

등방압밀점토에서 항복경계면 소성모델의 매개변수

The Parameters of the Bounding Surface Plasticity Model
in the Isotropically Consolidated Clay

이 영 생*¹

Lee, Young - Saeng

김 원 영*²

Kim, Weon - Young

Abstract

To predict the stress-strain behavior of the soil more approximately, the concept of the critical state soil mechanics was added to the plasticity increment theory in the bounding surface plasticity model. This model was constituted with two ellipse and one hyperbola in order to describe the behaviour of the isotropically consolidated soil. Thus, this model is very complicate due to the various parameters used. Therefore, the accurate understanding and skill of the theory is required in order to apply this model to the practical geotechnical problems.

In the present paper, the bounding surface shape parameter R and A , the mapping center parameter C among various parameters used were varied and the results were numerically analyzed.

Finally, each sensitivity with respect to monotonic and cyclic loading was analyzed and the range of the value of the each parameter was proposed.

요 지

흙의 응력-변형률 거동을 더욱 근사적으로 예측하기 위하여, 소성 증분이론에 한계상태 토질 역학의 개념을 도입한 것이 항복-경계면 소성 모델이다. 이 모델은 등방 압밀 흙의 거동을 묘사하기 위하여 두개의 타원과 하나의 쌍곡선으로 구성되었다. 따라서 사용된 여러가지 매개변수로 인하여 이 모델은 매우 복잡하다. 그러므로, 실제 지반 문제에 이 모델을 적용하기 위하여는 이론의 정확한 이해와 숙련이 요구된다.

본 논문에서는, 이 모델에 사용된 여러 매개변수들 중 항복-경계면 형상 매개변수 R 과 A , 투영 중심 매개변수 C 를 변화시켜 그 결과를 수치해석하였다. 최종적으로 단조하중과 주기하중에

*¹ 정희원, 경기대학교 공과대학 토목공학과 교수

*² 정희원, 한국종합기술개발공사 토질부 사원

대한 각각의 민감도를 분석하였고 각 매개변수 값의 범위를 제안하였다.

Keywords : Bounding surface, Plastic modulus, Plastic internal variable, Monotonic loading, Cyclic loading

1. 서 론

항복-경계면(bounding surface) 소성모델의 기본개념은 응력이 증가함에 따라 응력-변형률 관계곡선이 어떤 경계면에 접근하는데 그 접근율은 응력상태와 항복-경계면 사이의 거리에 좌우된다는 생각이 동기가 되었다. 이 모델은 처음에 Dafalias와 Popov(1975)가 금속에 대하여 개발한 이론을 Dafalias(1975)와 Hermann(1980, 1982)이 점토의 응력-변형률 구성식 모델로 확장 적용시킨 모델로서 소성 증분론(plasticity increment)에 한계상태(critical state)토질역학의 개념[Kaliakin(1985)]을 도입하여 지반거동에 있어서 응력-변형률 반응을 보다 근사적으로 예측하고자 하였다.

이들은 두개의 타원과 하나의 쌍곡선으로 항복-경계면을 구성하였는데, 소성 구성식의 두드러진 특징은 응력상태가 항복-경계면 내에 있을 때 탄소성 변형이 동시에 일어나는 것으로 가정하였고, 소성계수는 실제 응력점과 항복-경계면 사이의 거리에 의존한다고 가정하였으며, 과거 응력상태와 배수, 비배수 조건을 고려하여 비교적 실제의 응력-변형 반응을 정확하게 묘사하도록 구성되어 있으나 구성식에 다소 많은 19개[점소성(viscoplasticity)을 고려할 경우 23개](Kaliakin, 1985)의 매개변수들을 포함하고 있어 매우 복잡하고 실제 지반거동 문제 해석에 적용하려면 이론의 깊은 이해와 매개변수들의 적용 범위, 보정에 상당한 숙련도가 요구된다는 것이 단점이라 하겠다. 따라서 이들 매개변수들의 특성과 민감도를 분석하는 것은 다양한 특성을 갖는 흙의 응력-변형률 거동 해석에 모델을 더욱 용이하게 적용할 수 있는 방법이 될 수 있으므로

로, 단조 재하시 및 주기재하시 이들 매개변수의 민감도를 분석하므로써 실제 지반 거동 문제 예측에 있어서 본 구성모델의 적용성을 과압밀 흙을 중심으로 연구, 검토하였다.

2. 항복-경계면 소성 모델

흙의 소성 변형 관계는 소성 변형의 방향과 소성계수를 포함하여 재하함수 L의 식으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$L = \frac{1}{K_p} L_{ij} \dot{\sigma}_{ij} \quad (2.1)$$

여기서, L은 재하함수, L_{ij} 는 소성 재하의 방향, 그리고 K_p 는 소성계수를 의미한다. $L > 0$, $L < 0$, 그리고 $L = 0$ 는 소성 하중재하, 하중제거, 중립 재하상태를 각각 나타낸다. 일반적으로 탄소성 구성식에서 재료의 거동상태는 발생 응력과 과거 응력 변형 상태를 설명하는 소성 내부변수(plastic internal variables)로 정의된다. $\dot{\epsilon}_{ij}$ 를 하나의 소성 내부변수 q_n 으로 표현하면 다음과 같은 구성식이 성립한다.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \langle L \rangle R_{ij} \quad (2.2)$$

$$q_n = \langle L \rangle \gamma_n \quad (2.3)$$

여기서, Macauley 괄호 $\langle \rangle$ 는 연산 $\langle z \rangle = zh^*(z)$ 를 정의하고, R_{ij} 와 γ_n 은 응력상태를 나타내는 함수인데, R_{ij} 는 통상적으로 소성포텐셜의 변화도($\partial Q / \partial \sigma_{ij}$)를 의미한다. 고전적인 소성 이론에서는 L_{ij} 는 항복면($F=0$)의 변화도 $L_{ij} = (\partial F / \partial \sigma_{ij})$ 로 정의되며 K_p 는 일치조건($\dot{F} = 0$)으로부터 구해진다.

