilon_{cr}$ 일 때
 $f_{c1} = f_{cr} / [1 + \sqrt{(200\epsilon_1)}]$ (5)
 $f_c' =$ 콘크리트 압축강도
 $f_{cr} =$ 콘크리트 균열강도
 $\epsilon_c' =$ 콘크리트 압축강도에 일치하는 변형도
 $\epsilon_{cr} =$ 콘크리트 균열강도에 일치하는 변형도



(a) 보강근 (b) 균열이 있는 콘크리트

그림 1. MCFT의 재료 구성 모델

E_c = 콘크리트의 탄성계수

단계 5 : 균열발생 위치에서 콘크리트 평균 인장
응력 전달 여부 검토

$$f_{cl} \leq \rho_{sx}(f_{yx} - f_{sx})\cos^2\theta + \rho_{sy}(f_{yy} - f_{sy})\sin^2\theta \quad (6)$$

$f_{yx}, f_{yy} = X, Y$ 방향에 각각 배근된 철근의 항복
응력도

$\rho_{sx}, \rho_{sy} = X, Y$ 방향에 배근된 철근비

단계 6 : ($f_{cl}, f_{c2}, \theta_c, f_{sx}, f_{sy}$ 로부터 XY 좌표상의
최종 응력 산정(f_x, f_y, v_{xy}))

$$f_x = f_{cx} + \rho_{sx}f_{sx}$$

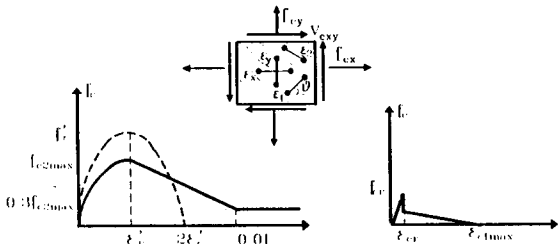
$$f_y = f_{cy} + \rho_{sy}f_{sy} \quad (7)$$

$$v_{xy} = v_{cxy}$$

단계 3에서 제안된 식 (4)는 압축강도 연화에 영향을 미치는 주변수로서 최대주응력을 고려하거나, 경사진(Skewed) 보강근, 하중조건 및 고강도 콘크리트의 영향을 포함하는지 여부에 따라 여러 연구자들에 의해 제안된 다수의 수정된 식들이 존재하며, 새로운 실험자료가 첨가됨에 따라 그 적용범위를 확장하기 위하여 지속적으로 수정 또는 정제(Refining) 도중에 있다.⁴⁾ 또한 단계 5에서 f_{cl} 은 균열면의 골재 상호작용(Aggregate Interlock) 능력에 따라 제한되기도 한다.³⁾

2.2 콘크리트

그림 2(a)는 본 연구에서 채택한 균열 콘크리트의 압축 응력-변형도 관계를 나타내며, CFT의 단순한 2차곡선 대신에 증가된 변형 능력을 포함



(a) 압축응력-변형도 (b) 인장 응력-변형도

그림 2. 균열이 있는 콘크리트의 재료 구성 모델

하고 있다. 좌표(ϵ_c', f_c')에 도달하기까지는 CFT에서 제시하는 2차곡선과 동일하나, 그 이후 하락 부분에서는 $(-0.01, 0.3f_{c2max})$ 에 이르기까지 선형적으로 변형도가 감소하며 그 이후의 변형도에도 $0.3f_{c2max}$ 의 응력도를 유지하고 있다. 이러한 응력-변형도 관계는 추후 Confine된 콘크리트의 재료 모델에도 적용될 예정이다.

콘크리트의 인장 응력-변형도는 본래의 CFT 모델 이외에 그림 2(b)와 같은 3선 선형관계식(Tri-Linear)을 추가하여 사용자의 선택에 따라 사용할 수 있도록 하였는데, 이는 CFT의 모델이 약간 강한 인장강성 강화(Tension-Stiffening) 현상을 내포하는 경향이 있기 때문이다. 좌표(ϵ_{cr}, f_c)까지의 응력-변형도 관계는 CFT와 동일하며, 그 이후에는 불연속 감소하고, 또한 최대변형도(ϵ_{lmax} 에 도달하기까지 점증적으로 선형 감소한다.

