

# 축대칭 비선형 압밀해석을 위한 지반정수값의 최적화기법

Optimization Techniques for Soil Parameters used in Axisymmetric  
Nonlinear Consolidation Analysis

김 윤 태\*1

Kim, Yun-Tae

이 승 래\*2

Lee, Seung-Rae

---

---

## Abstract

In order to accelerate the rate of consolidation settlement and to gain a required shear strength for a given soft clay deposit, the preloading technique combined with a vertical drainage system has been widely applied. Even if a sophisticated numerical analysis technique is applied to solve the consolidation behavior of drainage-installed soft deposits, the actual field behavior is often different from the behavior predicted in the design state due to several uncertainties involved in soil properties, numerical modelling, and measuring system. In this paper, two back-analysis schemes such as simplex and BFGS methods have been implemented in an axisymmetric consolidation program, AXICON which considers the variation of compressibility and permeability during the consolidation process. Utilizing the program, one might be able to appropriately predict the subsequent consolidation behavior from the measured data in an early stage of consolidation of drainage-installed soft deposits.

## 요 지

연약지반의 압밀침하속도를 증가시키고, 요구되는 전단강도를 얻기 위하여 연직배수재가 병행된 선행압밀하중공법이 널리 사용된다. 그러나 배수재가 설치된 연약지반의 압밀거동을 해석하기 위하여 아무리 정교한 수치해석기법을 사용하더라도 지반정수, 수치모델링 및 계측시스템 등과 관련된 불확실성 때문에 실제 현장에서 관측되는 거동은 설계단계에서 예측된 거동과 종종 다르다. 본 연구에서는 simplex 방법 및 BFGS 방법의 역해석 기법을 축대칭 비선형 압밀해석 프로그램인 AXICON에 적용하였다. AXICON은 배수재가 설치된 연약지반의 압밀과정동안에

---

\*1 정희원, 한국과학기술원 토목공학과 박사과정

\*2 정희원, 한국과학기술원 토목공학과 부교수

발생하는 압축성과 투수계수의 변화를 고려할 수 있는 유한차분해석 프로그램이다. 매수제가 설치된 연약지반의 압밀과정 초기 단계에서 예측된 거동을 바탕으로 본 프로그램에 적용된 역해석 기법을 이용하여 압밀거동과 관련된 주요 설계변수를 최적화함으로써 장래의 압밀거동을 비교적 정확히 예측하는 것이 가능하다.

Keywords : Axisymmetric, Nonlinear consolidation, Optimization technique, Drains

## 1. 서론

지반에 구조물을 건설하고자 할 경우 설계 단계에서 예측된 거동과 시공중이나 유지 보수 기간동안 관측된 거동이 서로 상이한 경우가 매우 많다. 이와같이 예측된 거동과 관측된 거동이 차이는 이유는 여러가지가 있겠지만 크게 다음과 같이 분류할 수 있다.

첫째, 현장지반의 불균질성 및 이방성 등으로 인하여 현장지반의 거동을 예측하기 위해 필요한 현장지반을 대표하는 물성치를 정확히 산정하기가 매우 어렵기 때문이다. 지반점수 값들은 주로 실내시험이나 현장시험으로부터 구하나, 실내시험인 경우 현장지반의 시료를 채취할 때 흙의 교란 및 현장응력상태의 교란이 유발될 수 있으므로 비교란 시료의 채취가 매우 어렵고 지하수위 아래에 있는 시료의 경우에는 지하수위의 유실 등의 문제가 있을 수 있다. 따라서 현장상태 그대로의 공학적 특성을 비교적 잘 추정할 수 있는 방법인 현장시험을 통한 접근방법이 점차 그 중요성을 더해가고 있다. 그러나 현장 시험을 이용하는 경우에도 전체 현장지반의 대표적인 물성치를 정확히 산정하는데에 어려움이 있다. 따라서 실내 및 현장 지반조사로부터 얻어진 물성치를 가지고 현장의 거동을 정확히 예측하기에는 한계가 있으므로 예측결과에 대한 신뢰도가 저하된다.

둘째, 현장지반을 해석하고자 할 때에 사용된 해석모델, 하중조건, 경계조건 및 초기조건 등이 대상 현장상태를 정확히 모사(simulation)할 수 없기 때문이다. 그러나 많은 지반공학자의 노력과 컴퓨터 및 수치해석 기법의

발전으로 인하여 실제 현장 조건과 수치해석 모델과의 차이는 점차 줄어들고 있는 추세이다.

마지막으로, 현장에서 관측되는 거동에는 예측자나 예측기법의 오차가 함께 포함되어 나타나기 때문이다. 따라서 보다 정확한 현장 거동을 조사하기 위하여 숙련된 기술자의 양성과 정확한 예측기기를 사용하여 현장지반의 거동을 대표할 수 있는 예측이 이루어져야 한다.

위와 같은 여러가지 이유중에서 현장의 복잡한 거동을 지배하는 지반점수 값에 대한 불확실성을 줄이기 위하여 Terzaghi와 Peck(1948)의 '관측설계방법(observational design method)'의 개념을 적용하여 시공중에 관측된 거동을 이용함으로써 장래의 설계에 재반영하는 연구가 최근에 활발히 진행되고 있다. 특히 컴퓨터와 수치해석 기법의 발전으로 인하여 '정보화 시공(information-oriented-construction)'기법이 현장에서 사용되고 있는 추세이다(Matsuo와 Kawamura, 1975).

한편, 기존의 수치해석 방법을 이용하여 지반의 거동을 해석하고자 할 때에는 그 지반의 물성치, 하중조건, 경계조건 및 초기조건 등이 입력자료가 되어 변위, 간극수압, 응력 및 변형률 등이 해석결과로서 출력된다. 그러나 그림 1에서와 같이 일반적인 해석 방법과는 달리 실제현장에서 실측된 변위와 간극수압을 사용하여 대상 시스템의 물성치를 구하는 방법을 역해석이라 한다(Gioda와 Sakurai, 1987; Sakurai 등, 1983).

