論文 96-21-5-6

영상 부호화를 위한 LPPU M 대역 필터군의 설계와 성능 분석

正會員 李 昌 愚*, 金 宗 源**, 李 商 郁***

Design and Performance Analysis of the Linear Phase Para-Unitary M Band Filter Bank with Application to Image Coding

Chang Woo Lee*, Jong Won Kim**, Sang Uk Lee*** *Regular Members*

요 약

최근에 대역 분해 부호화에 사용되는 필터군 중에서 PU (para-unitary) M 대역 필터군은 그 특성의 우수함 때문에 많은 주목을 받고 있다. 본 논문에서는 영상 신호 부호화에 적합한 LPPU (linear phase para-unitary) M 대역 필터군에 대해서 연구하였다. 먼저 M 대역 신호를 벡터 양자화하는 경우 벡터 내의 상관도를 고려한 새로운 부호화 이득식을 유도하고, 유도한 부호화 이득식을 최대화하는 LPPU M 대역 필터군을 설계하였다. 설계한 LPPU M 대역 필터군의 성능 분석을 위해서 에너지 집중도, 대역 내의 상관도와 엔트로피를 구하고 이를 분석하였다. 또한 M 대역 신호를 벡터 양자기로 양자화할 때 설계한 필터군의 성능을 구하였다. 성능 분석 결과 필터의 길이가 증가할수록 부호화 성능은 크게 좋아지고 필터의 길이가 클 때 4 대역 필터군과 8 대역 필터군은 거의 같은 성능을 보이는 것을 알 수 있었다.

ABSTRACT

The para-unitary (PU) M band filter bank, which can be used for M band decomposition, has many useful properties. In this paper, attempts have been made to design and analyze the linear phase para-unitary (LPPU) M band filter bank, which is appropriate to the image coding application. First, we derive a unified coding gain in terms of the correlation in the band, as well as the energy compaction. And M band filter bank has been designed, maximizing the new coding gain. Then, we analyze the image coding performance of the LPPU M band filter bank, such as the energy compaction, the correlation in the band and the entropy. From the analysis, it is shown that the coding gain for LPPU M band filter bank improves, and the coding gain for the LPPU 4 band filter bank

*삼성전자 신호처리 연구소
**공주대학교 전자공학과
***서울대학교 전기공학부

論文番號:96040-0206
接受日字:1996年 2月 6日

approaches very closely to that for LPPU 8 band filter bank, as the length of the filter increases. This fact is also verified by the coding results on the real images.

Ⅰ. 서 론

지금까지 영상 신호 부호화에 대한 많은 연구가 진행되어 왔다. 여러가지 부호화 방법 중에서 변환 부호화 (transform coding) 방법[1]과 대역 분해 부호화 (sub-band coding) 방법[2]이 많은 주목을 받아왔다. 특히 변환 부호화 방법 중에서 DCT (discrete cosine transform)[3]를 이용한 변환 방법은 고속 알고리듬 (fast algorithm)이 존재하기 때문에 그 구현이 용이하고 성능도 우수한 편이지만 구획 (block) 별로 따로 변환하기 때문에 전송률이 낮을 때 구획의 경계 부분이 보이는 구획 효과 (blocking effect)가 생기는 단점이 있다. 한편 대역 분해 부호화의 경우에는 변환 부호화에 비해서 주관적 화질을 높일 수 있고 구획 효과도 생기지 않는 장점이 있다. 반면에 대역 분해/합성을 위한 필터링 때문에 계산량이 변환 부호화에 비해 크게 많아지는 단점이 있다.

최근에는 대역 분해/합성을 위해서 많이 사용되는 2 대역 QMF (quadrature mirror filter)의 개념을 M (≥ 2) 대역으로 확장시킨 M 대역 필터군이 연구되었다[4, 5]. 2 대역 QMF의 경우 M 대역 분해를 위해서는 필터군을 나무 구조로 연결해야 하는데 비해서 M 대역 필터군은 입력 신호를 직접 M 대역으로 분해하는 특성이 있다. M 대역 필터군 중에서 PU (para-unitary) M 대역 필터군[5]은 확장된 직교성을 만족시킴으로써 입력 신호의 에너지의 합과 출력 신호의 에너지의 합을 보존하는 특성이 있다. 특히 DCT (discrete cosine transform)의 구획 효과를 해결하기 위해서 제안된 LOT (lapped orthogonal transform)[6]와 ELT (extended lapped transform)[7] 같은 변환도 PU M 대역 필터군의 일종이라고 볼 수 있다. 최근에는 LOT를 일반화시킨 GenLOT도 제안되었다[8].

본 논문에서는 PU M 대역 필터군 중에서 영상 신호 부호화에 적합한 선형 위상 특성을 갖는LPPU (linear phase para-unitary) M 대역 필터군에 대해서 연구한다. 먼저 LPPU M 대역 필터군을 설계하기 위해서 VQ (vector quantizer)[9, 10]의 근사적 왜곡치를 분석하여 에너지 집중도 뿐 만 아니라 대역 내의 상관성 (correlation)도 고려한 새로운 부호화 이득 식을 제안한다. 또한 유도한 부호화 이득식을 최대화하는 LPPU 4 대역 필터군과 8 대역 필터군을 설계하고, 설계한 필터군의 영상 부호화 성능을 분석한다. 특히 에너지 집중도, 대역 내의 상관도와 엔트로피를 구하고 이를 이론적으로 분석하며 4 대역, 8 대역 필터군의 영상 부호화 성능을 구한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2장에서는 PU 필터군의 특성과 PU 필터군 중에서 선형 위상 특성을 갖는 LPPU M 대역 필터군의 구현 방법에 대해서 살펴 본다. 3장에서는 VQ의 부호화 이득과 LPPU M 대역 필터군의 설계에 대해 고찰하고 4장에서는 LPPU 필터군의 영상 부호화 성능에 대해서 연구한다. 마지막 5장에서는 결론을 제시한다.

Ⅱ. PU 필터군

일반적으로 그림 1에 도시한 M 대역 분해/합성 필터군을 그림 2와 같은 poly-phase 형태로 구현할 수 있는데[5], 그림 1과 그림 2의 두 블럭 선도의 입, 출력 $x(n)$, $y(n)$과 M 대역 신호들인 $y_i(n)$은 완전 등가 상태를 이룬다. 이때 그림 2에서 모든 계수가 실수인 행렬 $\mathbf{E}(z)$와 $\mathbf{R}(z)$가 다음 식을 만족시키고

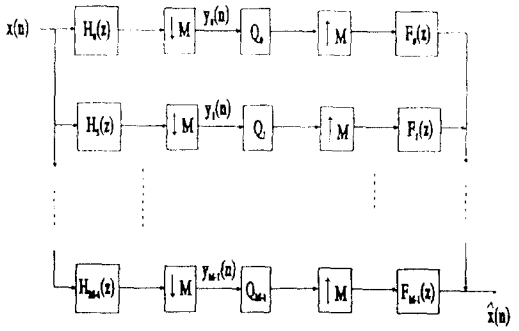


그림 1. M 대역 합성/분해

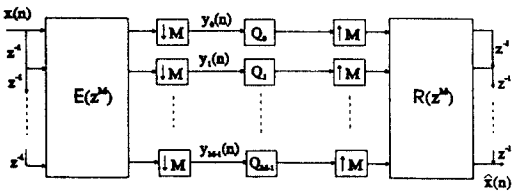


그림 2. M 대역 필터군의 poly-phase 구현

$$\mathbf{R}(z)\mathbf{E}(z)=z^{-m_0}\mathbf{I}, \tag{1}$$

양자화를 하지 않는다면 전체 전달 함수 $T(z)$는 $T(z)=z^{-(Mm_0+M-1)}$의 관계를 만족하여 $\hat{x}(n)=x(n-(Mm_0+M-1))$의 완전 복원 성질을 만족하게 된다[5]. 또한 완전 복원 성질을 만족하는 필터군 중에서 특별히 다음 관계를 만족하는 필터군을 PU (para-unitary) 필터군이라 한다[5].