요소내에 발생한 균열의 평균 폭은 최대 주변형도 및 균열 간격으로부터 아래와 같이 산정할 수 있다(그림 3).

$$w = \epsilon_l \cdot S_{m\theta} = \epsilon_l \cdot \frac{1}{\sin\theta/S_{mx} + \cos\theta/S_{my}} \quad (8)$$

여기서 $S_{mx} = X$ 방향 균열 간격

$$= 1.5 \cdot (X\text{방향 철근 간격})$$

$S_{my} = Y$ 방향 균열 간격

$$= 1.5 \cdot (Y\text{방향 철근 간격})$$

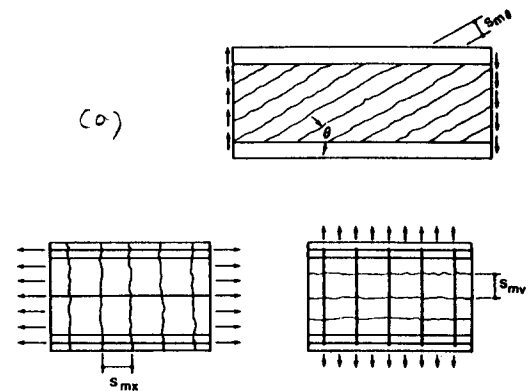


그림 3. 균열 간격 정의

2.3 보강철근

CFT에는 2선 선형식에 근거한 응력-변형도 관계가 사용되었으나 본 연구에서는 변형경화 현상을 고려할 수 있도록 좌표(ϵ_{sh} , f_y)에서 최대 응력 및 변형도를 나타내는 좌표(ϵ_u , f_u)에 이르기까지 회기분석에 의한 포물선 식이 사용되었다(그림 4).

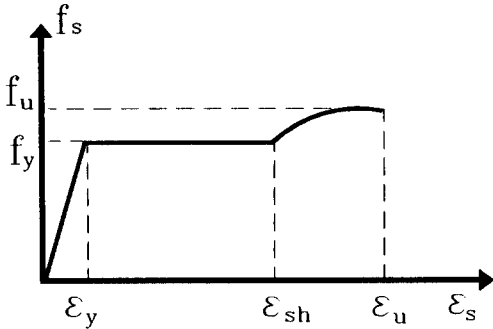


그림 4. 보강 철근의 응력-변형도 관계

3. 유한요소 유도

일반적으로 유한요소는 해석하고자 하는 구조 요소의 하중 작용 특성에 따라 결정되는데, 본 연구에서는 2-D 판넬의 평면응력 상황을 최소 단위 요소로 정의하고 있으므로 이를 효율적으로 묘사할 수 있는 평면응력 요소(Plane Stress Element)인 8-절점, Quadrilateral, Isoparametric 계의 유한요소를 사용하였다. 이러한 형태의 유한 요소는 2차 변위영역 및 선형 변형도 분포에 근거하고 있으므로 적은 수의 요소로도 구조요소의 휨 거동을 효율적으로 묘사할 수 있으며, 또한 전단 응력 작용방향으로 충분한 수의 요소가 사용될 경우 전단 거동의 묘사에도 적합한 것으로 인식되고 있다.

또한 NASCOM에는 시험체의 하중가력 및 지지점 지역을 탄성 거동요소로 정의하여 해석에 포함할 수 있도록 하기 위하여 탄성 및 비선형 유한 요소를 동시에 사용하고 있으며, 전체해석 동안 이러한 탄성요소의 강성행렬 산정에는 2x2, 비선형 요소에는 3x3 이상의 Gauss 적분공식이 각각 적용되고 있다.