이러한 역해석에 대한 연구는 Cividini 등(1981), Sakurai 등(1983, 1985), Gioda 등(1985) 등에 의해 터널이나 지하공동의 안정성

을 평가하기 위해 주도적으로 행해져 왔다. 그러나 이들은 지반의 거동이 선형적이고 등방성 재료로 구성되어 있다고 가정하여 현장 계측치로부터 지반의 탄성계수값이나 포아송 비등을 주로 역해석 하였다. 또한 계측된 자료를 이용하여 현장 지반의 물성치를 역해석하는 기법들은 주로 유한요소법에 적용되었으며 Gioda

(1985)에 의하면 역해석 기법들은 크게 역순법 (inverse method, Sakurai와 Takeuchi, 1983; Gioda와 Jurina, 1981), 직접법(direct method, Arai 등, 1983; 1984) 및 통계학적인 방법 (statistical method, Cividini 등, 1983)으로 나뉘어진다.

역순법은 일반해석시 이용되는 지배방정식

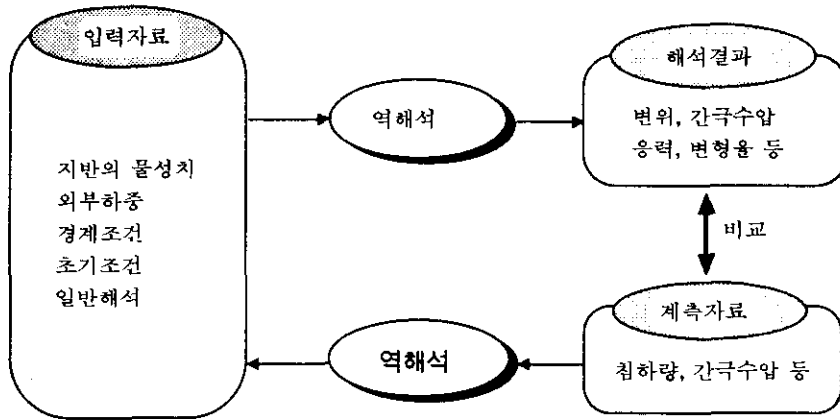


그림 1. 일반해석과 역해석의 비교

을 역으로 구성하여 간극수압이나 변위 등의 계측자료가 입력자료로 주어진 후 대상지반의 물성치를 구하는 방법이다. 역순법을 이용한 대표적인 예로서 Sakurai와 Takeuchi(1983)가 터널의 안정성을 보장하기 위하여 현장에서 계측된 변위로부터 지반의 물성치를 역해석 하였다. 이때 대상지반은 선형이고 등방, 탄성이라고 가정하여 초기 수직응력과 포아송 비를 가정하므로써 지반의 응력상태와 탄성계수를 구하였다. 그러나 역순법은 탄성문제에만 적용이 가능하고 비선형이나 점탄성 문제에는 적용할 수 없는 제한성을 지니고 있으며 프로그램을 작성하는데 직접법보다 많은 노력과 시간이 소요되나 계산시간은 절약될 수 있다.

한편 직접법은 계측치와 계산치와의 오차를 목적함수(object function)로 정의하고 이를 최소화하는 방법이다. 목적함수(F)는 일반적

으로 식(1)과 같이 계측치와 예측치간의 차이의 제곱의 합으로 정의한다.

$$F = \sum_{n=1}^{NT} \left[ \sum_{i=1}^{ND} (u_i^n - U_i^n)^2 \right] \quad (1)$$

여기서, NT는 계측이 이루어진 시간단계의 갯수, ND는 계측자료의 갯수,  $u_i^n$ 는 n시간 단계에서 i지점의 계산된 값,  $U_i^n$ 는  $u_i^n$ 에 대응하는 계측치를 나타낸다. 계측치는 변위나 간극수압 등이 함께 사용될 수도 있고 또는 그중 어느 하나만으로 구성될 수도 있다.

직접법은 적용성이 광범위하여 비선형 문제에도 적용이 가능하나 미지변수를 변화시키면서 반복계산에 의해 해를 구하므로 계산시간이 오래 걸리며 계측치와 예측치의 차이를 최소화하는 설계변수 값을 역해석하므로 해의 유일성

을 보장할 수 없다(Arai 등, 1987). 대표적인 직접법에는 simplex 방법, conjugate gradient 방법, quasi-Newton 방법 등이 있다(Sakurai 등, 1983; Gioda 등, 1988; 김윤태 등, 1994; 김문겸 등, 1995).

한편 현장에서 계측되는 자료의 질(quality)이 역해석 결과에 영향을 미치지만 역순법이나 직접법은 수치해석법 상의 오차와 계측에서 발생하는 측정오차를 고려하지 못하므로 이와 같은 계측치의 질적인 오차를 보완하기 위하여 통계를 이용한 Bayesian법에 대한 연구(Asaoka와 Matsuo, 1979; Cividini 등, 1981) 및 Kalman filter를 적용한 연구(Murakami와 Hasegawa, 1988)가 보고 되고 있다. 그러나 통계학적인 설계변수의 비선형적인 변환에 Bayes' rule을 적용하는 것이 어렵기 때문에 비선형 구성계수를 통계학적인 역해석 기법을 사용하여 해석하는 것은 추후의 연구과제로 남아 있다. 또한 최적화 절차(optimization procedure)는 해석 대상문제의 특성, 미지 설계변수의 갯수 및 해석 알고리즘의 다양성에 영향을 받으므로 앞의 여러 방법중 어느 방법이 우수한가를 판단하는 것은 매우 어렵다(Gioda와

Civinidi, 1988).

연약지반의 압밀해석에 적용된 기존의 역해석 방법은 표 1과 같이 정리될 수 있다. 표에 의하면 유한요소법에 의한 압밀해석에 적용된 기존의 역해석 기법은 주로 해석대상지반이 탄성거동을 한다고 가정하여 탄성계수(E), 포아송 비( $\nu$ ) 및 투수계수(k)를 현장에서 계측된 자료로부터 simplex 방법, conjugate gradient 방법, BFGS 방법 등을 이용하여 역해석 하였다(Gioda, 1979; Asaoka와 Matsuo, 1984; Shoji 등, 1990).