$$\mathbf{E}^t(z^{-1})\mathbf{E}(z)=\mathbf{I} \tag{2}$$

이때 "t"는 전치 행렬을 의미하고, $\mathbf{R}(z)$는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{R}(z)=z^{-m_0}\mathbf{E}^t(z^{-1}) \tag{3}$$

PU 필터군은 기존의 TC에서 사용하는 변환의 중요한 성질인 에너지 보존성을 만족시킴으로써 변환 영역에서 양자화 오차의 분산이 복원 신호의 양자화 오차의 분산과 같게 된다[5]. 또한 M 대역 필터군은 변환과 달리 필터 길이에 제약을 받지 않기 때문에 주파수 특성을 좋게 할 수 있다. 즉 PU M 대역 필터군은 변환과 2 대역 PU 필터군의 일반화라고 생각할 수 있다. 특히 변환 부호화의 구획 효과를 감소시키기 위해서 변환의 개념으로 제안된 LOT[6]와 ELT[7] 등은 모두 PU M 대역 필터군에 포함된다. 이중에서 LOT는 기저의 길이가 대역 크기의 2배이고 선형 위상성을 만족시키는 PU 필터군으로 생각할 수 있고, ELT는 기저의 길이가 대역 크기의 짝수 (>0) 배이면서 비선형 위상의 특성이 있는 PU 필터군이다.

한편 영상 신호의 변환에는 선형 위상 성질을 갖는 필터군이 적합한 것으로 알려져 있다[11]. 선형 위상 LPPU 필터군의 일반형은 Soman 등이 제안하였는데, 선형 위상 성질을 갖는 LPPU M 대역 필터군에서 주파수 영역에 대칭성을 가하면 최적화할 변수의 수가 반으로 줄어든다[12]. 또한 주파수 대칭성이 있는 필터군과 일반적인 필터군은 주파수 응답 특성이나 영상 부호화에 적용했을 때의 특성들을 조사해 보면 성능 차이가 거의 없기 때문에[12], 본 논문에서는 다음과 같은 순환식으로 나타내어지는 주파수 대칭성이 있는 필터군을 대상으로 하였다.

$$\mathbf{E}_{K+1}(z)=\mathbf{E}_K(z)\mathbf{L}_{K+1}(z) \tag{4}$$

여기서

$$\mathbf{L}_i(z)=\frac{1}{2}\Lambda(z)\mathbf{P}\mathbf{T}_i\mathbf{P}, \tag{5}$$

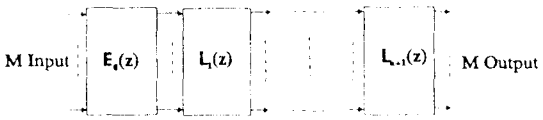
$$\mathbf{E}_0(z)=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}\mathbf{S}_0 & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{J}\mathbf{S}_0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I} & \mathbf{I}\\ \mathbf{I} & -\mathbf{J}\end{bmatrix}\mathbf{Q}, \tag{6}$$

$$\mathbf{P}=\begin{bmatrix}\mathbf{I} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{J}\end{bmatrix}, \tag{7}$$

$$\Lambda(z)=\begin{bmatrix}\mathbf{I} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & z^{-1}\mathbf{I}\end{bmatrix}, \tag{8}$$

$$\mathbf{T}_i=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}\mathbf{I} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & -\mathbf{J}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I} & \mathbf{I}\\ \mathbf{I} & -\mathbf{I}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{V}_{M/2}\mathbf{U}_i\mathbf{V}_{M/2} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{U}_i\end{bmatrix} \tag{9}$$

이다. 윗 식에서 z^{-1}은 단위 지연이고 $\mathbf{S}_0$와 $\mathbf{U}_i$는 각각 $M/2\times M/2$ 직교 행렬이며 $\mathbf{I}$는 $M/2\times M/2$ 단위 행렬, $\mathbf{J}$는 $M/2\times M/2$ 반 (counter) 단위행렬이며 $\mathbf{Q}$는 permutation matrix 이다[12]. 또한 $\mathbf{V}_{M/2}$는 대각 행렬로서 원으로 교대로 $+1$과 -1을 갖는데 처음 원은 $+1$이다. 일반적으로 $M/2\times M/2$ 직교 행렬은 $M(M-1)/2$ 개의 변수로 분해 (factorization) 할 수 있음이 알려져 있다[5]. 또 식 (4)~(9)에서 NM 길이의 LPPU M 대역 필터군의 설계를 위해서는 $M/2\times M/2$ 직교 행렬 N 개가 필요하기 때문에 모두 $NM(M-2)/8$ 개의 변수 만을 최적화 시키면 된다. 이와 같은 필터군을 구현하기 위한 블럭 선도를 그림 3에 도시하였다.



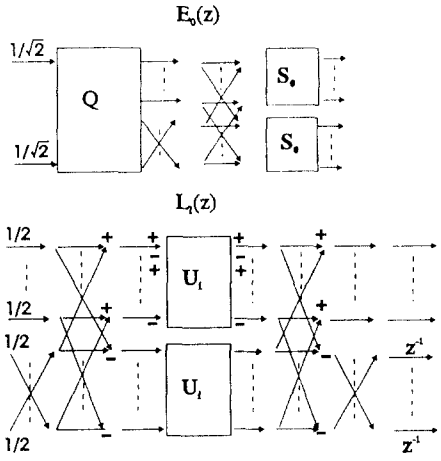


그림 3. LPPU M 대역 필터군의 블럭 선도

Ⅲ. LPPU M 대역 필터군의 설계

벡터 양자기를 사용하여 신호를 양자화할 때 벡터 양자기의 성능을 분석하기 위해서 전송률과 왜곡치의 함수인 DRF (distortion rate function)가 많이 사용된다[13, 14]. VQ에서 코드 벡터의 수가 충분히 많을 때, 즉 전송률이 클 때의 근사적 왜곡치 (asymptotic distortion measure)가 많이 연구되었다. 왜곡치 측정자 (distortion measure: DM)로 MSE (mean square error)를 사용하였을 때, 벡터 차수가 k이고 코드 벡터의 수가 N인 경우의 왜곡치의 근사적 하한 경계값은 식 (10)과 같이 주어진다[14, 15].

$$d_L = K(k) N^{-2/k} \, [det(R_{xx})]^{1/k} \tag{10}$$

식 (10)에서 $K(k)$는 벡터의 차수와 신호의 PDF (probability density function)에 의해 결정되는 값이고, N은 코드북의 크기, k는 벡터의 크기를 각각 나타낸다. 또한 R_{xx}는 VQ의 입력 벡터 $\underline{x}$의 상관 행렬 (covariance matrix)로서 $[det(R_{xx})]^{1/k}$는 입력의 상관도가 높을수록 VQ의 왜곡치가 감소함을 나타낸다. 변환 영역에서 VQ를 적용하는 경우 변환 계수를 y_i라 하고 각 변환 계수를 대역별로 묶어서 벡터를 만들 때 각 벡터의 크기를 k_i, 벡터의 크기의 총합을 k라 할 때 평균 근사적 왜곡치 d_{VQ}는 다음 식으로 나타낼 수 있다[14].

$$d_{VQ} = \prod_i (K(k_i)/k_i)^{k_i/k} \cdot 2^{-2r_{av}} \cdot \prod_i (det(R_{yiyi})^{1/k_i})^{k_i/k} \tag{11}$$

이때 r_{av}는 평균 전송률이다. 또한 벡터의 차수와 전송률이 결정되었다고 가정하면 식 (11)의 마지막 항, 즉 벡터 내의 상관도에 의해서 VQ의 성능이 결정된다. 식 (11)의 마지막 항을 d_{cor}이라 정의하자.

$$d_{cor} = \prod_i (det(R_{yiyi})^{1/k_i})^{k_i/k} \tag{12}$$

만일 각 벡터의 차수가 1이라고 가정하면 d_{cor}는 각 원소의 분산의 기하 평균이 된다. 이것은 변환 부호화 이득 (transform coding gain)의 분모항에 해당하는 것이다. 변환으로 인한 분산의 산술 평균이 보존된다는[16] 점에 착안하면 식 (12)에서 벡터 차수를 1로 하면 식 (12)는 변환 부호화 이득의 역수에 비례한다.