3.1 재료의 강성

하중 및 변형증분에 따른 콘크리트 재료의 비선형 강성(Tangent Stiffness)은 X-Y 좌표계에서 다음과 같이 표현될 수 있으며, 식 (3)과 (7)로부터 아래와 같이 유도될 수 있다.^{5,6)}

$$\begin{bmatrix} \Delta f_{cx} \\ \Delta f_{cy} \\ \Delta v_{cxy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{xx} & E_{xy} & E_{x\gamma} \\ E_{yx} & E_{yy} & E_{y\gamma} \\ E_{vx} & E_{vy} & E_{v\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \epsilon_x \\ \Delta \epsilon_y \\ \Delta \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서

$$\begin{aligned} E_{xx} &= \partial f_{cx} / \partial \epsilon_x = \partial f_{cx} / \partial \epsilon_1 \cdot \partial \epsilon_1 / \partial \epsilon_x + \partial f_{cx} / \partial \epsilon_2 \cdot \partial \epsilon_2 / \partial \epsilon_x + \partial f_{cx} / \partial \theta_1 \cdot \partial \theta / \partial \epsilon_x = c^4 E_{11} \\ &+ s^2 c^2 (E_{21} + E_{12}) + s^4 E_{22} - c^3 s E_{1\theta} / D \\ &- s^3 c E_{2\theta} / D + 2s^2 c^2 (f_{c1} - f_{c2}) / D \\ D &= (c = \cos \theta, s = \sin \theta, D = (\epsilon_1 - \epsilon_2)), \\ E_{12} &= \partial f_{c1} / \partial \epsilon_2 \text{이며,} \\ E_{xy}, E_{x\gamma}, \dots &\text{ 등에 대해서도 동일하게 정} \\ &\text{의할 수 있다)} \end{aligned}$$

식 (9)를 재료의 주축에 대하여 변환하면,

$$\begin{bmatrix} \Delta f_{c1} \\ \Delta f_{c2} \\ \Delta v_{c12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{1\theta} / 2D \\ E_{21} & E_{22} & E_{2\theta} / 2D \\ 0 & 0 & (f_{c1} - f_{c2}) / 2D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \epsilon_1 \\ \Delta \epsilon_2 \\ \Delta \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (10)$$

일반적으로 E_{12} 및 $E_{1\theta}$, $E_{2\theta}$ 는 0이 되나(포아손효과 무시) E_{21} 은 식 (4)에 의해 ϵ_1 에 의존하므로 비대칭 강성 행렬이 형성된다. 이와같은 강성 행렬의 비대칭을 배제하기 위하여 Vecchio는 세칸트 계수(Secant Modulus) 개념을 사용하여 재료강성의 대칭성을 확보하고 있다.⁷⁾

3.2 비선형 방정식의 해석 논리

구조물을 해석하기 위해서는 기학적 조건, 재료 특성, 경계 및 하중조건 등에 따라 일련의 방정식을 유도하고, 그 방정식의 해를 구함으로써 변위, 반력 및 구성 요소의 내부 응력 등을 산정할 수 있다. 이때, 만약 재료의 성능이 비선형 특성을 내포하고 있다면 결과적으로 유도된 방정식도 비선형

특성을 포함하게 된다. 이러한 비선형 문제는 일련의 선형 단계들의 조합으로 생각할 수 있으며, 이의 해를 구하기 위한 대표적인 해석논리 중의 하나는 하중증분법(Incremental Loading Method)으로서 주어진 하중단계 내에서 수렴조건이 만족될 때까지 계산을 반복하는 것이다. 하지만, 이러한 하중증분법은 구조물이 극한하중에 도달할 시-하중의 증가없이 변형만 증가되는 경우-심각한 수치해석상의 불안정을 나타내며, 또한 주어진 하중단계에 있어서 하나 이상의 해가 존재하는 경우(Snap-Through 및 Multi-Solution Path 문제)에는 더 이상 적합하지 않게 된다. 본 연구의 경우 심각한 응력혼돈 지역을 내포하는 구조물의 경우 극한하중 이후 강도 저하가 예상되며, 또한 추후 고강도 콘크리트 사용의 경우 초기 균열 이후의 보유강도가 급격히 저하되므로 이러한 범위의 거동도 묘사할 수 있도록 변위 대신에 하중을 변수로 하는 변위증분법(Incremental Displacement Method)을 채택하였다. 이러한 해석논리의 접근방법은 이미 잘 정립되어 있으며, 여러 분야에 성공적으로 적용되고 있다.⁸⁾