이와같이 실제 관측된 현장계측치로부터 압밀해석시 필요한 물성치를 추정하는 기존의 역해석은 "연약지반은 탄성거동을 한다"라고 가정하고 설계변수를 탄성계수, 포아송 비, 투수계수 등으로 정한 후에 역해석을 수행했기 때문에 현장지반의 물성치를 정확히 역해석 기법으로 산정한 것이 아니라 계측이 이루어진 시간까지의 침하량을 나타내는 물성치 값을 추정 한 것에 불과하다. 그러나 연약지반은 성토 등의 하중재하시 상당한 비선형 거동을 하며, 이로 인하여 압밀과정동안에 압축성이 변화하고 압밀이 진행됨에 따라 간극의 감소로 투수계수

표 1. 압밀해석에 적용된 역해석 기법

연구자	설계변수	역해석 기법	해석방법
Gioda(1979)	E, k	Simplex method	FEM
Arai, Ohta & Yasui (1983)	E, $\nu$	Conjugate gradient method	FEM
Arai, Ohta & Kojima (1984)	E, $\nu$ , k	Conjugate gradient method	FEM
Asaoka & Matuso (1984)	E, k	Auto regressive model(Asaoka model)	FEM(Biot's linear elastic consolidation)
Murakami & Hasegawa(1985)	Pore pressure	Kalman filtering	FDM
Arai, Ohta & Kojima (1987)	Initial tangent modulus of rigidity, shear strength, permeability	Conjugate gradient method	FEM (Hyperbolic model)
Shoji, et al.(1990)	E, $\nu$ , k	BFGS	FEM(2D elastic consolidation)

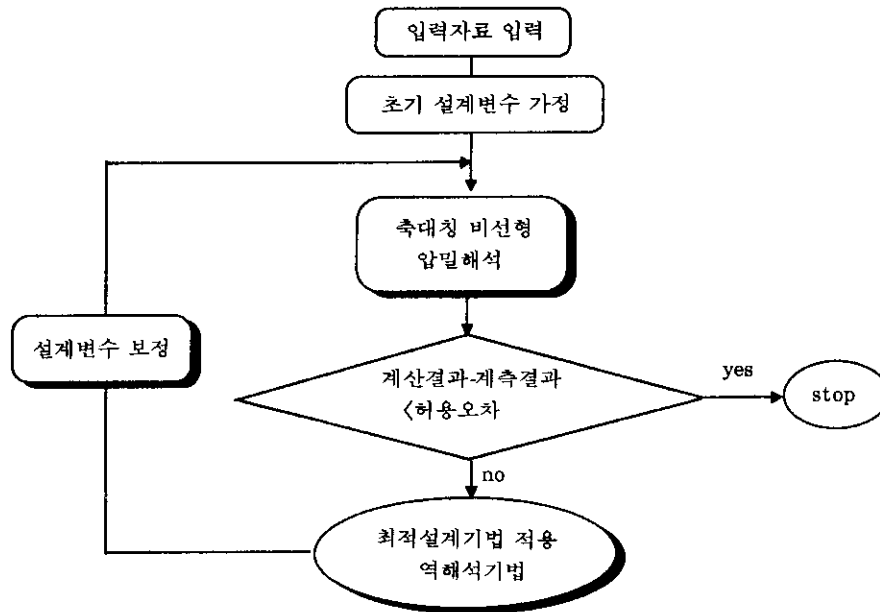


그림 2. 역해석기법 적용 개요

가 감소한다. 즉 현장의 연약지반은 탄성체가 아니라 비선형적인 거동을 하므로 계측된 시점 이후의 거동특성 뿐만아니라 압밀이 완료된 후의 거동을 보다 신뢰성 있게 예측하기에는 무리가 있다.

연약지반의 압밀에 의한 거동을 해석하고자 할 때 가장 어려운 점은 압밀과정에 영향을 미치는 변형계수(deformation modulus)와 투수계수 등과 같은 지반정수 값의 산정이다. 따라서 본 연구에서는 계측된 변위나 간극수압으로부터 연약지반의 비선형적인 거동특성을 표현할 수 있는 비선형 해석에 필요한 물성치를 최적화하고자 하였다. 그리고 적용된 역해석 기법은 그림 2와 같이 측대칭 비선형 압밀해석 과정에 적용되었다. 이와같이 측대칭 비선형 압밀이론에 적용된 역해석 프로그램을 사용하여 지반공학자에게 매우 친근한 공학적인 지반정수값인 압축지수나 투수계수 또는 간극비를 쉽게 구할 수가 있다.

## 2. 최적화 기법

### 2.1 개량된 Simplex 방법

Simplex 방법은 Spendly 등(1962)이 제안한 방법으로서 일반적으로 목적함수의 기울기 벡터(gradient vector)를 구하기가 불가능한 경우에 사용되어 질 수 있는 방법이다. 본 연구에서는 기존의 simplex 방법을 Nelder와 Mead (1964)가 개량한 simplex 방법을 사용하였다. 개량된 simplex 방법은 식(2)와 같이 다중설계변수를 가지는 비구속 비선형 함수(multivariable unconstrained, nonlinear function)의 최소값을 찾는 방법이다. 설계변수의 갯수가  $N$  개 일 때에  $(N+1)$ 개의 꼭지점을 가지는 simplex를 형성하고, 각각의 꼭지점에서 목적함수의 값을 계산한 후에 가장 큰 목적함수의 값을 가지는 설계변수를 도심을 통해 반사(reflection)시켜 최적의 최소 목적함수의 값을 주는

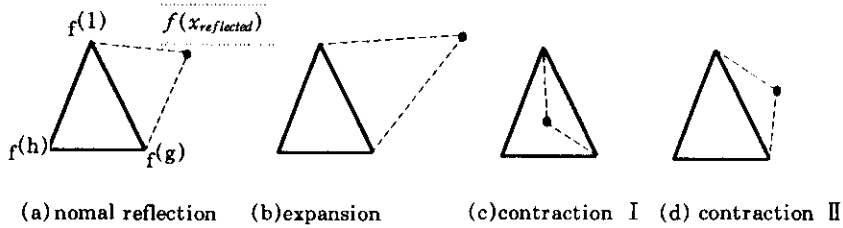


그림 3. Simplex 방법의 예들(설계변수의 개수, N=2일 때)

설계변수를 찾는 방법이다(그림 3).