과거의 하중경험 상태는 q_n 을 통하여 나타낼 수 있는데 임의의 응력 좌표계에서 항복-경계

나타내는 형상 매개변수 A의 범위는 $0 \leq A \leq \infty$ 이다.

3.2 투영중심 매개변수 C

그림1에서 알 수 있듯이 투영중심 매개변수 C는 항복-경계면에 대한 투영원점을 I축상에 지정한다. C의 수치변화는 흙에서의 전단 체적 팽창(dilation)과 전단 체적감소(contraction)의 정도를 좌우하게 된다. C의범위는 $0 \leq C < 1$ 사이에서 가능하다.

4. 수치해석 결과의 분석 및 고찰

표1.에 나타난 매개변수값(9개)들을 사용하여 시간독립(rate independent) 비배수 모의 실험을 실시하여 항복-경계면 형상 매개변수 R과 A, 투영 중심 매개변수 C의 변화에 따른 응력경로 및 축차응력-, 축변형률, 간극수압-축변형률의 관계곡선을 구하여 해석결과를 비교, 검토하였다.

표 1. 항복-경계면 모델에서 매개변수 값

Symbol	Description of Property	Value
λ	등방 압밀선의 기울기	0.14
x	Reloading선의 기울기	0.05
M_c	한계 상대선의 기울기	0.90
$v(or G)$	포아손비(또는 탄성계수)	0.20
P_o	대기압	14.70
T	형상 매개변수(인장축)	0.10
m	경화매개변수	0.02
h_c	형상 경화 매개 변수	4.00
S_b	탄성 영역 매개 변수	2.00

4.1 단조(monotonic)재하시

1) OCR=1인 경우는 변형률 제어로 수치 해석한 결과 C값과 A값에 따른 응력 경로, 축차 응력 및 간극 수압 변화의 형태는 모두 같게 나타났으나, 항복-경계면 형상 매개변수 R

값의 변화에 따른 응력 경로는 민감하게 반응하여 R=2.6 이상이 되면 한계상태에 도달하지 않는 것으로 보아 R값의 대략적인 범위는 2.0~2.5 정도의 값을 사용하는 것이 타당하다(그림2.) 아울러 축차응력 값도 R값이 증가함에 따라 더 작아지므로 적당한 R값을 선택하는 것이 중요하다(그림 3).

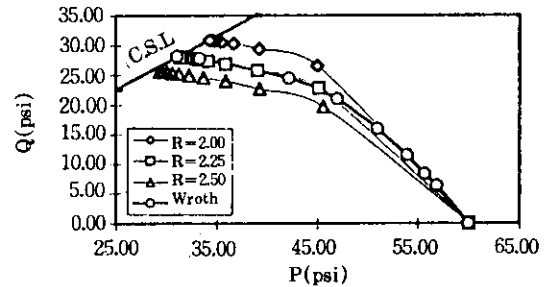


그림 2. 단조재하시 R에 따른 응력 경로 (OCR=1, C=0.3, A=0.01)

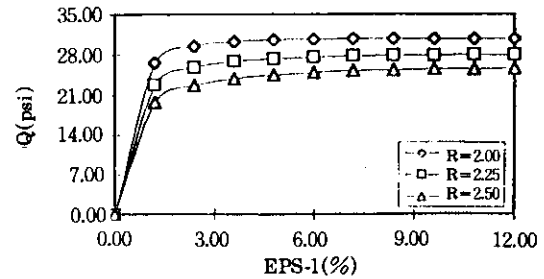


그림 3. 단조재하시 R에 따른 축차응력 변화 (OCR=1, C=0.3, A=0.01)

2) OCR=3인 경우는 R=2.5, C=0.3에 고정시키고 A값을 변화시켰을때 응력경로를 살펴 보면 A=0.01일때 C값이 증가함에 따라서 Wroth & Loudon(1967)의 실험결과를 이용한 V.N. Kaliakin(1991)의 결과와 많은 차이를 보이고 있는 반면에 A=0.1, C=0.3~0.5 사이에서는 이 결과와 유사하게 나타나고 있음을 알 수 있고, A값이 증가하여 A=0.20이상이 되면 실험결과와 많은 차이가 발생하는 것으로 보아 부적당하다고 판단된다(그림 4~6). 아울러 이때의 간극수압 변화를 살펴보면 A=0.1일

때 간극수압의 발생 초기에는 C값에 관계없이 실험결과와 유사하게 나타나지만 재하가 진행됨에 따라 실험값보다 커졌다가 큰 변형률에서는 실험결과 보다 모두 작게 나타나고 있음을 알 수 있고, A=0.20일때는 재하초기에 모두 실험결과보다 크게 나타나고 있으나 재하가 진행됨에 따라 실험결과와 비슷해지는 경향을 보

이고 있다.(그림 7~9) 따라서, 재하초기의 간극수압을 측정할 경우 A=0.01, C=0.15~0.3 정도의 값을 사용하고, 재하가 더 진행되어 5~6% 이상의 변형이 발생된 후에는 A=0.20 정도의 값을 사용하는 것이 바람직하다고 생각 된다.