한편 식 (12)에서 벡터의 차수를 무한대로 크게 하면 d_{cor}는 각 신호의 주파수 평평도(spectral flatness measure)와 관련이 있다[16]. 특히 시간 영역에서의 상관도는 주파수 영역에서의 주파수 편평도와 관계가 있다는 사실이 알려져 있다. 즉 k_i를 무한대로 하면 다음 관계가 성립한다[16].

$$\lim_{k_i \to \infty} (det(R_{yiyi}))^{1/k_i} = exp\left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log_e \right.$$

$$\left. S_{yiyi}(e^{j\omega}) d\omega \right) = \gamma_{yi}^2 \, \sigma_{yi}^2 \tag{13}$$

식 (13)에서 σ_{yi}^2은 y_i의 분산이고 γ_{yi}^2은 y_i의 주파수 평평도로서 다음 식으로 정의된다.

$$\gamma_{yi}^2 = \frac{\exp\left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log_e S_{yiyi}(e^{j\omega}) d\omega\right)}{\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_{yiyi}(e^{j\omega}) d\omega} \tag{14}$$

이때 $S_{yiyi}(e^{j\omega})$는 y_i의 PSD (power spectral density)이

다. 즉 식 (12)에서 k_i를 무한대로 하였을 때 k_i가 모든 i에 대해서 일정하다면 k_i/k는 M (M은 대역수)이 되고,

$$d_{cor,\,k_i\to\infty}=\prod_{i=1}^{M}(\gamma_{yi}^2\sigma_{yi}^2)^{1/M}=(\prod_{i=1}^{M}(\gamma_{yi}^2)^{1/M}(\prod_{i=1}^{M}\sigma_{yi}^2)^{1/M} \tag{15}$$

이 된다. 이때 d_{VQ-avr}을 $k_i\to\infty$ 했을 때의 VQ의 평균 근사적 왜곡이라 하면 식 *(11)*과 식 *(15)*로부터

$$d_{VQ-avr}=C_{VQ}\cdot 2^{-2r_{av}}\cdot(\prod_{i=1}^{M}\gamma_{yi}^2)^{1/M}(\prod_{i=1}^{M}\sigma_{yi}^2)^{1/M} \tag{16}$$

이 된다. 식 (16)에서 C_{VQ}는 벡터의 PDF에 의해 결정되는 상수이다. 그런데 PCM (pulse coded modulation)을 사용하였을 때의 근사적 평균 왜곡치는

$$d_{PCM}=C_{PCM}\cdot 2^{-2r_{av}}\cdot\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\sigma_{yi}^2 \tag{17}$$

와 같이 주어진다[16]. 한편, 벡터의 차수와 PDF가 결정되면 양자화 성능 계수인 식 (16)의 C_{VQ}와 식 (17)의 C_{PCM}은 결정되고 C_{VQ}와 C_{PCM}이 같다고 가정하면, PCM에 대한 VQ의 이득식은

$$G_{VQ}=G_c\cdot F_s \tag{18}$$

로 나타낼 수 있다. 이때 G_c와 F_s는 각각 다음 식

$$G_c=\frac{1/M\cdot\sum_{i=1}^{M}\sigma_{yi}^2}{(\prod_{i=1}^{M}\sigma_{yi}^2)^{1/M}}, \tag{19}$$

$$F_s=\frac{1}{(\prod_{i=1}^{M}\gamma_{yi}^2)^{1/M}} \tag{20}$$

으로 정의된다. 즉, G_c는 변환 부호화 이득식이 되고 F_s는 상관도에 의한 VQ 이득을 나타내는 항으로서 γ_{yi}^2가 작아질수록 상관도에 의한 이득은 커지는 것을 의미한다.

지금까지 유도한 VQ의 부호화 이득식 G_{VQ}를 최대

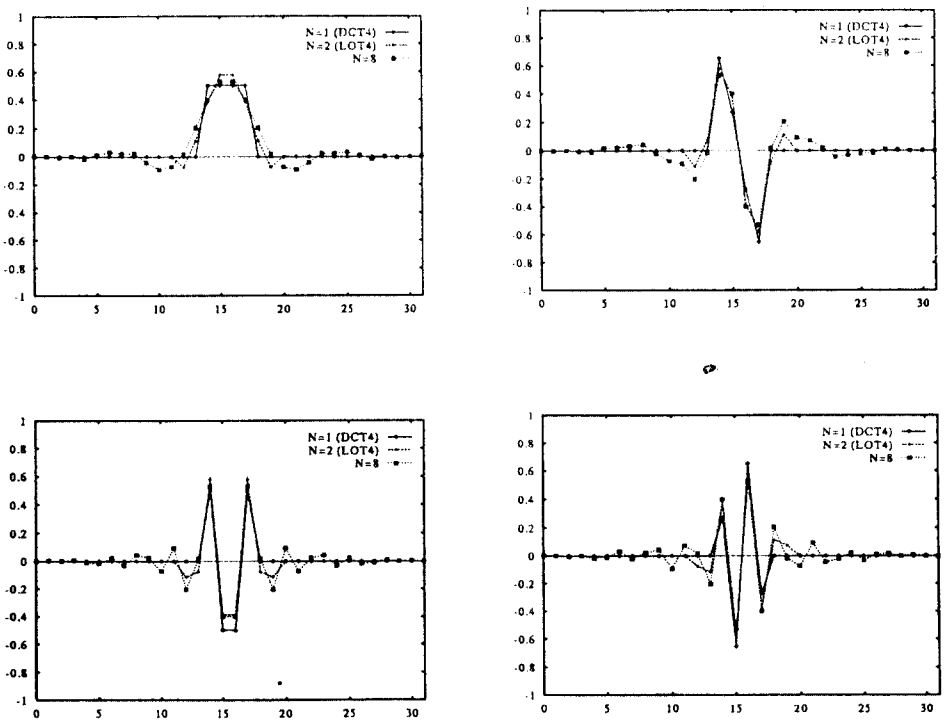


그림 4. $N=1, 2, 8$인 필터군의 기저 비교(4 대역)

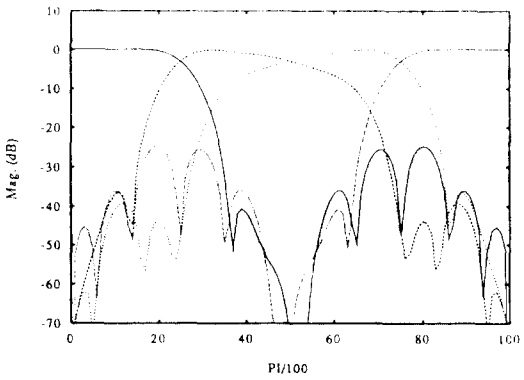


그림 5. 필터 길이 32인 4 대역 필터군의 주파수 특성

표 1. 4 대역이고 필터 길이가 32인 필터군의 필터 계수 (1, 3번째 필터는 대칭(symmetric), 2, 4번째 필터는 반대칭(anti-symmetric)