$$\text{minimize } F(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2)$$

## 2.2 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) 방법

목적함수를 최소화하기 위하여 사용한 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) 방법은 비구속 문제(unconstrained problem)를 해석하기 위하여 최적의 설계변수를 찾는 방법중에서 가장 효과적인 방법(Arora, 1989)이다. 또한 목적함수값이 줄어드는 탐색방향(search direction)을 결정하여 해를 구하는 방법으로 Hessian 행렬(H)의 역행렬을 직접 구하기보다는 반복과정을 통해 근사값을 구하는 방법이다(그림 4). BFGS 방법은 Hessian 행렬이 positive definite할 때에만 목적함수의 값을 줄이는 탐색방향이 결정된다. 이때 일차원 탐색방법으로 golden section method(Arora, 1989)를 적용하였다. 탐색방향( $d^{(k)}$ )은 식(3)과 같은 목적함수의 기울기(gradient)와 Hessian 행렬( $H^{(k)}$ )로부터 식(4)와 같이 결정한다.

$$c^{(k)} = \nabla f(x^{(k)}) \quad (3)$$

$$H^{(k)} d^{(k)} = -c^{(k)} \quad (4)$$

그러나, 직접적인 방법으로 기울기(gradient) 값을 구하지 못하는 경우에도 수치적인

방법(finite difference method)으로 구할 수 있으므로 비선형 문제에도 적용이 가능하다.

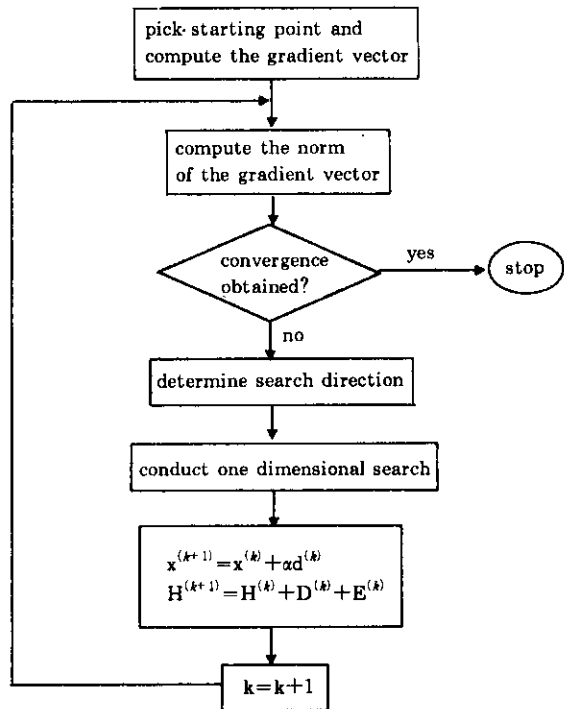


그림 4. BFGS 방법의 흐름도

## 3. 축대칭 비선형 압밀해석

유한요소법을 이용하여 배수재가 설치된 연약지반의 압밀거동을 해석하기 위해서는 유한

요소망 작성 등 많은 입력자료 및 해석과정이 요구되어 많은 시간과 노력이 필요하므로 비교적 간단한 문제를 해결하기 위해서는 그 효율성이 떨어진다. 그러므로 비교적 간단한 문제를 해결하기 위해서 유한차분법으로 프로그램화된 비선형 압밀해석 프로그램을 이용하면 시간과 노력을 절약할 수 있다. 즉 하나의 배수재를 중심으로 발생하는 비선형 거동효과를 고려하기 위하여 적용된 축대칭 비선형 압밀해석 지배방정식을 이용하여 유한차분 프로그램 (AXICON, 김운태와 이승래등, 1996)을 완성하였고 이를 바탕으로 역해석기법을 적용하였다. 축대칭 비선형 압밀해석 프로그램인 AXICON은 압밀과정 동안에 층별 압축성의 변화 및 투수계수의 변화를 고려할 수 있을 뿐만 아니라 과압밀 효과나 이차압밀 효과를 고려할 수 있다. 또한 단계적 성토하중이 작용하는 경우에도 해석이 가능하다.

본 연구에서 사용한 AXICON은 연직배수재가 설치된 현장지반의 대표적인 하나의 배수재에서 발생하는 압밀거동을 예측하기 위한 축대칭 비선형 압밀해석 프로그램이다. 그러나 실제의 연직배수재는 삼각형이나 사각형의 배치형태로 3차원적으로 설치되므로 현장지반의 거동은 3차원적인 거동특성을 나타낸다. 따라서 성토단면의 중심부에 위치한 연직배수재의 거동은 AXICON에서 수치적으로 고려한 경우와 비슷하지만, 성토 toe부분에서는 상당한 양의 수평변위가 발생하나 AXICON프로그램에서는 이를 고려할 수 없으므로 이에 대한 보정이 필요하다.

#### 4. 비선형 압밀해석에 필요한 지반정수값의 최적화

AXICON프로그램에 적용된 개량된 simplex 방법 또는 BFGS 방법을 이용하여 역해석을 수행하기 위해서는 초기의 설계변수값을 실내실험이나 현장실험 결과를 바탕으로 설정하여 입력하면 된다. 예로써 BFGS 방법을 이용

하기 위해서는 목적함수를 식(1)과 같이 정의하고 목적함수를 최소화하기 위한 일차원 탐색방향(one-dimensional search direction)을 결정하기 위하여 목적함수의 기울기(c)를 정의해주어야 한다. 이때 최적화하고자 하는 설계변수를 식(5)와 같이 압축지수와 초기 간극비라고 가정하면 목적함수의 기울기(c)는 다음과 같이 구할 수가 있다.

$$\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = (C, e_0) \quad (5)$$

$$c = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{x}} = 2 \sum_{n=1}^{NT} \left\{ \sum_{i=1}^{ND} (u_i^n - U_i^n) \frac{\partial u_i^n}{\partial \mathbf{x}} \right\} \quad (6)$$

여기서, 압밀이 진행됨에 따라 간극비의 감소로 인한 변형은 단지 연직방향으로만 발생한다고 가정하면 침하량은 식(7)과 같이 구할 수가 있다. 따라서 각 설계변수에 대한 기울기 (gradient)는 식(8) 및 (9)와 같이 표현될 수 있다.