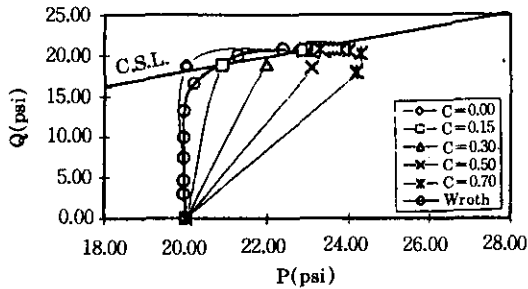


그림 4. 단조재하시 C에 따른 응력경로 (OCR=3, R=2.5, A=0.01)

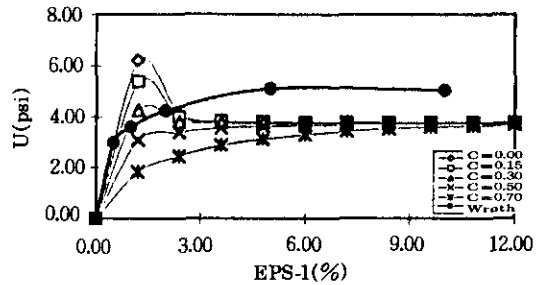


그림 7. 단조재하시 C에 따른 간극수압 변화 (OCR=3, R=2.5, A=0.01)

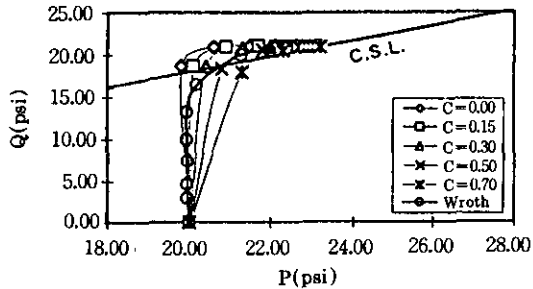


그림 5. 단조재하시 C에 따른 응력경로 (OCR=3, R=2.5, A=0.10)

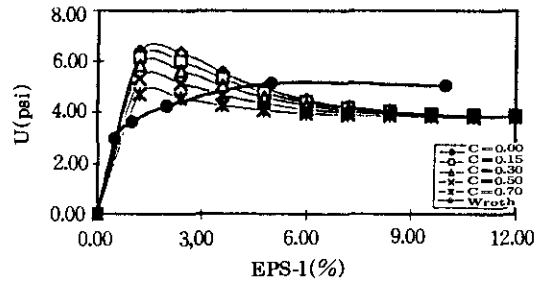


그림 8. 단조재하시 C에 따른 간극수압 변화 (OCR=3, R=2.5, A=0.10)

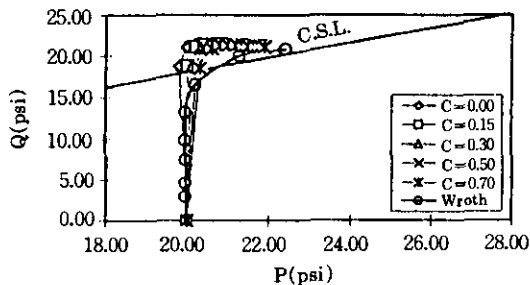


그림 6. 단조재하시 C에 따른 응력경로 (OCR=3, R=2.5, A=0.20)

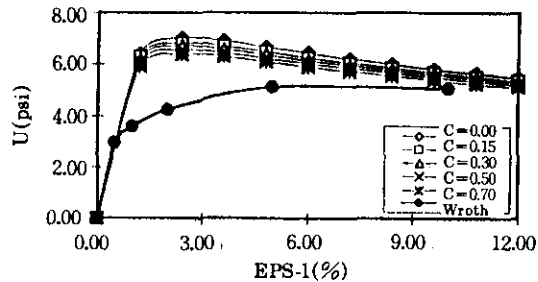


그림 9. 단조재하시 C에 따른 간극수압 변화 (OCR=3, R=2.5, A=0.20)

3) OCR=6의 경우에는 먼저 R=2.5에 고정시키고 A값을 변화시켰을때 응력 경로를 살펴보면 A값이 증가함에 따라 Wroth & Loudon(1967)의 실험결과를 이용한 V.N. Kaliakin(1991)의 결과와 더 많은 차이를 나타내고 있음을 알 수 있다(그림 10~12). 따라서, 이 경우 A값은 0.01정도, C값은 0.15~0.3정도

의 범위가 타당하다. 아울러 간극 수압 변화를 살펴보면 A=0.10일때 전체적인 형상은 실험 결과와 유사하나 값은 차이가 많이난다.(그림 13~15) 그러므로, 재하 초기 부분에서는 A=0.01일때 C값의 범위로서 0.15~0.30사이의 값을 사용하는 것이 타당하다고 판단된다.