	1 대역	2 대역	3 대역	4 대역
1	0.00421	-0.00012	-0.00012	0.00421
2	0.00012	-0.00421	0.00421	-0.00012
3	-0.00882	0.00026	0.00026	-0.00882
4	0.00026	-0.00882	0.00882	-0.00026
5	-0.01885	-0.00968	-0.00968	-0.01885
6	0.00968	0.01885	-0.01885	-0.00968
7	0.03217	0.02048	0.02048	0.03217
8	0.02048	0.03217	-0.03217	-0.02048
9	0.02198	0.04442	0.04442	0.02198
10	-0.04442	-0.02198	0.02198	0.04442
11	-0.09242	-0.07392	-0.07392	-0.09242
12	-0.07392	-0.09242	0.09242	0.07392
13	0.01664	-0.20433	-0.20433	0.01664
14	0.20433	-0.01664	0.01664	-0.20433
15	0.39950	0.52907	0.52907	0.39950
16	0.52907	0.39950	-0.39950	-0.52907

화하도록 LPPU M 대역 필터군을 설계하였다. 먼저 입력을 상관 계수 0.95인 1차 Markov 신호로 가정하였다. 다음에 2장에서 서술한 LPPU M 대역 필터군의 일반식을 이용하여 입력을 변환하였다. 이때 변환된 M 대역 신호 중에서 i 번째 신호를 y_i라 하고 식 (18)~(20)으로 주어진 G_{VQ}를 계산하고 이를 최대화하는 M 대역 필터 필터 계수를 구하였다. 최적화를 위해서 IMSL[17]의 최적화 프로그램을 사용하여 4 대역, 8 대역 필터군의 필터 계수를 구하였다. 4 대역 필터군의 경우 N이 8인 경우, 즉 필터 길이가 32인 필터군의 임펄스 응답과 주파수 응답을 그림 4와 그림 5에 도시하였다. 또한 표 1에는 4 대역이고 필터 길이가 32인 필터군의 계수를 도시하였다. 그림 4에는 비교 목적을 위해서 필터 길이 4와 필터 길이 8인 필터군의 임펄스 응답을 함께 도시하였다. 필터 길이 4와 필터 길이 8인 필터군은 각각 DCT와 LOT의 경우이다. 필터 길이 32인 필터군의 임펄스 응답 중에서 DC 부분의 응답이 필터 길이 4와 필터 길이 8인 경우보다 더 부드러운 특성을 갖는다. 이는 그림 5에 제시한 주파수 응답 특성과 뒤에서 설명하는 부호화 이득 향상의 원인이 된다. 그림 6에는 8 대역이고 필터 길이 32인 필터군의 주파수 응답을 도시하였다.

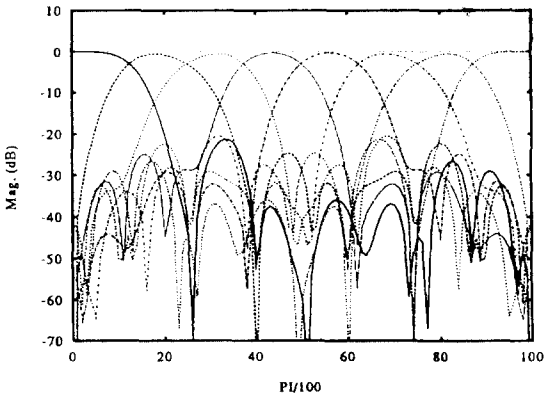


그림 6. 필터 길이 32인 8 대역 필터군의 주파수 특성

Ⅳ. LPPU M 대역 필터군의 영상 부호화 성능

본 장에서는 3장에서 설계한 LPPU M 대역 필터군의 영상 부호화 성능을 분석하기 위해서 M 대역 신호의 에너지 집중도, 대역 내의 상관도와 엔트로피를 분석하고 실제 영상 신호를 부호화하였을 때의 성능을 분석한다.

1. M 대역 신호의 에너지 집중도와 대역 내의 상관도

LPPU M 대역 필터군의 성능을 분석하기 위해서 먼저 상관 계수 0.95인 1차 Markov 신호에 대한 F_s와 G_c를 구해서 이를 그림 7에 도시하였다. 그림에서 x 축은 필터 길이를 대역 수로 나눈 값인 N으로, N이 1

일 때가 DCT, 2인 경우는 LOT가 된다. 또한 y 축은 부호화 이득을 dB로 표시한 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 8 대역의 경우, 에너지 집중도인 G_c는 4 대역의 경우보다 크지만 대역 내의 상관성의 지표인 F_s가 4 대역의 경우보다 작다는 사실을 알 수 있다. 또한 필터의 길이가 증가함에 따라서 대역 내의 상관도 F_s는 거의 일정하게 유지되면서 에너지 집중도 G_c는 증가하는 것을 알 수 있다. 또한 4 대역과 8 대역 LPPU 필터군을 사용하여 16 장의 영상을 변환한 후 변환 계수의 분산을 구하여 변환 부호화 이득 G_c를 계산하였다. 이때 식 (19)에서 4 대역의 경우에는 M이 16, 8 대역인 경우에는 M이 64가 된다. 그림 8에 변환 부호화 이득을 도시하였는데 8 대역 LPPU 필터군이 4 대역 LPPU 필터군에 비해서 변환 부호화 이득이 크고 필터 길이가 증가함에 따라 변환 부호화 이득이 증가하는 경향을 보인다. 그런데 8 대역 LPPU 필터군의 경우 N이 3 이상이 되면 변환 부호화 이득이 오히려 감소하는 경향을 보이는데 이는 필터 길이와 대역의 수가 매우 커지면 하나의 필터가 적용되는 범위에 영상의 edge 성분이 많이 포함되기 때문인 것으로 생각된다.

다음에 상관 계수 0.95인 1차 Markov 신호에 대한 G_c와 F_s의 곱인 G_{VQ}를 구해서 이를 그림 9에 도시하였다. 그림에서 필터 길이가 증가할수록 G_{VQ}가 증가하고 4 대역 필터군의 G_{VQ}와 8 대역 필터군의 G_{VQ}가 거의 같아지는 것을 알 수 있다. 이것은 앞에서 해석한 G_c와 F_s의 결과에 따른 것이다.