$$u_i^n = \sum_{l=1}^{layer} \left\{ \frac{H_l}{1+x_2} \left( C_l \log \frac{p_c}{p_0} + x_{1l} \log \frac{p}{p_c} \right) \right\}_i \quad (7)$$

$$\frac{\partial u_i^n}{\partial x_1} = 0, \quad p < p_c \quad (8a)$$

$$\frac{\partial u_i^n}{\partial x_1} = \sum_{l=1}^{layer} \frac{H_l}{1+x_2} \log \frac{p}{p_c}, \quad p \geq p_c \quad (8b)$$

$$\frac{\partial u_i^n}{\partial x_2} = - \sum_{l=1}^{layer} \frac{H_l}{(1+x_2)^2} C_l \log \frac{p}{p_0}, \quad p < p_c \quad (9a)$$

$$\frac{\partial u_i^n}{\partial x_2} = - \sum_{l=1}^{layer} \frac{H_l}{(1+x_2)^2} \left( C_l \log \frac{p_c}{p_0} + x_{1l} \log \frac{p}{p_c} \right), \quad p \geq p_c \quad (9b)$$

앞의 식에서  $H_l$ 은 각 층의 높이이고,  $C_l$ 은 팽창지수(swelling index),  $p_0$ 는 초기 유효응력,  $p_c$ 는 선형압밀하중,  $p$ 는 현재상태의 유효응력을 나타낸다. 만약 설계변수를 압축지수와 수평투수계수로 정하면 각 설계변수에 대한 기울기를 직접 계산하기가 힘들므로 유한차분적인 방법으로 구할 수 있다.

#### 4.1 수치해석 예제문제

배수재의 형태는 sand drain이나 paper drain이고, 설치깊이는 10.0m, 설치간격(s)은 4.42m인 사각형 형태로 설치되었다고 가정하였다. 하나의 배수재에 대한 등가영향직경은  $d_e = 1.13 \times s$ 이므로 5.0m이다. 만약 배수재의 설치형태가 삼각형 배열이라면 등가영향 직경은  $d_e = 1.05 \times s$ 로부터 구할 수 있다. 배수재가 설치된 현장지반의 기본적인 지반 물성치는 표 2와 같고 정규압밀지반과 과압밀지반으로 구성되어 있다. 현장지반에서 유발되는 침하량 예측자료는 표 3과 같이 시간계수(T, time factor) 0.3까지 5회에 걸쳐서, 지표면 및 깊이 4.5m에 설치된 침하계로부터 예측되어졌다. 여기서 시간계수는 투수계수, 초기 간극비 및 압축지수 등과 같은 물성치로부터 유도되는 무차원화된 값이다. 설계변수로는 압축지수값과 초

표 2. 수치예제해석을 위한 지반 물성치

입력변수	물 성 치
배수재의 길이	10.0m
배수재의 등가직경	5.0m
$\sigma_f / \sigma_o$	4.0
$\sigma_c / \sigma_o$	1.0(NC 지반)
$\sigma_c / \sigma_o$	2.0(OC 지반)
$C_{lv}, C_{li}$	2.2
$C_u$	0.0
$C_\alpha, k_{ho}$	설계변수 (design variables)
$C_\alpha, e_o$	

표 3. 역해석에 사용된 예측치

시간계수 T	예측된 침하량(m)			
	NC지반		OC지반	
	depth 0m	depth 4.5m	depth 0m	depth 4.5m
0.060	0.255	0.019	0.148	0.019
0.120	0.375	0.093	0.201	0.054
0.180	0.489	0.184	0.245	0.086
0.240	0.586	0.269	0.285	0.119
0.300	0.667	0.342	0.320	0.149

기 간극비( $C_\alpha, e_o$ ) 또는 압축지수와 수평투수계수( $C_\alpha, k_{ho}$ )로 한정하였다.

#### 4.2 개량된 simplex 방법을 이용한 최적화 (압축지수 및 투수계수)

그림 5는 정규압밀지반의 경우에 깊이 0 및 4.5m에서의 시간에 따른 예측자료를 개량된 simplex 방법을 사용하여 예제 해석한 결과를 보여주고 있다. 임의의 시간계수 0.3까지 침하량의 자료가 표 3과 같이 주어졌을 때 초기 압축지수( $C_c$ )와 수평방향의 투수계수( $k_{ho}$ )의 값을 각각(0.40, 0.007)로 입력하여 역해석을 수행하면 비교적 정확한 침하량을 주는 압축지수값과 투수계수의 물성치를 산정할 수가 있다. 최적화된 압축지수와 투수계수의 값은(0.31, 0.00092)이고 이때의 목적함수의 값은  $F = 4.45 \times 10^{-3}$ 이다.

그림 6은 과압밀된 지반에 대한 역해석 결과

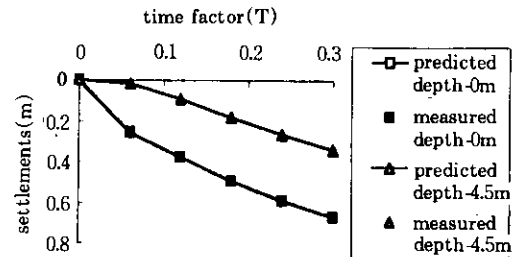


그림 5. 개량된 simplex 방법에 의한 역해석 지반 결과(NG 지반)

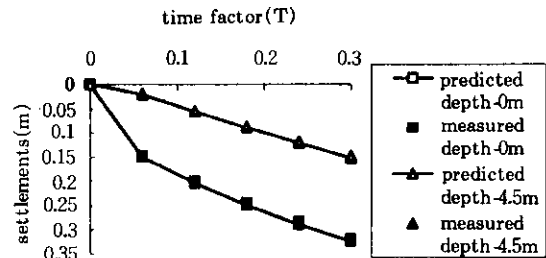


그림 6. 개량된 simplex 방법에 의한 역해석 결과(OC 지반)



로써 초기 설계변수 값을 각각(0.40, 0.007)로 입력하여 최적화된 압축지수와 투수계수값은 (0.32, 0.00091)이고 목적함수의 값은  $F=1.16 \times 10^{-3}$ 이다.