변위증분법을 적용한 비선형 방정식의 해에 사용되는 반복계산 논리로서는 i) 초기 강성법(Initial Stiffness Method), ii) 세칸트 강성법(혹은 Substitution Method), iii) 탄젠트 강성법(혹은 Newton-Raphson Method) 혹은 이들의 조합 등이 있다. 초기 강성법은 구조물의 응답을 초기 유한요소계의 선형화로 표현하므로 전체 강성 행렬(Global Stiffness Matrix) 유도 및 이와 관련된 계수법 변위단계 내에서 매 반복계산마다 이의 계산을 새롭게 수행해야 하므로, 초기 강성법 보다는 빠른 수렴(Convergence)을 나타내나, 이에 따르는 더욱 많은 계산량을 포함하고 있어 그 효과가 서로 상쇄된다. 또한, 전절에서 설명한 바와 같이 CFT/MCFT에 의해 유도된 재료의 탄젠트 강성행렬을 비대칭성을 내포하고 있어 이를 등가 대칭 재료 매트릭스(Equivalent Symmetric Material Matrix)로 치환하거나, 특별한 비대칭 방정식 해법(Nonsymmetric Equation Solver)이 고안되지 않으면, 계산상의 효율성이 크게 저하된다(대칭의 경우에 비해 2배 정도의 계산량이 요구

됨). 따라서, 본 연구는 초기 강성법을 채택하여 재료 강성행렬의 대칭성을 유지하고, 대칭행렬의 일반 해법인 Band 해의 Gauss 소거법을 사용한 다.

변위증분법 및 반복계산에 근거한 비선형 해석논리가 효율적이기 위해서는 매 반복계산시마다 실질적인 수렴조건이 사용되어야 하는데 일반적으로 사용되는 수렴조건은 절점의 잉여력(Out-of-Balanced Force) 및 증분된 변위 등의 벡터 Norm이다. 본 연구에서는 여러 차례 수치해석을 실행한 후 그 결과를 참조하여 작용력의 증분량과 전체 작용력의 비를 수렴기준으로 채택하였으며, 수렴비(Convergence Rate)를 향상시키기 위하여 Over-Relaxation 계수를 증분된 변위에 첨가하는 방법을 사용하였다.⁹⁾ 변위증분법을 사용한 반복계산 논리는 아래와 같다.

단계 1 : 임의의 하중단계 j에서 (U_{j-1}) 의 성분 I 을 알려진 값으로 치환

$$(U_{j-1})_I = \bar{U}_I$$

단계 2 : 반복계산 단계 i에서 잉여력 $\{R\}$ 및 매트릭스 $[K]$ 산정

$$\begin{aligned} \{R(U_{j-1})\} &= \gamma_{j-1}\{F_0\} - [K(U_{j-1})]\{U_{j-1}\} \\ [K(U_{j-1})]\{\Delta U_j^R\} &= \{R(U_{j-1})\}, \{R\} = \text{잉여력} \\ [K(U_{j-1})]\{\Delta U_j^F\} &= \{F_0\}, \{F_0\} = \text{작용력} \end{aligned}$$

$$\Delta \lambda = -\frac{\Delta U_j^R}{\Delta U_j^F}$$

$$\{U_j\} = \{U_{j-1}\} + \omega\{\Delta U_j^R\} + \Delta \lambda\{\Delta U_j^F\}$$