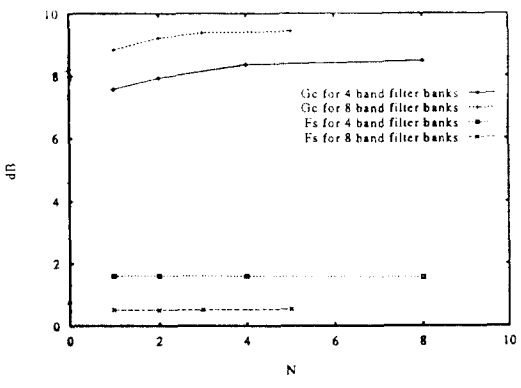


그림 7. 4 대역, 8 대역 필터군의 F_s, G_c

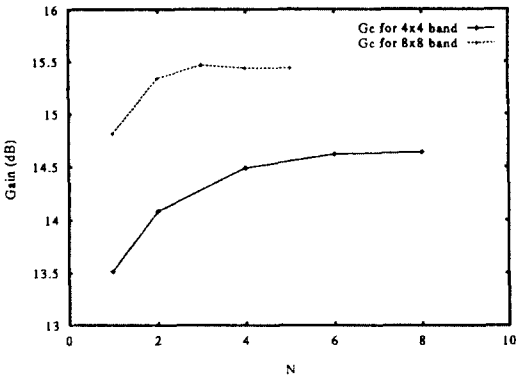


그림 8. 영상 신호의 변환 부도화 이득(16장의 영상 사용)

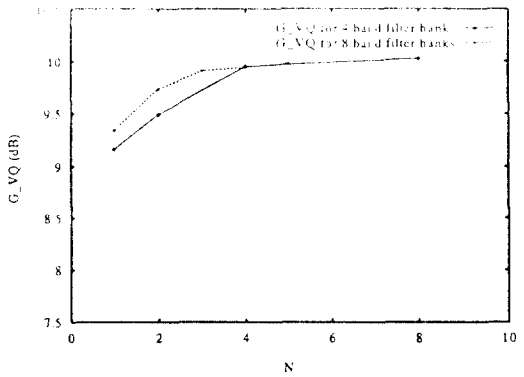


그림 9. 4 대역, 8 대역 필터군의 G_{VQ}

2. M 대역 신호의 엔트로피

LPPU 4 대역과 8 대역 필터군을 사용하여 변환된 신호를 가변 길이 부호화 (variable length coding: VLC)로 부호화하는 경우 M 대역 신호의 엔트로피가 중요한 문제가 된다. M 대역 신호의 엔트로피를 구하기 위해서 각 대역 신호를 일정 구간으로 양자화한 후 양자화된 신호의 엔트로피와 양자화 오차를 구하여 보았다. 이산 신호 (discrete signal)의 엔트로피 H는 다음 식으로 정의된다[16].

$$H = -\sum_{i=1}^{k} P_i \log_2 P_i \tag{21}$$

이때 P_i는 각 양자화된 신호가 발생할 확률을 의미한다.

LPPU M 대역 필터군의 각 대역 신호의 엔트로피를 분석하기 위해서, 먼저 상관 계수가 0.95이고 분산

이 10인 1차 Markov 신호 200,000 개를 발생시킨 후 이를 4 대역, 8 개역 필터군을 사용하여 변환하였다. 양자화 구간을 2로 하여 각 대역 신호를 양자화한 후에 각 대역 신호의 엔트로피와 양자화 오차의 분산을 구하여 보았다. 엔트로피와 양자화 오차의 분산 값을 전 대역에 대해서 평균을 구하고 M 대역 필터군에 대해서 필터 길이 M일 때의 엔트로피와 양자화 오차의 분산 값으로 정규화한 결과를 그림 10에 도시하였다. 또한 M 대역 필터군의 필터 길이가 M일 때의 엔트로피와 양자화 오차의 값을 표 2에 제시하였다. 그림 10에서 알 수 있듯이 필터 길이를 증가시킴에 따라서 엔트로피와 양자화 오차가 모두 감소하는 경향을 보인다. 특히 엔트로피의 감소가 두드러지는 것을 알 수 있다.

표 2. 상관 계수 0.95의 Markov 신호에 대한 엔트로피와 양자화 오차의 분산(필터 길이 M 일 때)

엔트로피		양자화 오차의 분산	
4대역 (H)	8대역 (H)	4대역	8대역
1.633	1.429	0.314	0.303

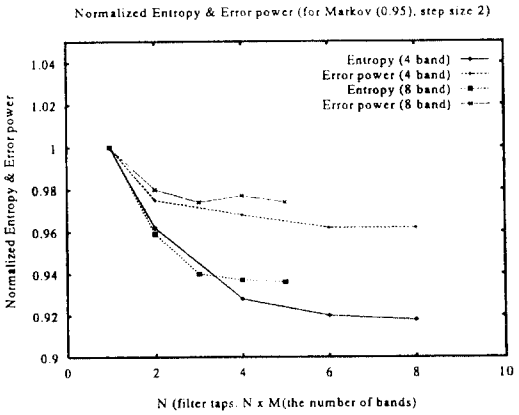


그림 10. 상관 계수 0.95의 Markov 신호에 대한 정규화된 엔트로피와 에러 신호의 분산

그러면 필터 길이가 증가함에 따라 엔트로피가 감소하는 이유를 고찰하여 본다. 해석의 편이상 연속 확률 분포를 갖는 신호에 대해서 생각한다. 연속 확률 분포를 갖는 신호의 차등 엔트로피 (differential entropy)는 다음 식으로 나타낼 수 있다[16].

$$h(\mathrm{x}) = -\int_{-\infty}^{\infty} p\mathrm{x}(x)\log_2 p\mathrm{x}(x)dx \tag{22}$$

그런데 M 대역 필터군에 의해 변환된 신호에서 DC 부는 Gaussian, AC 부는 Laplacian 분포를 이룬다고 가정하면, Gaussian 분포와 Laplacian 분포를 갖는 신호의 차등 엔트로피는 다음 식으로 나타낼 수 있다 [16].

$$h_{Gaussian}(\mathrm{x}) = \frac{1}{2}\log_2(2\pi e\sigma_{\mathrm{x}}^2) \tag{23}$$

$$h_{Laplacian}(\mathrm{x}) = \frac{1}{2}\log_2(2e^2\sigma_{\mathrm{x}}^2) \tag{24}$$

따라서 M 대역 신호의 평균 차등 h_{avr}는

$$h_{avr} = \frac{1}{M}\sum_i h(y_i) = \frac{1}{2M}(\log_2(2\pi e\sigma_{y0}^2) + \sum_{i=1}^{M-1}\log_2(2e^2\sigma_{yi}^2)) \tag{25}$$

이므로, 식 (25)를 정리하면 h_{avr}는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$h_{avr} = \log_2((2\pi e(2e^2)^{M-1})^{1/2M}(\prod_{i=0}^{M-1}\sigma_{yi}^2)^{1/2M}) \tag{26}$$

식 (26)에서 M 대역 신호의 평균 차등 엔트로피는 각 대역 신호의 분산의 기하 평균에 비례하는것을 알 수 있다. 그런데 앞 장에서 살펴본 바와 같이 필터의 길이를 크게 할수록 분산의 기하 평균이 감소하므로 엔트로피가 감소하는 것으로 판단할 수 있다.

또한 엔트로피와 양자화 오차를 16 장의 영상 신호에 대해서도 구하여 보았다. M 대역 필터군에 대해서 필터 길이 M일 때의 엔트로피와 양자화 오차로 정규화한 결과를 그림 11에 도시하였고 M 대역 필터군의 필터 길이가 M 일 때의 엔트로피와 양자화 오차 값을 표 3에 정리하였다. 그림 11에서 보듯이 4 대역의

표 3. 16장의 영상 신호에 대한 엔트로피와 양자화 오차의 분산(필터 길이 M 일 때)

엔트로피		양자화 오차의 분산	
4대역 (H)	8대역 (H)	4대역	8대역
0.852	0.691	30.986	29.023

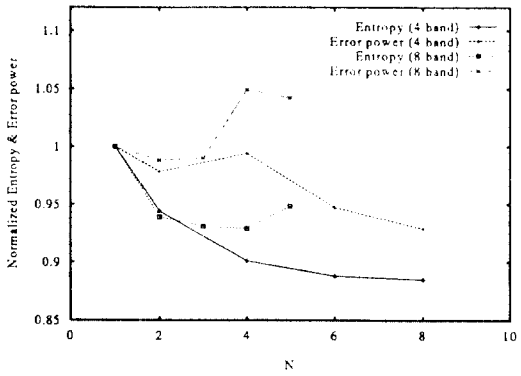


그림 11. 16장의 영상 신호에 대한 정규화된 엔트로피와 에러 신호의 분산

경우 필터 길이가 증가함에 따라서 엔트로피는 지속적으로 감소하는 경향을 보인다. 그러나 8 대역 엔트로피와 양자화 오차는 영상을 8 대역으로 분해한 경우에는 필터 길이가 매우 커지면 약간 증가하는 경향을 보인다.