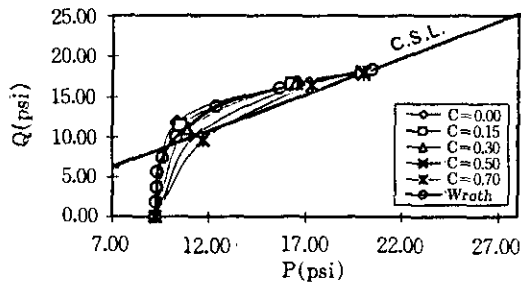


그림 10. 단조재하시 C에 따른 응력경로 (OCR=6, R=2.5, A=0.01)

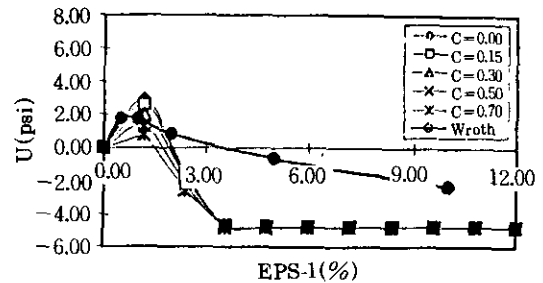


그림 13. 단조재하시 C에 따른 간극수압 변화 (OCR=6, R=2.5, A=0.01)

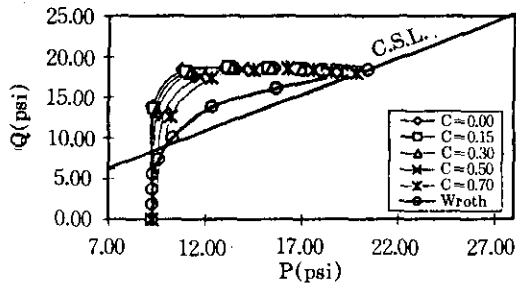


그림 11. 단조재하시 C에 따른 응력경로 (OCR=6, R=2.5, A=0.10)

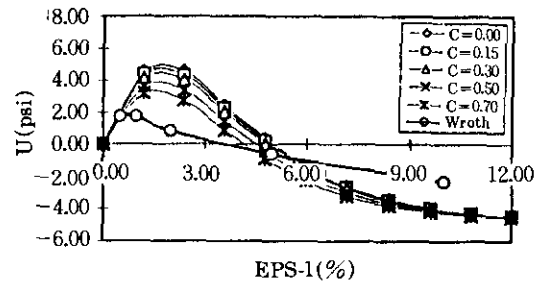


그림 14. 단조재하시 C에 따른 간극수압 변화 (OCR=6, R=2.5, A=0.10)

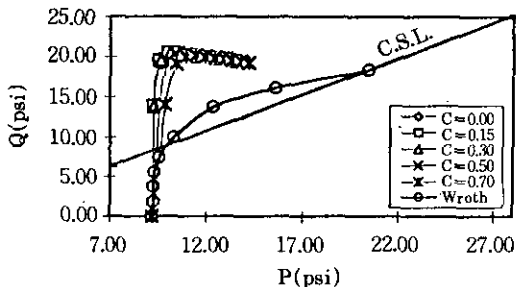


그림 12. 단조재하시 C에 따른 응력경로 (OCR=6, R=2.5, A=0.20)

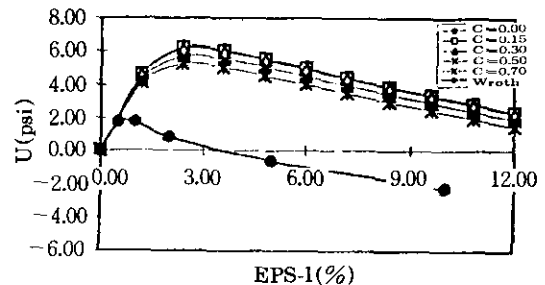


그림 15. 단조재하시 C에 따른 간극수압 변화 (OCR=6, R=2.5, A=0.20)

4.2 주기(cyclic)재하시

1) OCR=1인 경우는 단조재하시 A값과 C값의 영향을 받지 않고 있음을 알 수 있으나 주기재하시 R=2.5, A=0.01에 고정시키고 C값을 변화시켰을때 응력 경로를 살펴보면, 진폭이 큰 경우($q/p=0.43$)와 진폭이 작은 경우($q/p=0.37$) 모두 C값이 증가함에 따라 한계상태선에서 멀어지는데, 그 정도는 진폭이 작은 경우가 더 심하게 나타나고 있음을 알 수

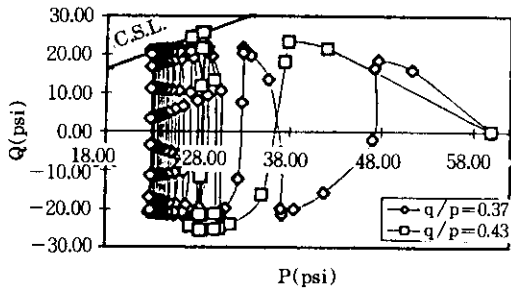


그림 16. 주기재하시 진폭에 따른 응력경로 (OCR=1, R=2.5, A=0.01, C=0.01)

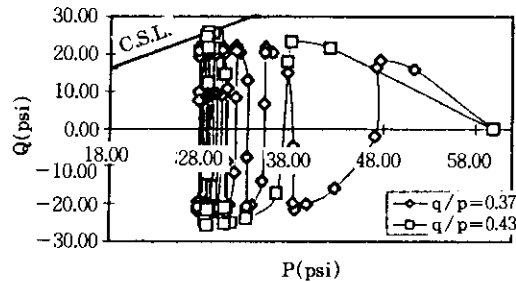


그림 17. 주기재하시 진폭에 따른 응력경로 (OCR=1, R=2.5, A=0.01, C=0.30)