ω = Over-Relaxation 계수

$$\lambda_j = \lambda_{j-1} + \Delta \lambda \quad \lambda_j = \text{변위 증분 계수}$$

단계 3 : 수렴조건을 만족하면 단계 1로 나감

3.3 프로그램 구성

전절에서 설명한 재료의 구성 모델 및 비선형 방정식 해석논리를 고려하여 Fortran 및 IBM PC류에 적합하도록 프로그램 NASCOM이 Coding되었다. 전체 프로그램 구성은 그림 5와 같으며, 변위가 증분될 Control 절점이 선정되고 이

에 따라 Control 절점의 작용력이 충분한 허용범위에 속할 때까지 반복 계산한다. 수렴조건이 만족하면, 주어진 Gauss Point에서 평균변형도($\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$), 보강근의 응력(f_{sx}, f_{sy}), 콘크리트 주응력 및 방향(f_{c1}, f_{c2}, θ_c), 평균 균열폭(w) 등이 산정된다.

여러 반복을 거친 후

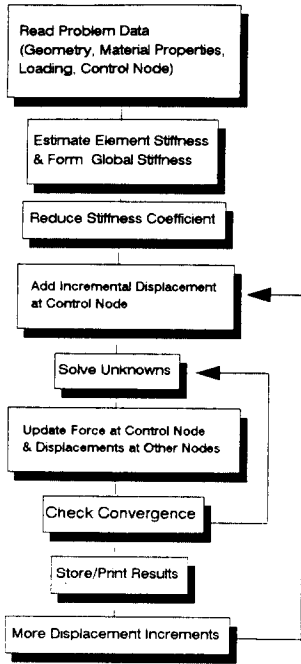


그림 5. NASCOM의 흐름도

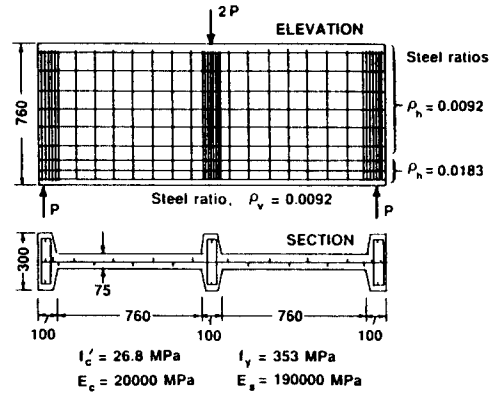
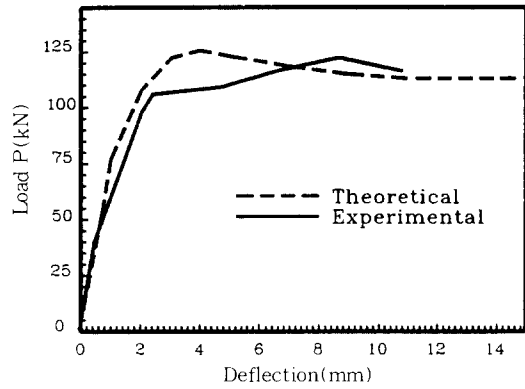


그림 6. Cervenka 판넬 W2



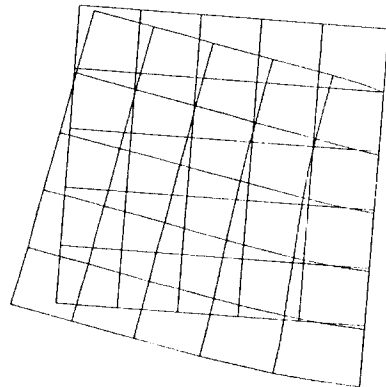
(a) 하중-변위 응답

4. 실험결과 예측

NASCOM의 정확성을 평가하기 위하여 오랫동안 콘크리트 유한요소법의 Benchmark 시험체로 사용되어온 Cervenka¹⁰⁾의 판넬 W2에 대한 해석이 수행되었다. 본 시험체는 춤이 큰 보로서 (760mm) 두께가 75mm이고 스패이 1,720mm인 단순지지 형태를 취하고 있으며, 수평 및 수직 철근 배근 상세는 그림 6과 같다.