### 4.3 BFGS방법을 이용한 최적화(압축지수 및 투수계수)

그림 7과 8은 정규압밀지반과 과압밀지반의 침하량 계측자료로부터 BFGS 방법을 적용하여 지반정수값을 최적화한 결과이다. 정규압밀지반과 과압밀지반의 설계변수값을 압축지수와 투수계수로 한정하였으며 초기 설계변수값은 모두(0.40, 0.0007)이다. 정규압밀지반의 최적화된 압축지수와 투수계수의 설계변수값은 (0.297, 0.000753)이고, 이때의 목적함수 값은  $7.13 \times 10^{-4}$ 이다. 과압밀지반의 역해석된 압축지수와 투수계수의 설계변수값은(0.296, 0.000753)이고, 이때의 목적함수 값은  $1.14 \times 10^{-3}$ 이다.

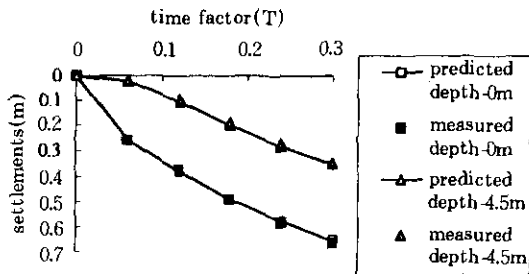


그림 7. BFGS에 의한 역해석 결과(NC 지반)

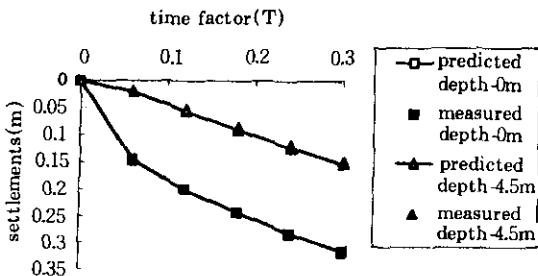


그림 8. BFGS에 의한 역해석 결과(OC 지반)

### 4.4 BFGS 방법을 이용한 최적화(압축지수 및 초기간극비)

그림 9와 10은 BFGS 방법을 적용하여 과압밀지반과 정규압밀지반의 압축지수와 초기 간극비를 설계변수로 가정하여 역해석을 수행한 결과이다. 정규압밀지반에서는 초기 설계변수값을(0.25, 1.2)로 가정하여 입력하면(0.39, 1.18)의 최적해를 구할 수가 있었고 이때의 목적함수의 값은  $4.8 \times 10^{-5}$ 이다.

과압밀지반에서 초기 설계변수의 값을(0.25, 1.2)로 가정하여 역해석을 수행한 결과 목적함수의 최소값을 주는 방향을 찾지 못하였다. 따라서 초기 설계변수의 값을(0.35, 0.90)으로 재산정한 후에 역해석을 수행하였으며 이때(0.28, 0.92)의 압축지수와 초기 간극비로 최적화하였다. 이때의 목적함수의 값은  $8.1 \times 10^{-6}$ 이다. 목적함수의 기울기를 직접 계산하여 사용하는 방법인 BFGS 방법은 어떤 초기의 설계변수값에서는 일차원 탐색 방향을 찾지 못하는 경우

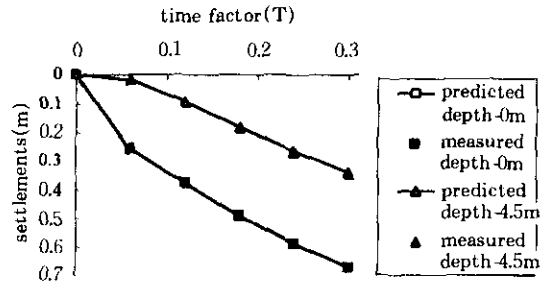


그림 9. BFGS 방법에 의한 역해석 결과(NC 지반)

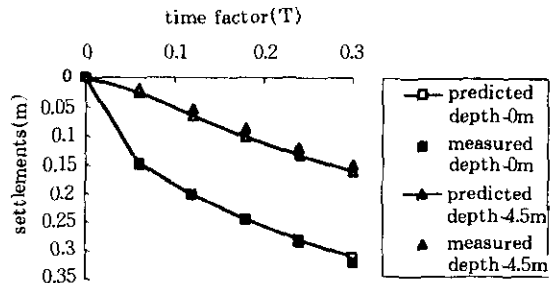


그림 10. BFGS에 방법에 의한 역해석 결과(OC 지반)

가 발생하기도 한다. 이때에는 설계변수값을 약간 수정하여 계산을 수행하여야 한다.

앞에서의 수치예제에서와 같이 침하량의 입력자료가 같더라도 초기 입력변수의 값에 따라, 또는 역해석 기법의 종류에 따라서 역해석되는 최적해가 약간씩 차이나는 것을 알 수 있다. 즉 전체의 최소값(global minimization)에 수렴하는 것이 아니라 국부적인 최소값(local minimization)에 수렴하여 해를 주는 경우가 있다(Arai 등, 1987). 따라서 이와같이 유일해가 존재하는 것이 아니라 입력된 자료의 침하량을 주는 물성치의 적절한 조합값을 얻는 경우가 있으므로 결과에 대한 공학적인 판단이 요구될 때도 있다.

#### 4.5 장래 거동예측

그림 11(a), (b) 및 (c)에서는 시간계수 0.3이 될 때까지의 깊이 0 및 4.5m에서 관측된 침하량 결과를 역해석하여 얻은 최적화된 지반정수값을 사용하여 장래 예측되는 거동과 예측된 결과를 비교하여 표시하였다. 시간계수가 0.3일 때까지, 즉 압밀초기에 예측된 침하량만의 결과를 사용하였기 때문에 최종침하량이 약간 차이나는 결과를 주나 비교적 정확한 거동을 예측할 수 있다. 위의 수치예제 해석결과로부터 시공단계 어느 정도 시간까지의 침하량의 예측자료가 주어진다면 비교적 정확히 역해석을 수행할 수가 있다. 따라서 최적화된 물성치를 사용하여 장래 거동을 예측하면 침하량, 간