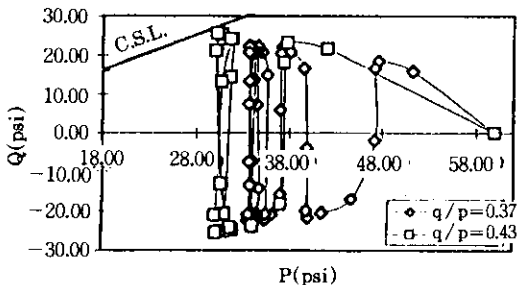


그림 18. 주기재하시 진폭에 따른 응력경로 (OCR=1, R=2.5, A=0.01, C=0.70)

있다.(그림 16~18) 이것은 투영법칙에 의해 K_p 와 K_q 는 실제 응력점과 가상 응력점과의 거리 δ 의 함수로서 δ 값이 증가하면 K_p 값은 커지게 되므로 식(2.1)과 (2.2), (2.3)에 의하여 응력값이 증가하기 때문이다. 아울러, 이 때의 간극수압 변화를 살펴보면 C값이 증가함에 따라 주기재하로 야기된 간극수압의 크기가 작아지고 있음을 알 수 있다(그림 19~21). 즉 C값이 증가함으로써 투영거리 δ 값이 증가하여 간극수압의 누적량이 감소된다.

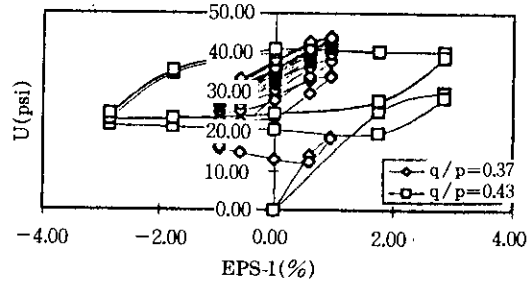


그림 19. 주기재하시 진폭에 따른 간극수압 변화 (OCR=1, R=2.5, A=0.01, C=0.00)

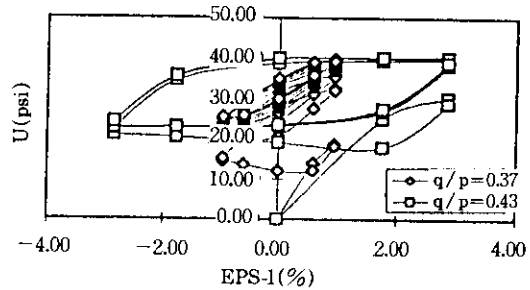


그림 20. 주기재하시 진폭에 따른 간극수압 변화 (OCR=1, R=2.5, A=0.01, C=0.30)

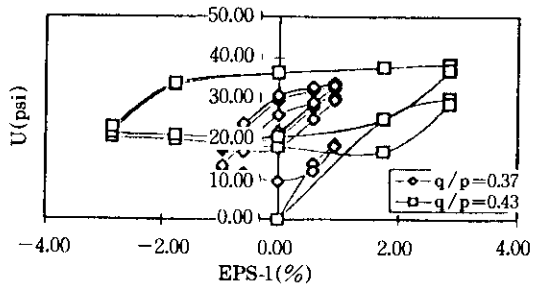


그림 21. 주기재하시 진폭에 따른 간극수압 변화 (OCR=1, R=2.5, A=0.01, C=0.70)

2) OCR=3인 경우는 먼저 R=2.5, C=0.3에 고정시키고 A값의 변화에 따른 응력경로를 살펴보면 A값이 증가함에 따라 진폭이 큰 경우와 작은 경우 모두 한계상태선에 빨리 도달함을 알 수 있다(그림 22~24). 즉 A값이 증가되면 투영거리 δ 값이 감소하게 되기 때문이다. 아울러, 이때의 간극수압 변화를 살펴보면 A값이 증가함에 따라 주기재하로 인해 야기되는 간극수압의 크기가 진폭이 작은 경우($q/p=0.29$)와 큰 경우($q/p=0.36$) 모두 증가하고 있음을 알 수 있다(그림 25~27).

즉, 투영거리(δ)가 짧아짐에 따라 주기재하로 인해 발생된 간극수압의 누적량이 증가한다. 두번째로 A=0.01, C=0.30에 고정시키고 R값의 변화에 따른 응력경로를 살펴보면 R값이 증가함에 따라 진폭이 작은 경우는 한계상태선에서 멀어지고 있으나 진폭이 큰 경우는 여전히 한계상태선에 있음을 알 수 있다.(그림 28~30) 이것은 R값이 증가함에 따라 진폭이 큰 경우보다 진폭이 작은 경우가 투영거리 δ 값의 영향을 더 많이 받고 있다는 의미로서 R값이 증가함에 따라 투영거리(δ)가 길어지기 때문이다. 아울러, 이때의 간극수압의 변화를 살펴보면 R값이 증가함에 따라 간극수압이 감소하는 것으로 보아(그림 31~33) 투영거리(δ)가 증가함에 따라 주기 재하로 야기되는 간극수압이 점점 작아지고 있음을 알 수 있다.