해석결과로부터 얻은 하중-변위 관계, 콘크리트 주변형도 및 주응력 분포, 균열 분포, 철근의 응력 및 변형도 분포는 그림 7 및 8과 같다. 이론 해석 결과는 철근항복 후 과도한 철근의 변형경화 모델로 인하여 시험치보다 상회하는 하중지지 능

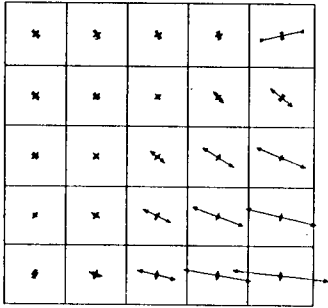
Cervenka's Panel W2
Deflected Shape
Load/Disp Stage : 10



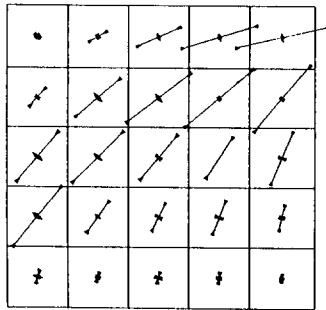
(b) 변형된 형태

그림 7. 실험 및 이론 해석 결과 비교

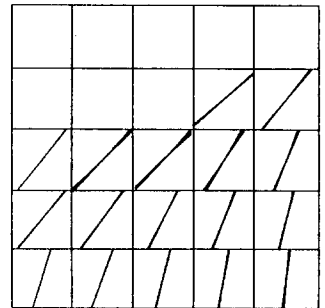
Cervenka's Panel W2
Concrete Principal Strain Distribution
Load/Disp Stage : 10



Cervenka's Panel W2
Concrete Principal Stress Distribution
Load/Disp Stage : 10



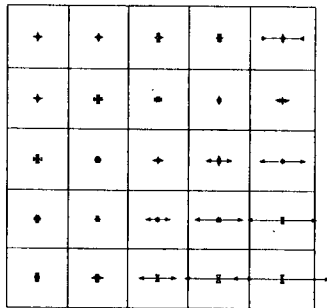
Cervenka's Panel W2
Steel Strain Distribution
Load/Disp Stage : 10



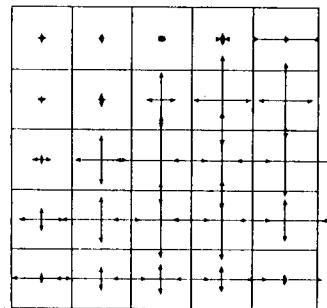
(a) 콘크리트 주변형도 및 주응력도 분포

(b) 균열 양상

Cervenka's Panel W2
Steel Stress Distribution
Load/Disp Stage : 10



Cervenka's Panel W2
Crack Distribution
Load/Disp Stage : 10



(c) 철근의 변형도 및 응력도 분포

그림 8. NASCOM에 의한 예측 결과

력 및 변형 양상을 나타내고 있지만, 전반적으로 최대하중, 균열 전 후의 강성 등에서 허용할 만한 관계를 보여주고 있다. 이와 같은 오차에는 철근의 재료 모델 이외에 콘크리트의 인장강도 모델 (Tension-Stiffening) 및 실험에 관한 정보의 부족으로 정확한 실험상황(건조 수축과 같은 Prestrain 효과)이 고려되지 못하였기 때문인 것으로 사료된다.

본 논문은 CFT에 근거한 콘크리트 비선형 유한요소법의 프로그램 개발에 그 주안점을 두고 있으므로 이와 관련된 해석 논리 및 관계식 유도를 주로 설명하고 있다. 보다 정확한 결과를 획득하기 위한 정제 단계는 추후 연속 논문에 발표될 예정

이므로, 상기 결과에 대한 보다 자세한 설명은 생략하기로 한다.