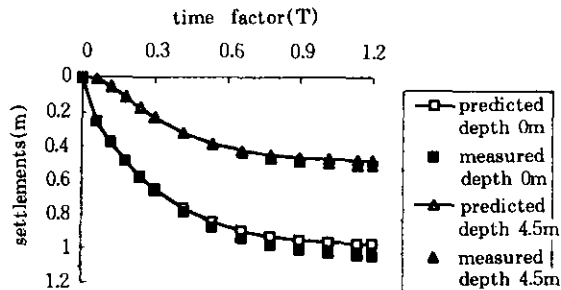


그림 11. (a) 침하량의 예측자료와 측정자료의 비교

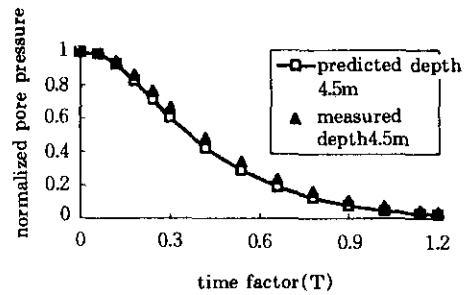


그림 11. (b) 간극수압의 예측자료와 측정자료의 비교

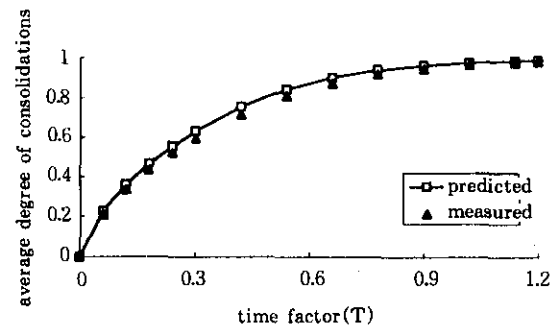


그림 11. (c) 평균압밀도의 예측자료와 측정자료의 비교

극수압 및 평균압밀도를 비교적 정확히 예측할 수 있고 예측된 시간이후의 거동도 비교적 정확히 예측할 수가 있다. 그림 11(c)에서 압밀도는 초기 간극비( $e_0$ ), 최종 압밀단계의 간극비( $e$ ) 및 현재 응력상태의 간극비( $e$ )의 함수로서  $\mu = (e_0 - e) / (e_0 - e)$ 와 같이 표현되고, 평균압밀도는 하나의 배수재에 대한 평균적인 압밀도이다.

#### 5. 단계적 성토하중이 작용하는 연약지반의 최적화(압축지수 및 투수계수)

배수재가 설치된 연약지반에서 선행압밀하중은 일반적으로 단계적 성토로 이루어진다. 이를 고려하기 위하여 단계적 성토하중이 그림 12와 같이 시공초기에 300kPa이 작용하고 시간계수 0.3과 0.6에서 2단계 및 3단계의 성토하중이 각각 100kPa씩 가해진다고 가정하였다.

수치예제해석에 사용된 지반은 배수재의 길이가 10m이고 과압밀비(OCR)가 2인 과압밀 지반으로서 해석에 필요한 지반물성치는 표 2와 동일하다. 현장에서 계측된 침하량 자료는 표 4와 같이 지표면과 깊이 4.5m에서 시간계수 0.12, 0.24, 0.30, 0.36 및 0.42에서 계측되었다.



그림 12. 단계적성토헌중

표 4. 역해석에 사용된 계측치(과압밀된 지반)

시간계수 T	계측된 침하량(m)	
	depth 0m	depth 4.5m
0.12	0.200	0.054
0.24	0.285	0.119
0.30	0.320	0.149
0.36	0.532	0.204
0.42	0.657	0.302

그림 13은 개량된 simplex 방법을 이용하여 현장의 침하량 계측치를 역해석한 결과이다. 초기 압축지수와 수평방향의 투수계수값을 설계변수로 하였다. 초기 설계변수값은(0.25, 0.008)이고, 최적화된 물성치값은(0.23, 0.00792)이며 목적함수의 값은  $6.5 \times 10^{-2}$ 이다

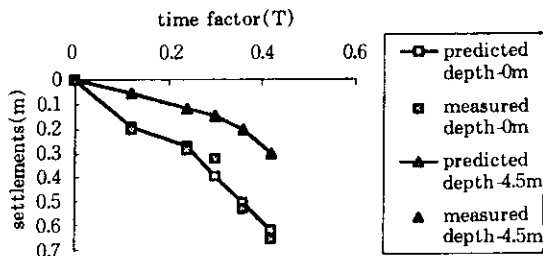


그림 13. 개량된 simplex 방법에 의한 역해석

그림 14는 BFGS를 이용하여 현장의 침하량 계측치를 역해석한 결과이다. 개량된 simplex 방법과 마찬가지로 초기 압축지수와 수평방향의 투수계수값을 설계변수로 하였다. 초기 설계변수값은(0.25, 0.008)이고 역해석된 물성치값은(0.30, 0.00757)이며 목적함수의 값은  $3.6 \times 10^{-4}$ 로서 개량된 simplex 방법보다 더 좋은 결과를 얻었다.

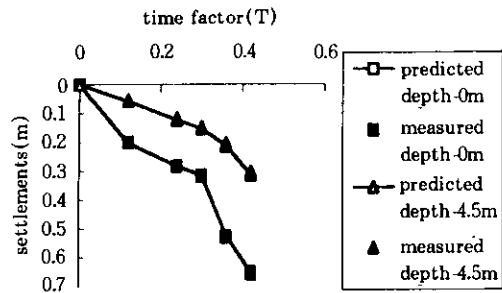


그림 14. BFGS 의한 역해석

그림 15와 16은 과압밀된 지반에서 시간계수 0.42까지 계측된 침하량 자료로부터 BFGS를 적용하여 최적화된 압축지수와 투수계수값을 이용하여 추정된 강래 침하량과 간극수압의 예측치와 관측치를 비교한 결과이다. 시공초기의 침하량 계측치가 사용되었기 때문에 최종 침하량은 약간 차이가 나지만 비교적 정확한 침하량과 간극수압의 소산곡선을 예측할 수 있다.