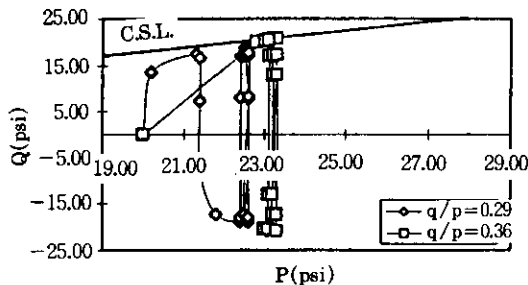


그림 22. 주기재하시 진폭에 따른 응력경로
(OCR=3, R=2.5, C=0.30, A=0.01)

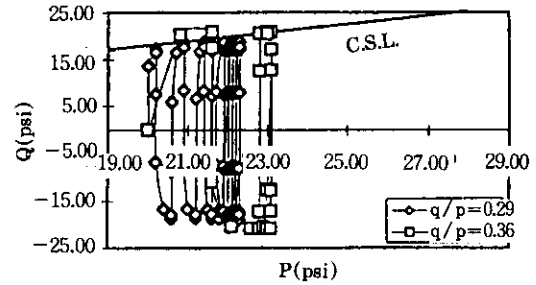


그림 23. 주기재하시 진폭에 따른 응력경로
(OCR=3, R=2.5, C=0.30, A=0.10)

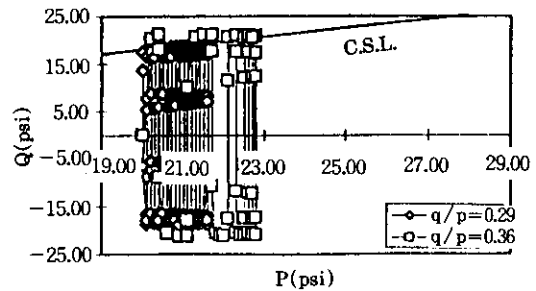


그림 24. 주기재하시 진폭에 따른 응력경로
(OCR=3, R=2.5, C=0.30, A=0.20)

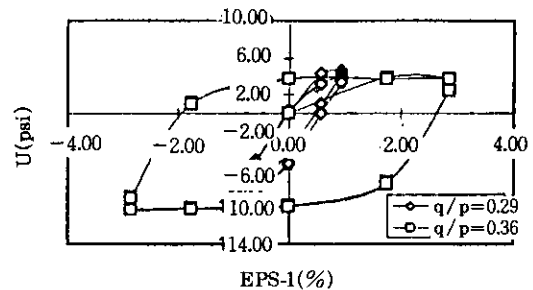


그림 25. 주기재하시 진폭에 따른 간극수압 변화
(OCR=3, R=2.5, C=0.30, A=0.01)

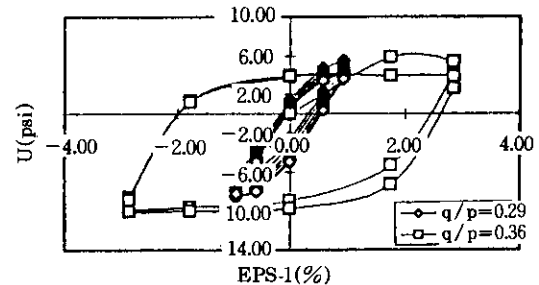


그림 26. 주기재하시 진폭에 따른 간극수압 변화
(OCR=3, R=2.5, C=0.30, A=0.10)

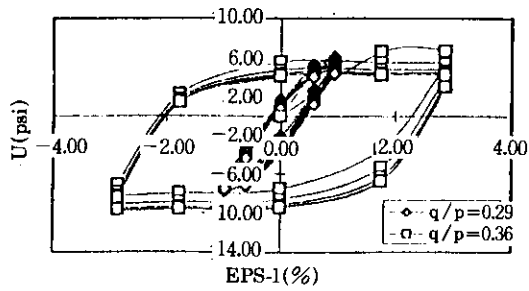


그림 27. 주기재하시 진폭에 따른 간극수압 변화 (OCR=3, R=2.5, C=0.30, A=0.20)

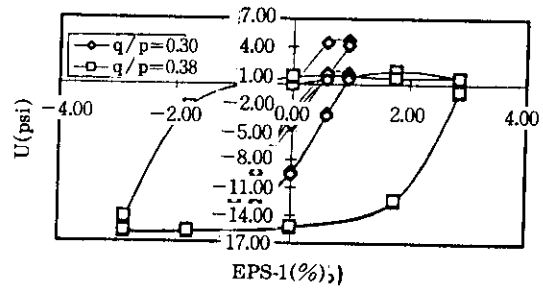


그림 31. 주기재하시 진폭에 따른 간극수압 변화 (OCR=3, C=0.30, A=0.01, R=2.00)

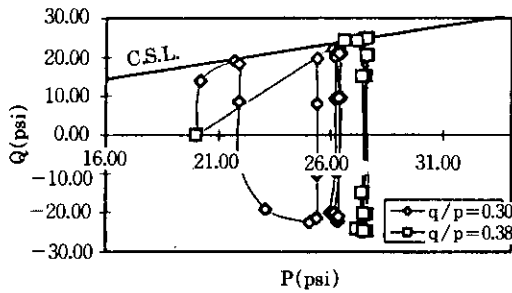


그림 28. 주기재하시 진폭에 따른 응력경로 (OCR=3, C=0.30, A=0.01, R=2.00)

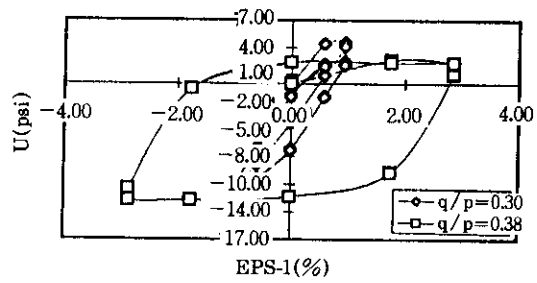


그림 32. 주기재하시 진폭에 따른 간극수압 변화 (OCR=3, C=0.30, A=0.01, R=2.25)