3. M 대역 필터군의 영상 부호화 결과 분석

이 절에서는 영상 신호를 LPPU M 대역 필터군에 의해서 대역 분해하고 각 대역의 신호를 부호화하여 그 성능을 측정하였다. 먼저 본 논문에서 사용한 LPPU 4 대역, 8 대역 필터군을 이용한 영상 부호화 기법에 대하여 설명한다. 입력 영상은 LPPU 4 대역 (혹은 8 대역) 필터군을 사용하여 16 대역 (혹은 64 대역)으로 분해된다. 분해된 대역 신호에서 DC 부분 (LL 대역)은 대역 내의 상관성이 크므로 이를 이용하기 위해서 2-D DPCM (2 dimensional differential pulse code modulation)[18]을 이용하여 부호화 하고 AC 부분은 각 대역 신호를 대역 별로 묶어서 Mandela 구획 (block)을 만들어서 벡터 양자화한다. 이때 4 대역 필터군을 사용한 경우에는 각 대역에서 크기 4인 벡터를 구성한다. 그런데 8 대역의 경우에는 모든 대역에 대해서 크기 4인 벡터를 사용하면 비트 할당시 저주파 대역에 과도한 비트가 할당되어서 포화되는 문제가 발생하므로 그림 12와 같이 10 개의 대역에는 크기 2인 벡터를 사용하고 그 외의 대역에는 크기 4인 벡터를 사용한다. 벡터를 구성한 후에 벡터 양자화를 위해서는 비트 할당이 이루어져야 한다. 비트 할당을 위해서는 각 대역의 벡터에 임의의 비트가 할당되었을 때의 왜곡값을 계산해야 하는데 본 논문에서는 [14]의 변형된 왜곡 함수 (distortion function)를 사용하였다. 그리고 비트 할당 알고리듬으로는 임의의 양자기에 대해서도 잘 동작한다고 알려진 Shoham과 Gersho의 알고리듬 [19]을 사용하였다. 본 논문에서 사용한 영상은 8 비트로 양자화된 512 × 512 흑백 영상이다. 벡터 양자기의 코드북을 설계하기 위해서는 부호화하려는 영상을 포함하지 않은 16 장의 훈련 영상 (training images)을 사용하였고, 부호화 성능 측정을 위해서는 Lena 영상을 사용하였다. 또한 부호화 기법의 안정도를 평가하기 위해서 고주파 성분이 매우 많은 Bridge 영상에 대해서도 실험하였다. 한편 부호화 성능 지표로서 다음 식으로 정의되는 PSNR (peak signal to noise ratio)을 사용하였다.

$$PSNR = 10 \cdot \log_{10} \frac{255^2}{\sigma_r^2} \tag{27}$$

윗 식에서 σ_r^2은 원 신호와 복원된 신호의 차이, 즉 복원 오차 (reconstruction error)의 분산을 나타낸다.

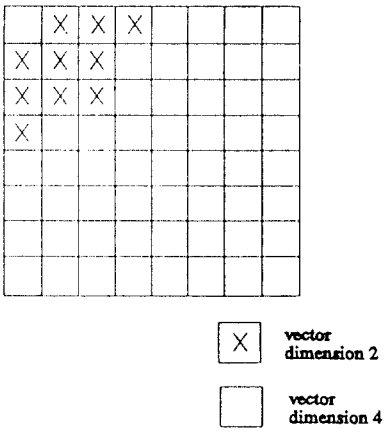


그림 12. 8 × 8 대역의 벡터 차수

이상에서 설명한 방법으로 부호화한 결과를 그림 13~그림 16에 도시하였다. 먼저 그림 13에는 4 대역 필터군에서 비트율을 고정하고 필터 길이를 변화시킴에 따른 Lena 영상의 부호화 결과를 도시하였다. 그림에서 알 수 있듯이 필터 길이가 증가함에 따라서

부호화 이득이 증가하는 경향을 보이는데 이는 앞에서 구한 에너지 집중도의 증가와 일치하는 결과이다. N이 2인 경우가 N이 1인 경우에 비해서 약 0.7~1.1dB 증가된 PSNR을 보이며 N이 8인 경우 N이 2인 경우에 비해서 비해서 PSNR이 약 0.6~0.8dB가 증가한다. 그림 14에는 8 대역에 대한 부호화 결과를 도시하였는데, x 축과 y 축은 각각 부호화율과 PSNR을 나타낸다. 4×4 대역 분해에서와 같이 부호화율을 고정하여 도시하지 않은 것은 AC 계수의 벡터 크기가 2, 4 두 값을 사용했기 때문에 비트 할당과 N 값에 따라서 부호화율이 조금씩 달라지기 때문이다. 8×8 대역 분해의 경우 N이 1인 경우에 비해서 N이 2인 경우가 매우 향상된 부호화 결과를 보이지만 N이 2 이상인 경우의 PSNR 증가는 매우 작다. 특히 N이 3 이상일 때는 PSNR이 조금 감소하는 경향을 보이는데 이것은 앞에서 구한 에너지 집중도의 결과와 일치하는 것이다. 한편 4 대역과 8 대역의 부호화 결과를 비교하여 보면 같은 비트율일 때 N이 1인 경우 8 대역 부호화의 결과가 좋은 경향을 보이지만 필터의 길이가 증가함에 따라서 부호화 성능은 거의 근접한다.

또한 비트율을 더 감축하기 위해서 엔트로피 부호화 (entropy coding)[20]를 사용하였을 때의 성능을 분석하였다. 엔트로피 부호화를 사용하였을 때 각 코드 벡터에 해당하는 확률은 16 장의 훈련 영상으로부터 구해지며 i 번째 코드 벡터의 확률이 $Pr(i)$일 때 코드 벡터의 길이 $l(i)$는 다음 식으로 계산하였다.