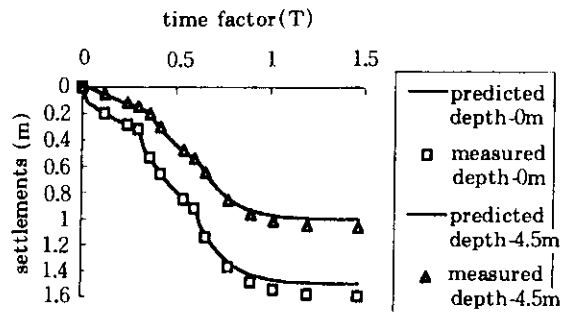


그림 15. 역해석으로 예측된 침하량과 계측치의 비교

## 참고 문헌

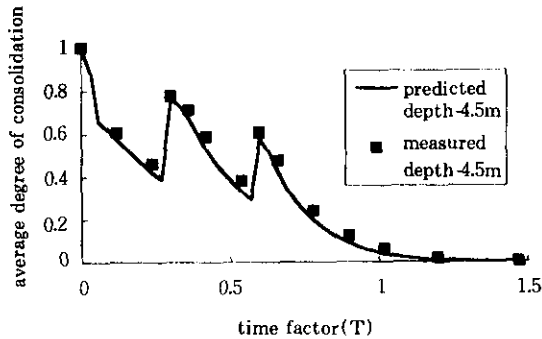


그림 16. 역해석으로 예측된 간극수압과 계측치의 비교

## 6. 결론

배수재가 설치된 연약지반의 압밀거동을 축대칭 비선형 압밀해석 모델을 사용하여 유한차분법으로 비교적 간단하게 해석할 수 있는 프로그램에 비선형 압밀해석을 수행하기 위해서 필요한 지반정수값을 최적화하는 기법을 이용하여 역해석하는 방법을 적용하였다. 축대칭 비선형 압밀이론에 적용된 역해석 프로그램은 지반공학자에게 매우 친근한 공학적인 지반정수값을 시공초기에 계측된 자료들을 이용하여 쉽게 최적화 함으로써 구할 수 있으며 침하량, 평균압밀도 및 간극수압 등의 장래 거동을 비교적 정확히 예측할 수 있다. 또한 단계적 하중이 작용하는 경우에도 지반의 물성치를 역해석 함으로써 추후의 거동을 비교적 정확히 예측하는 것이 가능하다.

그러나 수치예제 해석 결과에 나타난 바와 같이 침하량의 입력자료가 같더라도 초기 입력 변수의 값에 따라, 또는 역해석 기법의 종류에 따라서 역해석되는 최적해가 약간씩 차이나는 것을 알 수 있다. 즉 전체의 최소값(global minimization)에 수렴하는 것이 아니라 국부적인 최소값(local minimization)에 수렴하여 해를 주는 경우가 있다. 따라서 유일해가 존재하는 것이 아니라 입력된 자료의 거동을 모사하는 물성치의 적절한 조합값을 얻는 경우가 있으나 그 차이는 매우 적게 나타나고 있다.

1. 김문점, 장정법, 박태균(1995), "탄소성 지반내 터널굴착에 따른 역해석", 대한토목학회 논문집, 제15권 제2호, pp. 483~490.
2. 김윤태, 이승래, 도남영, 이영남(1994), "배수재가 설치된 압축성 지반의 효율적인 압밀해석 및 역해석", 한국지반공학회 '94 가을학술발표회 논문집, pp. 175~181.
3. 김윤태, 이승래, 도남영, 이영남(1996), "배수재가 설치된 압축성 지반의 축대칭 비선형 압밀해석", 한국지반공학회 논문집 제12권, 제1호, pp. 5~19.
4. Arai, K., Ohta, H. and Kojima, K.(1987), "Estimation of nonlinear constitutive parameters based on monitored movement of subsoil under consolidation", Soils and Foundations, Vol. 27, No. 1, pp. 35~49.
5. Arai, K., Ohta, H. and Kojima, K.(1984), "Estimation of soil parameters based on monitored movement of subsoil under consolidation", Soils and Foundations, Vol. 24, No. 4, pp. 95~108.
6. Arai, K., Ohta, H. and Yasui, T.(1983), "Simple optimization techniques for evaluating deformation moduli from field observations", Soils and Foundations, Vol. 23, No. 1, pp. 107~113.
7. Arora, J. S.(1989), "Intorduction to Optimum Design", McGraw-Hill Series.
8. Asaoka, A. and Matsuo, M.(1979), "Bayesian approach to inverse problem in consolidation and its application to settlement prediction", Proc. 3rd Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, Aachen.
9. Asaoka, A. and Matsuo, M.(1984), "An inverse problem approach to the prediction of multidimensional consolidation behavior", Soils and Foundations, Vol. 24, No. 1, pp. 49~62.
10. Bergado, D. T. and Long, P. V.(1994), "Numerical analysis of embankment on subsiding ground improved by vertical drains and

- granular piles”, XII ICSMFE, New Delhi, India.
11. Cividini, A., Maier, G. and Nappi, A.(1983), “Parameter estimation of a static geotechnical model using a Bayes’ approach”, *Int. J. Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 18, pp. 487~503.
  12. Gioda, G. and Jurina, L.(1981), “Numerical identification of soil structure interaction pressures”, *Int. J. Numer. Anal. Methods in Geomech.* 5, pp. 33~56.
  13. Gioda, G. and Sakurai, S.(1987), “Back Analysis Procedures for the Interpretation of Field Measurements in Geomechanics”, *Int. J. for Numerical and analytical Methods in Geomechanics*. Vol. 11, pp. 555~583.
  14. Gioda, G.(1979), “A numerical procedure for defining the values of soil parameters affecting consolidation”, *Design parameters in geotechnical engineering*, BGS, London, Vol. 1.
  15. Gioda, G.(1985), “Some remarks on back analysis and characterization problems in geomechanics”, *Proc. 5th Int. Conf. Numer. Methods in Geomech. Nagoya*, 1, pp. 47~61.
  16. Murakami, A. and Hasegawa, T.(1985), “Observation prediction of settlement using Kalman filter theory”, *Proc. 5th Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, Nagoya*.
  17. *Proceeding of the International Symposium on Trial Embankment on Malaysian Marine Clay*(1989), Kuala Lumpur, The Malaysian Highway Authority.
  18. Sakurai, S. and Takeuchi, K.(1983), “Back Analysis of Measured Displacement of Tunnels”, *Rock Mechanics and Rock Engineering* 16, pp. 173~180.
  19. Shoji, M., Ohta, H., Arai, K., Matsumoto, T. and Takahashi, T(1990), “Two-dimensional Consolidation Back-Analysis”, *Soils and Foundations*, Vol. 30, No. 2, pp. 60~78.

(접수일자 1996. 3. 27)