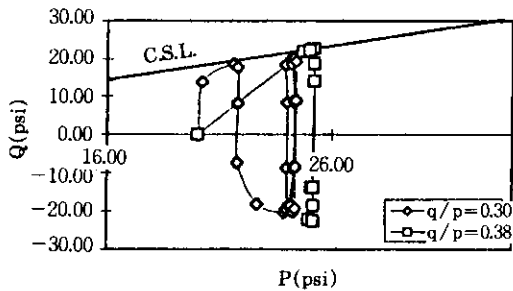


그림 29. 주기재하시 진폭에 따른 응력경로 (OCR=3, C=0.30, A=0.01, R=2.25)

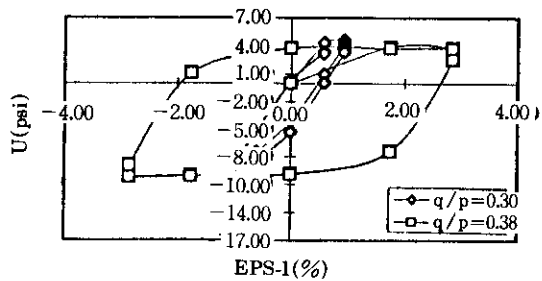


그림 33. 주기재하시 진폭에 따른 간극수압 변화 (OCR=3, C=0.30, A=0.01, R=3.00)

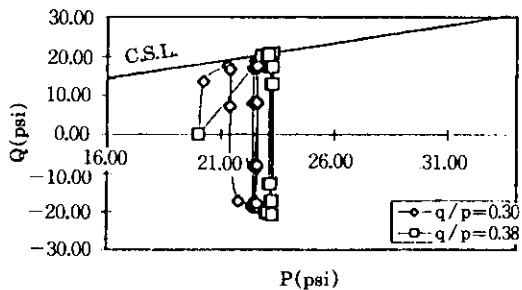


그림 30. 주기재하시 진폭에 따른 응력경로 (OCR=3, C=0.30, A=0.01, R=3.00)

3) OCR=6인 경우는 먼저 R=2.5, C=0.30 값에 고정시키고 A값의 변화에 따른 응력경로를 살펴보면, 진폭이 작은 경우 (q/p=0.28)가 큰 경우(q/p=0.36)보다 더 빠르게 한계상태선에 도달하여 탄성거동 상태를 보이고 있으나, 진폭이 큰 경우는 그 거동상태로 보아 탄성거동 상태로 변하는 과정에 있음을 알 수 있고, 진폭이 작은 경우보다는 그 진행 속도가 상당히 느리다는 것을 알 수 있다.(그림 34~36) 아

올리, 이때의 간극수압 변화를 살펴보면 간극수압의 누적량이 점점 작아져 진폭이 작은 경우는 간극수압 누적량이 전혀 발생하지 않고 (그림37~39). 진폭이 큰 경우도 그 누적량이 점점 작아지고 있음을 알 수 있다.

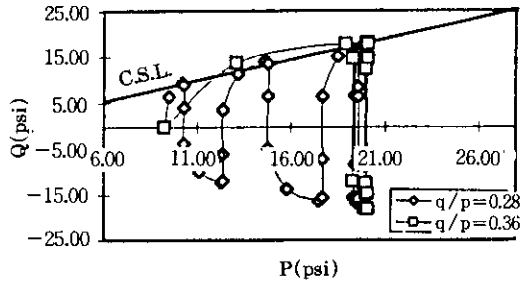


그림 34. 주기재하시 진폭에 따른 응력경로 (OCR=6, R=2.5, C=0.30, A=0.01)

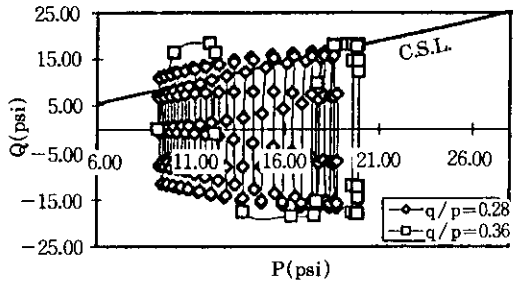


그림 35. 주기재하시 진폭에 따른 응력경로 (OCR=6, R=2.5, C=0.30, A=0.10)

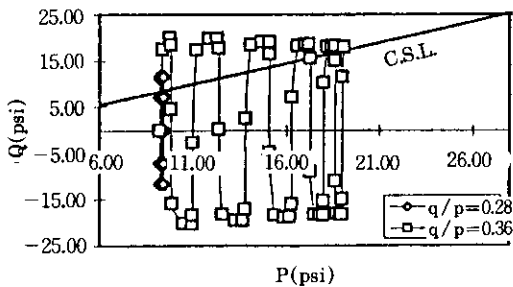


그림 36. 주기재하시 진폭에 따른 응력경로 (OCR=6, R=2.5, C=3.00, A=0.20)