$$l(i) = \log_2 \frac{1}{Pr(i)} \tag{28}$$

식 (28)으로 구한 코드 벡터의 길이는 이론적인 값이

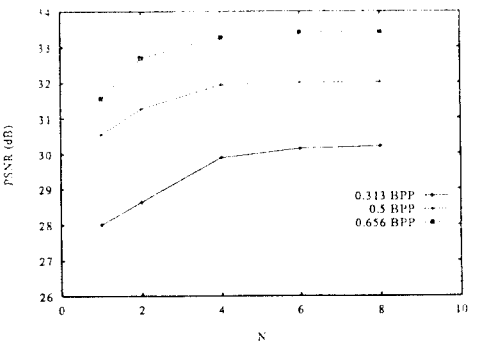


그림 13. 4 대역 필터군을 사용해서 Lena 영상을 부호화한 결과

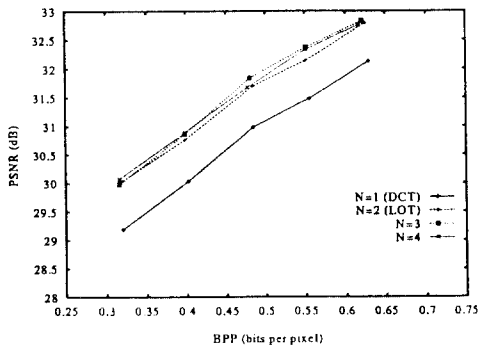


그림 14. 8 대역 필터군을 사용해서 Lena 영상을 부호화한 결과

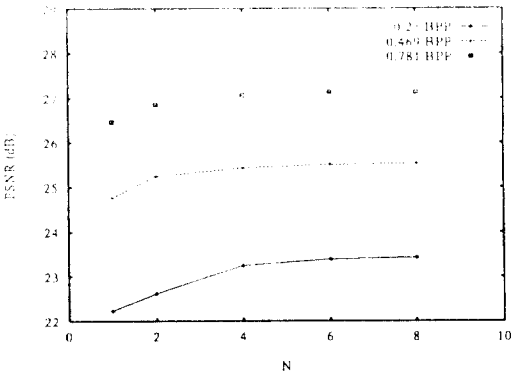


그림 15. 4 대역 필터군을 사용해서 Bridg 영상을 부호화한 결과

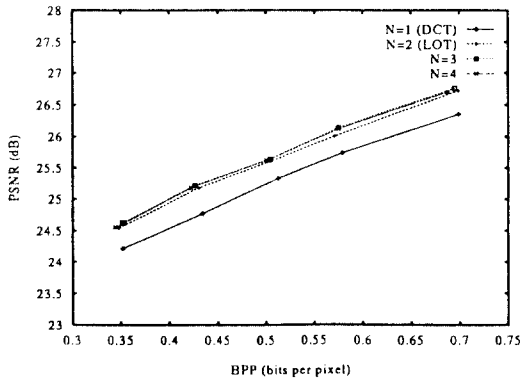


그림 16. 8 대역 필터군을 사용해서 Bridg 영상을 부호화한 결과

다. 그러나 Huffman code[20]나 arithmetic code[21]와 같은 무손실 부호화 (noiseless coding) 기법을 사용하면 코드 벡터의 길이는 거의 식 (28)의 $l(i)$에 근접한다는 사실이 알려져 있다.

이때 4 대역 필터군에서 동일한 고정 길이 부호율을 사용하여 Lena 영상을 부호화할 때 필터 길이 증가에 따른 $l(i)$의 변화량을 구하여 정규화된 결과를 그림 17에 도시하였다. 그림 17에서 필터 길이가 증가함에 따라서 엔트로피가 8~9% 정도 감소함을 알 수 있다. 이는 엔트로피의 해석 결과와 일치하는데 이로부터 필터 길이가 증가하여 부호화 이득이 증가하면 엔트로피가 감소하여 가변 길이 부호화를 사용하였을 때 전체 부호화 성능을 더욱 높일 수 있음을 알 수 있다.

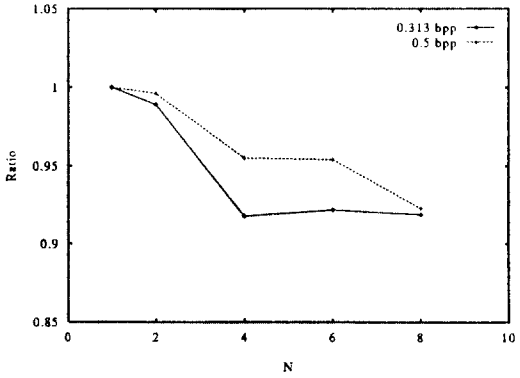
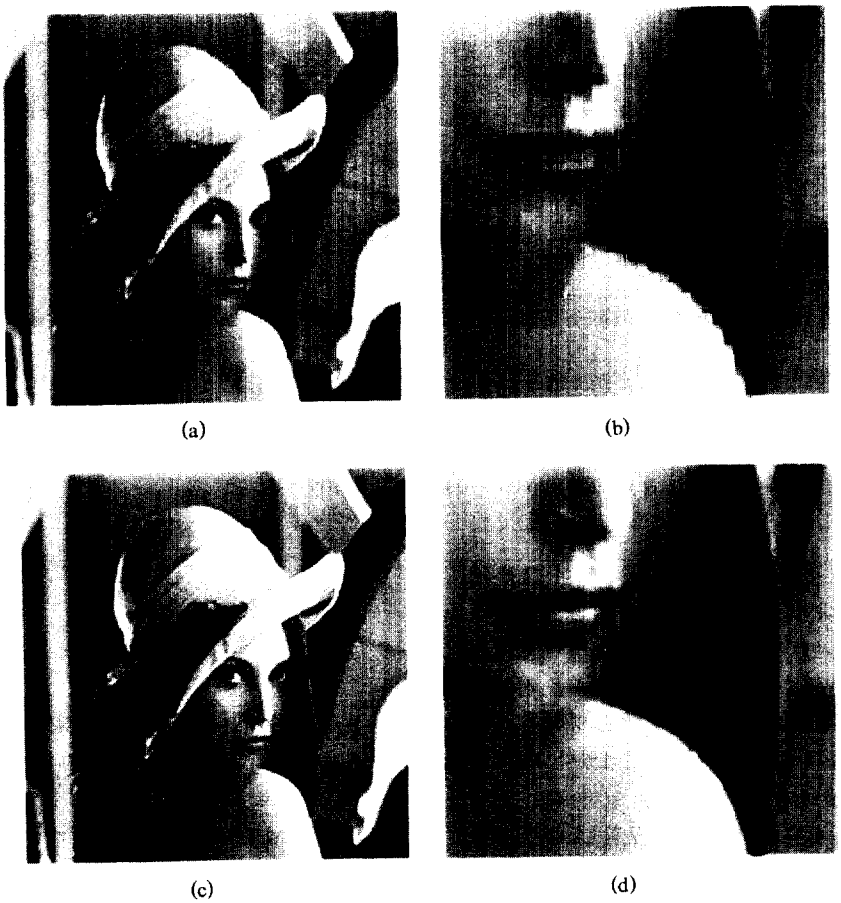


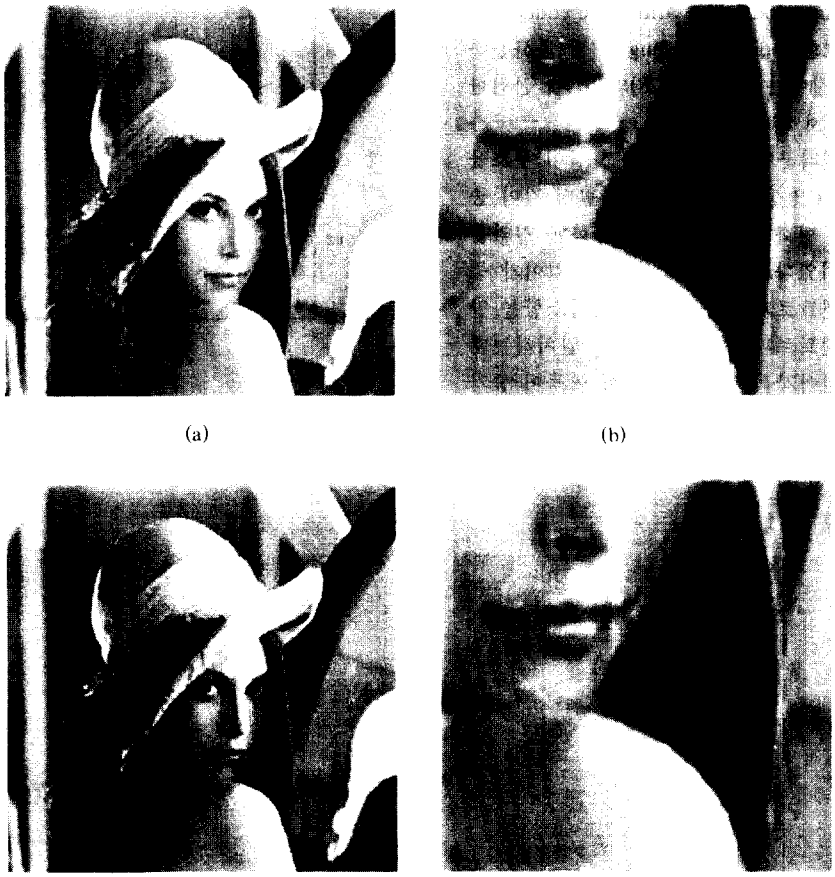
그림 17. Lena 영상을 4×4 대역으로 분해했을 때의 정규화된 엔트로피