5. 결 언

본 연구는 장기적으로 콘크리트 구조요소의 비선형 거동을 합리적으로 예측할 수 있는 일반적인 해석모델을 제시하는 것이며, 이러한 목적을 달성하기 위한 제2단계로서 응력 혼돈지역에 위치하는 구조요소의 비선형 거동을 예측할 수 있는 압축장 이론을 적용한 유한요소 해석 프로그램, NASCOM을 개발하였다(제1단계는 평면 유지설이 적용되는 지역에 위치하는 구조요소의 이력거동을

예측할 수 있는 단면해석법 모델 개발 임¹¹⁾). 본 연구에서 사용하고 있는 변위증분법 해석논리, 수정된 콘크리트 및 철근 구성방정식, Over-relaxation 기법을 사용하여 수렴비를 향상시키고자 한 내용들은 현재까지 CFT의 다른 연구자들에 의해 동일하게 시도된 적이 없다. 변위증분법 해석논리를 택하게 된 또하나의 현실적인 이유는 향후, 반복하중에 의한 부재의 거동 예측을 위하여 본 연구의 내용을 확장시킬 생각이므로 이 경우에 변위법에 의한 거동예측이 보다 유리하기 때문이다.

4절을 포함한 현재까지의 NASCOM에 의한 수치해석 결과에 의하면, 대체적으로 허용할 정도의 하중 지지능력, 탄성범위 이후의 변형 특성, 균열 양상 및 보강근의 항복범위 등을 예측하고는 있으나, 보다 정확한 예측을 위해서는 i) 최대 압축강도 이후에서의 보다 신뢰성 있는 콘크리트 재료 구성모델 정립, ii) 콘크리트 균열 발생 이후의 정확한 인장강도 모델 고려 및 iii) 보다 합리적인 철근의 변형경화 모델 등이 우선적으로 보완될 사항으로 나타났다. 또 한편으로, 수치해석상의 측면에서 보면, 대칭성을 유지하는 등가 콘크리트 재료 강성을 유도하거나 이와 유사한 접근방법으로 재료의 비대칭성을 배제할 수 있다면, 곧바로 탄젠트 강성법을 적용하여 계산상의 효율성을 크게 향상시킬 수 있을 것으로 사료된다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 소재 "초대형 구조 연구센터"의 연구비 지원으로 1995. 3-1996. 2에 수행된 내용의 일부로서 이에 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

[1] ASCE Task Committee, *State-of-the-Art Report on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete*, ASCE, 1982, p.545.

[2] ASCE Task Committee, *State-of-the-Art Report on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete : Chapter 8*, ASCE, 1991, pp.490-569.

[3] Vecchio, F., and Collins, M.P., "The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear," *ACI Structural Journal*, Mar.-April, 1986, pp.219-231.

[4] Vecchio, F. and Collins, M.P., "Compression Response of Cracked Reinforced Concrete," *ASCE Structural Journal*, Dec. 1993.

[5] Cook, W.D. and Mitchell, D., "Studies of Disturbed Regions Near Discontinuities in Reinforced Concrete Members," *ACI Structural Journal*, Mar.-April, 1988, pp. 206-216.

[6] Stevens, N.J., Uzumeri, S.M., Collins, M. P., and Will, G.T., "Constitutive Model for Reinforced Concrete Finite Element Analysis," *ACI Structural Journal*, Jan.-Feb., 1991, pp.49-59.

[7] Vecchio, F., "Reinforced Concrete Membrane Element Formulations," *ASCE Structural Journal*, Mar., 1990, pp.730-750.

[8] Batoz, J.L. and Dhatt, G., "Incremental Displacement Algorithms for Nonlinear Problems," *IJNM*, Aug., 1979, pp.1262-1267.

[9] Crisfield, M.A. and Wills, J., "Numerical Comparisons Using Different Concrete Models," *IABSE Colloq.*, 1987, pp.177-188.

[10] Cervenka, V. and Gerstle, K.H., "Inelastic Analysis of Reinforced Concrete Panels Under In-Plane Loads," Symposium : INLSC, 1972, pp.333-344.

[11] 조순호 외 2인, "반복하중을 받는 콘크리트 휨 구조요소의 단면해석모델 개발," *대한건축학회 논문집*, 1995. pp.229-239.

(접수일자 : 1996. 2. 13)