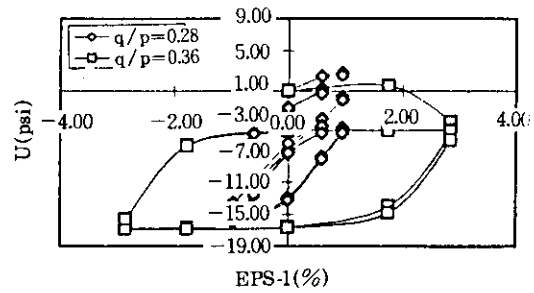


그림 37. 주기재하시 진폭에 따른 간극수압 변화 (OCR=6, R=2.5, C=0.30, A=0.01)

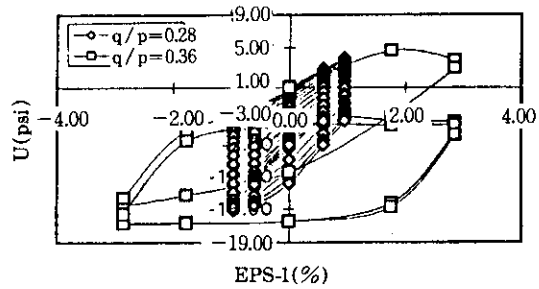


그림 38. 주기재하시 진폭에 따른 간극수압 변화 (OCR=6, R=2.5, C=0.30, A=0.10)

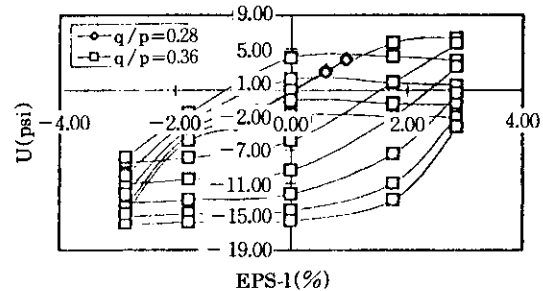


그림 39. 주기재하시 진폭에 따른 간극수압 변화 (OCR=6, R=2.5, C=0.30, A=0.20)

5. 결 론

이상의 수치해석 결과로부터 다음과 같은 매개 변수들의 대략적인 범위를 제안하였다.

- 1) 정규 압밀 흙(OCR=1)에서는 C값과 A 값은 해석결과에 영향을 미치지 않고, 항

복-경계면의 크기를 나타내는 매개변수 R값을 2.5이상 사용하는 경우 한계 상태에 도달하지 않으므로 대략적인 범위에 R=2.0에서 2.5정도의 값을 사용하는 것이 바람직하다.

- 2) 약간 과압밀된 흙(OCR=3)에서는 R=2.5, A=0.1값에 고정시켰을 때 C값의 범위는 0.3~0.5정도가 타당하고, R=2.5, A=0.01일때는 C값은 0.3정도가 적당하다고 판단된다. 그리고 재하초기에 간극수압을 측정할 경우 A=0.01, C=0.15~0.3 정도를 사용하는 것이 바람직하고, 재하가 더 진행되어 5~6% 이상의 변형이 발생된 후의 간극수압은 A=0.20정도가 타당하다고 판단된다.
- 3) 비교적 많이 과압밀된 흙(OCR=6)의 경우 A값은 0.01정도, C값은 0.15~0.30정도의 범위가 적당하다고 판단된다.
- 4) 주기 재하시 단조 재하와 달리 한계 상태에 도달할 때 진폭의 크기에 따라 영향이 다르게 미치고 있다. OCR=1에서는 R=2.5, A=0.01, C=0.3~0.5정도의 범위가 적당하고, OCR=3에서는 R=2.5, A=0.01~0.1, C=0.15~0.5의 값을 사용하는 것이 적당하다. 또한 OCR=6에서는 A=0.1, C=0.15~0.30정도의 값을 사용하는 것이 적당하다고 판단된다.

이상과 같이 항복-경계면 모델에 사용되는 매개변수들은 서로 독립 변수가 아님을 알 수 있다. 따라서, 여러 종류의 점토 흙에 대한 많은 실험을 통하여 각각의 매개변수들에 대한 연관성을 보다 다각도로 분석하여 상호 의존적 관계를 반영하는 것이 필요하다.

감사의 글

본 연구는 1995년도 경기대학교 학술연구조성비 지원에 의한 것이며 이에 감사드립니다.

참고 문헌

1. 손준익(1988), "소성구성식을 이용한 흙의 변형-연화 모델 해석", 대한토목학회 학술발표회는 문집. p351~354.
2. 이영생(1990), "유한요소 해석을 위한 흙의 비선형 구성모델", 서울대학교, 박사.
3. David Y. F. and Herrmann. L. R., (1980), "A Bounding Surface Soil Plasticity", Proceedings of the International Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading, pp.335~345.
4. Dafalias, Y. F., (1981), "The Concept and Application of the Bounding Surface in Plasticity Theory", I, U, T, A, M, Symposium on Physical Nonlinearities in Structural Analysis pp. 56~63.
5. Dafalias, Y. F. and Hermann, L. R., (1982), "Bounding Surface Formulation of Soil Plasticity" in Soil Mechanics-Transient and Cyclic Loads: Chapter 10.
6. Kaliakin, V. N., (1985), "Boundings Surface Elastoplasticity-Viscoplasticity for Clays", the requirements for the degree of doctor of philosophy, Univ. of Calif., Davis.
7. Kaliakin, V. N., (1991), "CALBR8: A Simple Computer Program for Assessing the Idiosyncrasies of Various Constitutive Models Used to Characterize Soils".
8. Wood, D. M., (1990), "Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics", Cambridge University press.

(접수일자 1995. 10. 6)