(a) (b)

(c) (d)

그림 18. 복원된 Lena 영상 (4×4 대역, 가변 길이 부호화)
(a) 0.348 bpp (N=1) (b) 일부 확대 (N=1) (c) 0.329 bpp (N=8) (d) 일부 확대 (N=8)



(a) (b)

(c) (d)

그림 19. 복원된 Lena 영상 (8×8 대역, 가변 길이 부호화)
(a) 0.241 bpp (N=1) (b) 일부 확대 (N=1) (c) 0.226 bpp (N=4) (d) 일부 확대(N=4)

복원된 영상의 주관적 화질 비교를 위하여 그림 18과 그림 19에 4 대역 필터군과 8 대역 필터군에 대해서 각각 DCT (N=1)와 필터 길이 32인 LPPU 필터군 (4 대역인 경우 $N=8$, 8 대역의 경우 $N=4$)을 사용하여 Lena 영상을 부호화하였을 때 복원된 영상과 복원된 영상의 일부를 확대한 영상을 도시하였다. DCT의 경우에는 구획 효과가 보이는 반면 필터 길이 32인 LPPU 필터군을 사용한 경우에는 구획 효과가 상당히 감소하는 것을 확인할 수 있다. 또한 강한 edge 성분에 대한 오차도 필터 길이 32인 필터군의 경우가 DCT의 경우에 비해 많이 감소하는 것을 확인할 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 대역 분해/합성에 사용되는 필터군 중에서 완전 복원 성질과 에너지 보존 성질을 만족하고 영상 신호 부호화에 적합한 선형 위상 성질을 갖는 LPPU M 대역 필터군에 대하여 연구하였다. 먼저 예측 양자기의 양자화 왜곡치를 이용하여 새로운 부호화 이득식을 유도하여 LPPU M 대역 필터군을 설계하였다. 유도한 부호화 이득식은 변환 부호화 이득

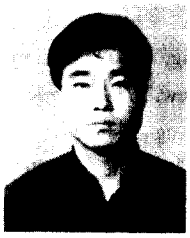
의 에너지 집중도 뿐 만 아니라, 벡터 내의 상관도도 포함한다. 이를 이용하여 설계한 LPPU M 대역 필터군은 필터의 길이를 길게 할수록 부호화 이득 값이 증가하고 필터 길이가 커질수록 4 대역과 8 대역 필터군의 부호화 이득이 거의 같아지는 것을 확인할 수 있었다. 또한 4 대역과 8 대역 필터군으로 분해된 신호의 엔트로피를 구하여 보았는데 필터 길이가 증가함에 따라서 엔트로피가 감소하는 것을 확인할 수 있었다. 본 논문에서 설계한 4 대역과 8 대역 필터군을 실제 영상에 적용하여 대역 분해를 하고 벡터 양자기를 사용하여 영상 신호를 부호화한 결과 필터 길이가 증가함에 따른 부호화 이득 증가를 확인할 수 있었다. 또한 필터 길이가 클 때 4 대역과 8 대역 필터군의 영상 부호화 성능은 거의 같은 것을 확인할 수 있었는데 이는 유도한 부호화 이득식의 결과와 일치하는 것이다.

참 고 문 헌

1. R. J. Clarke, *Transform Coding of Images*, Academic Press: London, England, 1985.
2. J. W. Woods and S. D. O'Neil, "Subband coding of images," *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing*, vol. 34, pp. 70-80, Oct. 1986.
3. K. R. Rao and P. Yip, *Discrete Cosine Transform*, Academic Press: San Diego, 1990.
4. M. Vetterli and D. le Gall, "Perfect reconstruction FIR filter banks: Some properties and factorizations," *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing*, vol. 37, pp. 1057-1071, July 1989.
5. P. P. Vaidyanathan, *Multirate Systems and Filter Banks*, Prentice-Hall: Englewood Cliffs, 1992.
6. H. S. Malvar and D. H. Staelin, "The LOT: Transform coding without blocking effects," *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing*, vol. 37, pp. 553-559, April 1989.
7. H. S. Malvar, "Extended lapped transform: properties, applications, and fast algorithms," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 40, pp. 2703-2714, Nov. 1992.
8. R. L. de Queiroz, T. Q. Nquyen and K. R. Rao, "The GenLOT: generalized linear-phase lapped orthogonal transform," Accepted for *IEEE Trans. Signal Processing*.
9. R. M. Gray, "Vector quantization," *IEEE Acoust. Speech, Signal Processing Magazine*, vol. 1, pp. 4-29, Apr. 1984.
10. N. M. Nasrabadi and R. A. King, "Image coding using vector quantization: a review," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 36, pp. 957-971, Aug. 1988.
11. C. W. Lee and S. U. Lee, "On the prefilter approach for the design of the lapped orthogonal transform basis," in *Proc. SPIE Conf. Visual Commun., Image Processing*, 1993, pp. 1280-1290.
12. A. K. Soman, P. P. Vaidyanathan and T. Q. Nguyen, "Linear phase paraunitary filter banks: theory, factorizations and designs," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41, pp. 3480-3496, Dec. 1993.
13. T. D. Lookabaugh and R. M. Gray, "High-resolution quantization theory and the vector quantizer advantage," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 35, pp. 1020-1033, Sep. 1989.
14. J. W. Kim and S. U. Lee, "A transform domain classified vector quantizer for image coding," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 2, pp. 3-14, Mar. 1992.
15. D. S. Kim and S. U. Lee, "Image vector quantizer based on a classification in the DCT domain," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 39, pp. 549-556, Apr. 1991.
16. N. S. Jayant and P. Noll, *Digital Coding of Waveforms*, Prentice-Hall: Englewood Cliffs, 1982.
17. *IMSL Fortran Library*.
18. A. K. Jain, *Fundamentals of Digital Image Processing*, Prentice-Hall: Englewood Cliffs, 1989.
19. Y. Shoham and A. Gersho, "Efficient bit allocation algorithm for an arbitrary set of quantizers," *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing*, vol. 36, pp. 1445-1453, Sep. 1988.
20. D. A. Huffman, "A method for the construction of minimum redundancy codes," *Proc. IRE*, vol.

40, pp. 1098-1101, Sept. 1952.

21. J. Rissanen and G. G. Langdon, Jr., "Arithmetic coding," *IBM J. Res. Develop.*, vol. 23, pp. 149-162, Mar. 1979.



李 昌 愚(Chang Woo Lee) 정회원

1965년 9월 4일생

1988년 2월 : 서울대학교 제어계측공학과 졸업

1990년 2월 : 서울대학교 제어계측공학과 석사

1996년 2월 : 서울대학교 제어계측공학과 박사

1996년~현재 : 삼성전자 기술총괄 신호처리 연구소 연구원

金 宗 源(Jong Won Kim) 정회원

제20권 제11호 (1995년 11월) 참조

현재 : 공주대학교 전자공학과 조교수

李 商 郁(Sang Uk Lee) 정회원

제20권 제11호 (1995년 11월) 참조

현재 : 서울대학교 전기공학부 교수